Л3 v3

N6

$$\begin{vmatrix} -6 & 2 & -5 \\ -5 & 1 & -5 \\ -8 & 8 & -3 \end{vmatrix}$$

Решение:

$$\det\begin{pmatrix} -\lambda-6 & 2 & -5 \\ -5 & -\lambda+1 & -5 \\ -8 & 8 & -\lambda+3 \end{pmatrix} = (-\lambda-6)(-\lambda+1)(-\lambda+3)+(2)(-5)(-8)+(-5)(8)(-5)-$$
$$-(-8)(-\lambda+1)(-5)-(-\lambda-6)(-5)(8)-(-5)(2)(-\lambda+3)=$$
$$=(\lambda^2-\lambda+6\lambda-6)(-\lambda+3)+80+200-(8\lambda-8)(-5)-$$
$$-(5\lambda+30)(8)-(10\lambda-30)=-\lambda^3+3\lambda^2+\lambda^2-3\lambda-6\lambda^2+18\lambda+6\lambda-18+\cancel{280}+$$
$$+\cancel{40\lambda}-\cancel{40}-\cancel{40\lambda}-\cancel{240}-10\lambda+30=\boxed{-\lambda^3-2\lambda^2+11\lambda+12}$$

$$-\lambda^3-2\lambda^2+11\lambda+12=0$$

$$-1+-2+11+12=20 \Rightarrow \lambda_2 \neq 1$$

$$-2+12=-1+11$$
$$10=10 \Longrightarrow \boxed{\lambda_1=(-1)}$$

Делители 12: ± 4 и ± 3, подбором выясняется $\Rightarrow \boxed{\lambda_2=(-4)\ \lambda_3=3}$

$\lambda_1=(-1)$

$$\begin{vmatrix} -(-1)-6 & 2 & -5 \\ -5 & -(-1)+1 & -5 \\ -8 & 8 & -(-1)+3 \end{vmatrix} \longrightarrow \begin{vmatrix} -5 & 2 & -5 \\ -5 & 2 & -5 \\ -8 & 8 & -2 \end{vmatrix} \longrightarrow \begin{vmatrix} -5 & 2 & -5 \\ -8 & 8 & 4 \end{vmatrix} \xrightarrow{[2]/4\cdot 5} \begin{vmatrix} -5 & 2 & -5 \\ -10 & 10 & 5 \end{vmatrix} \xrightarrow{[2]-[1]\times 2}$$

ошибка.

$$\longrightarrow \begin{vmatrix} -5 & 2 & -5 \\ 0 & 6 & 15 \end{vmatrix} \xrightarrow{[2]/3} \begin{vmatrix} -5 & 2 & -5 \\ 0 & 2 & 5 \end{vmatrix} \longrightarrow \begin{matrix} -5x_1+2x_2-5x_3=0 \\ 2x_2+5x_3=0 \end{matrix}$$

$$= \boxed{x_2=-\frac{5x_3}{2}} \qquad -5x_1-5x_3-5x_3=0 \qquad \boxed{x_1=-2x_3} \qquad \boxed{x_3=x_3}$$

$$\begin{matrix} x_1=-2x_3 \\ x_2=-\frac{5x_3}{2} \\ x_3=x_3 \end{matrix} \Longrightarrow \underbrace{x_3\begin{pmatrix} -2 \\ -\frac{5}{2} \\ 1 \end{pmatrix}}_{\text{ФНР}} \quad \text{Пусть } x_3=1 \Longrightarrow V_1=\begin{pmatrix} -2 \\ -\frac{5}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$$

Проверка:

$$\begin{pmatrix} -6 & 2 & -5 \\ -5 & 1 & -5 \\ -8 & 8 & -3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -2 \\ -\frac{5}{2} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{matrix} 12-5-5 \\ 10-\frac{5}{2}-5 \\ 16-20-3 \end{matrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ \frac{5}{2} \\ -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ \frac{5}{2} \\ -7 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} -2 \\ -\frac{5}{2} \\ -1 \end{pmatrix} \times -1$$

неверно.

