

Домашнее задание по статистике №1

Задания со звездочкой являются необязательными, но принесут вам дополнительные баллы. Выполнять их можно в любой среде, но если вы выполняете их не в Python и не в Excel, то необходимо присылать pdf-файл с результатами ваших численных экспериментов.

1. Пусть X_1, \dots, X_n – выборка из геометрического распределения с параметром $p \in (0, 1)$ ($P(X_1 = k) = p(1 - p)^k$, $k \geq 0$). Найти оценки методом моментов и методом максимального правдоподобия параметра p .
2. Пусть X_1, \dots, X_n – выборка из равномерного распределения на отрезке $[a, b]$, $a < b$ (плотность равна $p(x) = \frac{1}{b-a}I(a < x < b)$). Найти оценки методом моментов и методом максимального правдоподобия для параметров a и b .
3. Пусть X_1, \dots, X_n – выборка из экспоненциального распределения с параметром $\lambda > 0$ (плотность равна $p(x) = \lambda e^{-\lambda x}I(x > 0)$). Доказать, что $(\bar{X})^2$ является асимптотически нормальной оценкой параметра λ^{-2} , и найти асимптотическую дисперсию этой оценки.
4. Пусть X_1, \dots, X_n – выборка из распределения с плотностью $p(x) = \theta^2 x e^{-\theta x}I(x > 0)$, где $\theta > 0$. Найти асимптотически нормальную оценку параметра θ и ее асимптотическую дисперсию.
5. Пусть X_1, \dots, X_n – выборка из экспоненциального распределения со сдвигом с плотностью $p(x) = e^{-(x-a)}I(x > a)$. Постройте асимптотический доверительный интервал уровня доверия $1 - \alpha$ для параметра a .
6. Пусть X_1, \dots, X_n – выборка из пуассоновского распределения с параметром $\lambda > 0$. Постройте критерий Вальда уровня значимости α для параметра λ . Пусть $(2, 3, 5, 4, 5, 2, 7, 1, 0, 5, 6, 4, 5, 3, 3)$ – выборка из пуассоновского распределения с параметром $\lambda > 0$. Проверьте с помощью полученного критерия гипотезу $H_0 : \lambda = 5$.
- 7* Выдана выборка data1.txt. Проверьте ее на нормальность, используя QQ-plot и критерии проверки нормальности. Если вы признали ее нормальной, проверьте гипотезу $H_0 : a = 0$, где a – математическое ожидание нормального закона.
- 8* Выдана выборка data2.txt. Проверьте ее на экспоненциальность, используя QQ-plot (как это сделать, смотрите здесь) и гистограммы. Если вы признали ее выборкой из экспоненциального закона, проверьте гипотезу $H_0 : \alpha = 5$ с помощью критерия Вальда, где α – параметр экспоненциального закона $Exp(\alpha)$.