RICORSIONE

Agenda

- Record di attivazione
- Ricorsione
- Iterazione
- Ricorsione Tail

```
int somma(int num1, int num2) {
    return num1 + num2;
int main() {
   int numero1, numero2, risultato;
   numero1 = 10;
   numero2 = 2;
    risultato = somma(numero1, numero2);
   printf("La somma di %d e %d è %d\n", numero1, numero2, risultato);
    return 0;
```

```
int somma(int num1, int num2) {
   return num1 + num2;
}
```

Di cosa abbiamo bisogno per invocare questa funzione?

```
int somma(int num1, int num2) {
   return num1 + num2;
}
```





Non è magia... (Purtroppo)



```
int somma(int num1, int num2) {
   return num1 + num2;
}
```

Ragioniamoci insieme...

Di cosa avremmo bisogno se dovessimo invocare questa funzione?

```
int somma(int num1, int num2) {
   return num1 + num2;
}
```

```
void swap( int a, int b) {
  int temp = a;
  a = b;
  b = temp;
}
```

Cosa fa questo codice?

```
void swap( int a, int b) {
  int temp = a;
  a = b;
  b = temp;
}
```

Cosa fa questo codice?

Siamo sicuri che non ci siano effetti collaterali?

```
• • •
#include <stdio.h>
void swap(int,int);
void swap(int a, int b){
    int temp = a;
    a = b;
    b = temp;
int main()
    int a, b;
    a = 12;
    b=1;
    swap(a,b);
    printf("il valore di a è %d, mentre il valore di b è %d",a,b);
    return 0;
```

```
il valore di a è 12, mentre il valore di b è 1
...Program finished with exit code 0
Press ENTER to exit console.
```

Ma non li avevamo scambiati?!

```
il valore di a è 12, mentre il valore di b è 1
...Program finished with exit code 0
Press ENTER to exit console.
```

Passaggio di parametri per VALORE!!

```
#include <stdio.h>
void swap(int *a, int *b) {
    int temp = *a;
    *a = *b;
    *b = temp;
int main() {
    int a = 12;
    int b = 1;
    printf("Prima dello scambio: a = %d, b = %d n", a, b);
    swap(&a, &b);
    printf("Dopo lo scambio: a = %d, b = %d\n", a, b);
    return 0;
```

```
Prima dello scambio: a = 12, b = 1
Dopo lo scambio: a = 1, b = 12

...Program finished with exit code 0
Press ENTER to exit console.
```

Lo scambio è avvenuto correttamente

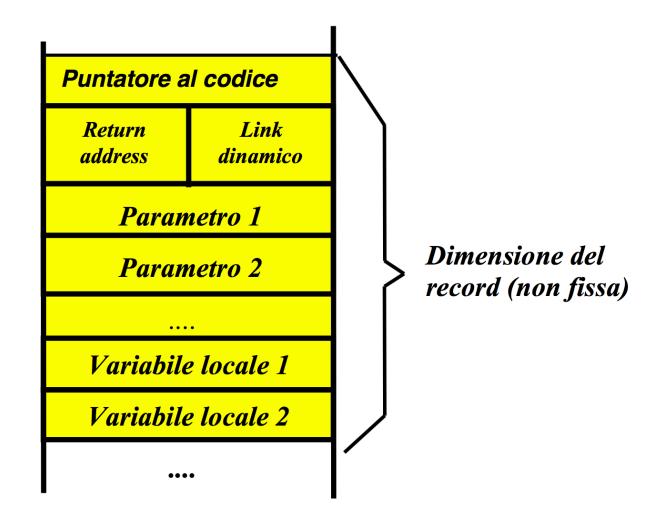
```
Prima dello scambio: a = 12, b = 1
Dopo lo scambio: a = 1, b = 12
```

Passaggio di parametri per INDIRIZZO!!

