

1

母数 μ, σ^2 の信頼区間水準 0.95 でそれぞれ区間推定せよ。信頼水準 0.95 の μ の信頼区間は

$$\bar{x} \pm \frac{s}{\sqrt{n}} t_{a/2}(n-1)$$

$$\bar{x} = 62.5, n = 15, a = 0.05, t_{0.025}(14) = 2.1448, s^2 = 110.25$$

代入すると、(-56.69, 68.31)

従って、 μ の信頼区間は (-56.69, 68.31)

次に σ^2 の信頼区間は

$$\left(\frac{(n-1)s^2}{x_{a/2}^2(n-1)}, \frac{(n-1)s^2}{x_{1-a/2}^2(n-1)} \right)$$

$$x_{0.025}^2(14) = 26.119, x_{0.975}^2(14) = 5.629$$

代入すると、(59.09, 274.21)

従って、 σ^2 の信頼区間は (59.09, 274.21)

2

帰無仮説 $H: \mu = 57.5$ を有意水準 0.05 で両側検定せよ。

この実験では母分散が未知なので、不偏分散を用いる統計量 t を使う。

$$|t| = \left| \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sqrt{s^2/n}} \right| > t_{a/2}(n-1)$$

$$a = 0.05, n = 15, \bar{x} = 62.5, s^2 = 110.25$$

従って、

$$|t| = \left| \frac{62.5 - 57.5}{\sqrt{110.25}/\sqrt{15}} \right| \approx 1.84427778391$$

$$t_{0.025}(14) = 2.1448$$

$$|t| \approx 1.8442 < 2.1448 = t_{0.025}(14)$$

ゆえに、有意水準 0.05 での両側検定の棄却域は、2.145 以上または -2.145 以下なので棄却されない。

3

帰無仮説 $H:\sigma^2=120$ を有意水準 0.1 で両側検定せよ。

σ が既知なので、この標本平均値の検定量 z を求める。また、 z は標準分布に従う。

$$z = \frac{v}{\sigma_0^2/n - 1}$$

標本不偏分散値を代入をすると、12.86 になる。

自由度 14 の χ^2 分布の数表より、有意水準 0.1 での両側検定の棄却域は、23.685 以上または、6.571 以下なので、棄却されない。