$\lambda_1 = -1$ Δ3 3

$$\begin{vmatrix} -5 & 2 & -5 \\ -5 & 2 & -5 \\ -8 & 8 & -2 \end{vmatrix} \Longrightarrow \begin{vmatrix} -5 & 2 & -5 \\ -4 & 4 & -1 \end{vmatrix} \xrightarrow{[2]\times 5} \begin{vmatrix} -5 & 2 & -5 \\ -20 & 20 & -5 \end{vmatrix} \xrightarrow{[2]-[1]\times 4} \begin{vmatrix} -5 & 2 & -5 \\ 0 & 12 & 15 \end{vmatrix}$$

$$\Longrightarrow x_3 = x_3$$

$$12x_2 + 15x_3 = 0$$

$$x_2 = -\frac{5}{4}x_3 \qquad \Longrightarrow x_3 \times \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ -\frac{5}{4} \\ 1 \end{pmatrix}, \text{если } x_3 = 1 \Rightarrow V_1 = \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ -\frac{5}{4} \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$-5x_1 - \frac{5}{2}x_3 - 5x_3 = 0$$

$$x_1 = -\frac{3}{2}x_3$$

Проверка:

$$\begin{vmatrix} -6 & 2 & -5 \\ -5 & 1 & -5 \\ -8 & 8 & -3 \end{vmatrix} \times \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ -\frac{5}{4} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{matrix} 9 - \frac{5}{2} - 5 \\ \frac{15}{2} - \frac{5}{4} - 5 \\ 12 - 10 - 3 \end{matrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ \frac{5}{4} \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ -\frac{5}{4} \\ 1 \end{pmatrix} \times (\lambda_1 = (-1))$$

Верно

Л.1.2.

ДЗ №3
№6.а.

$\lambda_2 = -4$

$$\begin{vmatrix} -(-4)-6 & 2 & -5 \\ -5 & -(-4)+1 & -5 \\ -8 & 8 & -(-4)+3 \end{vmatrix} \longrightarrow \begin{vmatrix} -2 & 2 & -5 \\ -5 & 5 & -5 \\ -8 & 8 & 7 \end{vmatrix} \xrightarrow{[2]/5} \begin{vmatrix} -2 & 2 & -5 \\ -1 & 1 & -1 \\ -8 & 8 & 7 \end{vmatrix} \longrightarrow \begin{vmatrix} -1 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & -5 \\ -8 & 8 & 7 \end{vmatrix} \rightarrow$$

$$\xrightarrow{[2]-[1]\times 2} \begin{vmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -3 \\ -8 & 8 & 7 \end{vmatrix} \xrightarrow{[3]-[1]\times 8} \begin{vmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \xrightarrow{[2]-[3]\times 3} \begin{vmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \rightarrow -x_1+x_2-x_3=0$$

$$\boxed{x_3=0}$$

$-x_1+x_2+0=0$

$$\begin{aligned} x_1 &= x_2 \\ x_2 &= x_2 \\ x_3 &= 0 \end{aligned} \Longrightarrow \begin{pmatrix} x_2 \\ x_2 \\ 0 \end{pmatrix} = x_2 \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}}_{\text{ФМР}} \quad \text{Пусть } x_2=1 \Longrightarrow V_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Проверим:

$$\begin{vmatrix} -6 & 2 & -5 \\ -5 & 1 & -5 \\ -8 & 8 & -3 \end{vmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6+2-0 \\ -5+1-0 \\ -8+8-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \times \overset{=\lambda_2}{(-4)} \Longrightarrow \text{Верно}$$

$\lambda_3 = 3$

$$\begin{vmatrix} -3-6 & 2 & -5 \\ -5 & -3+1 & -5 \\ -8 & 8 & -3+3 \end{vmatrix} \longrightarrow \begin{vmatrix} -9 & 2 & -5 \\ -5 & -2 & -5 \\ -8 & 8 & 0 \end{vmatrix} \xrightarrow{[3]/8} \begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -9 & 2 & -5 \\ -5 & 2 & 5 \end{vmatrix} \xrightarrow{[2]-[1]\times 9} \begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -7 & -5 \\ -5 & 2 & 5 \end{vmatrix} \longrightarrow$$

