## 圏論

最終コンパイル 平成 30 年 4 月 4 日

### T.Ueda

# 目 次

第1章	圈,函手,自然変換	4
1.1	圏に関する公理	4
1.2	圈	5
1.3	函手	5
1.4	自然変換	5
1.5	モニック射,エピ射,ゼロ射...................................	5
1.6	基礎論	5
1.7	大きな圏	5
1.8	Hom 集合	5
第2章	圏の構築	6
2.1	双対性	6

## 第1章 圈,函手,自然変換

### 1.1 圏に関する公理

定義 1.1.1 (メタグラフ).

メタグラフは対象  $A, B, C, \ldots$ ,射  $f, g, h, \ldots$ ,および次の 2 つの演算からなる.射 f が対象 A から対象 B への関係を示すものであるとき,

$$f: A \longrightarrow B$$
 (1.1)

または

$$A \xrightarrow{f} B \tag{1.2}$$

で表す. このとき, Aをドメイン, Bをコドメインという. これらは dom, cod を用いてそれぞれ

$$A = dom f$$

$$B = cod f$$
(1.3)

で表す.

ある射 f および g による合成演算。は

$$A \xrightarrow{f} B \xrightarrow{g} C \tag{1.4}$$

に関して

$$A \xrightarrow{g \circ f} C \tag{1.5}$$

で定義する. メタ圏における演算則は次の公理に従う.

#### 公理 1.1.1.

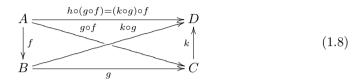
1. 結合則

$$A \xrightarrow{f} B \xrightarrow{g} C \xrightarrow{h} D \tag{1.6}$$

が与えられた時,次の等式が常に成り立つ.

$$h \circ (g \circ f) = (k \circ g) \circ f \tag{1.7}$$

これは図を用いて,次のように表現できる.



### 2. 単位元律

$$1_b \circ f = f \qquad g \circ 1_b = g \tag{1.9}$$

$$\begin{array}{ccc}
A \xrightarrow{f} & B \\
\downarrow I_{b} & g \\
B \xrightarrow{g} & C
\end{array}$$
(1.10)

- 1.2 巻
- 1.3 函手
- 1.4 自然変換
- 1.5 モニック射, エピ射, ゼロ射
- 1.6 基礎論
- 1.7 大きな圏
- 1.8 Hom 集合

# 第2章 圏の構築

## 2.1 双対性