# Phương pháp ADAMs giải bài toán IVPs

# Bài toán Cauchy

$$\begin{cases} y' = f(x, y), x \in I = \left[x_0, X\right], \\ y \in C^1\left(I, R^k\right) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

# Phương pháp đa bước tuyến tính

- Một công thức

$$\sum_{i=0}^{s} \alpha_i y_{n-i} = \sum_{i=0}^{s} \beta_i f_{n-i}, \quad \alpha_i, \beta_i \in \mathbb{R}, \alpha_s^2 + \beta_s^2 \neq 0$$

$$y_{n-i} \approx y\left(x_{n-i}\right) \tag{1}$$

$$f_{n-i} = f\left(x_{n-i}, y_{n-i}\right) \approx f\left(x_{n-i}, y\left(x_{n-i}\right)\right)$$

dùng để giải bài toán IVPs được gọi là một phương pháp tuyến tính s bước

# Phương pháp đa bước tuyến tính

- Công thức (1) được gọi là một công thức hiện nếu

$$\beta_0 = 0$$

và được gọi là công thức ẩn nếu

$$\beta_0 \neq 0.$$

# Tính ổn định của phương pháp đa bước

- Phương trình đặc trưng thứ nhất của phương pháp:

$$\alpha_0\xi^s + \alpha_1\xi^{s-1} + \cdots + \alpha_{s-1}\xi + \alpha_s = 0$$

- Phương trình đặc trưng thứ hai của phương pháp:

$$\sum_{k=0}^{s}\alpha_k\xi^{s-k} = \sum_{k=0}^{s}\beta_k\xi^{s-k}$$

# Tính ổn định của phương pháp đa bước

- Nếu đa thức đặc trưng thứ hai của phương pháp có các nghiệm nằm trong đường tròn đơn vị trên mặt phẳng phức thì phương pháp ổn định tuyệt đối.
- Nếu đa thức đặc trưng thứ hai của phương pháp có các nghiệm nằm trong đường tròn đơn vị trên mặt phẳng phức trừ một vài nghiệm đơn nằm trên biên thì phương pháp ổn định có điều kiện

# Cấp chính xác phương pháp đa bước

- Bậc của sai số chặt cụt được gọi là cấp chính xác của phương pháp

$$\Psi\left(y\right)=\sum_{i=0}^{s}\alpha_i y\left(x_{n-i}\right)-\sum_{i=0}^{s}\beta_i f\left(x_{n-i},y\left(x_{n-i}\right)\right)$$

$$\Psi_h\left(y\right)=\sum_{i=0}^{s}\alpha_i y_{n-i}-\sum_{i=0}^{s}\beta_i f_{n-i}$$

$$\Psi\left(y\right)-\Psi_h\left(y\right)=Ch^{p+1}+O\left(h^{p+1}\right)$$

# Phương trình tích phân

$$y(x) = y(x_0) + \int_{x_0}^{x} f(t, y(t))\,dt$$

$$y(x_{k+1}) = y(x_k) + \int_{x_k}^{x_{k+1}} f(t, y(t))\,dt$$

# Ý tưởng

- Adams Bashforth – Adams ngoại suy:
  - Xấp xỉ $f$ bằng đa thức nội suy cấp $s$ - 1 qua $s$ mốc nội suy

$$(x_{n-s}, f_{n-s}),(x_{n-s+1}, f_{n-s+1}),...,(x_{n-1}, f_{n-1})$$

  - Tính tích phân

$$I_{n-1} = \int_{x_{n-1}}^{x_n} f\left(x, y(x)\right)dx \approx \int_{x_{n-1}}^{x_n} P_{s-1}\left(x\right)dx$$

# Ý tưởng

- Adams Moulton – Adams nội suy:
  - Xấp xỉ $f$ bằng đa thức nội suy cấp $s$ qua $s+1$ mốc nội suy

$$(x_{n-s}, f_{n-s}),\ldots,(x_{n-1}, f_{n-1}),(x_n, f_n)$$

  - Tính tích phân

$$I_{n-1} = \int_{x_{n-1}}^{x_n} f\left(x, y(x)\right)dx \approx \int_{x_{n-1}}^{x_n} P_s(x)\,dx$$

- Yêu cầu:
  - Xây dựng công thức cho các công thức ADAM s bước
  - Giải bài toán Cauchy từ công thức xây dựng được ở trên