

正睿青少年信息学奥林匹克竞赛

2025 暑假 AB 班联考

Day8

时间：2025 年 8 月 13 日 8:00 ~ 12:00

题目名称	线性	树上中位数	圆神
题目类型	传统题	传统题	传统题
目录	linear	medium	circle
可执行文件名	linear	medium	circle
输入文件名	linear.in	medium.in	circle.in
输出文件名	linear.out	medium.out	circle.out
每个测试点时限	4.0 秒	2.0 秒	5.0 秒
内存限制	512 MB	512 MB	512 MB
测试点数目	25	8	9
测试点是否等分	是	否	否

提交源程序文件名

对于 C++ 语言	linear.cpp	medium.cpp	circle.cpp
-----------	------------	------------	------------

编译选项

对于 C++ 语言	-O2 -std=c++14 -static
-----------	------------------------

注意事项（请仔细阅读）

1. 文件名（程序名和输入输出文件名）必须使用英文小写。赛后正式测试时将以选手留在题目目录下的源代码为准。
2. `main` 的返回值类型必须是 `int`，程序正常结束时的返回值必须是 0。
3. 因违反以上两点而出现的错误或问题，申诉时一律不予受理。
4. 若无特殊说明，结果的比较方式为全文比较（过滤行末空格及文末回车）。
5. 选手提交的程序源文件必须不大于 100KB。
6. 程序可使用的栈空间内存限制与题目的内存限制一致。
7. 禁止在源代码中改变编译器参数（如使用 `#pragma` 命令），禁止使用系统结构相关指令（如内联汇编）和其他可能造成不公平的方法。
8. 选手可在比赛主页绑定工作目录后点击【保存预提交】将工作目录下所有代码一次性提交到评测系统。

线性 (linear)

【题目描述】

考虑数列: $f(i) = [i = 0] + [i > 0](\sum_{l=1}^k a_l f(i-l))$, 给你长为 n 的两个数列 b, c , 对于一个集合 S , 定义其权值为

$$f\left(\sum_{i \in S} b_i\right) \times \prod_{i \in S} c_i$$

你要求出所有集合 $S \subseteq [1, n] \cap \mathbb{N}$ 的权值之和对 $10^9 + 9$ 取模的值。

【输入格式】

第一行两个正整数 n, k , 表示序列长度与递推式长度。

第二行 k 个整数 a_i , 含义见题面描述。

接下来 n 行, 每行两个整数 b_i, c_i , 含义见题面描述。

【输出格式】

输出一行一个整数, 表示答案对 $10^9 + 9$ 取模的结果。

【样例 1 输入】

```
1 2 2
2 1 1
3 2 1
4 3 2
```

【样例 1 输出】

```
1 25
```

【样例 1 解释】

$f(0) = 1, f(2) = 2, f(3) = 3, f(5) = 8$, 答案为 $1 + 2 + 3 \times 2 + 8 \times 2 = 25$

【样例 2-7】

见下发文件, 分别满足测试点 1, 4, 6, 13, 21, 25 的限制。

【数据范围与提示】

对于所有数据, $1 \leq k \leq 50, 1 \leq n \leq 10^5, 0 \leq a_i, b_i, c_i \leq 10^9 + 8$ 。

测试点编号	$n \leq$	$k \leq$	特殊性质
1, 2	10	5	无
3	10^5	1	无
4, 5	10^5	2	AC
6, 7	10^5	2	BC
8 ~ 10	10^5	2	C
11 ~ 12	50	5	B
13 ~ 16	10^3	10	无
17 ~ 20	10^4	15	无
21, 22	10^5	20	B
23	10^5	30	无
24	10^5	40	无
25	10^5	50	无

特殊性质 A : $a_i = 1$

特殊性质 B : 所有 b_i 相等

特殊性质 C : $c_i = 1$

树上中位数 (medium)

【题目描述】

给定一棵以 1 为根的树，点 i 的父亲为 fa_i ，点权为 a_i ，你要对所有 $1 \leq u \leq v \leq n$ ，计算 u, v 路径上所有点的点权构成可重集的中位数的和。

定义一个大小为 n 的可重集的中位数为其第 $\lceil \frac{n}{2} \rceil$ 小值，如 $\{1, 3, 4, 4\}$ 的中位数为 3， $\{2, 5, 7\}$ 的中位数为 5。