Lo scambio è avvenuto correttamente

- Ogni volta che viene invocata una funzione:
 - si crea di una nuova attivazione (istanza) del servitore (la funzione chiamata)
 - viene allocata la memoria per i parametri e per le variabili locali
 - si effettua il passaggio dei parametri
 - si trasferisce il controllo al servitore
 - si esegue il codice della funzione

- Al momento dell'invocazione:
 - viene creata dinamicamente una struttura dati che contiene il binding (legame) dei parametri e degli identificatori definiti localmente alla funzione detta RECORD DI ATTIVAZIONE.
- È l'"environment della funzione": contiene tutto ciò che serve per la chiamata alla quale è associato:
 - i parametri formali
 - le variabili locali
 - l'indirizzo di ritorno (Return address RA) che indica il punto a cui tornare (nel codice della funzione chiamante, detta *cliente*) al termine della funzione, per permettere al cliente di proseguire una volta che la funzione termina.
 - un collegamento al record di attivazione del cliente (Link Dinamico DL)
 - l'indirizzo del codice della funzione (puntatore alla prima istruzione del corpo)



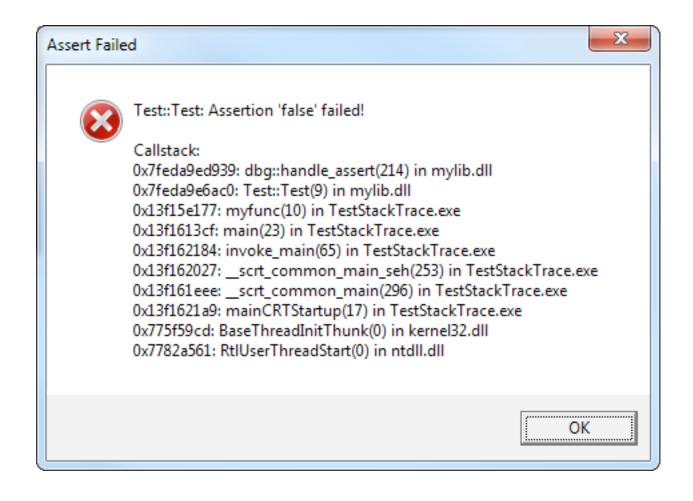
- Il record di attivazione associato a una chiamata di una funzione f:
 - creato al momento della invocazione di f
 - permane per tutto il tempo in cui la funzione f è in esecuzione
 - è distrutto (deallocato) al termine dell'esecuzione della funzione stessa.
- Ad ogni chiamata di funzione viene creato un nuovo record, specifico per quella chiamata di quella funzione
- La dimensione del record di attivazione
 - varia da una funzione all'altra
 - per una data funzione, è fissa e calcolabile a priori

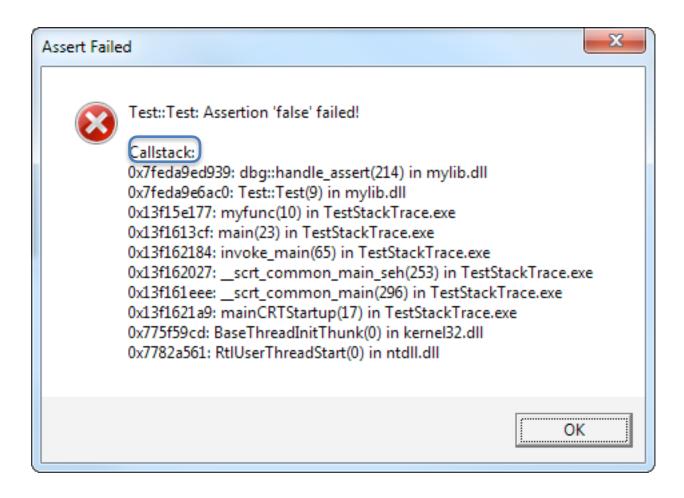
- Il record di attivazione associato a una chiamata di una funzione f:
 - creato al momento della invocazione di f

Ma cosa c'entra con strutture dati?!

record, specifico per quella chiamata di quella funzione

- La dimensione del record di attivazione
 - varia da una funzione all'altra
 - per una data funzione, è fissa e calcolabile a priori





Perché c'è scritto "CallStack"?

