

## 時系列予測のための状態空間モデル解析の応用

正会員

松木督子 \*

正会員

寺田大介 \*\*

Application of a state space modeling for time series prediction

by Tokuko Matsuki \*, Member

Daisuke Terada \*\*, Member

**Key Words:** Prediction, EnKF, AIC

### 要旨

不規則波の生成過程が成分波の重ね合わせで表現できると仮定すれば、代表角周波数におけるパワースペクトルおよび位相角が推定できれば、不規則時系列の予測が可能になる。本研究では、この事実に着目しBayes推定法を用いた離散フーリエ変換で求めたパワースペクトルの平滑化と状態空間モデル解析による位相角の推定法について検討を行った。状態空間モデル解析においてはアンサンブルカルマンフィルタを用い、先行研究で課題としていた部分に関して改善を試みた。提案方法は数値実験に基づいて検証した。パワースペクトル推定および位相角推定とともに、いくつかの課題はあるものの、先行研究で課題としていた部分に関しては改善できた。

---

\*防衛大学校 理工学研究科

\*\*防衛大学校 先端学術推進機構GSセンター

©日本船舶海洋工学会

## 1. 緒 言

著者ら<sup>1)</sup>は状態空間モデル解析法を用いたスペクトル推定と時系列予測を同時に実現する方法の開発に取り組んでいる。具体的には、成分波の線形重ね合わせによる不規則波生成法に着目し、その中に含まれる未知パラメータを用いてパワースペクトルおよび位相角を推定しようとするものである。

この方法に関しては先行研究の結果を踏まえて種々の検討を行った。具体的には、パラメータの滑らかな推定のためには 2 階の階差モデルの導入<sup>2)</sup>および制約付きカルマンフィルタの導入<sup>3)</sup>などを試みた。しかしながら、考えている不規則波生成法ではパラメータが一定値であるにもかかわらず、推定したパラメータが時間とともに変動する傾向は改善することができなかった。そのため、結果として精度の良い予測計算が実現できなかった。パラメータの時間変動の原因としては、カルマンフィルタで推定するのが条件付き期待値すなわち点推定値であることから、周波数分割数を固定した場合に、対象とする角周波数においてエネルギーを一定に保つようにその近傍の角周波数間でエネルギーの受け渡しをしていることが考えられる。

基本的には周波数分割数を固定せざるを得ないため、本研究では代表角周波数近傍で揺らぎが取り扱えるアンサンブルカルマンフィルタの導入<sup>4)</sup>を試みた。アンサンブルカルマンフィルタでは非線形システムモデルを取り扱うことから、推定する対象はパワースペクトルと位相角とした。また、周波数分割数をなるべく多くするために、パワースペクトルに関しては離散フーリエ変換<sup>5)</sup>して求めたものに Bayes 法<sup>6),7)</sup>で平滑化したものを作成した。数値実験に基づいて検証した結果について以下に示す。

## 2. 基礎式

時刻  $t$  における不規則時系列  $y(t)$  は成分波の重ね合わせとして次の(1)式で生成される<sup>8)</sup>。

$$y(t) = \sum_{m=1}^M a_m \cos(\omega_m t + \varepsilon_m) \quad (1)$$

ただし、 $a_m = \sqrt{2S(\omega_m)\Delta\omega_m}$  であり、 $S(\omega_m)$  は角周波数  $\omega_m$  におけるパワースペクトル、 $\Delta\omega_m$  は角周波数の分割幅および  $\varepsilon_m$  は  $0 \sim 2\pi$  の一様乱数で与えられる位相角である。梅田ら<sup>9)</sup>は、この式において角周波数を無理数となるように分割すれば、繰り返しが起こらない不規則時系列を生成できることを示した。予測の観点からは不規則時系列が繰り返さないことが重要であるため、本研究においても周波数分割に関しては梅田らの方法に着目する。本研究では、(1)式の逆問題を考えることによってスペクトルの推定を行う。

## 3. 周波数分割の方法

前述のとおり、梅田ら<sup>9)</sup>によれば、角周波数が無理数となるように分割すれば、繰り返しが起こらない不規則時系列を生成できる。ここでは梅田らに倣って次式に基づいて角周波数の分割を行った。

$$\omega_m = \frac{z^{m/M}}{y} \quad (2)$$

ただし、 $z$  は素数、 $y$  と  $M (> m)$  は自然数である。本研究においては  $z$  は 23、 $M$  は 258 および  $y$  は 7 とした。なお、 $M$  に関しては計算機のメモリ容量を考慮して決定した。ただし、状態推定の際には、最初と最後の代表周波数は除き、 $M = 256$  とした。

## 4. Bayes 法によるパワースペクトルの平滑化

時系列は、角周波数を不等間隔として離散フーリエ変換(DFT)<sup>5)</sup>を行い、パワースペクトル  $S(\omega_m)$  を求める。ただし、得られたパワースペクトル  $S(\omega_m)$  は角周波数  $\omega_m$  によってばらつくため、Bayes 法<sup>6),7)</sup>を使用して平滑化を行う。