由于某些原因，设你的输出是 ans ，标准答案是 ans_0 ，你只需要保证 $ans_0 \leq ans \leq 2ans_0$

我们保证下发样例答案 ans_1 满足 $ans_0 \leq ans_1 \leq 2ans_0$ ，因此，在对比你的输出与下发样例答案时，你只需要保证你的输出 ans 满足 $\frac{ans_1}{2} \leq ans \leq 2ans_1$

【输入格式】

第一行一个正整数 n ，表示树的大小。

接下来一行 $n-1$ 个整数，第 i 个数为 fa_{i+1}

接下来一行 n 个整数，第 i 个数为 a_i 。

【输出格式】

输出一行一个整数，表示你的答案。

【样例 1 输入】

```
1 5
2 1 1 2 2
3 3 4 2 1 5
```

【样例 1 输出】

```
1 44
```

【样例 1 解释】

设 $f(u, v)$ 表示 u, v 路径上点权中位数。

$f(2, 4) = f(4, 4) = 1, f(3, 3) = f(1, 3) = f(3, 4) = 2, f(1, 1) = f(1, 2) = f(1, 4) =$
 $f(2, 3) = f(3, 5) = 3, f(2, 2) = f(1, 5) = f(2, 5) = f(4, 5) = 4, f(5, 5) = 5$

输出任意 $[44, 88]$ 区间中的数都会被认为是正确的。

【样例 2-5】

见下发文件，分别满足子任务 1,4,5,8 的限制。

【数据范围与提示】

对于所有数据， $1 \leq n \leq 5 \times 10^5$ ， $1 \leq fa_i < i$ ， $1 \leq a_i \leq n$ 。

子任务编号	$n \leq$	特殊性质	分数
1	400	无	10
2	2000	无	10
3	8000	无	10
4	10^5	A	10
5	10^5	B	10
6	10^5	无	20
7	5×10^5	B	10
8	5×10^5	无	20

特殊性质 A ：保证 fa_i 在 $[1, i - 1]$ 中随机。
特殊性质 B ：保证 $fa_i = i - 1$
请注意函数递归与内存寻址对程序运行时间常数的影响。
本题开启合理的子任务依赖。
pretest 10 个点按分数比例、顺序对应 8 个子任务。

圆神 (circle)

【题目描述】

小 H 打算挖矿，他有一个神奇喵喵探测器，这个探测器告诉他，平面上有 n 处矿物，第 i 处矿物覆盖以 (x_i, y_i) 为圆心，半径 r_i 的圆形区域。为此，他制定了 q 个采矿计划，第 i 个计划希望在以 (a_i, b_i) 为左下角， $(a_i + c_i, b_i + d_i)$ 为右上角的矩形区域采矿。他想知道，对每个采矿计划对应的矩形区域，这片区域中有多大的面积含有矿物。为了方便他检查数据，你只需要输出含矿物面积占总面积的百分比即可。

下发文件中提供了 `template.cpp`，包含直线与直线交点、直线与圆交点、圆与圆交点的计算。

【输入格式】

第一行两个正整数 n, q 。

接下来 n 行，每行三个整数 x_i, y_i, r_i 。

接下来 q 行，每行四个整数 a_i, b_i, c_i, d_i 。

【输出格式】

输出 q 行，第 i 行输出第 i 个计划对应的百分比。你的输出结果应在 $[0, 100]$ 之间，你与标准答案的绝对误差或相对误差不超过 10^{-5} 即判断为正确。