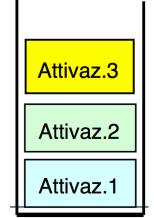
- Funzioni che chiamano altre funzioni danno luogo a una sequenza di record di attivazione
 - allocati secondo l'ordine delle chiamate
 - deallocati in ordine inverso
- La sequenza dei link dinamici costituisce la cosiddetta catena dinamica, che rappresenta la storia delle attivazioni ("chi ha chiamato chi")

Stack

 L'area di memoria in cui vengono allocati i record di attivazione viene gestita come una pila:

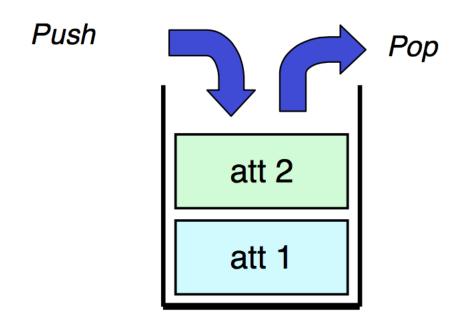
STACK

- È una struttura dati gestita a tempo di esecuzione con politica LIFO (Last In, First Out l'ultimo a entrare è il primo a uscire) nella quale ogni elemento è un record di attivazione.
- La gestione dello stack avviene mediante due operazioni:
 - push: aggiunta di un elemento (in cima alla pila)
 - pop: prelievo di un elemento (dalla cima della pila)

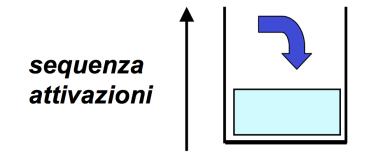


Stack

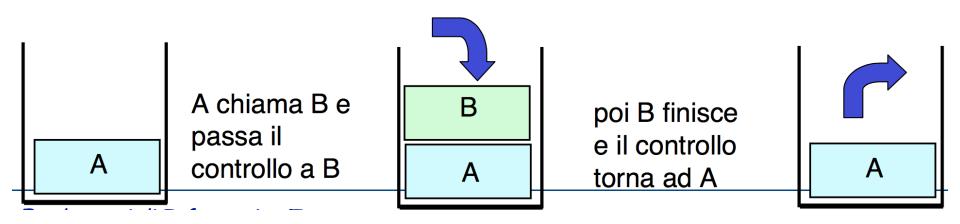
L'ordine di collocazione dei record di attivazione nello stack indica la cronologia delle chiamate:



 Normalmente lo STACK dei record di attivazione si disegna nel modo seguente:



 Quindi, se la funzione A chiama la funzione B, lo stack evolve nel modo seguente



Esempio: chiamate annidate

```
Programma:
int R(int A) {
  return A+1;
int Q(int x) {
  return R(x);
int P(void) {
  int a=10;
  return Q(a);
main() {
 int x = P();
```

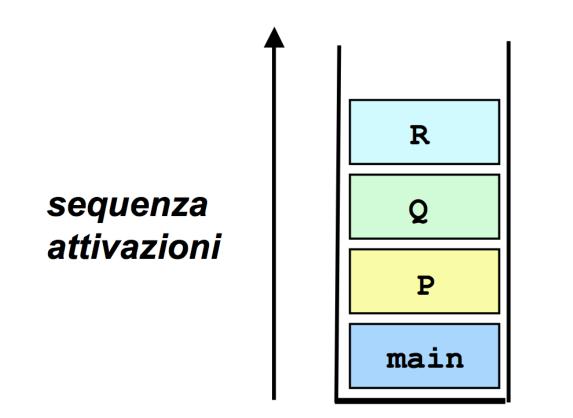
Esempio: chiamate annidate

```
Programma:
                 Sequenza chiamate:
int R(int A) {
  return A+1;
                 S.O. \rightarrow main \rightarrow P() \rightarrow Q() \rightarrow R()
int Q(int x) {
  return R(x);
int P(void) {
  int a=10;
  return Q(a);
main() {
 int x = P();
```

