ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №6

ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ СОРТИРОВКИ ДАННЫХ МЕТОДАМИ ПУЗЫРЬКА И ШЕЛЛА, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ПРОГРАММНЫХ СИСТЕМ

Цель работы: программно реализовать и исследовать эффективность алгоритмов параллельной сортировки с использованием функций библиотеки MPI в сравнении с последовательными версиями тех же алгоритмов.

1. Теоретическое введение

1.1 Общие понятия о параллельных вычислительных системах

Параллельные вычислительные системы (ВС) являются одними из самых перспективных направлений увеличения производительности вычислительных средств. При решении задач распараллеливания существует два подхода:

1) имеется параллельная система, для которой необходимо подготовить план и схему решения поставленной задачи, т.е. ответить на следующие вопросы о том, в какой последовательности будут выполняться программные модули, на каких процессорах, как происходит обмен данными между процессорами, каким образом минимизировать время выполнения поставленной задачи;

2) имеется класс задач, для решения которых необходимо спроектировать параллельную вычислительную систему, минимизирующую время решения поставленной задачи, при минимальных затратах на ее проектирование.

При создании параллельных вычислительных систем учитываются различные аспекты их эксплуатации, такие как требования к времени решения и т.д., что приводит к различным структурным схемам построения таких систем. Перечислим их в порядке возрастания сложности:

1) однородные многомашинные вычислительные комплексы (ОМВК), которые представляют собой сеть однотипных ЭВМ;

2) неоднородные многомашинные вычислительные комплексы (НМВК), которые представляют собой сеть разнотипных ЭВМ;

3) однородные многопроцессорные вычислительные системы (ОМВС), которые представляют собой ЭВМ с однотипными процессорами и общим полем оперативной памяти или без него;

4) неоднородные многопроцессорные вычислительные системы (НМВС), которые представляют собой системы с разнотипными процессорами и общим полем оперативной памяти или без него.

1.2 Общие понятия сортировки данных

Задана исходная последовательность вида $S = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ либо $S = (a_i | i = \overline{1,n})$. На основе последовательности S должна быть сформирована последовательность S' вида: $S' = (a'_1, a'_2, \dots, a'_n)$, где $a'_i \le a'_{i+1}$ $(i = \overline{1, n-1})$ (здесь и далее все пояснения для краткости будут даваться только на примере упорядочивания данных по неубыванию).

Базовая операция при реализации методов сортировки – операция «Сравнить и переставить» (compare-exchange). Операция предполагает сравнение одной пары значений из сортируемой последовательности и перестановку этих значений в том случае, если их порядок не соответствует условиям сортировки. Методы (алгоритмы) реализации сортировки различаются способами выбора пар значений для сравнения.

Реализация базовой операции «Сравнить и переставить» (при $i<j$)

```
if (a[i]>a[j]) {
temp=a[i];
a[i]=a[j];
a[j]=temp;
}
```

Вычислительная трудоемкость процедуры упорядочивания является достаточно высокой. Так, для ряда известных простых методов (пузырьковая сортировка, сортировка включением и др.) количество необходимых операций определяется квадратичной зависимостью от числа упорядочиваемых данных

$$T(n^2)$$

Для более эффективных алгоритмов (сортировка слиянием, сортировка Шелла, быстрая сортировка) трудоемкость определяется величиной

$$T(n \log_2 n)$$

Ускорение сортировки может быть обеспечено при использовании нескольких ($p>1$) *вычислительных элементов* (процессоров или ядер). Исходный упорядочиваемый набор в этом случае разделяется на блоки, которые могут обрабатываться вычислительными элементами параллельно.

1.3 Принципы распараллеливания сортировки

В основу реализации подхода к распараллеливанию процесса сортировки данных положены следующие принципы:

1) исходный набор данных (значений) разделяется между устройствами, т. е. набор данных разделяется на блоки, каждый из которых закрепляется за конкретным вычислительным устройством (номер блока соответствует номеру процессорного элемента);

2) в ходе сортировки данные пересылаются между устройствами и сравниваются между собой (выполняется сравнение данных, входящих в разные блоки);

3) результирующий набор данных также разделен между устройствами, при этом значения, расположенные на процессоре с меньшими номерами, не превышает значения, расположенные на процессорах с большими номерами. Т.е. если блоки данных (идентификаторы блоков данных) являются закрепленными за соответствующими процессорными элементами, тогда в процессе сортировки изменяется состав этих блоков.

