

# 影像處理 5\_重建、6\_彩色

教師:許閔傑、蕭兆翔

助教:莊媿涵

# 影像重建大綱

- 退化模型分析

  - 模糊核（運動模糊）。

- 基本逆運算

  - 逆濾波（Inverse Filtering）

  - 維納濾波（Wiener Filtering）

# 加入不同雜訊的直方圖

高斯

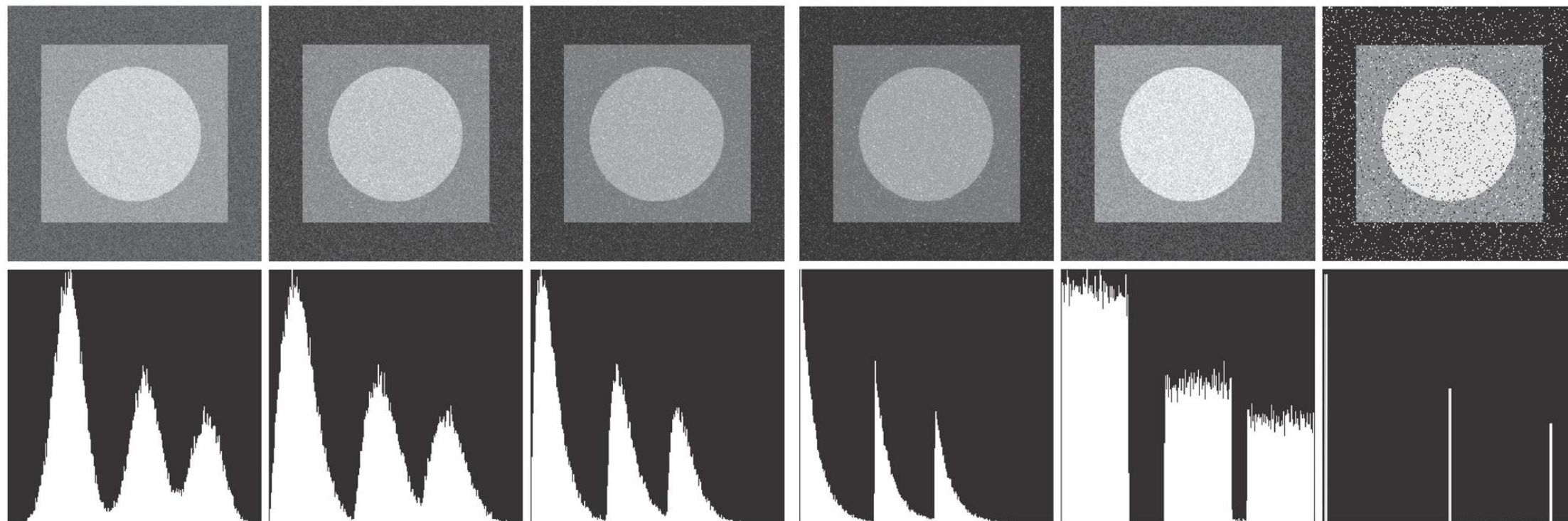
雷利

Erlanga

指數

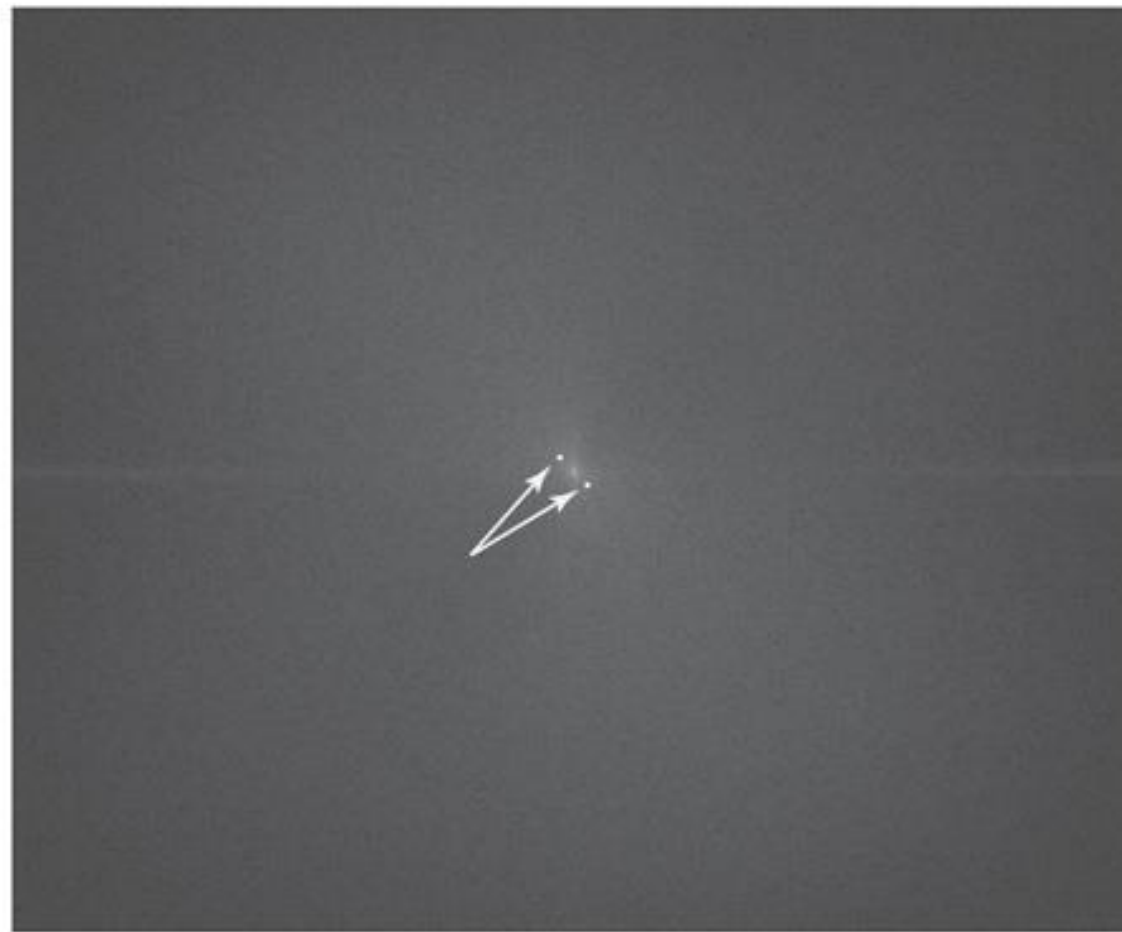
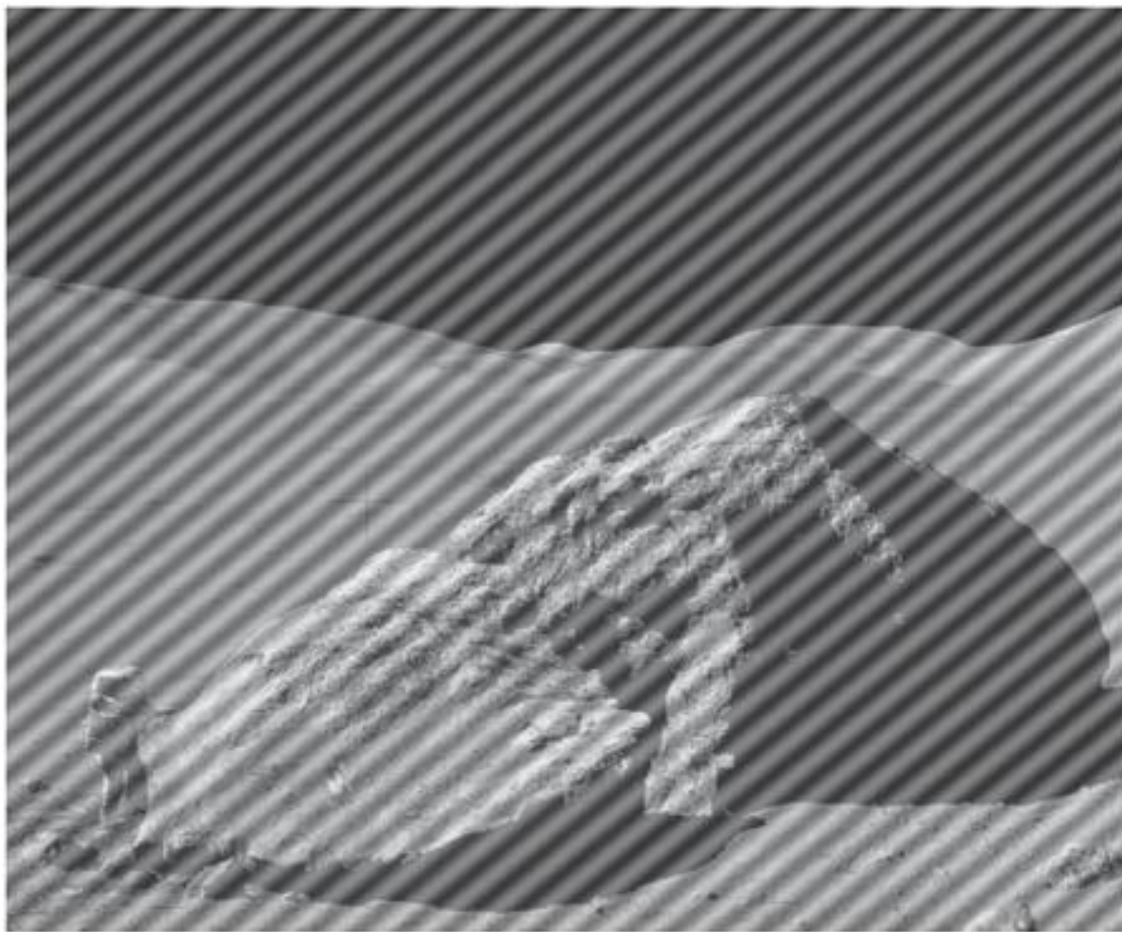
均勻

