

# レポート課題2

2022 年 4 月 18 日

- レポートは PDF にして PandA で 5 月 9 日までに提出。その際、レポート課題のために作成したソースコードも一緒に提出。全てを zip 等でまとめても良い。
- 問題のために作成し用いたソースコードには、コメントを十分つけて、かつ、レポート中で説明すること。
- 図を gnuplot で作成するために、printf 関数による出力をファイルに変更するリダイレクトを用いると簡便。
- 倍精度の数値を printf で出力するときのフォーマットは、%.16f もしくは%.16e を用いること。

## 問題 1

- (1) 台形公式を用いて、次の定積分を計算するプログラムを作成せよ。

$$\int_0^1 dx \frac{4}{1+x^2} \quad (1)$$

- (2) 分割数  $n = 10, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5$  とした時の厳密な積分値との差を報告せよ。
- (3) 分割数  $n = 10^4$  の台形公式を用いて、次の定積分の  $w = 1, 2, 3$  を数値計算しその結果を報告せよ。

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-w}^w dx e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (2)$$

## 問題 2

- (1) ニュートン法の反復公式を導出せよ。
- (2) 実数関数  $f(x)$  とその導関数  $\frac{df}{dx}(x)$  が、C 言語の関数として、次のプロトタイプ宣言でそれぞれ定義されている時、

```
double f(double x);  
double df(double x);
```

初期値  $x_0$  としたニュートン法の反復結果を出力するプログラムを作成せよ。ただし、反復は、

$$\left| \frac{x_i - x_{i-1}}{x_i} \right| < 10^{-12} \quad (3)$$

の時に終了するとする。

- (3) 平方根  $\sqrt{3}$  をニュートン法を用いて数値的に求めよ。その際の近似解が収束する様子を報告せよ。

### 問題 3

- (1) ロジスティック方程式の一般解を導出せよ。
- (2) 時間刻み幅  $\Delta t = \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}$  とした時に導出されるロジスティック写像の軌道  $\{x_i\}$  を、個体数  $N_i$  の軌道に戻して、元のロジスティック方程式の解と比較せよ。ただし、 $r = 1, K = 1$  とし、初期値  $N(0) = 2.0, 1.5, 0.5, 0.1$  に対して、時刻  $t = 5$  までを計算せよ。
- (3) ロジスティック写像の不動点は  $x = 0, 1 - 1/a$  である。しかし、パラメータ  $a$  の値によりこの不動点は不安定<sup>1</sup>になり、周期 2 の不変軌道  $x_1 \rightarrow x_2 \rightarrow x_1$  が現れることがある。この周期 2 の不変軌道は次の非線形方程式の解である。

$$x_2 = ax_1(1 - x_1) \quad (4)$$

$$x_1 = ax_2(1 - x_2) \quad (5)$$

パラメータ  $a = 3.3$  の時、 $x_1, x_2$  をニュートン法で求めよ。

- (4) パラメータ  $a$  を変化させた時の軌道  $\{x_i\}$  を図示し、カオスに到る様子を報告せよ。

---

<sup>1</sup>近傍から始めた点が反復の度に離れていく。