

# プログラミング演習 第3課題4

滝本 亘 (学籍番号 1029-33-1175)

2022 年 6 月 13 日

## 問題 5(べき乗法とマルコフ過程)

(1)

作成したプログラムをコード 1 に示す。

グー、チョキ、パーをそれぞれ  $a = 1, 2, 3$  としている。

コード 1: マルコフ過程

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <stdlib.h>
3 #include <time.h>
4 #define N 10000
5
6 int main(void)
7 {
8     //手を出した回数の初期値 0
9     double g = 0;
10    double c = 0;
11    double p = 0;
12
13    srand(time(NULL));
14    for(int i=0; i<N; i++)
15    {
16        //最初の手をグーとする
17        int a = 1;
18
19        //一様乱数の値によって手を変えていく
20        for(int j=0; j<100; j++)
21        {
22            double u = (double)rand()/RAND_MAX;
23
24            //グーのとき
25            if(a==1)
26            {
27                if((0<=u) && (u<0.1))
28                {
29                    a = 1;
30                }
31                if((0.1<=u) && (u<0.4))
32                {
33                    a = 2;
34                }
35                if((0.4<=u) && (u<1))
36                {
37                    a = 3;
38                }
39            }
40
41            //チョキのとき
```

```

42         else if(a==2)
43         {
44             if((0<=u) && (u<0.3))
45             {
46                 a = 1;
47             }
48             if((0.3<=u) && (u<0.5))
49             {
50                 a = 2;
51             }
52             if((0.5<=u) && (u<1))
53             {
54                 a = 3;
55             }
56         }
57
58         //パーのとき
59         else if(a==3)
60         {
61             if((0<=u) && (u<0.5))
62             {
63                 a = 1;
64             }
65             if((0.5<=u) && (u<0.6))
66             {
67                 a = 2;
68             }
69             if((0.6<=u) && (u<1))
70             {
71                 a = 3;
72             }
73         }
74     }
75
76     //最後の手の回数を数える
77     if(a==1)
78     {
79         g += 1;
80     }
81     if(a==2)
82     {
83         c += 1;
84     }
85     if(a==3)
86     {
87         p += 1;
88     }
89 }
90
91 //結果を出力
92 printf("グーを出す確率 %1f\チヨキを出す確率 %1f\パーを出す確率 %1f", g/N, c/N, p/N);
93 }

```

---

グーを出す確率 0.326900

チヨキを出す確率 0.183300

パーを出す確率 0.489800

## (2)

作成したプログラムをコード 2 に示す。

授業資料の Algorithm 6 において、初期ベクトル  $y_0 = (1, 0, 0)$  としている。

---

コード 2: べき乗法

---

```

1  #include <stdio.h>
2  #include <math.h>
3  #define N 3
4
5  int main(void)
6  {
7      //行列とベクトルの定義
8      double a[N][N] = {{0.1,0.3,0.5},{0.3,0.2,0.1},{0.6,0.5,0.4}};
9      double y[N] = {1,0,0};
10     double z[N];
11     double z_z;
12     double k;
13
14     //
15     for(int t=0; t<100; t++)
16     {
17         //行列とベクトルの積
18         z_z = 0;
19         for(int i=0; i<N; i++)
20         {
21             z[i] = 0;
22
23             for(int j=0; j<N; j++)
24             {
25                 z[i] += a[i][j]*y[j];
26             }
27
28             z_z += z[i]*z[i];
29         }
30
31         //新しいベクトルの絶対値
32         double nz = sqrt(z_z);
33
34         //元のベクトルを更新
35         k = 0;
36         for(int i=0; i<N; i++)
37         {
38             k += y[i]*z[i];
39             y[i] = z[i]/nz;
40         }
41     }
42
43     //結果を出力
44     printf("最大固有値は%lf\n", k);
45     printf("固有ベクトルは (%lf, %lf, %lf)", y[0], y[1], y[2]);
46 }

```

---

最大固有値は 1

固有ベクトルは (0.537752, 0.300141, 0.787869) であり、前問の定常分布に比例する。

### (3)

得られるベクトルが (1) の確率の定数倍であることを数学的帰納法で示す。

(i)  $n = 0$  のとき

明らかに初期ベクトルは最初の手の確率を表している。

(ii)  $n = k$  のとき正しいとする。

$n = k + 1$  のときに得られるベクトルは、 $n = k$  のときに得られるベクトルの左から行列 A をかけたものとなる。行列 A は確率行列なので、得られるベクトルは  $n = k + 1$  のときの手を出す確

率の定数倍となる。

以上より、固有ベクトルは定常分布に比例する。