

Một ma trận bất kì luôn phân tích thành tích 3 ma trận đó là: 2 ma trận trực giao, 1 ma trận đường chéo.

Bước 1: Tính  $A^T$ ,  $A^T A$  và  $AA^T$

Bước 2: Xác định trị riêng của ma trận  $A^T A \Rightarrow$  Các giá trị kì dị của ma trận  $A$

Với mỗi giá trị riêng  $\lambda_i$  của ma trận ta tìm được giá trị kì dị của ma trận

$$\sigma_i = \sqrt{\lambda_i}$$

Bước 3: Xây dựng ma trận  $\Sigma$

Từ các giá trị  $\sigma_i$  ta tìm được ma trận  $\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \sigma_r \end{bmatrix}$

Tùy thuộc kích thước ma trận  $A$  ta chia  $\Sigma$  thành 2 dạng :

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & \sigma_r & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (m < n)$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \sigma_r \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (m \geq n)$$

Bước 4: Tính giá trị ma trận  $V \Rightarrow V^T$

Ứng với mỗi trị riêng của  $A^T A$  ta tìm được một vector riêng  $v_i$ , từ đó ta được

$$V = [v_1 v_2 \dots v_n] \Rightarrow V^T$$

Bước 5: Tính giá trị ma trận  $U$

Ứng với mỗi trị riêng của  $AA^T$  ta tìm được một vector riêng  $u_i$ , từ đó ta được

$$U = [u_1 u_2 \dots u_m]$$

Bước 6:  $\Rightarrow$  Dạng kì dị của ma trận  $A$

$$A = U * \Sigma * V^T$$