椒鹽

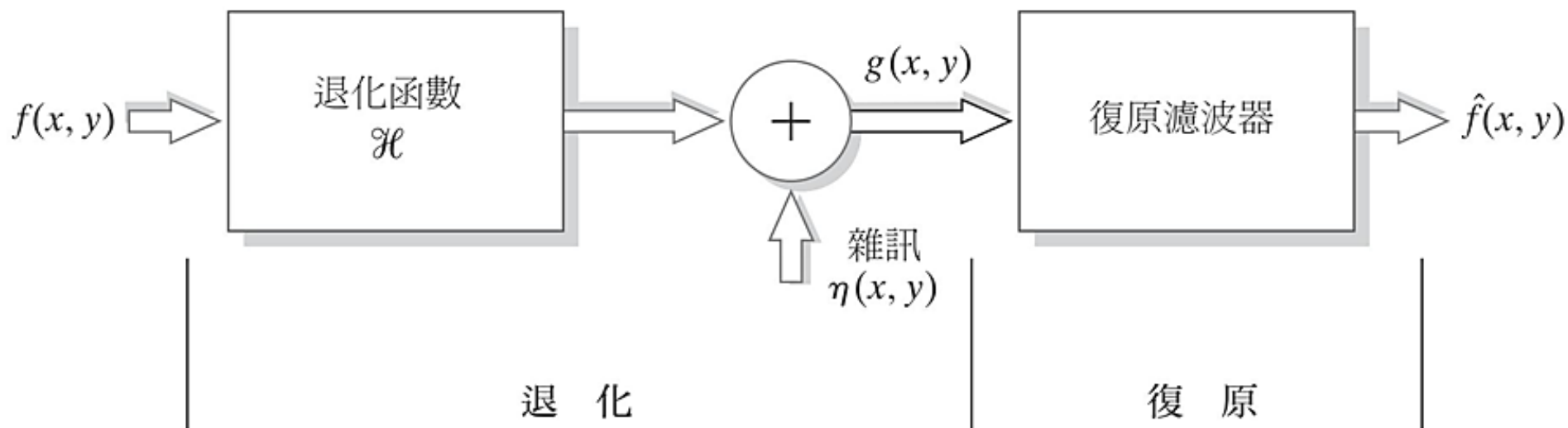


# 受週期性波的污染影像

原始NASA拍攝到的畫面



# 影像退化 / 復原程序的模型



$$g(x, y) = (h \star f)(x, y) + \eta(x, y) \quad (5-1)$$

$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v) + N(u, v) \quad (5-2)$$

# 退化模型

卷積

$$g(x, y) = h(x, y) * f(x, y) + \eta(x, y)$$

$g(x, y)$  觀測到的退化影像。

$h(x, y)$  退化函數（如模糊核）。

$f(x, y)$  原始影像。

$\eta(x, y)$  雜訊。

$$G(u, v) = H(u, v) \cdot F(u, v) + N(u, v)$$

$G(x, y)$  退化影像的頻譜。

$H(x, y)$  退化函數的頻譜。

$F(x, y)$  原始影像的頻譜。

$N(x, y)$  雜訊的頻譜。

# 運動模糊

卷積

$$g(x, y) = h(x, y) * f(x, y) + \eta(x, y)$$

$g(x, y)$  觀測到的退化影像。

$h(x, y)$  退化函數（如模糊核）。

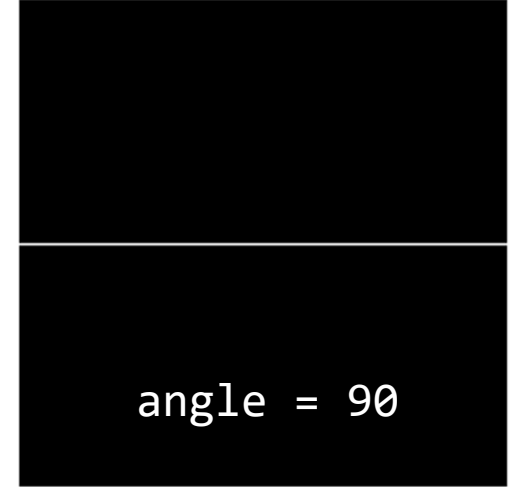
$f(x, y)$  原始影像。

$\eta(x, y)$  雜訊。

$f(x, y)$



$h(x, y)$



$g(x, y)$





# 逆濾波 例子(1)

$G(x, y)$  退化影像的頻譜。

$H(x, y)$  退化函數的頻譜。

$$\hat{F}(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)}$$

Original Image



Blurred Image



Restored Image





# 逆濾波例子(2)

$$\hat{F}(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)}$$

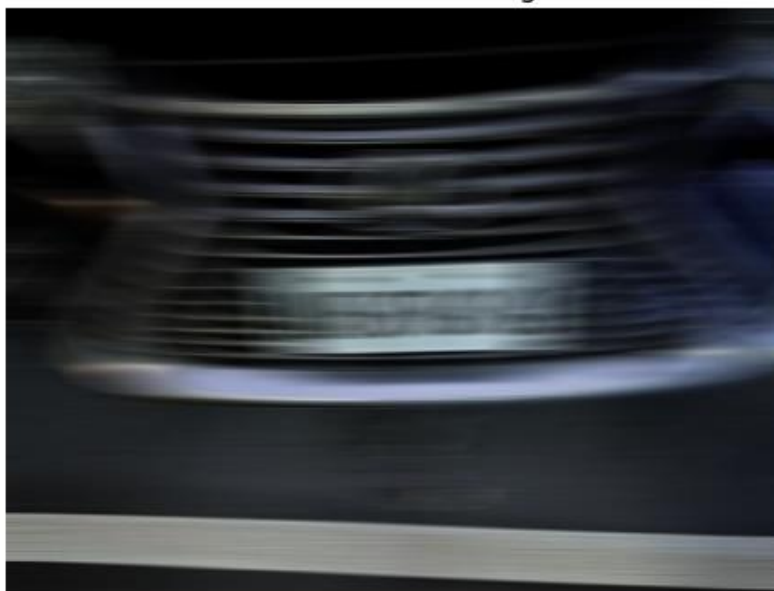
$f(x, y)$

Original Image



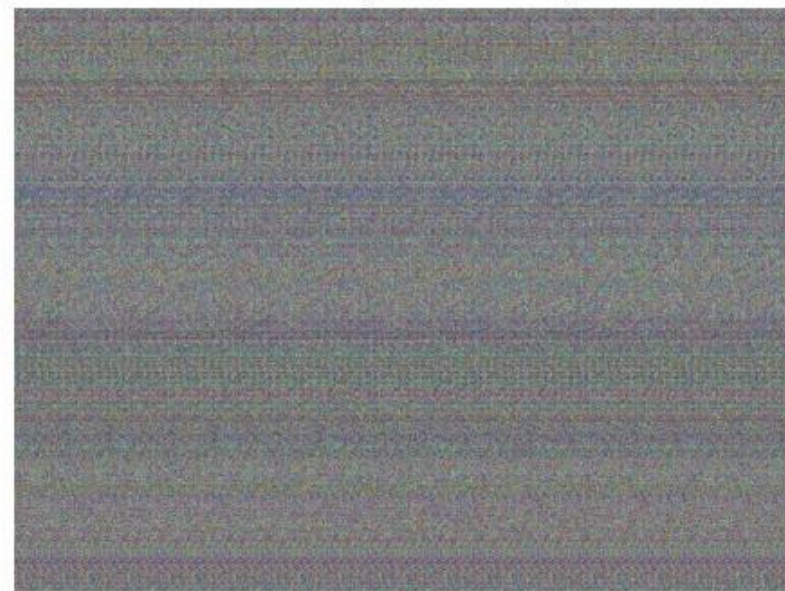
$g(x, y)$

Motion Blurred Image



$\hat{f}(x, y)$

Restored (Inverse Filter)



- $H(u, v)$  是模糊核的頻譜，某些頻率成分可能接近 0。
- 當  $H(u, v) \rightarrow 0$  時，分母極小，導致還原結果發散，出現很大的數值波動，結果變得非常不穩定。

炸了

angle = 90

# 溫納(Wiener)(最小化均方誤差)濾波

wiener公式:

$$\hat{F}(u, v) = \frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + K} \cdot G(u, v)$$

逆濾波公式:

$$\hat{F}(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)}$$

問題:

- ①  $H \rightarrow 0$ ，會發散
- ② 有雜訊N

最小化均方誤差 (MSE) 來還原影像:

$$\text{MSE} = E[|F(u, v) - \textcolor{red}{W}(u, v) \cdot G(u, v)|^2]$$

找到一個濾波器W，還原影像

# 溫納(Wiener)(最小化均方誤差)濾波

$$\text{MSE} = E[|F(u, v) - W(u, v) \cdot G(u, v)|^2]$$

找到一個濾波器  $W$ ，還原影像

代入

$$G(u, v) = H(u, v) \cdot F(u, v) + N(u, v)$$

為了方便觀看省略  $(u, v)$

$$\text{MSE} = E[|F - W \cdot (H \cdot F + N)|^2]$$

$$\text{MSE} = E[|F - WHF - WN|^2]$$

$$|A - B - C|^2 = (A - B - C)(A - B - C)^*$$

$$\text{MSE} = E[(F - WHF - WN)(F - WHF - WN)^*]$$

下一頁展開此式

$$\text{MSE} = E[(F - WHF - WN) (F - WHF - WN)^*]$$

$$\text{MSE} = E \begin{bmatrix} |F|^2 - F(WHF)^* - F(WN)^* \\ -(WHF)F^* + |WHF|^2 + (WHF)(WN)^* \\ -(WN)F^* + (WN)(WHF)^* + |WN|^2 \end{bmatrix}$$

$$E[|F|^2] = S_f(u, v)$$

(信號功率譜密度)

$$E[|N|^2] = S_n(u, v)$$

(噪聲功率譜密度)

信號 $F$ 與雜訊 $N$ 是獨立的:  $E[F (N)^*] = 0$

綠色:  $-F(WHF)^* - (WHF)F^*$   
 $= -2\text{Re}[WH^* E[|F|^2]]$

複共厄對稱  
 $AB^* + A^*B = 2\text{Re}[AB^*]$

藍色:  $|WHF|^2 + |WN|^2$   
 $= |W|^2[|H|^2 E[|F|^2] + E[|N|^2]]$

$$\text{MSE} = E \left[ |F|^2 - 2\text{Re}[WH^*E[|F|^2]] + |W|^2[|H|^2E[|F|^2] + E[|N|^2]] \right]$$

$$\text{MSE} = S_f - 2\text{Re}[WH^*S_f] + |W|^2[|H|^2S_f + S_\eta]$$

$$\frac{\partial \text{MSE}}{\partial W} = \frac{\partial S_f}{\partial W} + \frac{\partial -2\text{Re}[WH^*S_f]}{\partial W} + \frac{\partial |W|^2[|H|^2S_f + S_\eta]}{\partial W}$$

$$\frac{\partial \text{MSE}}{\partial W} = 0 - 2H^*S_f + 2W(|H|^2S_f + S_\eta)$$

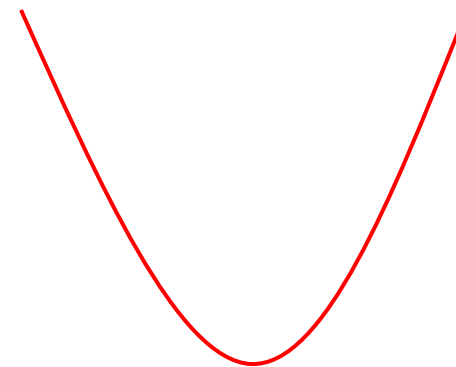
$$0 - 2H^*S_f + 2W(|H|^2S_f + S_\eta) = 0$$

$$2W(|H|^2S_f + S_\eta) = 2H^*S_f$$

$$K = \frac{S_\eta}{S_f}$$

$$W = \frac{2H^*S_f}{2(|H|^2S_f + S_\eta)} = \frac{H^*S_f}{(|H|^2S_f + S_\eta)} = \frac{H^*}{(|H|^2 + K)}$$

MSE是一個凸函數



如果對W微分=0  
代表有最小值

MSE對W求微分並且令其為0

$$\hat{F}(u, v) = W(u, v) \cdot G(u, v)$$

$$\hat{F}(u, v) = \frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + K} \cdot G(u, v)$$

# Wiener濾波 效果

$$\hat{F}(u, v) = \frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + K} \cdot G(u, v)$$

Original Image



Blurred Image



Restored Image





# 色彩基礎大綱

- 影像的色彩
- 色彩模型
- 虛擬色彩影像處理
- 彩色影像處理



# 色彩基礎

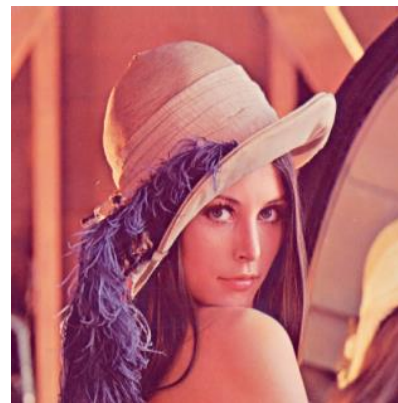
- 色彩是一種有效的描述子
- 人類能辨識的灰階值只有二十幾種
- 人類能辨識的色彩有幾千種

# 色彩基礎

## ➤ 彩色影像兩大領域

### ➤ 全色彩(full-color)

➤ 影像由全彩色影像感應器獲取



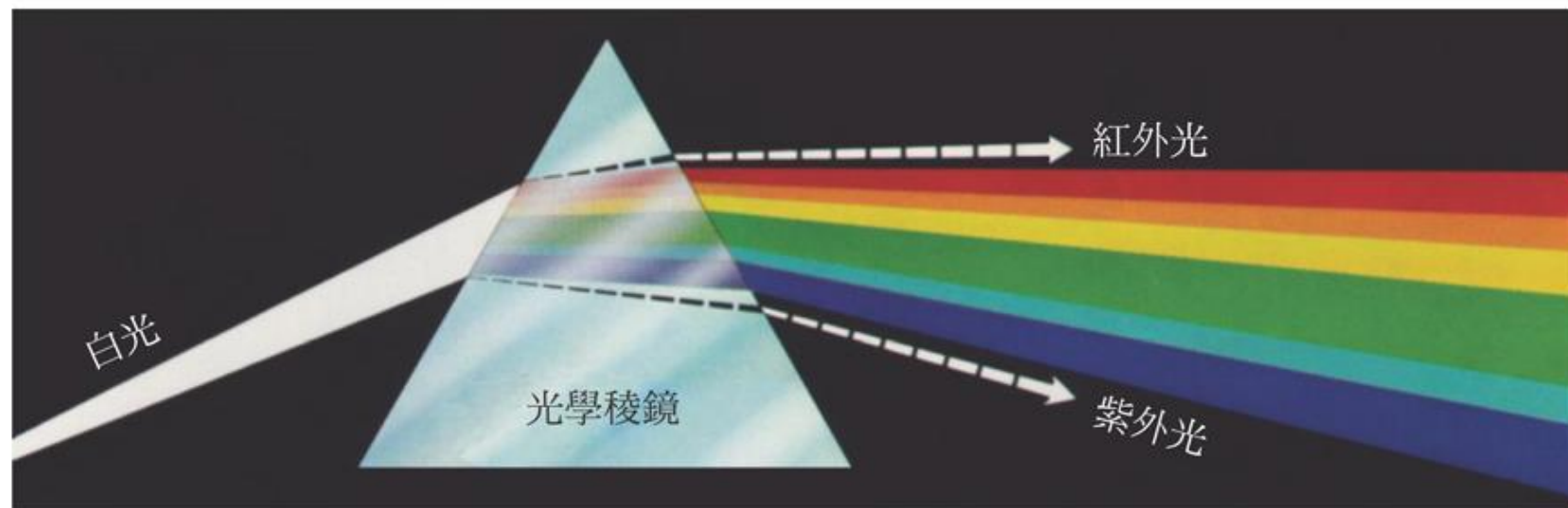
### ➤ 虛擬色彩(pseudo-color)