## 5. 状態空間モデル

状態空間モデルは、状態ベクトル  $\mathbf{x}_t$  を  $\mathbf{x}_t = [\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_M]^\top$  とし、システムモデルをランダムウォークモデル、非線形形観測モデルを(1)式に観測雑音が加わったものとする。この場合において、非線形形観測モデルを  $h_t(\mathbf{x}_t)$  で表す。この時、状態空間モデルは次の(3)式のように表される。

$$\begin{cases} \mathbf{x}_t = \mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{v}_t \\ y_t = h_t(\mathbf{x}_t) + w_t \end{cases} \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{v}_t$  はシステムノイズであり平均値ベクトル  $\mathbf{0}$ 、分散共分散行列  $\mathbf{Q}$  の正規白色雑音ベクトル、 $y_t$  は 1 変量時系列および  $w_t$  は観測ノイズであり平均 0、分散  $\sigma^2$  の正規白色雑音である。

この状態空間モデルは拡大状態ベクトルと拡大状態システムを考えることによって、線形観測の拡大状態空間モデルとして取り扱える。これによりアンサンブルカルマンフィルタによる状態推定が実現できる<sup>4)</sup>。アンサンブル数に関しては計算機の性能を考慮して 1,024 個とした。

## 6. 数値実験データに基づく検証結果と考察

### 5.1 解析に使用するデータ

不規則波に使用したスペクトル形状は ITTC 型である。有義波高は 3 m、平均波周期は 6.7 s とした。これは、ビューフ

オート風力階級 6 の海象を表すことになる。時間間隔 0.2 s で(1)式に基づいて生成した時系列を Fig. 1 に示す。

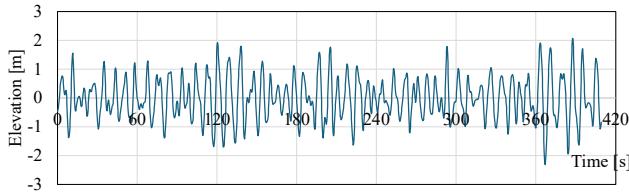


Fig.1 Time series for spectral analysis

## 5.2 スペクトル推定の結果と考察

スペクトル推定の結果を Fig. 2 に示す。図は横軸が周波数、縦軸がスペクトル密度である。図は、提案方法で求めたスペクトルおよび DFT 法で推定したスペクトルおよび AR モデル解析法で推定したスペクトルを比較したものである。AR モデル解析法に関しては、最大ラグ数を 100 としてモデルを当てはめ、MAICE 法で得られたラグ 60 の結果を用いてスペクトル解析を行った。この時の周波数は 256 分割とした。図は横軸が周波数、縦軸がスペクトル密度をそれぞれ示している。また、図中の赤線が提案方法の結果、黒線が DFT 法の結果および水色線が AR モデル解析法の結果をそれぞれ示している。この図から分かるように、DFT 法で得られたパワースペクトルを Bayes 法で平滑化した提案法は、AR モデル解析法で求めたスペクトルと概ね良い一致をした。ただし、ピーク周波数の位置が若干異なっていることから、今後は他のスペクトル推定法との比較が必要である。

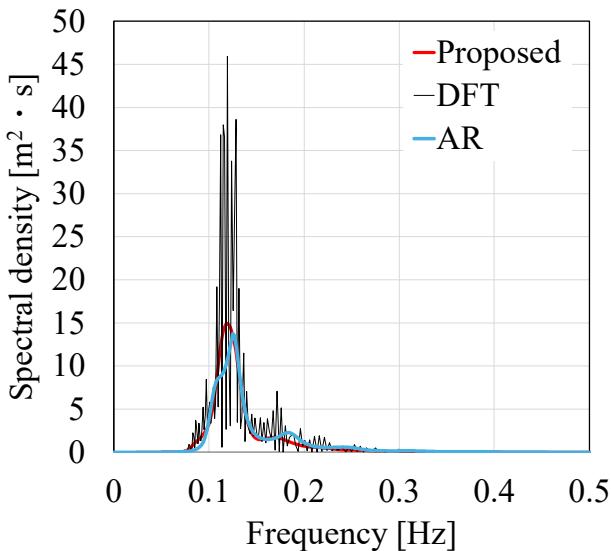


Fig. 2 Comparison of the spectral density of the proposed method, the DFT method and the AR modeling procedure method.