Обозначим через l идентификатор блока данных, соответствующий l-му процессорному элементу P_l, n_l –количество элементов в l-ом блоке данных. Тогда значение a_{l,n_l} (n_l–ый элемент в l-ом блоке данных) на процессоре P_l не больше значения $a_{l+1,1}$ (первый элемент) на процессоре P_{l+1}.

Внутри l-ого блока данные упорядочиваются по рассматриваемому признаку.

1.3.1 *Реализация операции «Сравнить и переставить» для (P = n)*

Здесь через P обозначено количество процессорных элементов, через n–количество данных в последовательности. При $i<j$ имеем: a_i–>P_i, a_j–>P_j (данные a_i соответствуют процессору P_i, данные a_j соответствуют процессору P_j). Параллельная реализация операции «Сравнить и переставить» предполагает:

1) обмен имеющимися на процессорах P_i и P_j значениями a_i и a_j; в результате на каждом процессоре рассматриваются одинаковые пары значений (a_i, a_j) (т.к. (a_i, a_j)–>P_i, (a_i, a_j)–>P_j);

2) сравнение на каждом процессоре P_i и P_j пар (a_i, a_j) т.о., чтобы при $i<j$ на P_i сохранялся минимальный элемент в паре, на P_j – максимальный элемент в паре (a_i, a_j). Т.о. на основе пары (a_i, a_j) формируется новый элемент a'_i, закрепленный за процессором P_i, следующим образом:

$$-a'_i = \min(a_i, a_j)$$

На основе пары (a_i, a_j) определяется новый элемент a'_j , закрепленный за процессором P_j, следующим образом:

$$-a'_j = \max(a_i, a_j)$$

Итоговая запись результата выполнения операций «Сравнить и переставить»:

$$a'_i \to P_i, \text{ где } a'_i = \min(a_i, a_j)$$
$$a'_i \to P_j, \text{ где } a'_i = \max(a_i, a_j)$$

1.3.2 Распространение базовой операции «Сравнить и переставить» для случая p<n. Операция «Сравнить и разделить»

При $p<n$ должно быть определено P блоков данных, каждый из блоков имеет размер n/p. Тогда при $p<n$ каждому процессору ставится в соответствие не единственное значение a_i и совокупность значений (блок) из сортируемого набора данных.

Реализация параллельной (распределенной) сортировки должна предусматривать:

1) упорядочивание элементов (значений) внутри блоков;

2) упорядочивание элементов (значений) между блоками (т.е. $a_{l,n_l} < a_{l+1,1}$), где элементы a_{l,n_l} и $a_{l+1,1}$ – последний и первый элементы в упорядоченных блоках l и (l+1) процессорных элементах.

Т.о. на основе исходных составов блоков, формируемых на базе исходный последовательности $S = (a_1, a_2, \dots, a_n)$, определяются модифицированные составы блоков в соответствии с введенными принципами сортировки. Для формирования модифицированных составов блоков используется операция «сравнить и разделить».

Обозначим через b_l блок значение, соответствующих процессорному элементу P_l, вид блока b_l следующий: $b_l = (a_{l1}, a_{l2}, \dots, a_{ln_l})$.

Тогда в результате обмена блоками b_l и b_h между ПЭ P_l и P_h формируется фрагмент (блок) данных длиной $2n/p$ (в результате слияния блоков b_l и b_h формируется блок $b_l \cup b_h$, где «∪» — операция конкатенации (соединения) блоков).

$(b_l \cup b_h)'_2 \to P_h$ Результирующий блок $b_l \cup b_h$ должен быть упорядочен в соответствии с введенным правилом. После чего формируется левая половина блока $(b_l \cup b_h)'$ в виде $(b_l \cup b_h)'_1$ и правая половина блока в виде $(b_l \cup b_h)'_2$. Левая половина $(b_l \cup b_h)'_1$ блока закрепляется за ПЭ P_l, правая за P_h. Таким образом $(b_l \cup b_h)'_1 \to P_l$,

1.3.3 Вид последовательности действий при реализации операции «сравнить и разделить»

В результате реализации процедуры «сравнить и разделить» блоки на процессорах P_l и P_h совпадают по размеру с блоками b_l и b_h (исходными блоками). Все значения, расположенные на процессоре P_l, не превышают значений на процессоре P_h

Формализация введенного утверждения:

$$[b_l \cup b_h]' = b'_l \cup b'_h; \forall a_i \in \forall b'_l, \forall a_j \in \forall b'_h : a_i \le a_j.$$

Операция «сравнить и разделить» является базовой подзадачей при организации параллельной сортировки.