Esempio: chiamate annidate

Sequenza chiamate:

• s.o. \rightarrow main \rightarrow P() \rightarrow Q() \rightarrow R()



Esercizio

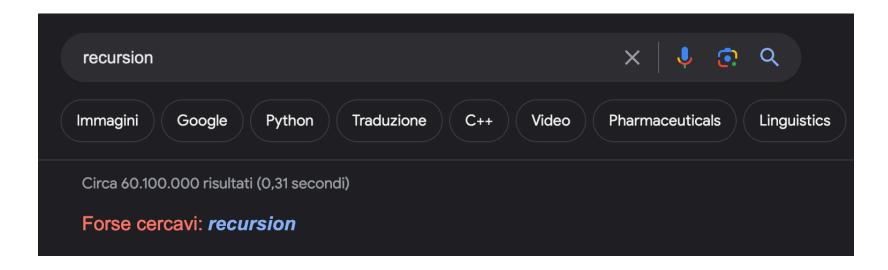
Definire i record di attivazione per la seguenti chiamate

```
int main() {
    printf("Main: Inizio\n");
    funzioneA();
    printf("Main: Fine\n");
    return 0;
void funzioneA() {
    int a = 1;
    printf("Funzione A: Inizio\n");
    printf("Funzione A: a = %d\n", a);
    funzioneB();
    printf("Funzione A: Fine\n");
}
void funzioneB() {
    int b = 2;
    printf("Funzione B: Inizio\n");
    printf("Funzione B: b = %d\n", b);
    funzioneC();
    printf("Funzione B: Fine\n");
}
void funzioneC() {
    int c = 3:
    printf("Funzione C: Inizio\n");
    printf("Funzione C: c = %d\n", c);
    printf("Funzione C: Fine\n");
```

Agenda

- Record di attivazione
- Ricorsione
- Iterazione
- Ricorsione Tail

La Ricorsione



La Ricorsione

- Una funzione matematica è definita ricorsivamente quando nella sua definizione compare un riferimento a se stessa
- La ricorsione consiste nella possibilità di definire una funzione in termini di se stessa
- È basata sul principio di induzione matematica:
 - se una proprietà P vale per n=n₀ (<u>CASO BASE</u>)
 - e si può dimostrare che, assumendola valida per $n>=n_0$, allora vale anche per n+1
 - _allora P vale per ogni n≥n₀

Esempio di funzione matematica definita ricorsivamente: Il Fattoriale

Esempio: Il fattoriale di un numero naturale

fact(n) = n!

```
n!: N -> N

n! \text{ Vale 1} \qquad \text{Se n} == 0

n! \text{ Vale n*(n-1)!} \qquad \text{Se n} == 0
```

La Ricorsione in programmazione

- Operativamente, risolvere un problema con un approccio ricorsivo comporta
 - di identificare un "caso base", con soluzione nota
 - di riuscire a esprimere la soluzione del caso generico n in termini dello stesso problema in uno o più casi più semplici (n-1, n-2, etc.), dove n è la taglia del problema

La Ricorsione in programmazione

(cont.)

- Un sottoprogramma ricorsivo è:
 - un sottoprogramma che richiama <u>direttamente</u> o <u>indirettamente</u> se stesso.
- Non tutti i linguaggi realizzano il meccanismo della ricorsione. Quelli che lo realizzano, di solito utilizzano la tecnica di gestione mediante record di attivazione: ad ogni chiamata è associato un record di attivazione (variabili locali e punto di ritorno).