➤ 對一種特定的單色強度或強度範圍賦予一種顏色

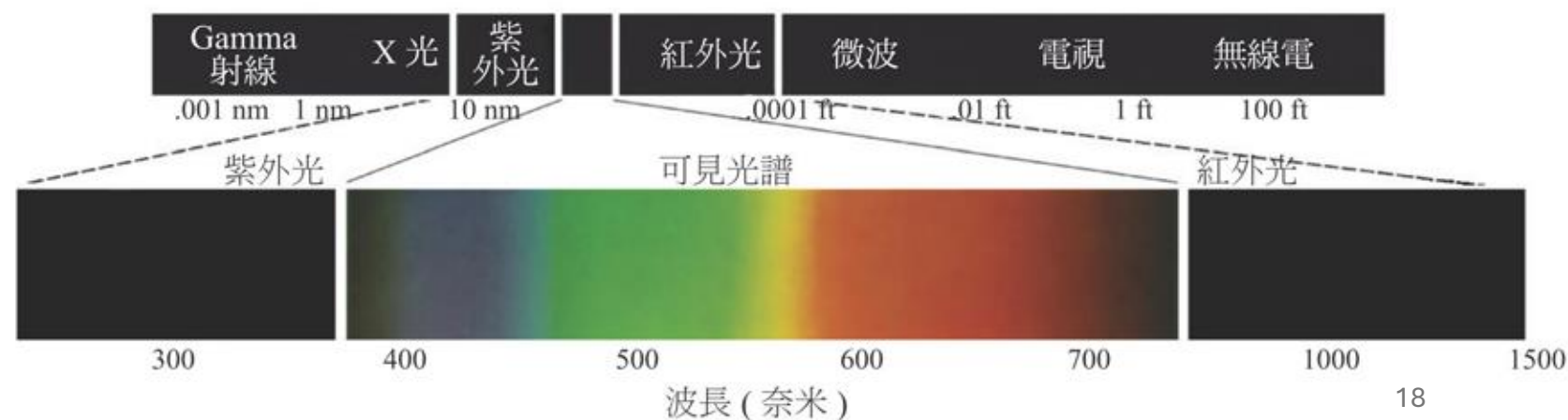
# 色彩基礎

➤ 因折射率不同

紅、橙、黃  
綠、藍、紫



➤ 波長400~700nm



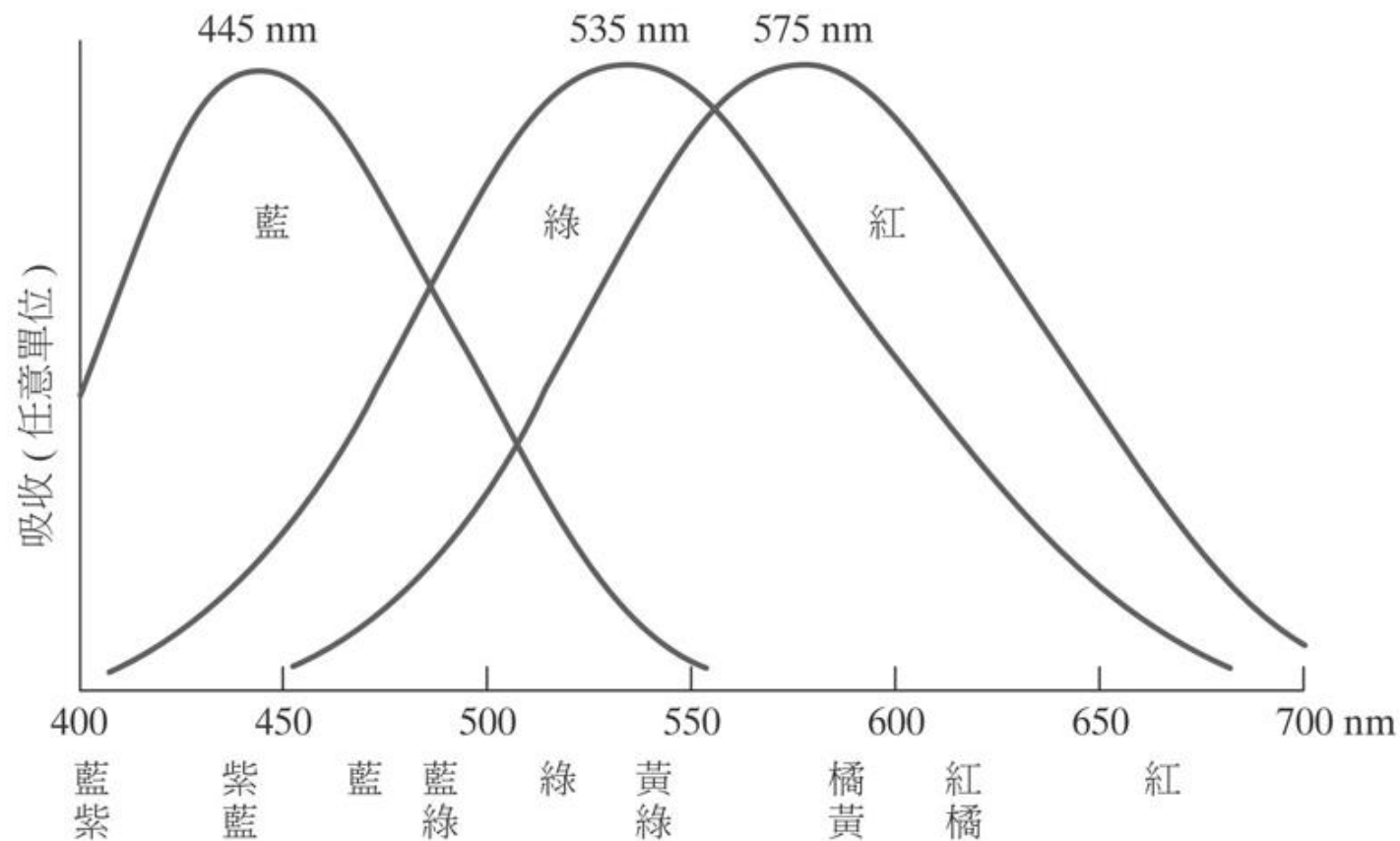
# 色彩三種基本量

- 輻射度: 光源輻射出來的總能量(瓦特)
- 照度: 觀察者從光源感受到的能量大小(流明)
- 亮度: 不可量測的主觀描述子



# 人眼錐狀體三個感應類別

- 65% 感應紅光(R)
- 33% 感應綠光(G)
- 2% 感應藍光(B)
- 紅藍綠定義為三原色



# 光的次色彩

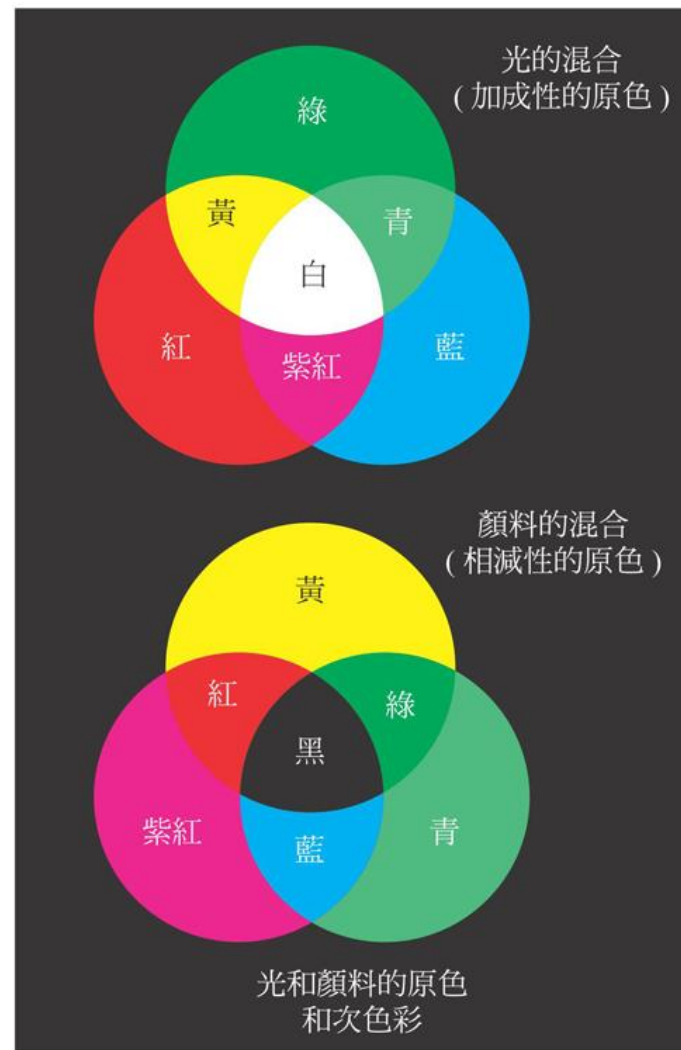
➤ 三原色相加可產生光的次色彩

➤ 紅 + 藍 = 紫

➤ 藍 + 綠 = 青

➤ 綠 + 紅 = 黃

➤ 紅 + 藍 + 綠 = 白色



# 顏料原色

## ➤ 顏料原色：

- 青 (Cyan, C)
- 洋紅 (Magenta, M)
- 黃 (Yellow, Y)

---

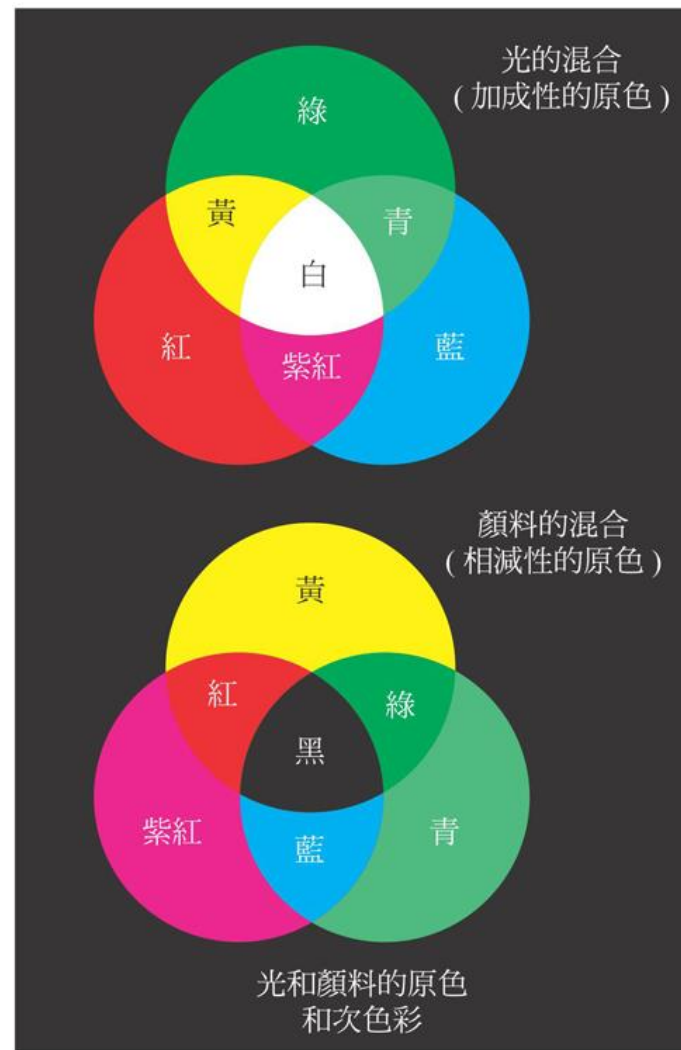
### ◆ 青色 (Cyan, C)：

吸收紅光(R)，反射綠光(G)和藍光(B)。

---

### ◆ 青 (C) + 洋紅 (M) = 藍 (Blue, B)：

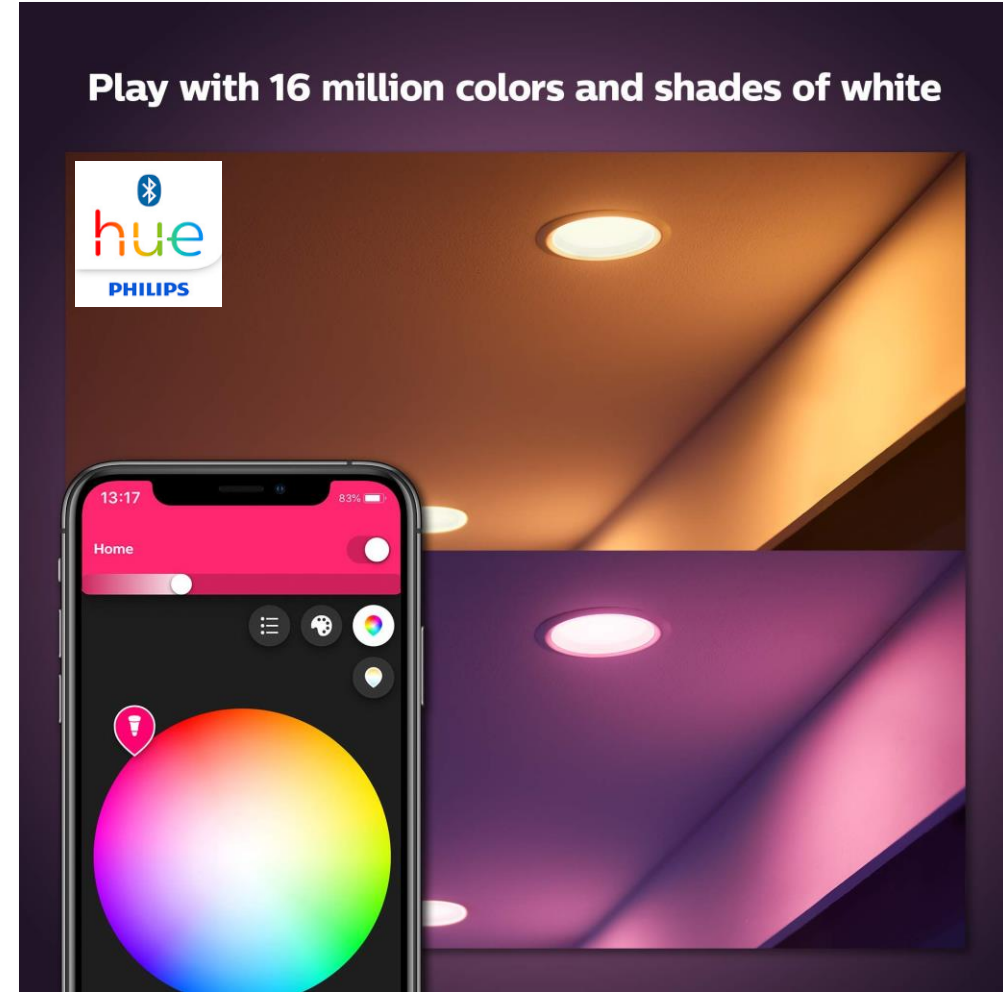
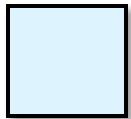
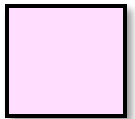
青吸收紅，洋紅吸收綠，只剩下藍光。