Схема реализации процедуры «сравнить и разделить» представлена на Рис. 1.1.

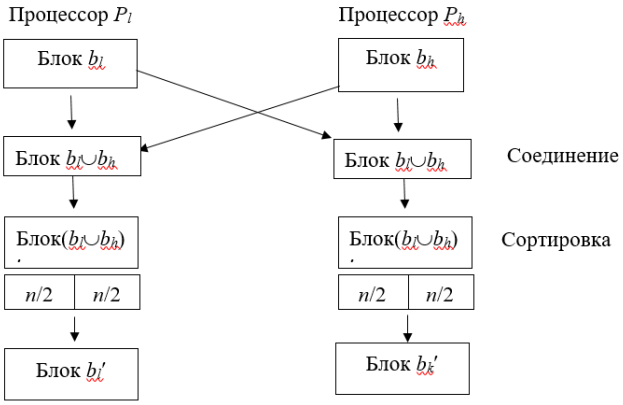


Рисунок 1.1. – Схема реализации процедуры «сравнить и разделить»

Особенности использования операции «сравнить и разделить» при реализации алгоритмов сортировки:

1) составы блоков данных, относящиеся к процессорным элементам, изменяются в ходе выполнения сортировки;

2) размер блоков данных может быть постоянным и одинаковым, либо может различаться в ходе реализации сортировки.

1.4 Метод пузырьковой сортировки. Параллельная реализация

1.4.1 Реализация чет-нечетной перестановки при P=*n*

Для параллельной реализации метода пузырьковой сортировки используется его модификация, называемая чет-нечетной перестановкой.

Этапы реализации метода чет-нечетной перестановки:

1) Разбиение массива (последовательности) S на пары вида $(a_0, a_1), (a_2, a_3), (a_4, a_5), \ldots, (a_{n-2}, a_{n-1})$ – четная сортировка.

Для каждой пары элементов выполняется операция «сравнить и переставить». В каждой паре слева помещается наименьший элемент, справа – наибольший.

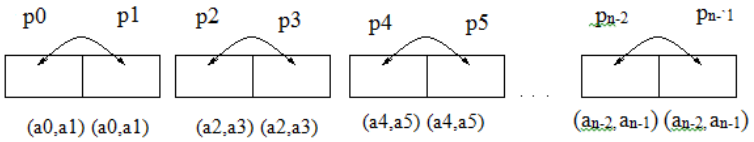
2) Массив значений (последовательности) S разбивается на пары вида $(a_1, a_2), (a_3, a_4), \ldots, (a_{n-3}, a_{n-2})$– нечетная сортировка.

Для каждой пары элементов выполняется операция «сравнить и переставить». Таким образом при четной сортировке пары начинаются с четных индексов, при нечетной сортировке с нечетных индексов.

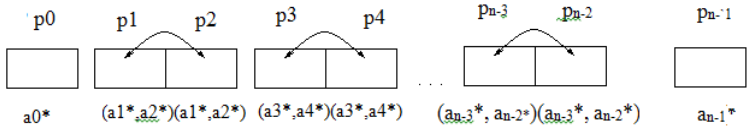
Рассмотренный алгоритм непосредственно может быть использован при реализации параллельной сортировки в случае, если число ПЭ равно количеству n элементов в последовательности S.

Порядок реализации обмена при формировании пар значений:

1. Первый этап (четные пары)



2. Второй этап (нечетные пары процессов)



Пример реализации чет-нечетной перестановки элементов при пузырьковой сортировке

Исходная последовательность: 18752

1 этап: 18 *75* 2 –> 18 *57* 2

2 этап: 1 *85 72* –> 1 *58 27*

1 этап: 15 *82* 7 –> 15 *28* 7

2 этап: 1 *52 87* –> 1 *25 78*

Вывод по параллельной реализации пузырьковой сортировки в случае P= n:

1) Процессоры с номерами, соответствующими элементам в парах, обмениваются друг с другом значениями и формируют их пары.