La Ricorsione: Il Fattoriale

- In C è possibile realizzare funzioni ricorsive
- Il corpo di ogni funzione ricorsiva contiene almeno una chiamata alla funzione stessa, direttamente o indirettamante.
- Esempio: definizione in C della funzione ricorsiva fattoriale.

```
int fact(int n)
{
   if (n==0) return 1;
   else return n*fact(n-1);
}
```

La Ricorsione: Il Fattoriale

• Servitore & Cliente: fact è sia servitore che cliente (di se stessa):

```
int fact(int n)
{
   if (n==0) return 1;
   else return n*fact(n-1);
}

main() {
   int fz,z = 5;
   fz = fact(z-2);
}
```

Servitore & Cliente:

```
int fact(int n) {
    if (n<=0) return 1;
    else return n*fact(n-1);
}
main() {
    int fz,z = 5;
    fz = fact(z-2);
}</pre>

int fact(int n) {
    if (n<=0) return 1;
    si valuta l'e
    costituisce
    (nell'environ
    trasmette ac
    copia del val
}</pre>
```

Si valuta l'espressione che costituisce il parametro attuale (nell'environment del main) e si trasmette alla funzione fact() <u>una</u> <u>copia</u> del valore così ottenuto (3)

fact(3) effettuerà poi analogamente una nuova chiamata di funzione fact(2)

Servitore & Cliente:

```
int fact(int n) {
    if (n \le 0) return 1;
    else return n*fact(n-1);
                         Analogamente, fact(2) effettua una
                         nuova chiamata di funzione. n-1
main() {
                         nell'environment di fact() vale 1
    int fz,z = 5;
                         quindi viene chiamata fact (1)
    fz = fact(z-2);
                         E ancora, analogamente, per
                         fact(0)
```

Servitore & Cliente:

Servitore & Cliente:

```
int fact(int n) {
    if (n<=0) return 1;
    else return n*fact(n-1);
}

### Il controllo torna al servitore
precedente fact(1) che può
int fz, z = 5;
fz = fact(z-2);
}

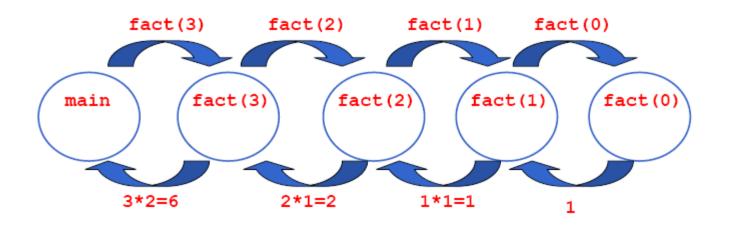
#### Il controllo torna al servitore
precedente fact(1) che può
valutare l'espressione n * 1
ottenendo come risultato 1 e
terminando
}</pre>
```

E analogamente per fact(2) e fact(3)

Servitore & Cliente:

```
int fact(int n) {
   if (n<=0) return 1;
   else return n*fact(n-1);
}
main() {
   int fz,z = 5;
   fz = fact(z-2);
   }
</pre>

IL CONTROLLO PASSA INFINE
AL MAIN CHE ASSEGNA A fz IL
VALORE 6
```



```
main

fact(3)= 3 * fact(2)= 2 * fact(1) = 1 *fact(0)

Cliente di Cliente di Cliente di Servitore fact(3)

fact(2) fact(1) fact(0) di fact(1)

Servitore Servitore Servitore del main di fact(3) di fact(2)
```

Cosa succede nello stack?

```
int fact(int n)
{
   if (n==0) return 1;
   else return n*fact(n-1);
}

main() {
   int fz,f6,z = 5;
   fz = fact(z-2);
}
NOTA: Anche il main() è
una funzione
```

Seguiamo l'evoluzione dello stack durante l'esecuzione:

Cosa succede nello stack?

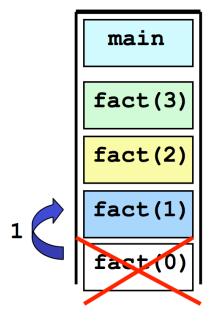
fact(3) fact(2) fact(1) || main() chiama chiama chiama Situazione chiama fact(2) fact(1) fact(0) iniziale fact(3) main main main main main fact(3) fact(3) fact(3) fact(3) fact(2) fact(2) fact(2) fact(1) fact(1) fact(0)

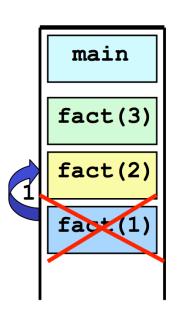
Cosa succede nello stack?

