

$$2) a) \begin{cases} x_1 - 5x_2 - 19x_3 = 10 \\ 5x_1 + 9x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -5 & -19 & 10 \\ 5 & 9 & 1 & 2 \end{array} \right) \xrightarrow{[2]-[1] \times 5} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -5 & -19 & 10 \\ 0 & 24 & 96 & -48 \end{array} \right) \xrightarrow{[2]/24}$$

$$\rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -5 & -19 & 10 \\ 0 & 1 & 4 & -2 \end{array} \right) \Rightarrow \begin{array}{l} \text{базисные } x_1 \text{ и } x_2 \\ \text{свободный: } x_3 \end{array}$$

Выразим базисные через свободные.

$$x_2 + 4x_3 = -2$$

$$\boxed{x_2 = -2 - 4x_3}$$

$$x_1 + 6 + 12x_3 - 19x_3 = 10$$

$$\boxed{x_1 = 4 + 7x_3}$$

$$\begin{pmatrix} 4 + 7x_3 \\ -2 - 4x_3 \\ x_3 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}}_{\text{ФМР}} + x_3 \begin{pmatrix} 7 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Размерность пространства: $3 - 2 = 1$

$$b) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 9 \\ 3x_1 - 4x_2 - 7x_3 - 6x_4 = -3 \end{cases}$$

13.3

N2

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & -2 & 9 \\ 3 & -4 & -7 & -6 & -3 \end{array} \right) \xrightarrow{[2] - [1] \times 3} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & -2 & 9 \\ 0 & -10 & -10 & 0 & -30 \end{array} \right) \xrightarrow{[2] / 10}$$

$$\rightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & -2 & 9 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 3 \end{array} \right) \quad \begin{array}{l} \text{базисные: } x_1 \text{ и } x_2 \\ \text{свободные: } x_3 \text{ и } x_4 \end{array}$$

Выразим базисные через свободные:

$$x_2 + x_3 = 3 \Rightarrow x_2 = 3 - x_3$$

$$x_1 + 2(3 - x_3) + x_3 - 2x_4 = 9$$

$$x_1 + 6 - 2x_3 + x_3 - 2x_4 = 9$$

$$x_1 = 3 + x_3 + 2x_4$$

$$\begin{pmatrix} 3 + x_3 + 2x_4 \\ 3 - x_3 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

ФМР

Размерность пространства: $n - r = 4 - 2 = 2$

$$2) \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = -1 \\ 5x_1 - 6x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 1 \end{cases}$$

133
N2

~~$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & -1 \\ 5 & -6 & -2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$~~

$$\xrightarrow{[2] - [1] \times 5} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -7 & -2 & 6 \end{pmatrix}$$

БАЗИСНЫЕ x_1 и x_2

свободные x_3 и x_4

ВЫРАЗИМ базисные через свободные

$$-x_2 - 7x_3 - 2x_4 = 6$$

$$\boxed{x_2 = -6 - 7x_3 - 2x_4}$$

$$x_1 + 6 + 7x_3 + 2x_4 + x_3 = -1$$

$$\boxed{x_1 = -7 + 8x_3 + 2x_4}$$

$$\begin{pmatrix} -7 + 8x_3 + 2x_4 \\ -6 - 7x_3 - 2x_4 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ -6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 8 \\ -7 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

ФНР

Размерность пространства: $4 - 2 = 2$

$$2d) \begin{cases} 2x_1 - 6x_2 + 3x_3 + 7x_4 + x_5 = -1 \\ x_1 - x_2 + 3x_4 + 3x_5 = -8 \\ 5x_1 - 9x_2 + 5x_3 + 22x_4 + 12x_5 = -7 \end{cases}$$

$\Delta_3 \neq 0$
N2

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & -6 & 3 & 7 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 3 & 3 & -8 \\ 5 & -9 & 5 & 22 & 12 & -7 \end{array} \right) \xrightarrow{[2] \leftrightarrow [1]} \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -1 & 0 & 3 & 3 & -8 \\ 2 & -6 & 3 & 7 & 1 & -1 \\ 5 & -9 & 5 & 22 & 12 & -7 \end{array} \right) \xrightarrow{[2]-[1] \times 2}$$

$$\rightarrow \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -1 & 0 & 3 & 3 & -8 \\ 0 & -4 & 3 & 1 & -5 & 15 \\ 5 & -9 & 5 & 22 & 12 & -7 \end{array} \right) \xrightarrow{[3]-[1] \times 5} \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -1 & 0 & 3 & 3 & -8 \\ 0 & -4 & 3 & 1 & -5 & 15 \\ 0 & -4 & 5 & 7 & -3 & 33 \end{array} \right) \xrightarrow{[3]-[2]}$$

$$\rightarrow \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -1 & 0 & 3 & 3 & -8 \\ 0 & -4 & 3 & 1 & -5 & 15 \\ 0 & 0 & 2 & 6 & 2 & 18 \end{array} \right)$$

базисные x_1, x_2, x_3
свободные x_3, x_4
Размерность кр-ва: $5 - 3 = 2$

Выразим базисные через свободные:

$$2x_3 + 6x_4 + 2x_5 = 18$$

$$\boxed{x_3 = 9 - 3x_4 - x_5}$$

$$-4x_2 + 3(9 - 3x_4 - x_5) + x_4 - 5x_5 = 15$$

$$-4x_2 + 27 - 9x_4 - 3x_5 + x_4 - 5x_5 = 15$$

$$-4x_2 + 12 - 8x_4 - 8x_5 = 0$$

$$\boxed{x_2 = 3 - 2x_4 - 2x_5}$$

$$x_1 - 3 + 2x_4 + 2x_5 + 3x_4 + 3x_5 = -8$$

$$\boxed{x_1 = -5 - 5x_4 - 5x_5}$$

$$\begin{pmatrix} -5 - 5x_4 - 5x_5 \\ 3 - 2x_4 - 2x_5 \\ 9 - 3x_4 - x_5 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \\ 9 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} -5 \\ -2 \\ -3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_5 \begin{pmatrix} -5 \\ -2 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

← ФМР