2) Каждый ПЭ, сформировавший на данном этапе пару элементов, реализует операцию «сравнить и переставить» параллельно с другими ПЭ.

3) Если номер ПЭ соответствует меньшему номеру элемента в паре, то он сохраняет минимальный элемент, если номер процессорного элемента соответствует большему номеру, то он сохраняет максимальный элемент.

1.4.2 Реализация пузырьковой сортировки при P<n (упрощенная интерпретация)

Последовательность из n элементов разделяется на части одинакового размера n/p. Каждая из частей назначается соответствующему устройству. Элементы, входящие в блок предварительно, сортируются (блок закреплен b_l за устройством P_l). После начальной инициализации и сортировки блоков алгоритм пузырьковой сортировки предполагает реализацию следующих этапов (предполагает реализацию обмена между вычислительными устройствами следующих образом):

1) Обмен внутри четных пар процессоров с номерами (0, 1), (2, 3), (4,5),...;
2) Обмен внутри нечетных пар процессоров с номерами (1, 2), (3, 4), (5, 6);

После обмена каждое устройство, реализовывавшее обмен, выполняет операцию «сравнить и разделить» параллельно с другими устройствами.

Пример реализации обмена при пузырьковой сортировке, при условии $P<n$, представлен на Рис.1.2.

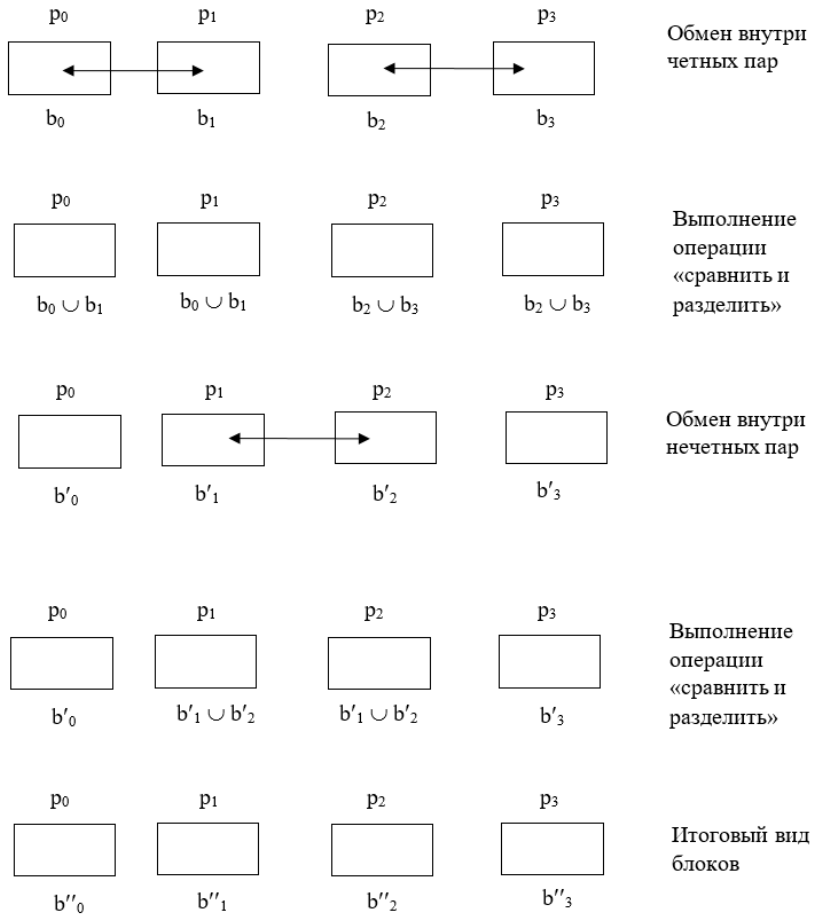


Рисунок 1.2 – Схема реализации четно-нечетной перестановки при $P<n$

Пример реализации обмена при пузырьковой сортировке, (n = 6, p = 3)

Исходная последовательность S имеет вид:

S = (2, 8, 4, 5, 6, 7)

0 этап	2 8	4 5	6 7
	p_0	p_1	p_2
1-ый этап	p_0	p_1	p_2
	2 8 4 5	2 8 4 5	6 7

Операция «сравнить и разделить»	p_0	p_1	p_2
	2 4 5 8	2 4 5 8	6 7
	2 4	5 8	6 7
2-ой этап	p_0	p_1	p_2
	2 4	5 8 7 6	5 8 6 7
Операция «сравнить и разделить»	p_0	p_1	p_2
	2 4	5 6 7 8	5 6 7 8
Конечный вид последовательности	2 4	5 6	7 8

1.4.3 Формализация метода чет-нечетной перестановки для случая P<n (блочный аналог четно-нечетной перестановки)

Алгоритм «сортировки слиянием» двух упорядоченных массивов.

Заданы исходные массивы, элементы которых должны быть упорядочены. Массивы являются отсортированными.

Вид исходных массивов:

$$A = \{a_{j_a} | \, j_a = \overline{0, n_A - 1}\}, a_{j_a+1} \geq a_{j_a}$$
$$B = \{b_{j_b} | \, j_b = \overline{0, n_B - 1}\}, b_{j_b+1} \geq b_{j_b}$$

Вид результирующего массива:

$$C = \{c_j | \, j = \overline{0, n_C - 1}\},$$

где $n_C = n_A + n_B$, в итоге элементы такие, что $c_{j+1} \geq c_j$;

Начальными условиями для реализации алгоритма является инициализация индексов массивов A, B, C значением 0 (j=0)

Три возможных варианта реализации вычислительного процесса в соответствии с алгоритмом:

I. Если $a_{n_A-1} \leq b_0$, тогда
   1. $c_j = a_{j_a}$, где $j_a = \overline{0, n_A - 1}; j = \overline{0, n_A - 1}$
   2. $c_j = b_{j_b}$, где $j_b = \overline{0, n_B - 1}; j = \overline{n_A, n_A + n_B - 1}$

II. если $b_{n_{b-1}} \leq a_0$, тогда:
   1. $c_j = b_{j_b}$, где $j_b = \overline{0, n_B - 1}; j = \overline{0, n_B - 1}$
   2. $c_j = a_{j_a}$, где $j_a = \overline{0, n_A - 1}; j = \overline{n_B, n_B + n_B - 1}$

т.е. сначала в С записывается один массив, потом другой.

III. Сравнение a_{ja} и b_{jb}, если:
   1. $a_{j_a} < b_{j_b}$, тогда $c_j = a_{j_a}$;
      $j = j + 1; j_a = j_a + 1$;(индекс j_b не изменяется)
   2. $b_{j_b} \leq a_{j_a}$, тогда $c_j = b_{j_b}$;
      $j = j + 1; j_b = j_b + 1$;(индекс j_a не изменяется)
   3. сравнение a_{j_a} и b_{j_b} продолжается до тех пор, пока
      $j_a \leq n_A - 1$ либо $j_b \leq n_B - 1$;
      Если $j_a > n_A - 1$, тогда шаг 4;
      Если $j_b > n_B - 1$, тогда шаг 5;
   4. если $j_a > n_A - 1$,тогда
   – $c_j = b_{j_b}, i = i + 1; j_b = j_b + 1$;
   – Если $j_b \leq n_B - 1$, тогда шаг 4;
   5. если $j_b > n_B - 1$,тогда
   – $c_j = a_{j_a}, j = j + 1; j_a = j_a + 1$;
   – если $j_a \leq n_A - 1$, тогда шаг 5

Т.е. как только исчерпан один из входных массивов (А или В), но не исчерпан другой, тогда оставшаяся часть не законченного массива переписывается в массив С.

1.5 Сортировка Шелла

1.5.1 Последовательная реализация сортировки Шелла

Особенность реализации перестановки – обмен при выполнении условия сортировки выполняется между элементами массива, расположенными друг от друга на большом расстоянии.

При этом на 1-м этапе рассматриваются группы по 2 элемента, на 2-м этапе рассматриваются группы по 4 элемента, на 3-м этапе - по 8 элементов и на заключительном этапе рассматривается весь массив.