## 5.3 推定した位相角の結果と考察

提案方法で推定した位相角の推定結果の一例を Fig. 3 に

示す。この図はスペクトルのピークが存在する周波数近傍における 10 個の周波数の結果である。結果に関しては、アンサンブルカルマンフィルタで推定した各アンサンブルに関して頻度分布を作成し、最頻値を推定結果とした。このときの頻度分布の階級数はスターージェスの式により 63 個とした。この図から分かるように、推定結果のばらつきはあまり改善されていないものの、これまでに実施した方法の結果と比較して 0 から  $2\pi$  の範囲で周期的に変化することはなくなつた。推定結果がばらつく要因としては、階級数が 63 と小さいことが考えられる。この対策としては、アンサンブル数を増やすことによって、階級の数を増やすことが考えられる。あるいは、アンサンブルカルマンフィルタにおいては一つ一つのアンサンブルに対して尤度が求まることから、尤度が最も高いアンサンブルの値を代表値とすることなども考えられる。

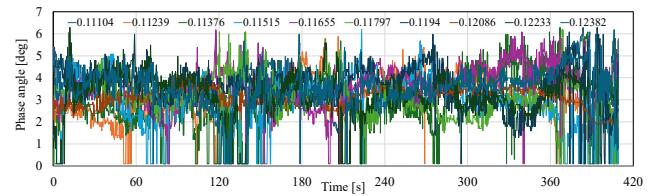


Fig. 3 An example of the estimated phase angles.

## 7. 結 言

本研究では Bayes 推定法を用いたパワースペクトルの平滑化と状態空間モデル解析による位相角の推定法について検討を行った。提案する方法は数値実験に基づいて検討した。パワースペクトルに関しては、提案方法、DFT 法および AR モデル解析法の結果の比較から、提案方法と AR モデル解析の結果は概ね同じような形状になることが確認できた。一方で、ピーク周波数の位置が若干異なっていることから、これに関しては別の方針との比較を行うことによってその原因を明らかにする必要がある。位相角の推定に関しては、推定値が先行研究のように周期的な変動をすることは改善でいたものの、未だ定常値を推定するには至っていない。これに関しては今後の課題である。

## 参 考 文 献

- 1) Matsuki, T. and Terada, D.: On Spectrum Estimation Procedure by a State-Space Modeling, Proc. of JASNAOE, 2024 (in Japanese).  
松木督子, 寺田大介 : 状態空間モデル解析によるスペクトル推定法, 日本船舶海洋工学会令和 6 年秋季講演会論文集, 2024.
- 2) Kitagawa, G.: Introduction to Time Series Modeling,

- Chapman & Hall CRC Press, 2010.
- 3) Simon, D.J. and Chia, T.L.: Kalman Filtering with State Equality Constraints, Transactions on Aerospace and Electronic System, Vol. 38, No. 1, pp.128-136, 2002.
  - 4) Nakamura, K., Ueno, G. and Higuchi, T.: Data Assimilation: Concept and Algorithm, Proc. of the Institute of Statistical Mathematics Vol. 53, No. 2, pp.211–229, 2005 (in Japanese). 中村和幸, 上野玄太, 橋口知之 : データ同化 : その概念と計算アルゴリズム, 統計数理, 第 53 卷, 第 2 号, pp.211-229, 2005.
  - 5) Amemiya, A. and Taguchi, T. (eds.): Numerical Analysis and FORTRAN, Maruzen, 1969 (in Japanese). 雨宮綾夫, 田口武夫 : 数値解析と FORTRAN, 丸善, 1969.
  - 6) Iseki, T., Ohtsu, K. and Fujino, M.: Bayesian Estimation of Directional Wave Spectra Based on Ship Motions, Journal of the Society of Naval Architects in Japan, pp.17-25, 1992 (in Japanese). 井関俊夫, 大津浩平, 藤野正隆 : 船体運動データを用いた方向波スペクトルの Bayes 推定, 日本造船学会論文集, 第 172 号, pp.17-25, 1992.
  - 7) Ishiguro, M.: Analysis of Complex System by Prior information, Hierarchical Bayes Model and Its Application, Amari, S., Takeuchi, K., Takemura, A. and Iba, Y.(eds.), Iwanami Shoten, pp.1-88, 2004 (in Japanese). 石黒真木夫 : 事前情報を用いた複雑な系の解析, 階層ベイズモデルとその周辺 (甘利俊一, 竹内啓, 武村彰通, 伊庭幸人編), 岩波書店, pp.1-88, 2004.
  - 8) Hino, M.: Spectral Analysis, Asakura Publishing Co., Ltd., 1977 (in Japanese). 日野幹雄 : スペクトル解析, 朝倉書店, 1977.
  - 9) Umeda, N., Maruyama, Y. and Sakai, M.: Prevention of Repeated Irregular Wave Signals (Continued report), 26<sup>th</sup> Ship Performance Research Committee in JASNAOE, Hakata, 2023 (in Japanese). 梅田直哉, 丸山湧生, 酒井政宏 : 不規則波形信号の繰り返し防止について(続報), 第 26 回日本船舶海洋工学会推進・運動性能研究会, 福岡市, 2023.