過渡解析

最終コンパイル
平成 30 年 11 月 21 日

Takumi Ueda

目 次

第1章　過渡現象

1.1　過渡現象

$$v_L = L\frac{di}{dt}[\mathrm{V}] \tag{1.1}$$

$$v_C = \frac{1}{C}\int idt[\mathrm{V}] \tag{1.2}$$

時定数

RL 直列回路の過渡現象

$$i = \frac{E}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}t})[\mathrm{A}] \tag{1.3}$$

RC 直列回路の過渡現象

$$i = \frac{E}{R}e^{-\frac{1}{CR}t}[\mathrm{A}] \tag{1.4}$$

第2章　過渡現象

2.1　ラプラス変換

2.1.1　ラプラス変換の定義

定義 2.1.1 (ラプラス変換).

$$F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}dt \tag{2.1}$$

正確には

$$F(s) = \lim_{\alpha\to\infty}\int_0^\alpha f(t)e^{-st}dt \tag{2.2}$$

で定義される。

2.1.2　逆ラプラス変換

定義 2.1.2 (ブロムウィッチ積分).

$$F(s) = \lim_{p\to\infty}\frac{1}{2\pi j}\int_{c-jp}^{c+jp} F(s)e^{st}dt \tag{2.3}$$

2.1.3　ラプラス変換表

証明

$$\begin{aligned}
F(s) &= \lim_{p\to\infty}\int_0^p u(t)e^{st}dt \\
&= \lim_{p\to\infty}\int_0^p e^{-st}dt \\
&= \left[\frac{e^{-st}}{-s}\right]_0^\infty \\
&= \frac{1}{s} - \lim_{t\to\infty}\frac{e^{-st}}{s} \\
&= \frac{1}{s}
\end{aligned} \tag{2.4}$$

表 2.1: ラプラス変換表

No	$f(t)$	$F(s)$
1	1	$\frac{1}{s}$
2	t	$\frac{1}{s^2}$
3	t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
4	e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
5	$\sin at$	$\frac{a}{s^2+a^2}$
6	$\cos at$	$\frac{s}{s^2+a^2}$
7	$e^{bt}\sin at$	$\frac{a}{(s-b)^2+a^2}$
8	$e^{bt}\cos at$	$\frac{s-b}{(s-b)^2+a^2}$

索引

定義一覧

定理一覧

関連図書

[1] 高橋大輔. 数値計算. 岩波書店, 1996.