Таким образом на 1-м шаге происходит упорядочивание элементов в $^{n}/_{2}$ парах следующего вида: $(a_i; a_{^{n}/_{2}+i})$, где $i = \overline{1, {}^{n}/_{2}}$.

На 2-м этапе упорядочиваются элементы в $^{n}/_{4}$ группах из 4-х элементов вида: $(a_i; a_{^{n}/_{4}+i}; a_{^{n}/_{2}+i}; a_{^{3n}/_{4}+i})$, где $i = \overline{1, {}^{n}/_{4}}$.

На 3-м этапе упорядочиваются элементы в $^{n}/_{8}$ группах по 8 элементов вида: $(a_i; a_{^{n}/_{8}+i}; a_{^{2n}/_{8}+i}; a_{^{3n}/_{8}+i}; a_{^{4n}/_{8}+i}; a_{^{5n}/_{8}+i}; a_{^{6n}/_{8}+i}; a_{^{7n}/_{8}+i})$, где $i = \overline{1, {}^{n}/_{8}}$

На заключительном этапе упорядочиваются элементы во всем массиве $(a_1, a_2, \dots, a_n)$.

Таким образом на каждом следующем этапе расстояния между элементами в группе уменьшается в 2 раза, а число элементов в группе увеличивается в 2 раза. На последнем этапе сортируется весь массив как одна группа.

При определении элементов, входящих в соответствующие группы, внутри этих групп выполняется сортировка элементов.

Таким образом на каждом этапе выполняется сортировка элементов внутри выделенных групп.

1.5.2 Пример реализации последовательной сортировки Шелла

Исходный массив имеет вид:

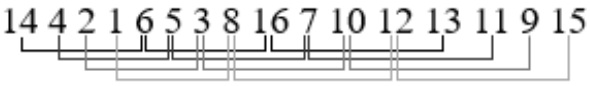
16 10 1 13 11 3 8 14 4 2 12 6 5 9 15

1 этап (1; $^{n}/_{2}$ +1), (2; $^{n}/_{2}$ +2),…,($^{n}/_{2}$; n)

8 групп по 2 элемента

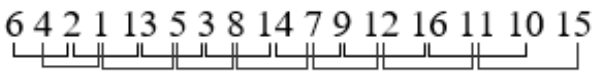
2 этап 4 группы по 4 элемента, группы элементов с индексами:

$$\left(1; {}^{n}/_{4}+1; {}^{n}/_{2}+1; {}^{3n}/_{4}+1\right), \dots, \left({}^{n}/_{4}; {}^{2n}/_{4}; {}^{3n}/_{4}; n\right)$$

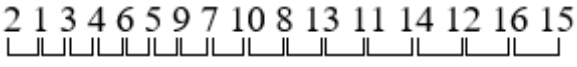


3 этап 2 группы по 8 элементов, группы элементов с индексами:

$$\left(1; {}^{n}/_{8}+1; {}^{n}/_{4}+1; {}^{3n}/_{8}+1; {}^{n}/_{4}+1; {}^{5n}/_{8}+1; {}^{6n}/_{8}+1; {}^{7n}/_{8}+1\right),$$
$$\dots, \left(2; {}^{n}/_{8}+2; {}^{2n}/_{8}+2; {}^{3n}/_{8}+2; {}^{4n}/_{8}+2; {}^{5n}/_{8}+2; {}^{6n}/_{8}+2; {}^{7n}/_{8}+2\right)$$



4 этап 1 группа по 16 элементов:



1 2 3 4 5 6 7 9 8 10 11 13 12 14 15 16

Необходим повторный проход по массиву.

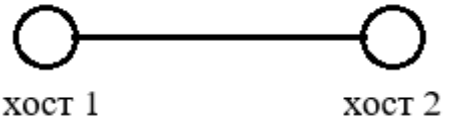
1.5.3 Параллельная реализация сортировки Шелла

Реализация параллельной сортировки предполагает наличие параллельно действующих узлов. Здесь должно быть определено различие между взаимодействием блоков массива и взаимодействием ПЭ.

Гиперкуб — топология соединения отдельных хостов кластера либо гиперкуб – топология взаимодействия процессов, выполняющихся на хостах кластера.

Реализацию параллельного алгоритма сортировки Шелла рассмотрим на примере гиперкуба заданной размерности.