【样例 1 输入】

```
1 2 2
2 0 -3 5
3 3 2 3
4 1 -1 3 5
5 -2 0 3 3
```

【样例 1 输出】

```
1 100.00000000
2 74.11128806
```

【样例 1 解释】

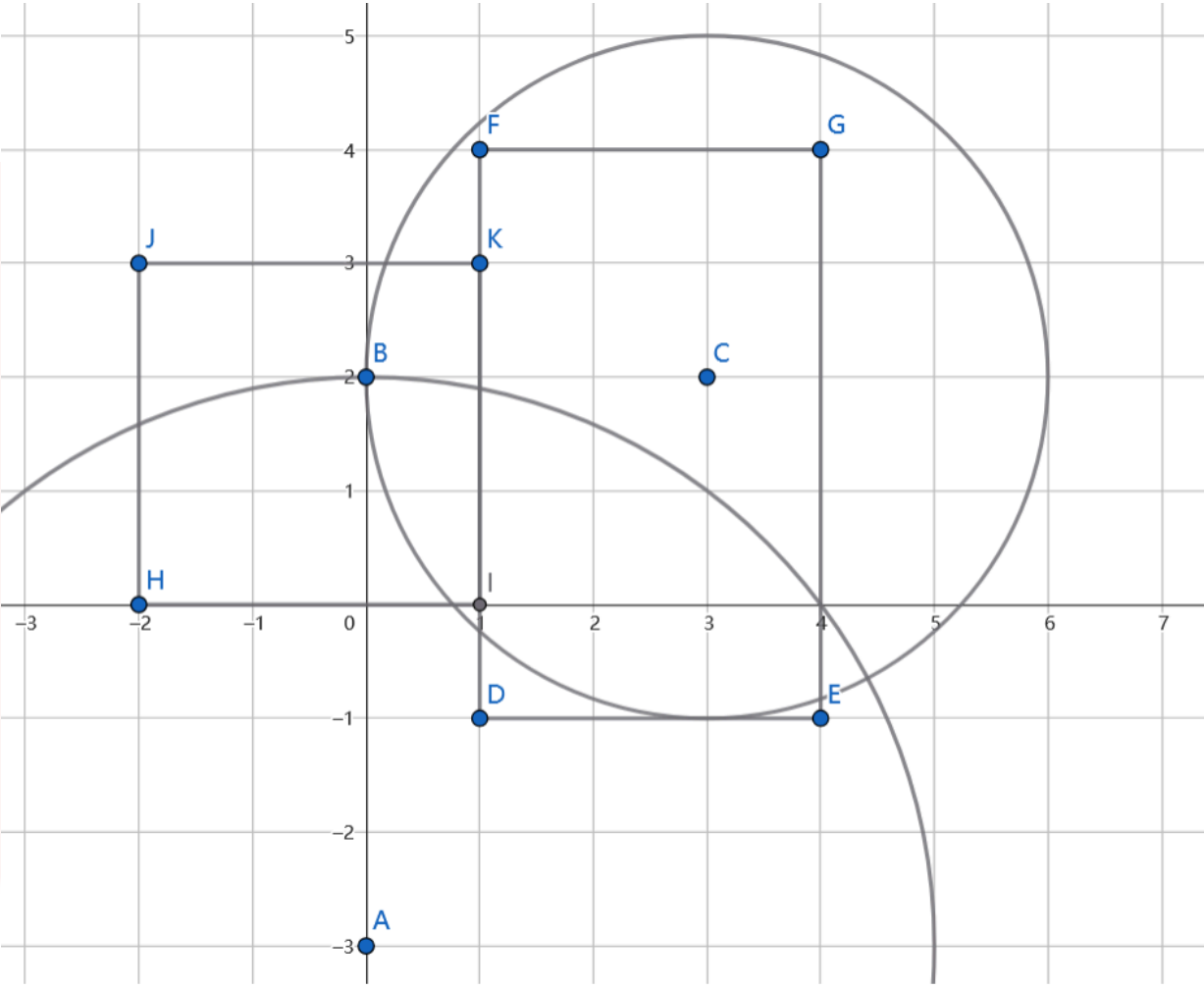


图 1

【样例 2-8】

见下发文件，分别满足子任务 1-7 的限制。

【数据范围与提示】

对于所有数据， $1 \leq n, q \leq 1500$ ， $0 \leq |x_i|, |y_i|, r_i \leq 10^6$ ， $0 \leq |a_i|, |b_i| \leq 2 \times 10^6$ ， $1 \leq c_i, d_i \leq 4 \times 10^6$ ， $r_i \geq 1$ 。

子任务编号	$n \leq$	$q \leq$	特殊性质	分数
1	1	1000	无	15
2	2	1	A	10
3	1000	1	AB	15
4	1000	1	A	10
5	1000	1000	B	10
6	500	500	无	10
7	1500	1500	无	10
8	500	1	ABC	10
9	500	500	BC	10