$$\xrightarrow{[3]-[1]\times 5} \begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -7 & -5 \\ 0 & -3 & 5 \end{vmatrix} \xrightarrow{[3]\times 7} \begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -7 & -5 \\ 0 & -21 & 35 \end{vmatrix} \xrightarrow{[3]-[2]\times 5} \begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -7 & -5 \\ 0 & 0 & 45 \end{vmatrix} \Longrightarrow \begin{aligned} -x_1+x_2 &= 0 \\ -7x_2-5x_3 &= 0 \end{aligned}$$

$$x_2 = -\frac{5x_3}{7}$$

$$x_1 = x_2 = -\frac{5x_3}{7}$$

$$x_3 = x_3$$

$$x_3 \begin{pmatrix} -\frac{5}{7} \\ -\frac{5}{7} \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$V_3 = \begin{pmatrix} -\frac{5}{7} \\ -\frac{5}{7} \\ 1 \end{pmatrix}$$

Проверим:

$$\begin{pmatrix} -6 & 2 & -5 \\ -5 & 1 & -5 \\ -8 & 8 & -3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -\frac{5}{7} \\ -\frac{5}{7} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{matrix} \frac{30}{7}-\frac{10}{7}-5 \\ \frac{25}{7}-\frac{5}{7}-5 \\ \frac{40}{7}-\frac{40}{7}-3 \end{matrix} = \begin{pmatrix} -\frac{15}{7} \\ -\frac{15}{7} \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{5}{7} \\ -\frac{5}{7} \\ 1 \end{pmatrix} \times (\lambda_3 = 3)$$

Верно

λ_2.

13з
N6d

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 4 \\ -3 & 3 & -4 \\ -5 & -5 & 4 \end{pmatrix}$$

Решение:

$$\det\begin{pmatrix} -\lambda+2 & -4 & 4 \\ -3 & -\lambda+3 & -4 \\ -5 & -5 & -\lambda+4 \end{pmatrix} = (-\lambda+2)(-\lambda+3)(-\lambda+4) + (-4)(-4)(-5) + (4)(-5)(-3) - (-5)(-\lambda+3)(4) - (-\lambda+2)(-4)(-5) - (-3)(-4)(-\lambda+4) =$$

$$= (\lambda^2 - 3\lambda - 2\lambda + 6)(-\lambda+4) + (-80) + 60 - (5\lambda - 15)(4) - (4\lambda - 8)(-5) - (-12\lambda + 48) = -\lambda^3 + 4\lambda^2 + 3\lambda^2 - 12\lambda + 2\lambda^2 - 8\lambda - 6\lambda + 24 -$$

$$- \cancel{80} + \cancel{60} - \cancel{20\lambda} + \cancel{60} + \cancel{20\lambda} - \cancel{40} + 12\lambda - 48 =$$

$$= -\lambda^3 + 9\lambda^2 - 14\lambda - 24$$

$$\boxed{-\lambda^3 + 9\lambda^2 - 14\lambda - 24 = 0}$$

$-1+9-14-24 \neq 0$

$-1-14 = -24+9 \implies \lambda_1 = (-1)$

$-15 = -15$

Делители 24: ± 4 и ± 6, подбором выяснено, $\lambda_2 = 4$, $\lambda_3 = 6$

$\lambda_1 = (-1)$

$$\begin{vmatrix} 3 & -4 & 4 \\ -3 & 4 & -4 \\ -5 & -5 & 5 \end{vmatrix} \xrightarrow{[3]/5} \begin{vmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 3 & -4 & 4 \\ -3 & 4 & -4 \end{vmatrix} \xrightarrow{[2]+[1]\times 3} \begin{vmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 0 & -7 & 7 \\ -3 & 4 & -4 \end{vmatrix} \xrightarrow{[3]-[1]\times 3} \begin{vmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 0 & -7 & 7 \\ 0 & 7 & -7 \end{vmatrix} \xrightarrow{[3]+[2]}$$

$$\longrightarrow \begin{vmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 0 & -7 & 7 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \implies \begin{matrix} x_2 = x_3 \\ x_3 = x_3 \\ -x_1 - x_3 + x_3 = 0 \implies x_1 = 0 \end{matrix} \implies \underbrace{x_3\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}}_{\text{ФСР}}, \text{ пусть } x_3 = 1 \quad \boxed{V_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}}$$

Проверка:

$$\begin{vmatrix} 2 & -4 & 4 \\ -3 & 3 & -4 \\ -5 & -5 & 4 \end{vmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{matrix} 0-4+4 \\ 0+3-4 \\ 0-5+4 \end{matrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} = (\lambda_1 = -1) \times \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$ верно.

