

$$a) -2x_1^2 + 10x_1x_2 - 10x_1x_3 - 5x_2^2 + 10x_2x_3 - x_3^2$$

$\frac{1303}{\sqrt{7}}$

$$\begin{pmatrix} -2 & 5 & -5 \\ 5 & -5 & 5 \\ -5 & 5 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\Delta_1 = -2$$

$$\Delta_2 = (-2)(-5) - 5 \cdot 5 = -15$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} -2 & 5 & -5 \\ 5 & -5 & 5 \\ -5 & 5 & -1 \end{vmatrix} \xrightarrow{[3] + [2]} \begin{vmatrix} -2 & 5 & -5 \\ 5 & -5 & 5 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix} \xrightarrow{[1] + [2]} \begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 5 & -5 & 5 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 5 & -5 & 5 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 3 \cdot (-1) \begin{vmatrix} -5 & 5 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = 3 \cdot ((-5) \cdot 4 - 5 \cdot 0) = 3 \cdot (-20) = -60$$

V

$$\Delta_1 = -2$$

$$\Delta_2 = -15$$

$$\Delta_3 = -60$$

\Rightarrow неопределенная квадратичная ф-ма.

$$b) -3x_1^2 + 18x_1x_3 - 3x_2^2 - 27x_3^2 - 5x_4^2$$

$$\begin{vmatrix} -3 & 0 & 9 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 \\ 9 & 0 & -27 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -5 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_1 = -3$$

$$\Delta_2 = (-3)(-3) - 0 = 9$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} -3 & 0 & 9 \\ 0 & -3 & 0 \\ 9 & 0 & -27 \end{vmatrix} \xrightarrow{[3] + [1] \times 3} \begin{vmatrix} -3 & 0 & 9 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \xrightarrow{(4)} = -3(-1) \cdot 0 = 0$$

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} -3 & 0 & 9 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 \\ 9 & 0 & -27 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -5 \end{vmatrix} \xrightarrow{[3] + [1] \times 3} \begin{vmatrix} -3 & 0 & 9 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -5 \end{vmatrix} \xrightarrow{(4+4)} = -5(-1) \cdot \begin{vmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{vmatrix} = 0$$

Главные миноры первого порядка:

$$\Delta_1 = -3 < 0; \Delta_2 = -3 < 0; \Delta_3 = -27 < 0; \Delta_4 = -5 < 0$$

Главные миноры второго порядка:

$$\Delta_{12} = \begin{vmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{vmatrix} = 9 > 0; \Delta_{13} = \begin{vmatrix} -3 & 9 \\ 9 & -27 \end{vmatrix} = 81 - 81 = 0; \Delta_{14} = \begin{vmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -5 \end{vmatrix} = +15 > 0$$

1.1

Главные миноры 3-го порядка,

$\Delta_{3 \times 3}$
n7

$$\Delta_{123} = \begin{vmatrix} -3 & 0 & 9 \\ 0 & -3 & 0 \\ 9 & 0 & -27 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Delta_{124} = \begin{vmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \end{vmatrix} = -45 < 0$$

$$\Delta_{134} = \begin{vmatrix} -3 & 9 & 0 \\ 9 & -27 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Delta_{234} = \begin{vmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -27 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \end{vmatrix} = -405 < 0 \Rightarrow$$

\Rightarrow квадратичная форма не положительно определена.

c) $4x_1^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 4x_1x_4 + x_2^2 - 2x_2x_3 + 2x_2x_4 + 4x_3^2 - 2x_3x_4 + 2x_4^2$

$$\begin{vmatrix} 4 & -1 & 2 & -2 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 4 & -1 \\ -2 & 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_1 = 4$$

$$\Delta_2 = 4 \cdot 1 - (-1) \cdot (-1) = 2$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 4 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 4 \end{vmatrix} \xrightarrow{[1] - [3] \times 2} \begin{vmatrix} 0 & 1 & -6 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 4 \end{vmatrix} \xrightarrow{[2] + [3]} \begin{vmatrix} 0 & 1 & -6 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \end{vmatrix} \xrightarrow{[3] + [2]} \begin{vmatrix} 0 & 1 & -6 \\ 1 & 0 & 3 \\ 3 & -1 & 7 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & -6 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = (-1)(1 \cdot (-2) - 3 \cdot 6) = 8$$

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} 4 & -1 & 2 & -2 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 4 & -1 \\ -2 & 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} \xrightarrow{[4] + [3]} \begin{vmatrix} 4 & -1 & 2 & -2 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \end{vmatrix} \xrightarrow{[3] + [2]} \begin{vmatrix} 4 & -1 & 2 & -2 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \end{vmatrix} \xrightarrow{[2] + [3]} \begin{vmatrix} 4 & -1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{vmatrix} 4 & -1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \end{vmatrix} \xrightarrow{[1] + [4]} \begin{vmatrix} 4 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1) \cdot \begin{vmatrix} 4 & 4 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= 12 + (-3) + 0 - 0 - 0 - 4 = 5$$

$\Delta_1 = 4$ $\Delta_2 = 2$ $\Delta_3 = 8$ $\Delta_4 = 5 \Rightarrow$ квадратичная форма
определена положительно

12

$$d) 4x_1^2 + 3x_2^2 - 6x_2x_3 + 3x_3^2 + 4x_4^2$$

$\Delta_{3 \text{ и } 3}$
7

$$\begin{vmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -3 & 0 \\ 0 & -3 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_1 = 1$$

$$\Delta_2 = 12$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & -3 & 3 \end{vmatrix} = 4 \cdot (-1) \cdot (3 \cdot 3 - (-3)(3)) = 0$$

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -3 & 0 \\ 0 & -3 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= 4(-1)^{(4+4)} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & -3 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

Главные миноры 1-го порядка:

$$\Delta_1 = 4 \quad \Delta_2 = 3 \quad \Delta_3 = 3 \quad \Delta_4 = 4 > 0$$

Главные миноры 2-го порядка:

$$\Delta_{12} = \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} = 12; \quad \Delta_{13} = \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} = 12; \quad \Delta_{14} = \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = 16;$$

$$\Delta_{23} = \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ -3 & 3 \end{vmatrix} = 0; \quad \Delta_{24} = \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = 12; \quad \Delta_{34} = \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = 12.$$

Главные миноры 3-го порядка:

$$\Delta_{123} = \begin{vmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & -3 & 3 \end{vmatrix} = 0 \quad \Delta_{124} = \begin{vmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 4 \cdot (-1) \cdot (3 \cdot 4 - 0 \cdot 0) = 48$$

$$\Delta_{134} = \begin{vmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 48 \quad \Delta_{234} = \begin{vmatrix} 3 & -3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 4(-1) \cdot (3 \cdot 3 - (-3)(3)) = 0$$

квадратичная ф-ла не отрицательна.