# 色彩特徵

- 一般用於區別色彩特徵：
  - 亮度(brightness)
  - 色調(hue)
  - 飽和度(saturation)
- 飽和程度與加入白光的數量呈反比
- Ex: 粉色、淺藍色

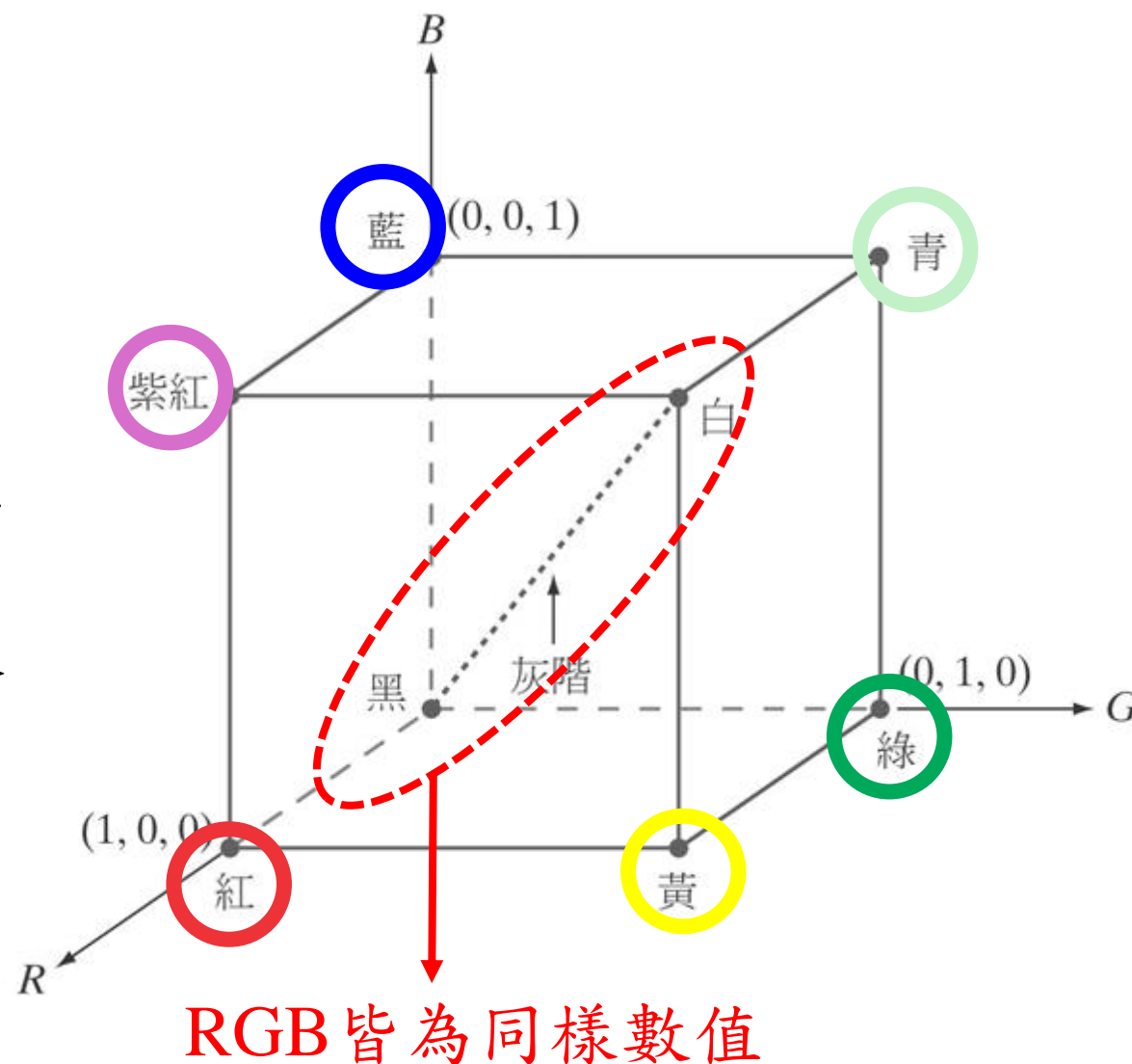


# 色彩模型(色彩空間)

- 色彩模型皆源自硬體導向或應用導向
  - 以色彩操作為目標
- 常用的硬體導向模型
  - RGB模型
  - CMYK模型
    - 青 (Cyan, C)、洋紅 (Magenta, M)、黃 (Yellow, Y)、黑 (black, K)
  - HSI模型
    - 色調、飽和、強度

# 色彩模型:RGB

- 建立在直角坐標上
- 紅藍綠
- 次原色在另外三個頂點上
- 灰階值為黑色到白色連線
  - Ex:
  - $(0,0,0)$
  - $(122,122,122)$
  - $(255,255,255)$



# 色彩模型:RGB

- 個別的RGB為8位元影像
- 彩色影像有24位元的像素深度
- 稱此影像為全彩影像(full-color)



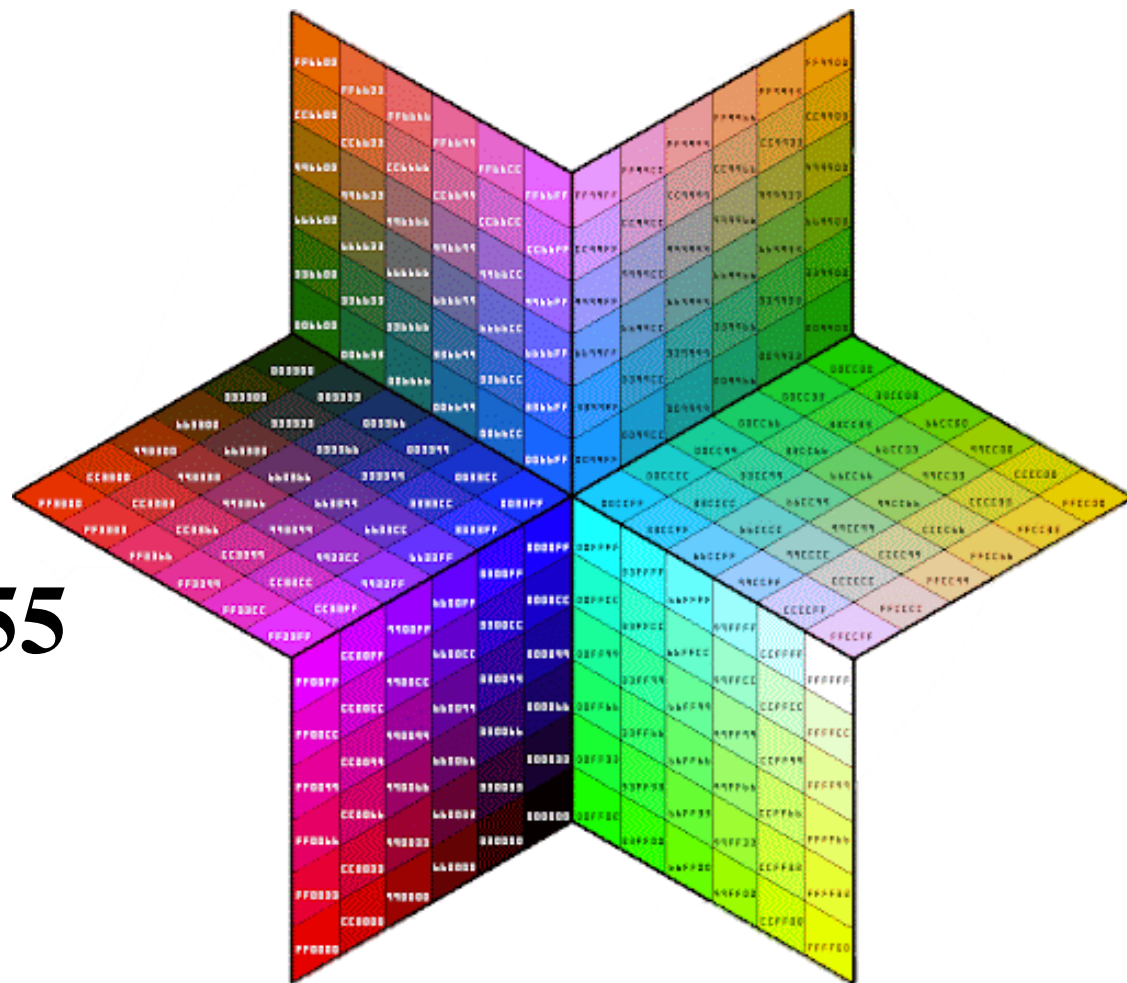
# 216色安全色彩

➤ 216色標準安全色彩

➤ 每一色階由RGB組成

➤ 每個值都只用：

**0、51、102、153、204、255**



# 色彩模型:CMYK

- 印刷常用CMY模型，須將RGB to CMY轉換
- 青紫黃三色只能混出混濁黑色
- 四色印刷:加入黑色K為第四種原色

$$\begin{matrix} \text{青色} \\ \text{紫色} \\ \text{黃色} \end{matrix} \begin{bmatrix} C \\ M \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}$$

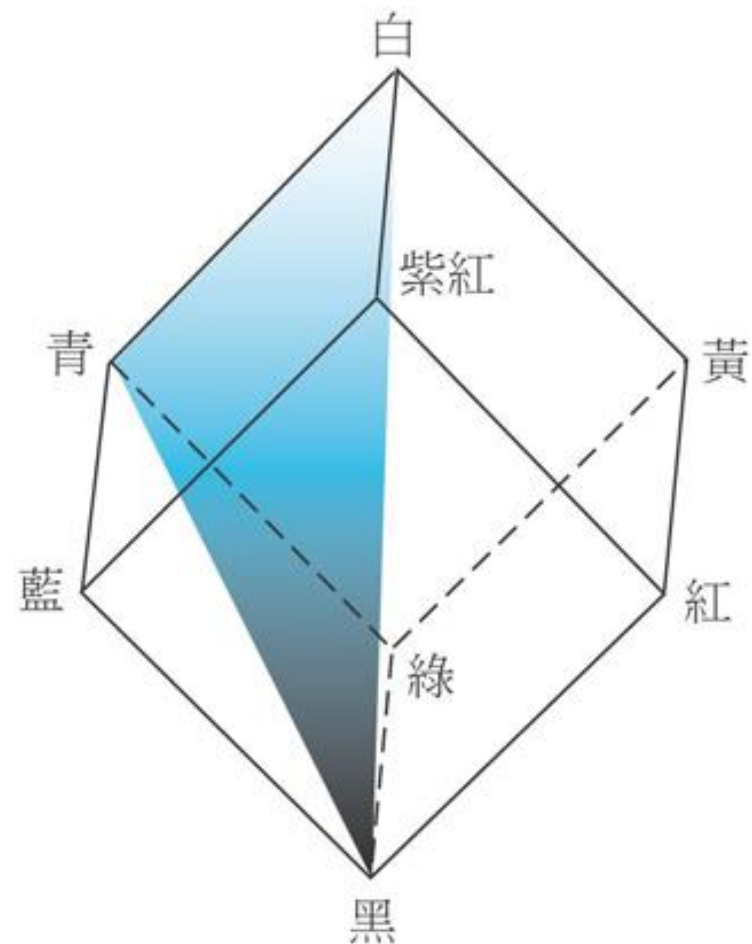
# 色彩模型:HIS模型

- RGB模型對描述一個物體並不實用
- HIS模型:
  - 色調(Hue):色彩的主要成分
  - 飽和度(Saturation):色彩混和白光的程度
  - 亮度(Intensity)