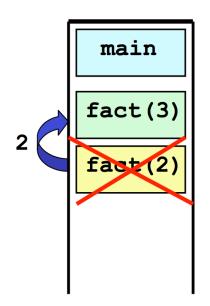
fact(0) termina
restituendo il valore
1. Il controllo torna
a fact(1)

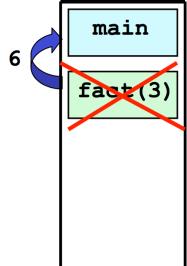
fact(1) effettua la moltiplicazione e termina restituendo il valore 1. Il controllo torna a fact(2) fact(2) effettua la moltiplicazione e termina restituendo il valore 2. Il controllo torna a fact(3)

fact(6) effettua la moltiplicazione e termina restituendo il valore 6. Il controllo torna al main.









La Ricorsione: La Somma dei Primi *n* Interi

Problema:

Calcolare la somma dei primi N interi

Algoritmo ricorsivo

Se N vale 1, allora la somma vale 1

Altrimenti la somma vale N + il risultato della somma dei primi N-1 interi

La Ricorsione: La Somma dei Primi *n* Interi (cont.)

Problema: calcolare la somma dei primi N interi

Specifica:

Considera la somma 1+2+3+...+(N-1)+N come composta di due termini:

- (1+2+3+...+(N-1))
- N
 Valore noto

Il primo termine non è altro che lo stesso problema in un caso più semplice: calcolare la somma dei primi N-1 interi

Esiste un caso banale ovvio: CASO BASE

la somma fino a 1 vale 1

La Ricorsione: La Somma dei Primi *n* Interi (cont.)

Problema: calcolare la somma dei primi N interi

Codifica:

```
int sommaFinoA(int n) {
  if (n==1) return 1;
   else return sommaFinoA(n-1)+n;
}
```

La Ricorsione: successione di Fibonacci

Piccola curiosità:

The Fibonacci Sequence

1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144,233,377...

La Ricorsione: successione di Fibonacci

Piccola curiosità:

La sequenza di Fibonacci appare sorprendentemente spesso in natura. La disposizione delle **foglie** su un **fusto**, la **ramificazione** degli **alberi**, la disposizione dei **petali dei fiori**, le **conchiglie** di **lumaca** e molti schemi di riproduzione seguono la sequenza di Fibonacci.

La Ricorsione: successione di Fibonacci

Problema: calcolare l'N-esimo numero di Fibonacci

fib (n) =
$$\begin{cases} 0, & \text{se n=0} \\ 1, & \text{se n=1} \end{cases}$$
 fib(n-1) + fib(n-2), altrimenti

La Ricorsione: Fibonacci (cont.)

Problema: calcolare l'N-esimo numero di Fibonacci

Codifica:

```
unsigned fibonacci(unsigned n) {
   if (n<2) return n;
   else return fibonacci(n-1)+fibonacci(n-2);
}</pre>
```

Ricorsione non lineare: ogni invocazione del servitore causa due nuove chiamate al servitore medesimo

1 4 10 12 15 42 47 93

Problema:

Vogliamo implementare un algoritmo per effettuare la ricerca

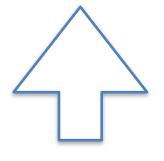
Precondizione

L'array è ordinato in ordine crescente

<u>Input</u>

$$x = 1$$
 $x = 12$ $x = 93$

1 4 10 12 15 42 47 93



$$x = 1$$

Trovato al primo accesso

1 4 10 12 15 42 47 93



$$x = 12$$

1 4 10 12 15 42 47 93



x = 12

1 4 10 12 15 42 47 93



$$x = 12$$

1 4 10 12 15 42 47 93



$$x = 12$$

Trovato al quarto accesso

1 4 10 12 15 42 47 93



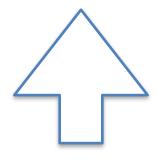
$$x = 93$$

1 4 10 12 15 42 47 93



$$x = 93$$

1 4 10 12 15 42 47 93



$$x = 93$$

1 4 10 12 15 42 47 93

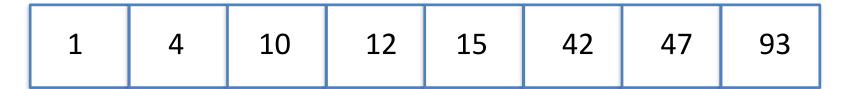


$$x = 93$$

1 4 10 12 15 42 47 93



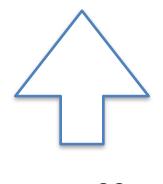
$$x = 93$$





$$x = 93$$

1 4 10 12 15 42 47 93



$$x = 93$$





$$x = 93$$

Trovato al ottavo accesso

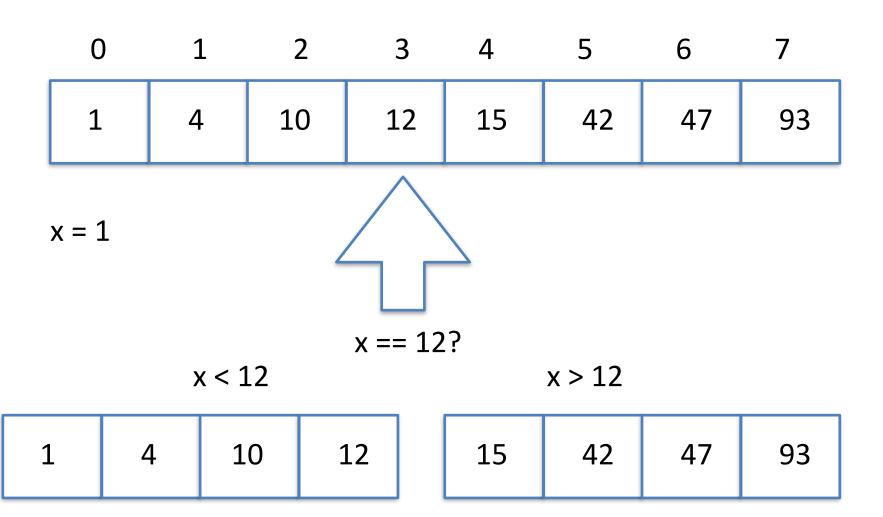


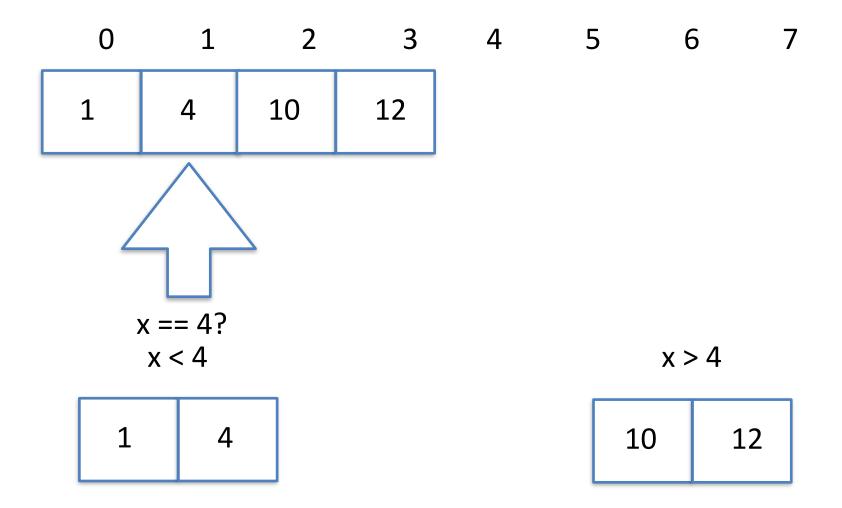
Caso pessimo: Trovato dopo N iterazioni!