特殊性质 A : 保证询问矩阵包含所有圆
特殊性质 B : 保证 $y_i = 0$, 即所有圆圆心在 x 轴上。
特殊性质 C : 所有 r_i 相等。
请注意, 无任何特殊性质的子任务为子任务 7, 子任务 8,9 由于配置原因放到了最后, 实际应在 2,3 之间。
下发文件中提供了 `template.cpp`, 包含直线与直线交点、直线与圆交点、圆与圆交点的计算。 `main` 函数中涉及的点如下所示:

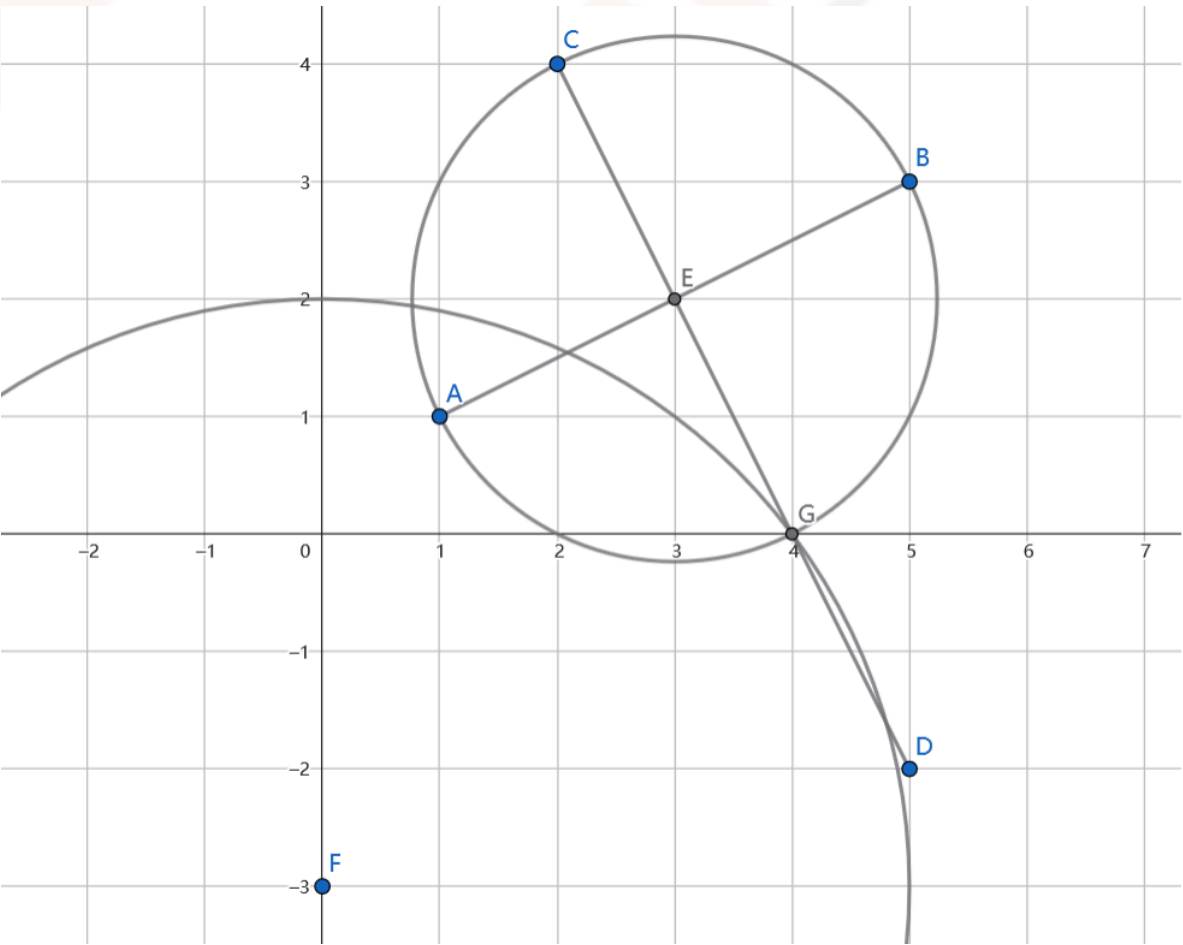


图 2 temp