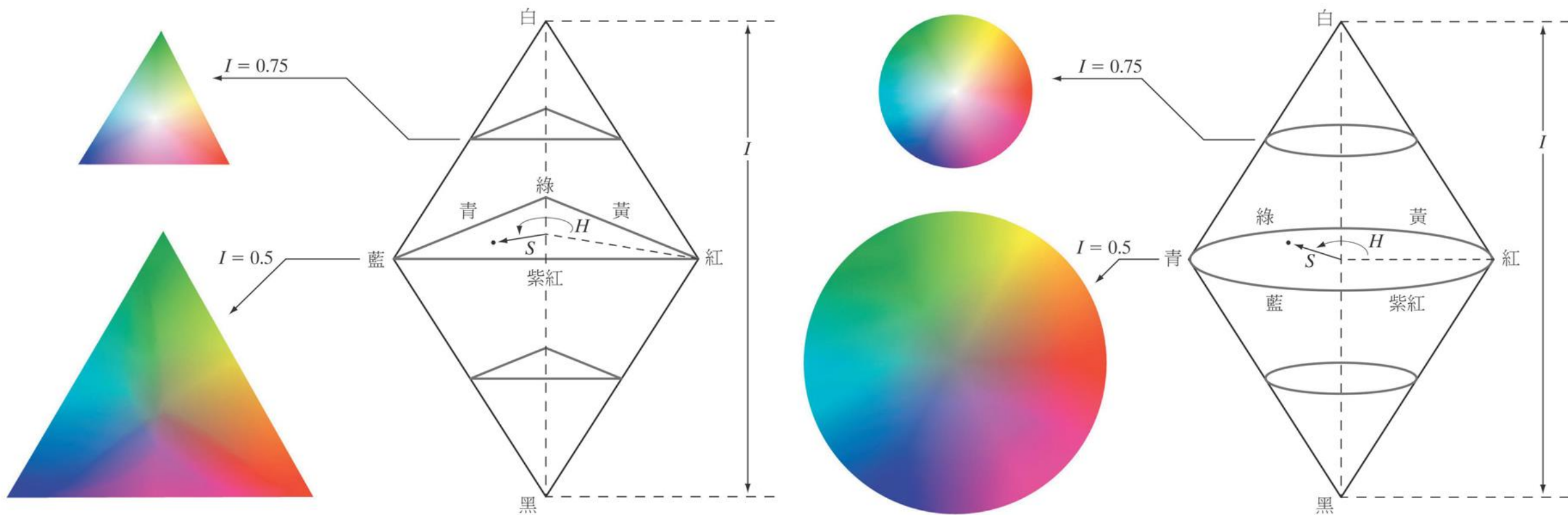


# 色彩模型:HIS模型

- 色調:
  - 黑白青三色形成平面
  - 整張平面皆為青色色調
  - 但是強度和飽和度不同



# 色彩模型:HIS模型



# RGB 轉換到 HSI

➤ 已知RGB像素

$$I = \frac{R + G + B}{3} \quad (\text{RGB 要正规范化})$$

$$S = 1 - \frac{\min(R, G, B)}{I}$$

$$H = \cos^{-1} \left( \frac{0.5 * [(R - G) + (R - B)]}{\sqrt{(R - G)^2 + (R - B)(G - B)}} \right)$$

若  $B > G$ :

$$H = 360^\circ - H$$

# RGB 轉換到 HIS 範例(1):

➤ 已知R=255,G=100,B=50

$$R = \frac{255}{255} = 1, G = \frac{100}{255} = 0.392, B = \frac{50}{255} = 0.196$$

$$I = \frac{R + G + B}{3} = \frac{1 + 0.392 + 0.196}{3} = 0.529$$

$$S = 1 - \frac{\min(R, G, B)}{I} = 1 - \frac{0.196}{0.529} = 0.63$$

$$H = \cos^{-1} \left( \frac{0.5 * [(R - G) + (R - B)]}{\sqrt{(R - G)^2 + (R - B)(G - B)}} \right)$$

若B>G:  
 $H = 360^\circ - H$

$$= \cos^{-1} \left( \frac{0.5 * [(1 - 0.392) + (1 - 0.196)]}{\sqrt{(1 - 0.392)^2 + (1 - 0.196)(0.392 - 0.196)}} \right) = \cos^{-1}(0.972) = 13^\circ$$

# HSI 轉換到 RGB

➤ 已知HIS數值

$$H = 0 \sim 120$$

$$B = I(1 - S)$$

$$R = I \left[ 1 + \frac{S \cos H}{\cos(60^\circ - H)} \right]$$

$$G = 3I - (R + B)$$

$$H = 120 \sim 240$$

$$H = H - 120^\circ$$

$$R = I(1 - S)$$

$$G = I \left[ 1 + \frac{S \cos H}{\cos(60^\circ - H)} \right]$$

$$B = 3I - (R + G)$$

$$H = 240 \sim 360$$

$$H = H - 240^\circ$$

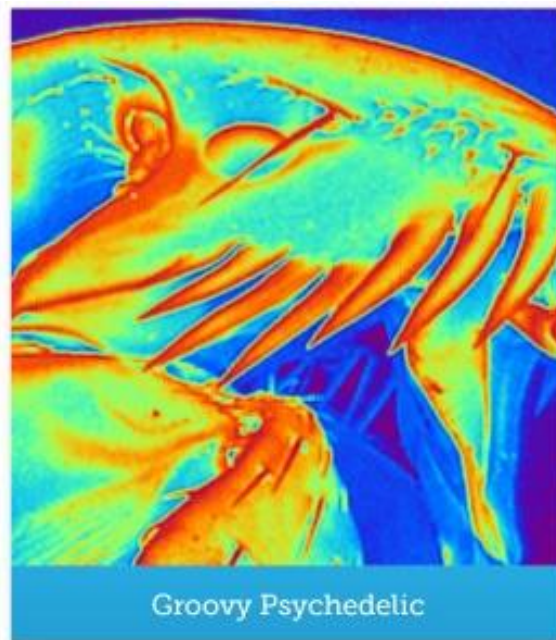
$$G = I(1 - S)$$

$$B = I \left[ 1 + \frac{S \cos H}{\cos(60^\circ - H)} \right]$$

$$R = 3I - (G + B)$$

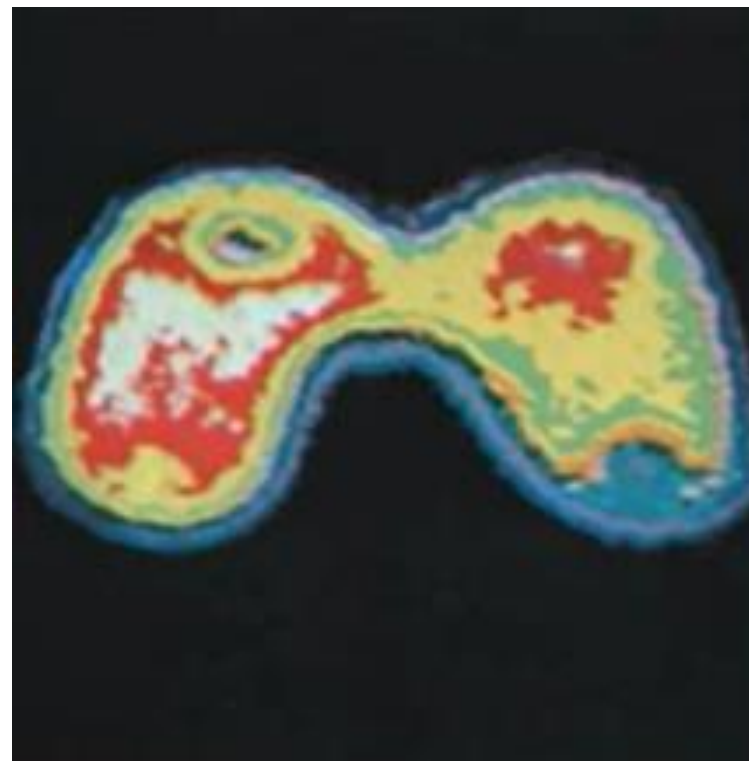
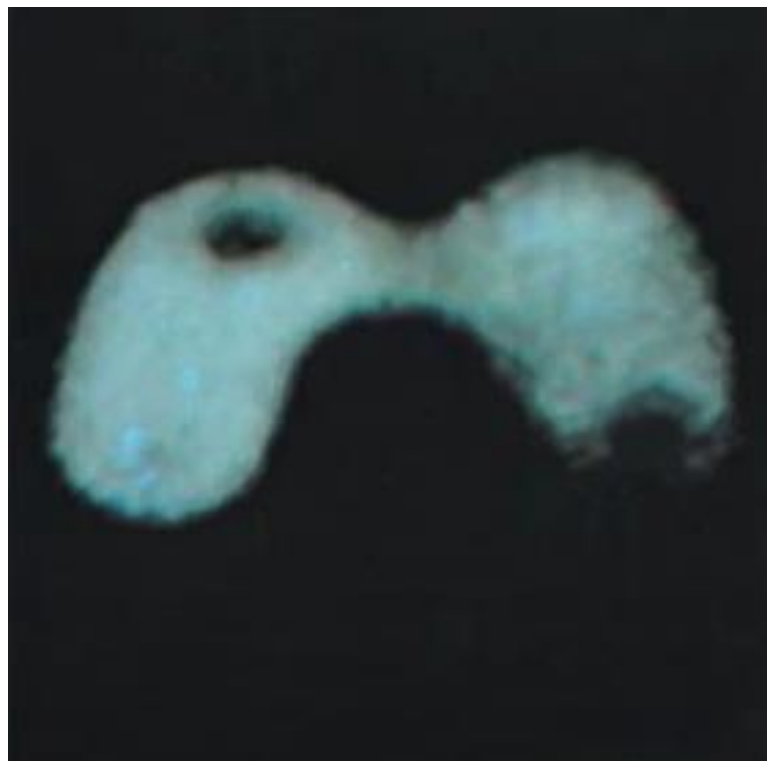
# 虛擬色彩