13

$\lambda_2 = 4$

$$\begin{vmatrix} -2 & -4 & 4 \\ -3 & -1 & -4 \\ -5 & -5 & 0 \end{vmatrix} \xrightarrow{[3]/1} \begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & 2 \\ -3 & -1 & -4 \end{vmatrix} \xrightarrow{[2]-[1]} \begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ -3 & -1 & -4 \end{vmatrix} \xrightarrow{[3]-[1]\times 3} \begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -4 \end{vmatrix} \xrightarrow{[3]+[2]\times 2}$$

Д3 ПВ 6(б)

$$\to \begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \Longrightarrow \begin{matrix} x_1 = -x_2 = -2x_3 \\ x_2 = 2x_3 \\ x_3 = x_3 \end{matrix} \Rightarrow x_3 \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow x_3 = 1 \quad V_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Проверим:

$$\begin{vmatrix} 2 & -4 & 4 \\ -3 & 3 & -4 \\ -5 & -5 & 4 \end{vmatrix} \times \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{matrix} -4-8+4 \\ 6+6-4 \\ 10-10+4 \end{matrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ 8 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \times (\lambda_2 = 4) \Longrightarrow \text{Верно}$$

$\lambda_3 = 6$

$$\begin{vmatrix} -4 & -4 & 4 \\ -3 & -3 & -4 \\ -5 & -5 & -2 \end{vmatrix} \xrightarrow{[1]/4} \begin{vmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -3 & -3 & -4 \\ -5 & -5 & -2 \end{vmatrix} \xrightarrow{[3]-[1]\times 5} \begin{vmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -3 & -3 & -4 \\ 0 & 0 & -7 \end{vmatrix} \xrightarrow{[2]-[1]\times 3} \begin{vmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -7 \\ 0 & 0 & -7 \end{vmatrix} \to$$

$$\xrightarrow{[3]-[2]} \begin{vmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -7 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \Longrightarrow \begin{matrix} x_3 = 0 \\ x_2 = x_2 \\ x_1 = -x_2 \end{matrix} \Longrightarrow x_2 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow x_2 = 1 \quad V_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Проверим:

$$\begin{vmatrix} 2 & -4 & 4 \\ -3 & 3 & -4 \\ -5 & -5 & 4 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{matrix} -2-4+0 \\ 3+3-0 \\ 5-5+0 \end{matrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \times (\lambda_3 = 6) \ V$$

Верно.

Л4

6) c) $\begin{vmatrix} 6 & 0 & 4 & 0 \\ 2 & 7 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -7 & -3 \end{vmatrix}$ ДЗ №3 6С

Решение: Ф-ла Лейбница:

$$\det \begin{vmatrix} (-\lambda-6) & 0 & 4 & 0 \\ 2 & (-\lambda+7) & -8 & 0 \\ 0 & 0 & (-\lambda+4) & 0 \\ 0 & 0 & -7 & (-\lambda-3) \end{vmatrix} = (-\lambda+6)(-\lambda+7)(-\lambda+4)(-\lambda-3) -$$
$$- (-\lambda+6)(-\lambda+7)\cdot \underline{0} \cdot(-7) - $$
$$- (-\lambda+6)(-8)\cdot \underline{0}\cdot(-\lambda-3) + $$
$$+ (-\lambda+6)(-8)\cdot \underline{0}\cdot 0 + (-\lambda+6)\cdot \underline{0}\cdot 0\cdot(-7) -$$
$$- \underline{0}\cdot 2\cdot(-\lambda+4)\cdot(-\lambda-3) + 4\cdot 2\cdot \underline{0}\cdot(-\lambda-3) - 4\cdot 2\cdot \underline{0}\cdot 0 - 4\cdot(-\lambda+7)\cdot \underline{0}\cdot(-\lambda-3) +$$
$$+ 4\cdot(-\lambda+7)\cdot \underline{0}\cdot 0 + 4\cdot 0\cdot \underline{0}\cdot 0 - \underline{0}\cdot 2\cdot 0\cdot(-7) =$$
$$= (-\lambda+6)(-\lambda+7)(-\lambda+4)(-\lambda-3)$$

$$(-\lambda+6)(-\lambda+7)(-\lambda+4)(-\lambda-3) = 0 \implies \boxed{\begin{matrix} \lambda_1 = -3 \\ \lambda_2 = 4 \\ \lambda_3 = 6 \\ \lambda_4 = 7 \end{matrix}}$$

