

過渡解析

最終コンパイル
平成 30 年 12 月 5 日

Takumi Ueda

目 次

第 1 章 過渡現象	4
1.1 過渡現象	4
第 2 章 過渡現象	5
2.1 ラプラス変換	5
2.1.1 ラプラス変換の定義	5
2.1.2 逆ラプラス変換	5
2.1.3 ラプラス変換表	5

第1章 過渡現象

1.1 過渡現象

$$v_L = L \frac{di}{dt} [\text{V}] \quad (1.1)$$

$$v_C = \frac{1}{C} \int i dt [\text{V}] \quad (1.2)$$

時定数

RL 直列回路の過渡現象

$$i = \frac{E}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t}) [\text{A}] \quad (1.3)$$

RC 直列回路の過渡現象

$$i = \frac{E}{R} e^{-\frac{1}{CR}t} [\text{A}] \quad (1.4)$$

第2章 過渡現象

2.1 ラプラス変換

2.1.1 ラプラス変換の定義

定義 2.1.1 (ラプラス変換).

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st}dt \quad (2.1)$$

正確には

$$F(s) = \lim_{\alpha \rightarrow \infty} \int_0^{\alpha} f(t)e^{-st}dt \quad (2.2)$$

で定義される。

2.1.2 逆ラプラス変換

定義 2.1.2 (ブロムウィッチ積分).

$$F(s) = \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi j} \int_{c-jp}^{c+jp} F(s)e^{st}dt \quad (2.3)$$

2.1.3 ラプラス変換表

証明

$$\begin{aligned} F(s) &= \lim_{p \rightarrow \infty} \int_0^p u(t)e^{st}dt \\ &= \lim_{p \rightarrow \infty} \int_0^p e^{-st}dt \\ &= \left[\frac{e^{-st}}{-s} \right]_0^{\infty} \\ &= \frac{1}{s} - \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{e^{-st}}{s} \\ &= \frac{1}{s} \end{aligned} \quad (2.4)$$

キルヒホッフの法則

表 2.1: ラプラス変換表

No	$f(t)$	$F(s)$
1	1	$\frac{1}{s}$
2	t	$\frac{1}{s^2}$
3	t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
4	e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
5	$\sin at$	$\frac{a}{s^2 + a^2}$
6	$\cos at$	$\frac{s}{s^2 + a^2}$
7	$e^{bt} \sin at$	$\frac{a}{(s-b)^2 + a^2}$
8	$e^{bt} \cos at$	$\frac{s-b}{(s-b)^2 + a^2}$

索引

定義一覧

2.1.1 ラプラス変換	5
2.1.2 ブロムウィッチ積分	5

定理一覧

関連図書

- [1] 高橋大輔. 数値計算. 岩波書店, 1996.