- 虛擬色彩(pseudo color)
- 供人觀看影像中的灰階事件
- 相較於灰階，色彩資訊較豐富



# 虛擬色彩(強度切片)

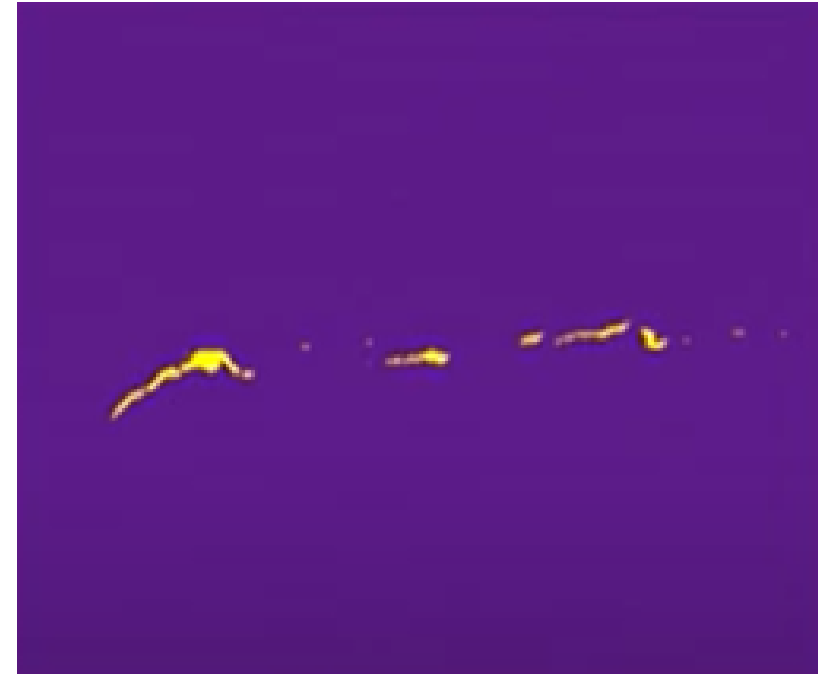
## ➤ 甲狀腺





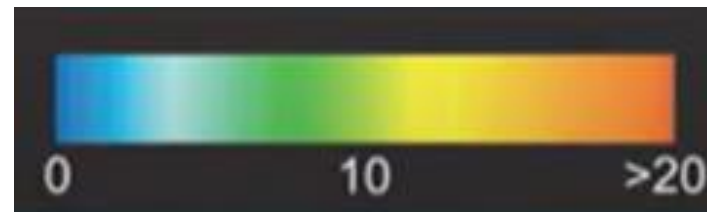
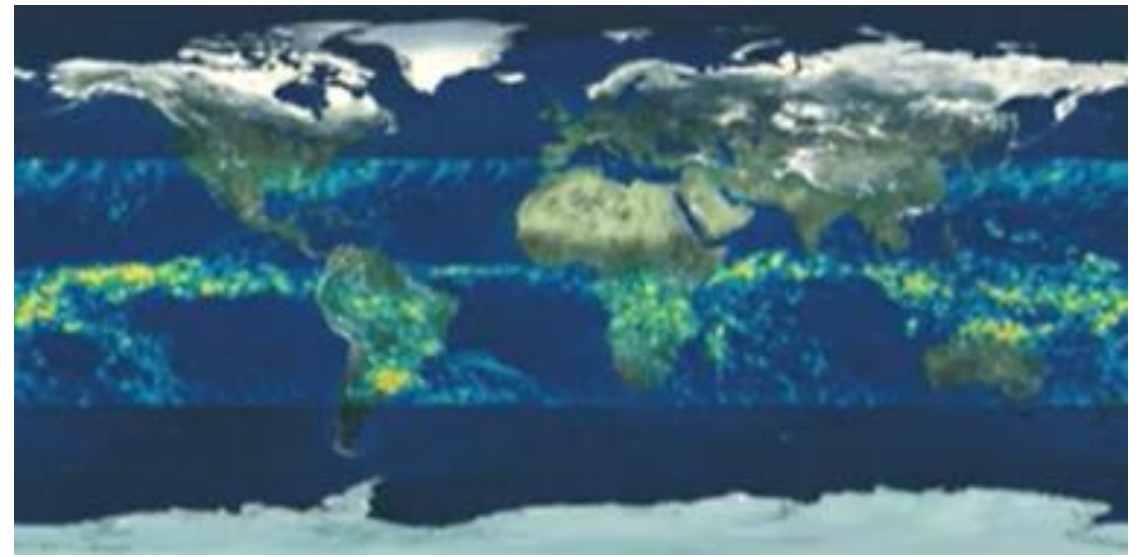
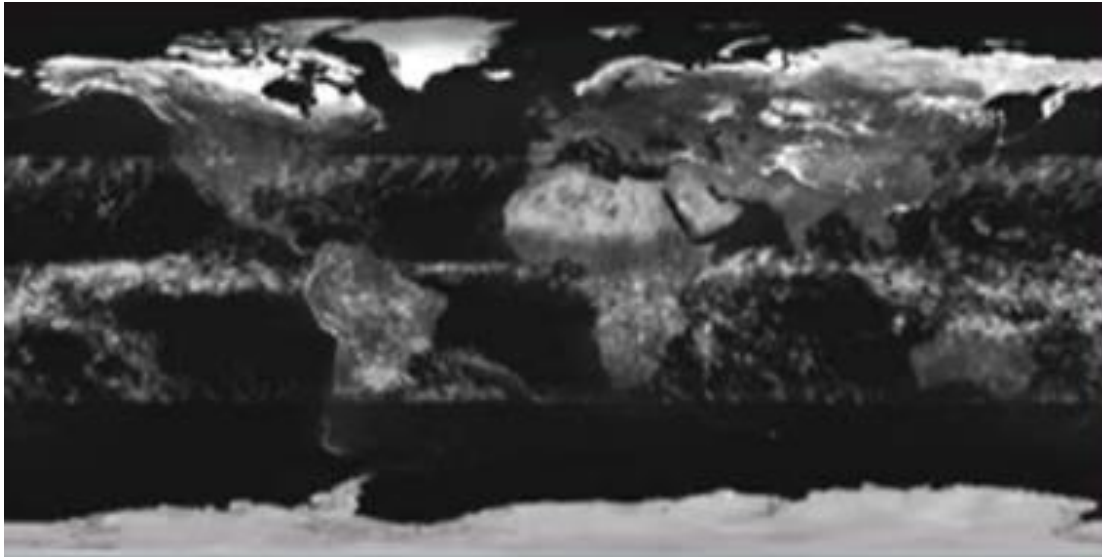
# 虛擬色彩(強度切片)

## ➤ 焊接體X光影像



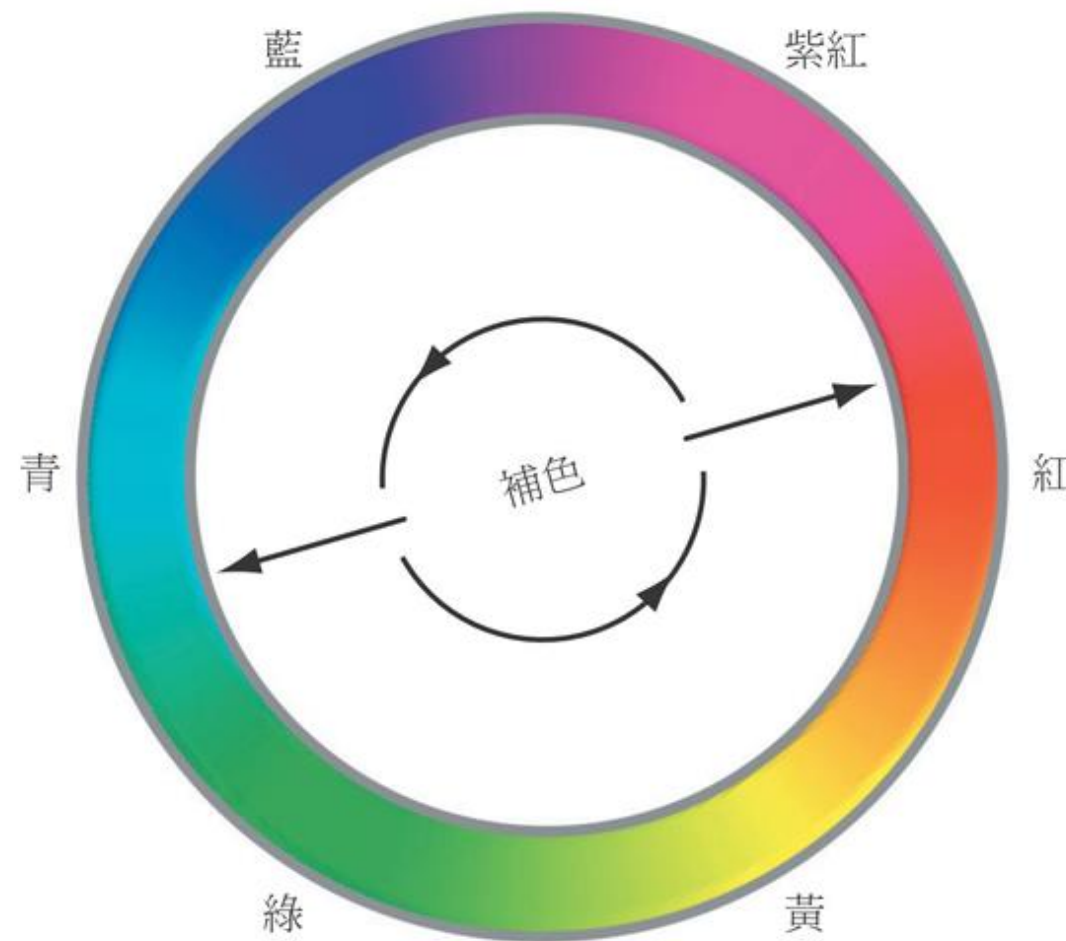
# 虛擬色彩(強度切片)

## ➤ 降雨量

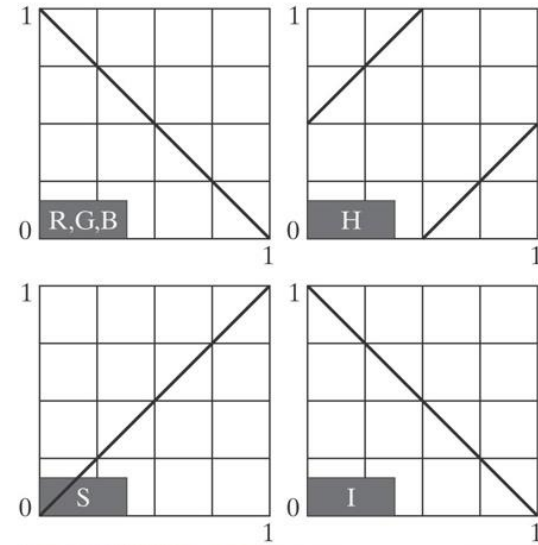


# 全彩影像補色

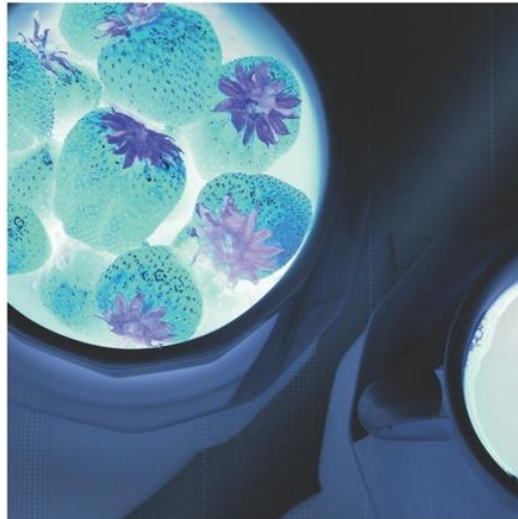
- 在色彩圓上直接相對的  
色調稱為補色
- 在增強彩色影像  
較暗區域有用



