3.a)

$$\begin{vmatrix} 12 & -4 & 19 \\ 2 & 3 & -4 \\ 4 & -6 & 11 \end{vmatrix} \xrightarrow{[1]\leftrightarrow[2]} \begin{vmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 12 & -4 & 19 \\ 4 & -6 & 11 \end{vmatrix} \xrightarrow{[2]-[1]\times 6} \begin{vmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 0 & -22 & 43 \\ 4 & -6 & 11 \end{vmatrix} \longrightarrow$$

$$\xrightarrow{[3]-[1]\times 2} \begin{vmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 0 & -22 & 43 \\ 0 & -12 & 19 \end{vmatrix} \xrightarrow{[3]\times 11} \begin{vmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 0 & -22 & 43 \\ 0 & -132 & 209 \end{vmatrix} \xrightarrow{[3]-[2]\times 6}$$

$$\longrightarrow \begin{vmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 0 & -22 & 43 \\ 0 & 0 & -49 \end{vmatrix} \qquad r(A) = 3$$

3.b)

$$\begin{vmatrix} 3 & 13 & 2 & -5 \\ 1 & 10 & 2 & -4 \\ 13 & -6 & -6 & 4 \end{vmatrix} \xrightarrow{[2]\leftrightarrow[1]} \begin{vmatrix} 1 & 10 & 2 & -4 \\ 3 & 13 & 2 & -5 \\ 13 & -6 & -6 & 4 \end{vmatrix} \xrightarrow{[3]-[1]\times 13}$$

$$\longrightarrow \begin{vmatrix} 1 & 10 & 2 & -4 \\ 3 & 13 & 2 & -5 \\ 0 & -136 & -32 & 56 \end{vmatrix} \xrightarrow{[3]/8} \begin{vmatrix} 1 & 10 & 2 & -4 \\ 3 & 13 & 2 & -5 \\ 0 & 17 & 4 & -7 \end{vmatrix} \xrightarrow{[2]-[1]\times 3}$$

$$\longrightarrow \begin{vmatrix} 1 & 10 & 2 & -4 \\ 0 & -17 & -4 & 7 \\ 0 & 17 & 4 & -7 \end{vmatrix} \xrightarrow{[3]+[2]} \begin{vmatrix} 1 & 10 & 2 & -4 \\ 0 & -17 & -4 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \Longrightarrow r(A) = 2$$

3.c)

$$\begin{vmatrix} 6 & -6 & -1 & 1 \\ 11 & -11 & 0 & 2 \\ 4 & -4 & 3 & 1 \\ 9 & -9 & -7 & 1 \end{vmatrix} \xrightarrow{[2]-[1]\times\frac{11}{6}} \begin{vmatrix} 6 & -6 & -1 & 1 \\ 11 & -11 & 0 & 2 \\ 4 & -4 & 3 & 1 \\ 9 & -9 & -7 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} \\ [2]\times 6 \\ [3]\times 6 \\ [4]\times 6 \end{matrix} \xrightarrow{[2]-[1]\times 11} \begin{vmatrix} 6 & -6 & -1 & 1 \\ 66 & -66 & 0 & 12 \\ 24 & -24 & 18 & 6 \\ 54 & -54 & -42 & 6 \end{vmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{vmatrix} 6 & -6 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 11 & 1 \\ 24 & -24 & 18 & 6 \\ 54 & -54 & -42 & 6 \end{vmatrix} \xrightarrow{[3]-[1]\times 4} \begin{vmatrix} 6 & -6 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 11 & 1 \\ 0 & 0 & 22 & 2 \\ 54 & -54 & -42 & 6 \end{vmatrix} \xrightarrow{[4]-[1]\times 9}$$

$$\rightarrow \begin{vmatrix} 6 & -6 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 11 & 1 \\ 0 & 0 & 22 & 2 \\ 0 & 0 & -33 & -3 \end{vmatrix} \xrightarrow{[3]-[2]\times 2} \begin{vmatrix} 6 & -6 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 11 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -33 & -3 \end{vmatrix} \xrightarrow{[4]+[2]\times 3}$$

$$\rightarrow \begin{vmatrix} 6 & -6 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 11 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad r(A) = 2.$$