$\lambda_1 = -3$

$$\begin{vmatrix} 9 & 0 & 4 & 0 \\ 2 & 10 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & -7 & 0 \end{vmatrix} \xrightarrow{[2]/2 \leftrightarrow [1]} \begin{vmatrix} 1 & 5 & -4 & 0 \\ 9 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & -7 & 0 \end{vmatrix} \xrightarrow{[2]-[1]\times 9} \begin{vmatrix} 1 & 5 & -4 & 0 \\ 0 & -45 & 40 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & -7 & 0 \end{vmatrix} \implies \begin{matrix} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 0 \\ x_4 = x_4 \end{matrix}$$

$$\underbrace{x_4 \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}_{\text{ФМР}} \implies x_4 = 1 \implies V_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Проверка:
$$\begin{vmatrix} 6 & 0 & 4 & 0 \\ 2 & 7 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -7 & -3 \end{vmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \times (\lambda_1 = -3) \implies \text{верно.}$$

$$\cancel{\begin{vmatrix} 6 & 0 & 4 & 0 \\ 2 & 7 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -7 & -3 \end{vmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12+0-4+0 \\ 4-28+8+0 \\ 0+0-4+0 \\ 0+0+7-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -16 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \times \lambda_3 = 4}$$

не то переписывал =)

л.5

$\lambda_2 = 4$

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -7 & -7 \end{vmatrix} \xrightarrow[\,[4]\leftrightarrow[3]\,]{[1]/2} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & -7 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \xrightarrow{[2]-[1]\times 2} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & -12 & 0 \\ 0 & 0 & -7 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \begin{aligned} x_4 &= x_4 \\ x_3 &= -x_4 \\ x_2 &= 4x_3 = -4x_4 \\ x_1 &= -2x_3 = 2x_4 \end{aligned} \Longrightarrow \underbrace{x_4 \times \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}}_{\text{ФМР}} \Longrightarrow \text{если } x_4 = 1 \Rightarrow V_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Проверка:

$$\begin{vmatrix} 6 & 0 & 4 & 0 \\ 2 & 7 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -7 & -3 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 2 \\ -4 \\ -1 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{matrix} 12+0-4+0 \\ 4-28+8+0 \\ 0+0-4+0 \\ 0+0+7-3 \end{matrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -16 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \times (\lambda_2 = 4)$$

Верно

$\lambda_3 = 6$

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -7 & -9 \end{vmatrix} \xrightarrow{[2]\leftrightarrow[1]} \begin{vmatrix} 2 & 1 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & -7 & -9 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{vmatrix} \Longrightarrow \begin{aligned} x_4 &= 0 \\ x_3 &= 0 \\ x_2 &= x_2 \\ x_1 &= -\tfrac{1}{2}x_2 \end{aligned} \Longrightarrow \underbrace{x_2 \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{\text{ФМР}}$$

$$\text{Если } x_2 = 1 \Rightarrow V_3 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Проверка:

$$\begin{vmatrix} 6 & 0 & 4 & 0 \\ 2 & 7 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -7 & -3 \end{vmatrix} \times \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times (\lambda_3 = 6)$$

Верно.

$\lambda_4 = 7$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -7 & -10 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} -x_1 + 4x_3 = 0 \\ 3x_3 = 0 \\ -7x_3 - 10x_4 = 0 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} x_1 = 0 \\ x_2 = x_2 \\ x_3 = 0 \\ x_4 = 0 \end{matrix} \Rightarrow \underbrace{x_2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{\text{ФМР.}}$$

Если $x_2 = 1 \Rightarrow V_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Проверка:

$$\begin{vmatrix} 6 & 0 & 4 & 0 \\ 2 & 7 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -7 & -3 \end{vmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times (\lambda_4 = 7)$$

Верно.