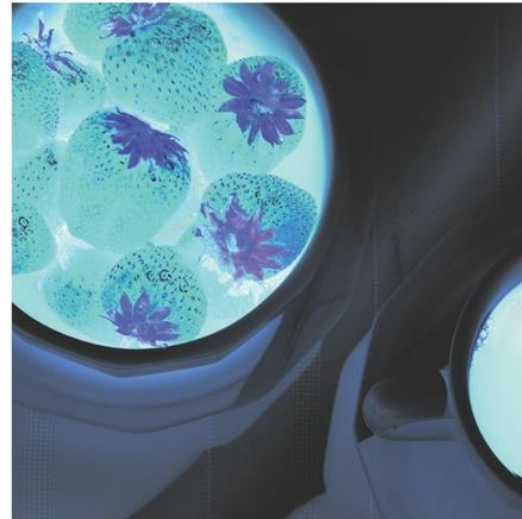
# 全彩影像補色



RGB轉換



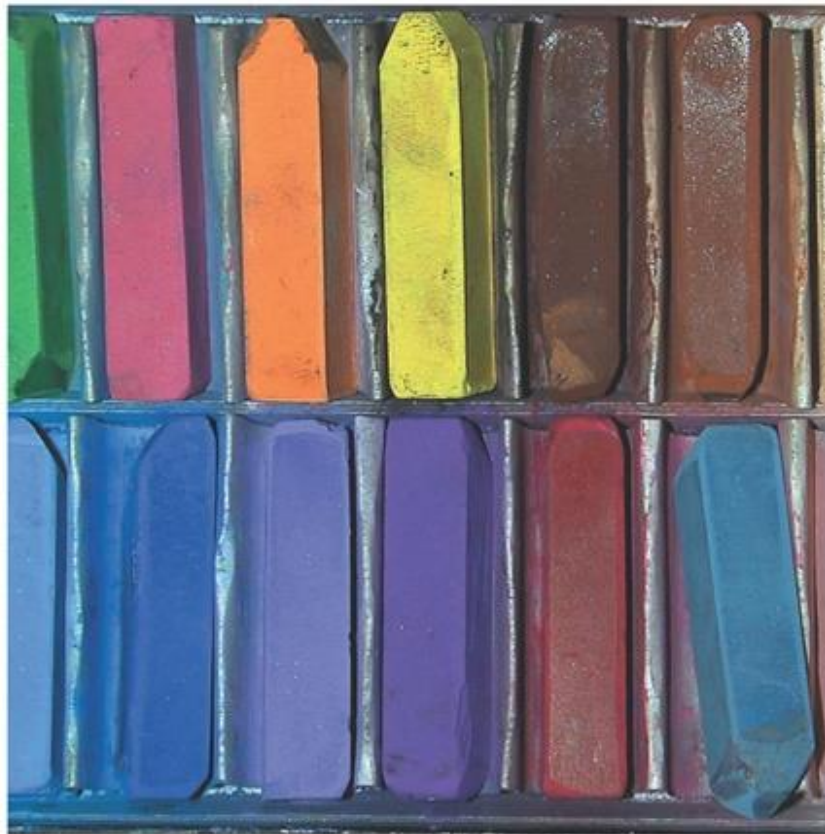
HSI轉換



# 色調修正

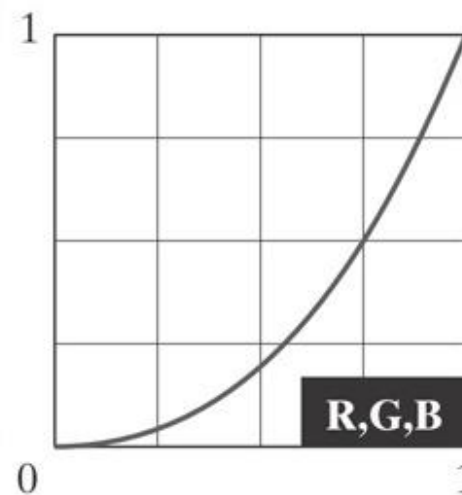


亮的



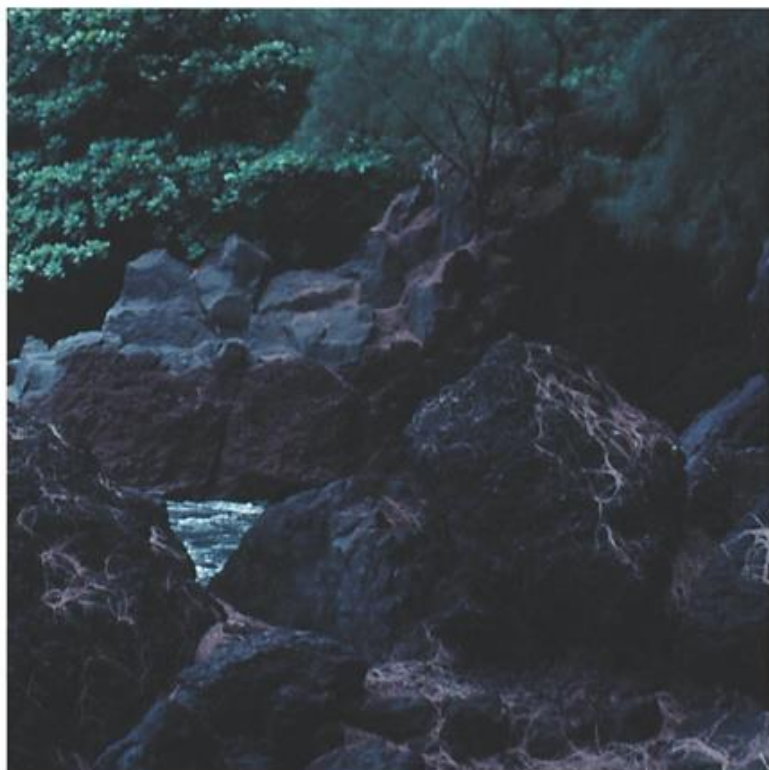
修正過的

強度降低





# 色調修正

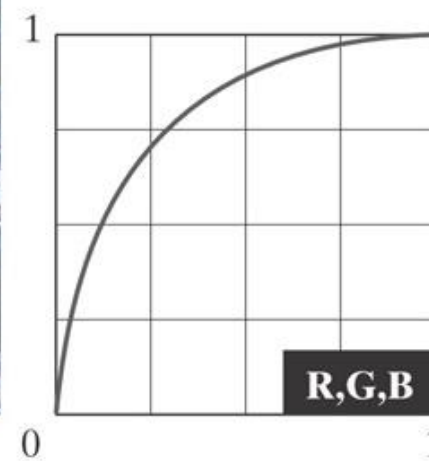


黑暗的

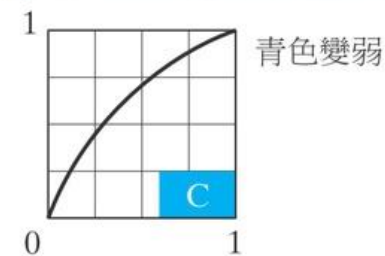
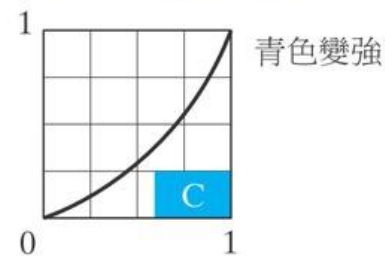
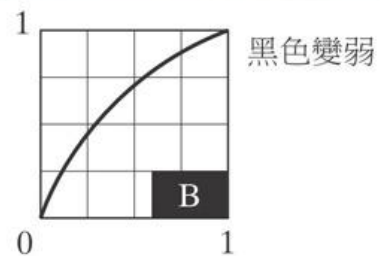
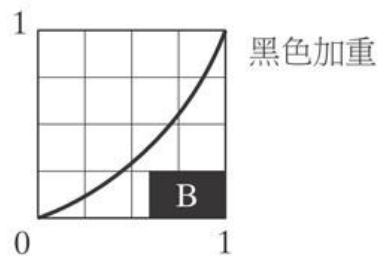


修正過的

強度升高

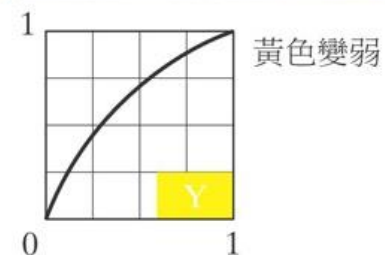
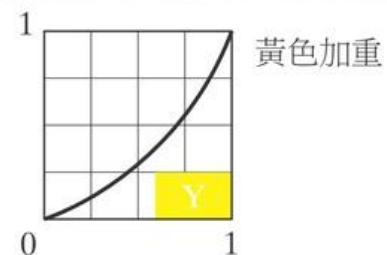
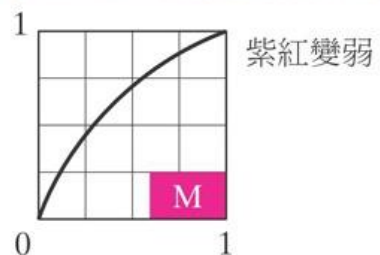
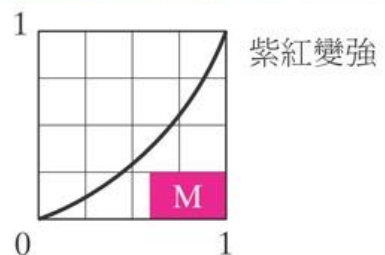


# 色調修正

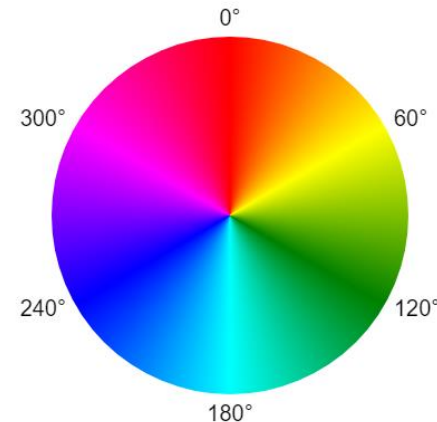




# 色調修正

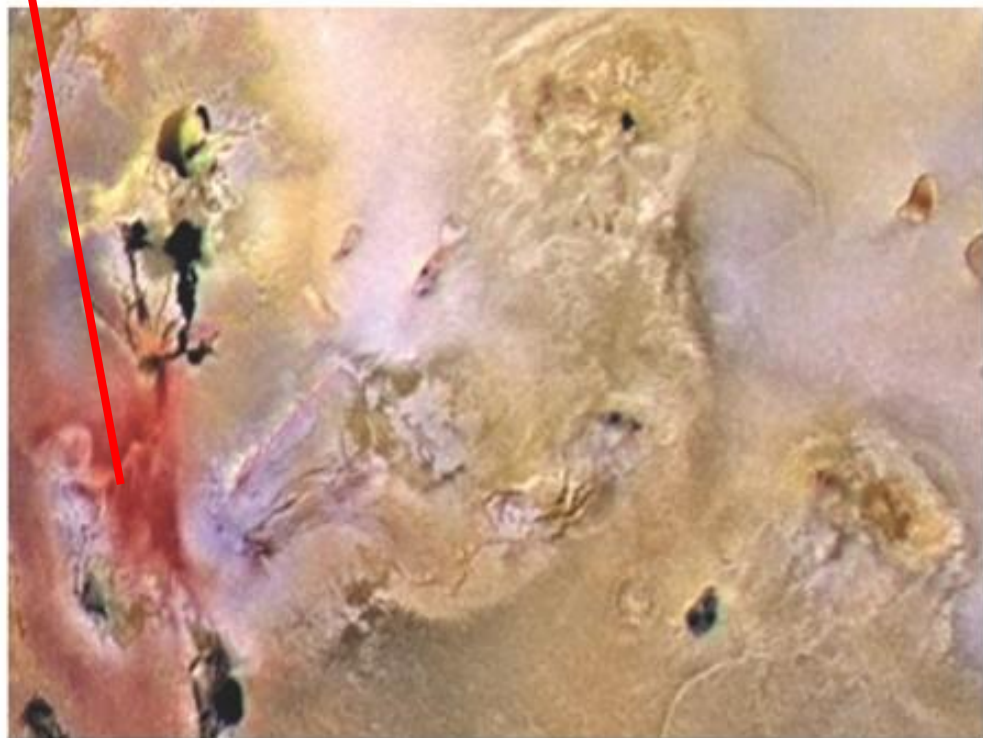


# HSI影像分割



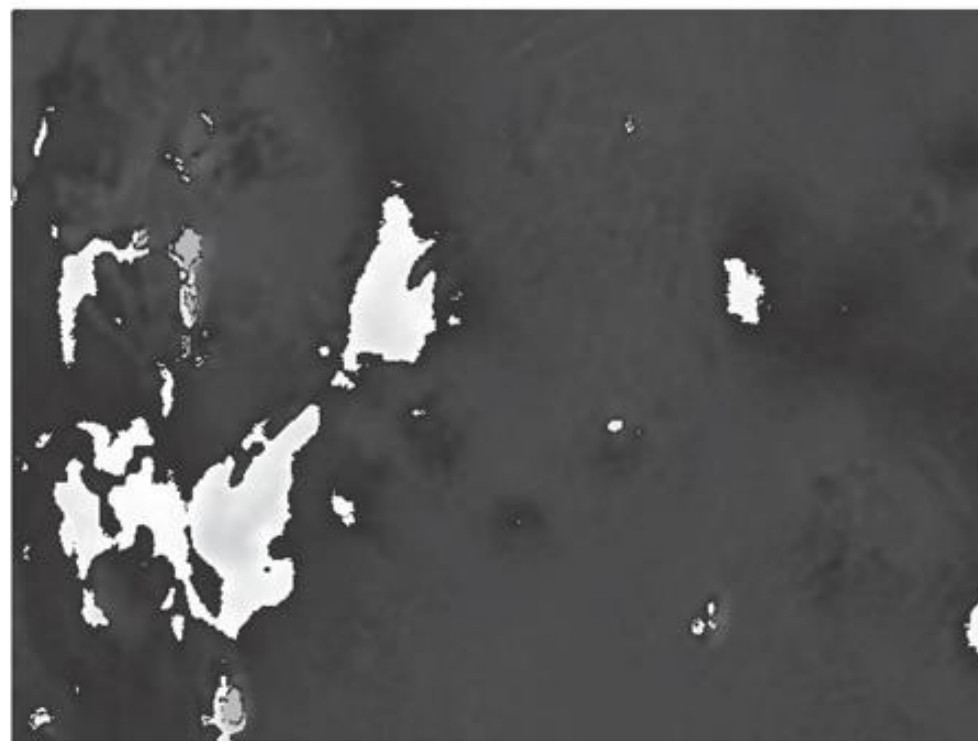
想要把紅色區塊掘出來

原始影像

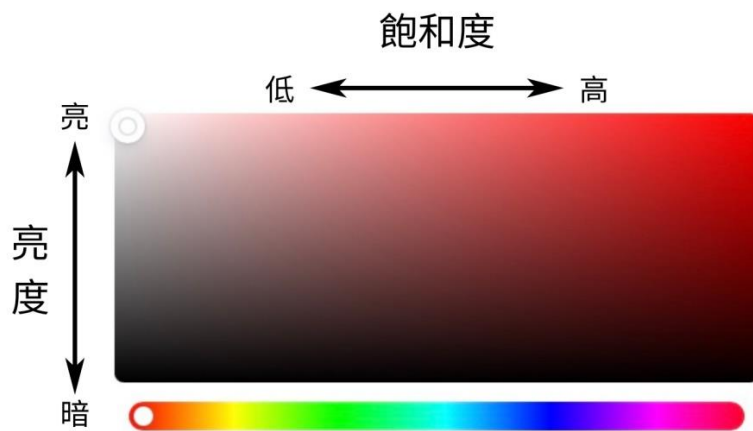


白色區域為接近紅色部分

色調



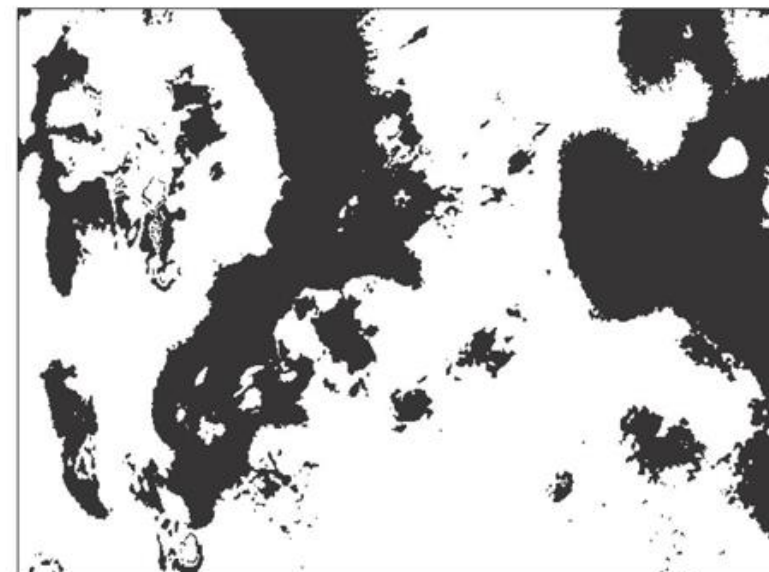
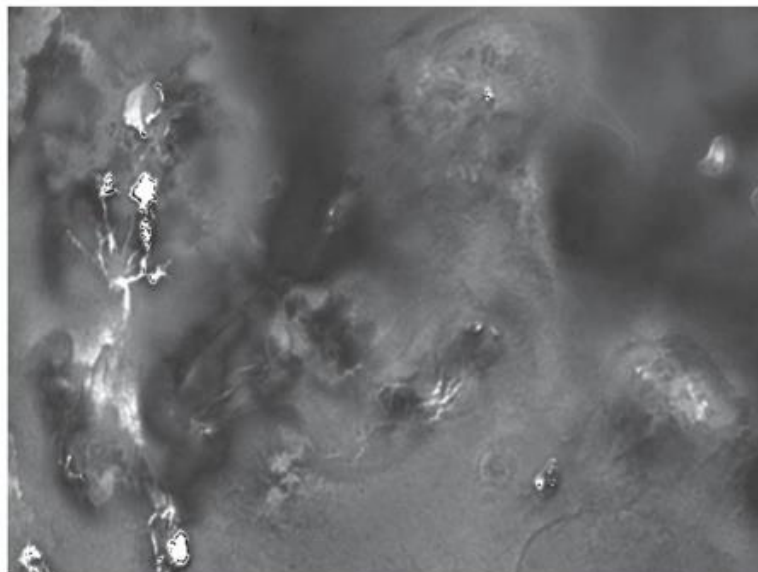
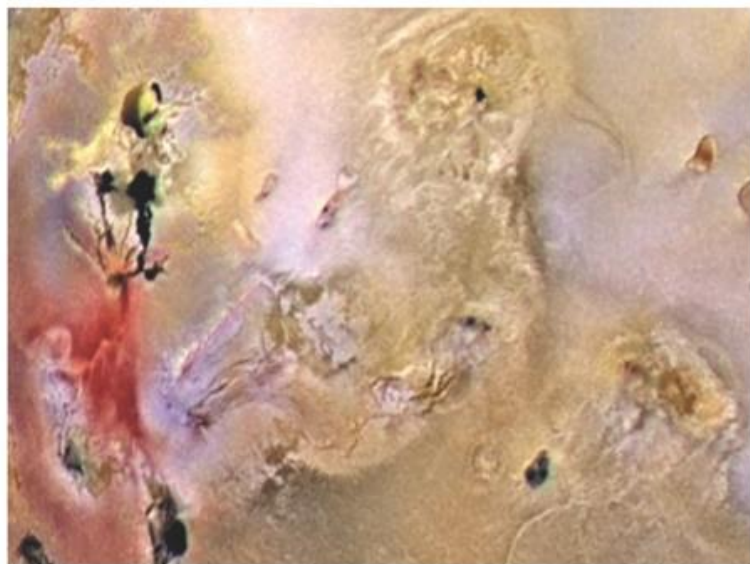
# HSI影像分割