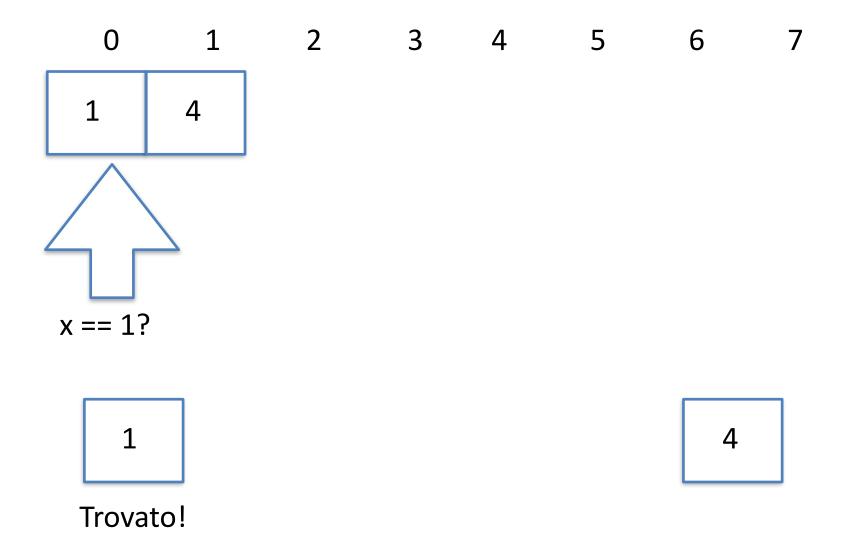
$$x = 93$$

if x == array[0]trovato = True

0	1	2	3	4	5	6	7
1	4	10	12	15	42	47	93











x = 12

Trovato al primo accesso

1 4 10 12 15 42 47 93



x == 93?

x < 12

x > 12

1 4 10 12

15 42 47 93

15 42 47 93



$$x == 93$$
?

x < 42

x > 42

15 42

47 93

15 42 47 93



$$x == 93$$
?

x < 47

47

x > 47

93





$$x == 93$$
?

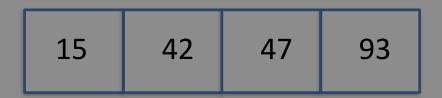
x < 47

47

x > 47

93

Trovato!



Caso pessimo: Log2(n)

$$x == 93$$
?

x < 47

47

x > 47

93

Trovato!

La Ricorsione: Riflessioni

Negli esempi visti finora si inizia a sintetizzare il risultato SOLO DOPO che si sono aperte tutte le chiamate, "a ritroso", mentre le chiamate si chiudono

Le chiamate ricorsive decompongono via via il problema, **ma non calcolano nulla**

Il risultato viene sintetizzato <u>a partire dalla fine</u>, perché prima occorre arrivare al caso "banale":

- il caso "banale" <u>fornisce il valore di partenza</u>
- poi si sintetizzano, "a ritroso", i successivi risultati parziali



Processo computazionale effettivamente ricorsivo

La Ricorsione: Limitazioni

La ricorsione, nonostante sia uno strumento potente presenta diversi limiti che possono influenzare la scelta di utilizzarla in determinate situazioni

- Consumo di memoria elevato: Ogni chiamata ricorsiva aggiunge un nuovo livello allo stack di chiamate, consumando memoria. Questo può portare rapidamente a un overflow dello stack, specialmente con profondità di ricorsione
- Prestazioni: Le chiamate ricorsive possono essere meno efficienti rispetto ai cicli (iterazione), a causa del tempo e della memoria aggiuntivi necessari per gestire le chiamate e i ritorni di funzione elevate

La Ricorsione: Limitazioni

- Complessità di debugging: Il debugging di funzioni ricorsive può essere più complesso rispetto alle loro controparti iterative, soprattutto per ricorsioni profonde o complesse
- Rischio di loop infinito: Se il caso base non è definito correttamente o la condizione di terminazione non viene mai raggiunta, la ricorsione può portare a un loop infinito
- Comprensione del codice: il codice ricorsivo può essere meno intuitivo e più difficile da seguire rispetto a un approccio iterativo