Имеем: N=1, тогда число ПЭ, входящих в гиперкуб $p=2^N$, тогда p = 2.
В этом случае топология кластера имеет вид:



Количество элементов в массиве равно 16.

Для реализации параллельной сортировки Шелла исходный массив должен быть разбит на 2*p блоков данных (2*p блоков элементов массива).

При N=1 p=2 n=16 должен быть сформировано 4 блока по 4 элемента (количество блоков данных $q=2^{N+1}$).

Из блоков данных должен быть образован гиперкуб размерности N+1. Таким образом каждому из блоков данных ставится в соответствие процесс. Нумерация процессов реализуется в двоичной системе, соответственно 00, 01, 10, 11 (номер процесса соответствует номеру блока данных). Вид номера: первый нулевой, нумерация справа-налево, начиная с нулевого разряда.

Реализация параллельной сортировки Шелла выполняется в 2 этапа:

1 этап: (N+1 итерация) предполагает выполнение операции «сравнить и разделить» для соответствующих пар процессов в кубе.

Правило формирования номеров взаимодействующих процессов (номеров блоков данных, для которых выполняется операция "сравнить и разделить").

Если i-номер итерации ($i=\overline{0,N}$ всего N+1 итерация), тогда пары образуют те процессы (блоки), у которых различие в битовом представлении их номеров имеются в позиции (разряде) N-i.

При N=1, i=0 для первых пар блоков должно быть различие в первом разряде. На первой итерации обмен блоками и реализация операции «сравнить и разделить» должен быть выполнены для номеров 00 и 10, 01 и 11.

При N=1, i=1 для вторых пар блоков должно быть различие в нулевом разряде. Таким образом на второй итерации обмен блоками и реализация операции "сравнить и разделить" выполняется для номеров 00 и 01, 10 и 11.

Таким образом при N=1 должно быть выполнено 2 итерации, на которых реализуется обмен блоками между процессами с соответствующими номерами и выполнение процессами операции «сравнить и разделить».

2 этап предполагает реализацию итераций алгоритма четной-нечетной перестановок (т.е. последовательный обмен блоками между процессами, номера которых определяются алгоритмом четной-нечетной перестановки, и реализация операции «сравнить и разделить».

Итерации продолжаются до прекращения изменения сортируемого набора.

В рассматриваемом случае четная перестановка – обмен данными между процессами с номерами (00, 01) и (10, 11) (обмен блоками в указанных парах процессов). Нечетная перестановка – (01, 10).

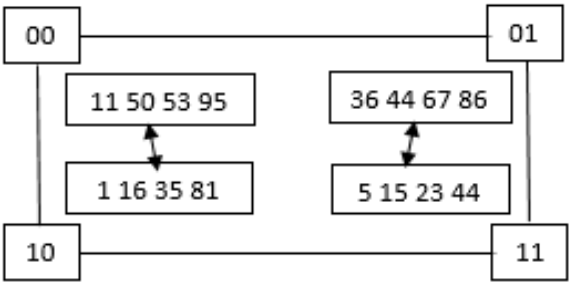
Пример реализации итераций алгоритма параллельной сортировки Шелла

Некоторый массив (с разбиением на блоки) имеет вид:

11 50 53 95 | 36 44 67 86 | 1 16 35 81 | 5 15 23 44

1-я итерация 1-го этапа алгоритма:

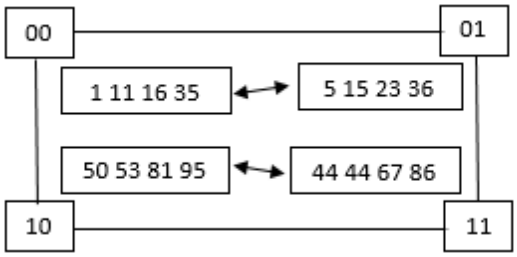
Процессы/блоки



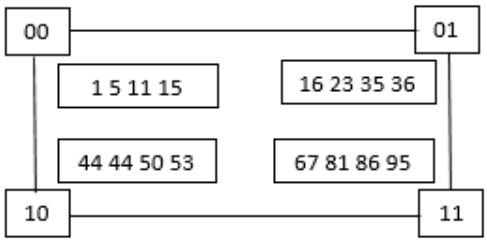
Гиперкуб с N=1 для хостов

Гиперкуб с N=2 для процессов

2-я итерация 1-го этапа

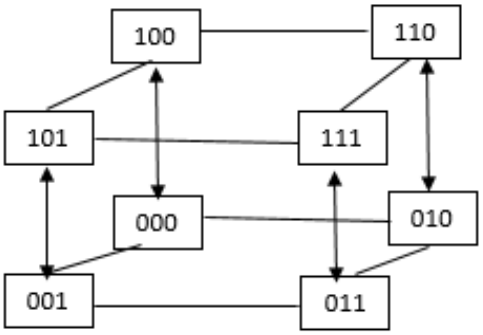


Результат второй итерации 1-го этапа



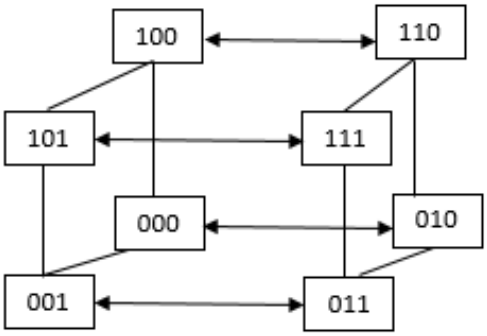
Исходя из результатов 1-го этапа четно-нечетные перестановки не требуется.
Пример организации обмена между процессами на первом этапе при N=2, p=4, q=2*p=8
Нумерация блоков (процессов): 000, … ,111 (0, … ,7)
Формат номера блока: 2-я позиция, 1-я позиция, 0-я позиция.
Определение номеров процессов, реализующих обмен блоками данных на каждой итерации 1-го этапа.

Итерация 0 (i=0) =>$N_{\text{позиции}} = N - i = 2$.
Вид обмена между процессами в гиперкубе



Обмен между парами блоков:
0(0$\underline{0}$0)⇔4(1$\underline{0}$0)
1(0$\underline{0}$1)⇔5(1$\underline{0}$1)
2(0$\underline{1}$0)⇔6(1$\underline{1}$0)
3(0$\underline{1}$1)⇔7(1$\underline{1}$1)

Итерация 1 (i=1) $N_{\text{позиции}} = N - i = 1$.



Обмен между парами блоков:
0(0$\underline{0}$0)⇔2(0$\underline{1}$0)
1(0$\underline{0}$1)⇔3(0$\underline{1}$1)

4(1$\underline{0}$0)⇔6(1$\underline{1}$0)
5(1$\underline{0}$1)⇔7(1$\underline{1}$1)

Итерация 2 (i=2) $N_{\text{позиции}} = N - i = 0$.
Обмен между парами блоков:
0(00$\underline{0}$)⇔1(00$\underline{1}$)
2(01$\underline{0}$)⇔3(01$\underline{1}$)
4(10$\underline{0}$)⇔5(10$\underline{1}$)
6(11$\underline{0}$)⇔7(11$\underline{1}$)

2. Задание на работу.

Выполнить разработку и отладку программы параллельной сортировки данных с использованием вызовов требуемых функций библиотеки MPI в соответствии с вариантом, указанным преподавателем. Дополнительно реализовать последовательный вариант того же метода сортировки. Получить результаты работы программы в виде протоколов сообщений, комментирующих параллельное выполнение процессов и их взаимодействие в ходе выполнения. Оценить эффективность параллельного процесса сортировки в сравнении с последовательным на том же наборе исходных данных.

Таблица 6.1 — Варианты заданий

Номер варианта	Вид сортировки
1	Чет-нечетная
2	Шелла N=2
3	Шелла N=3

3. Контрольные вопросы

3.1. Назовите особенности реализации и использования рассматриваемых моделей взаимодействия распределенных процессов.
3.2. Сформулируйте понятие топологии кластера и остовного дерева, определите форматы рассылаемых сообщений, алгоритмы построения топологии кластера и остовного дерева, алгоритм рассылки.
3.3. Сформулируйте алгоритм реализации механизма «Распределенных семафоров», назначение логических часов и очереди сообщений, определите форматы передаваемых сообщений.
3.4. Сформулируйте алгоритм реализации модели «передачи маркера».