飽和度

黑色區域為接近白色的地方

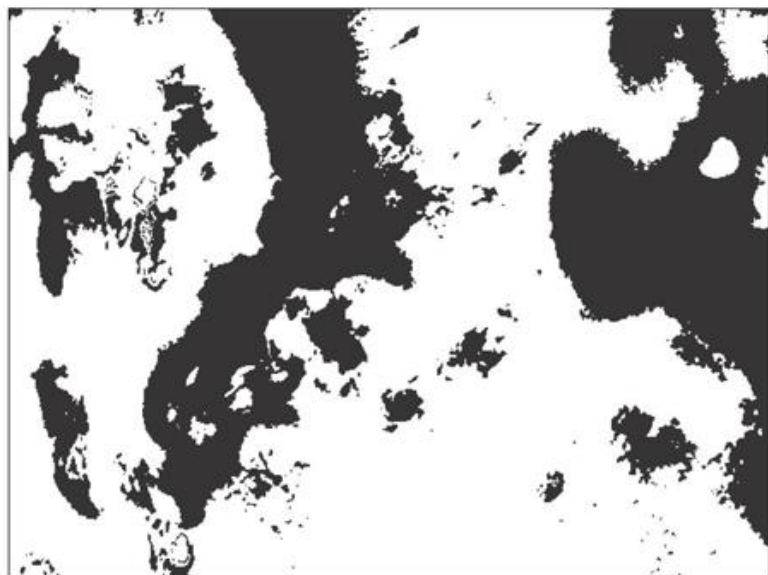
二元飽和遮罩



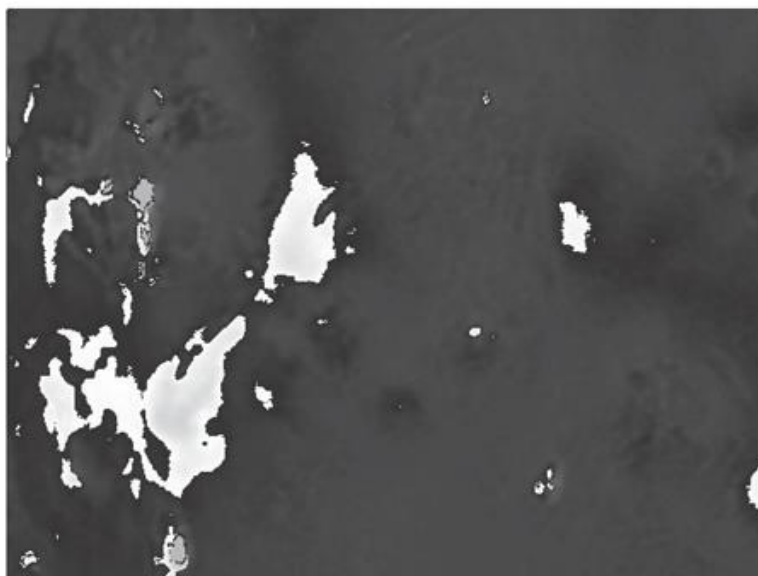


# HSI影像分割

二元飽和遮罩



色調



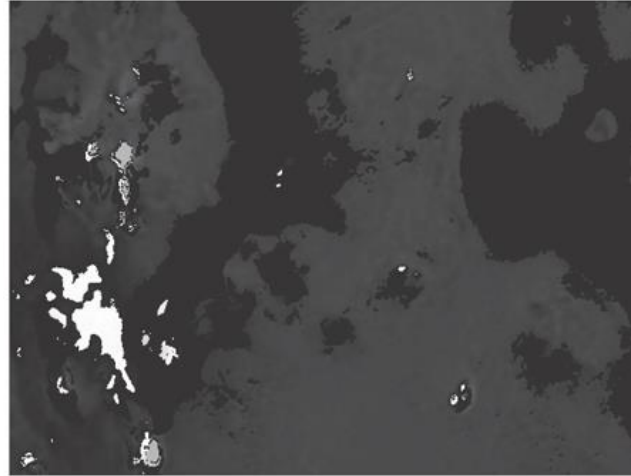
白色:紅色的區域

遮罩與色調乘積

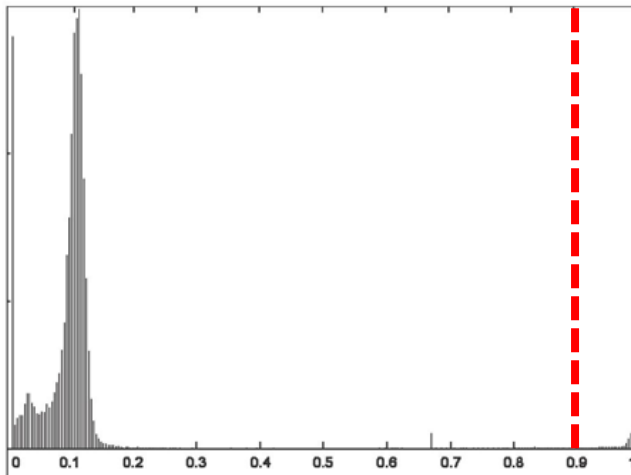


# HSI影像分割

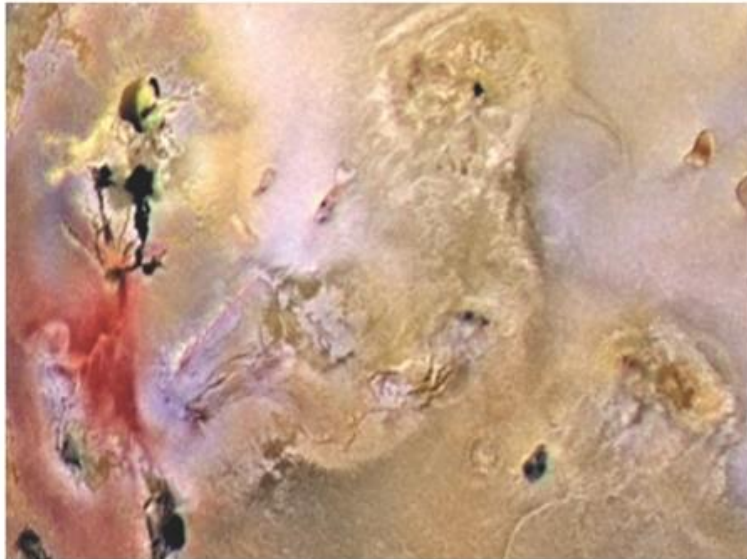
遮罩與色調乘積



遮罩與色調乘積值方圖



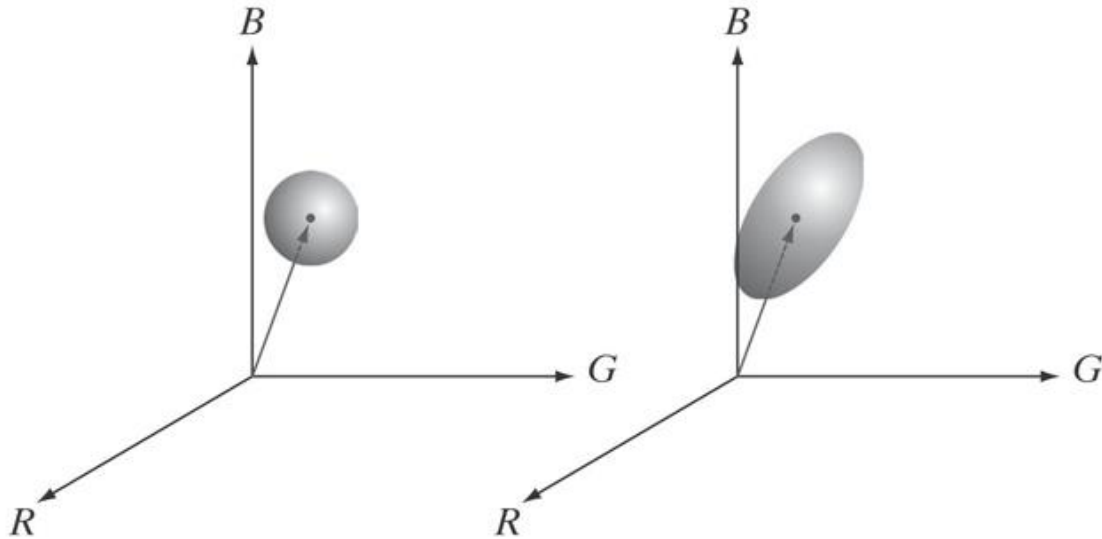
紅色成分分割



# RGB影像分割

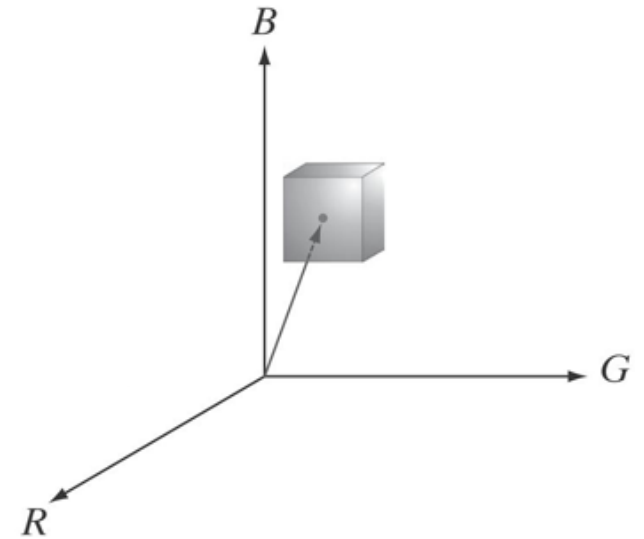
比較準 但比較耗時

$$\begin{aligned} D(\mathbf{z}, \mathbf{a}) &= \|\mathbf{z} - \mathbf{a}\| \\ &= [(\mathbf{z} - \mathbf{a})^T (\mathbf{z} - \mathbf{a})]^{\frac{1}{2}} \\ &= [(\mathbf{z}_R - \mathbf{a}_R)^2 + (\mathbf{z}_G - \mathbf{a}_G)^2 + (\mathbf{z}_B - \mathbf{a}_B)^2]^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$



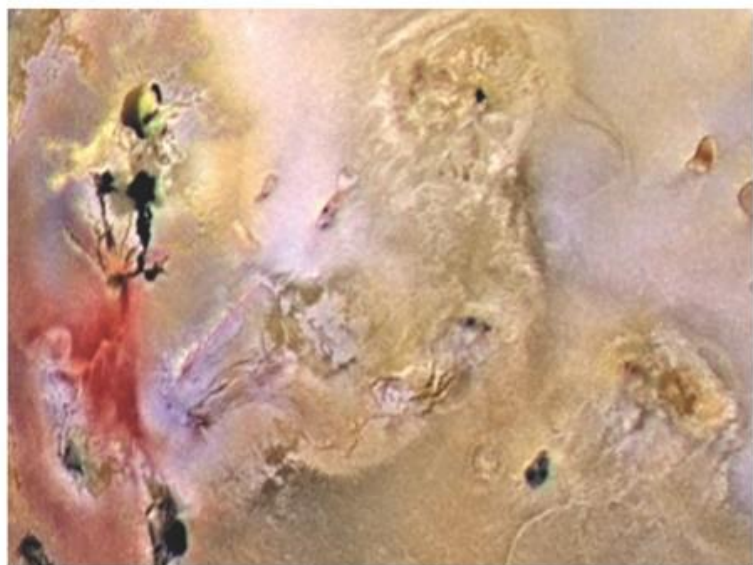
快速，但會有一點誤差

$$D(\mathbf{z}, \mathbf{a}) = [(\mathbf{z} - \mathbf{a})^T \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{z} - \mathbf{a})]^{\frac{1}{2}}$$



# RGB影像分割 比較

原圖



RGB分割



HSI分割



看起來比較好