

**2.6** 當討論 2.3 節中的線性索引時，我們經由檢視得到 (2-12) 式的線性索引。該處所用的相同論述可延伸到三維陣列，其中座標為  $x, y$  和  $z$ ，且對應的大小為  $M, N$  和  $P$ 。對任何  $(x, y, z)$  的線性索引為

$$s = x + M(y + Nz)$$

由此表示式開始並

(a) 推導 (2-13) 式。

(b) 推導 (2-14) 式。

可以改成推導出  
 $x, y, z$  怎麼算就好

2.14 從 (2-23) 式可知，座標的仿射轉換為

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

其中  $(x', y')$  為經轉換的座標， $(x, y)$  為原來的座標，且  $\mathbf{A}$  的元素對不同轉換給予表 2.1 中對應的值。對於執行反映射而言也一樣重要的是從轉換結果回到原來座標所需的反轉換  $\mathbf{A}^{-1}$ 。

- (a) 求反尺度轉換。
- (b) 求反平移轉換。
- (c) 求反垂直與水平切變轉換。
- (d) 求反旋轉轉換。
- (e) 顯示一個複合的反平移 / 旋轉轉換。

2.15 做以下問題

很重要，不能只背公式  
要知道怎麼應用



## 線性索引與座標索引

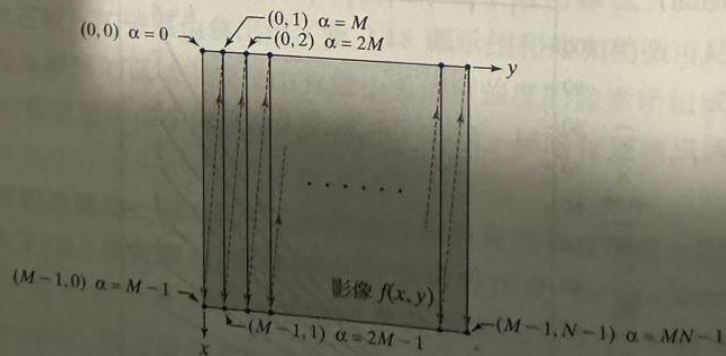
前一節討論到的規定（像素的位置由其二維座標決定）稱為座標索引 (coordinate indexing) 或下標索引 (subscript indexing)。在影像處理演算法的程式實現中常用的另一種索引是線性索引 (linear indexing)，它是根據從座標  $(0,0)$  起算的偏移量由非負值整數的一維字串所組成。有兩種主要的線性索引，一個是根據影像的列掃描，另一個是根據行掃描。

圖 2.20 展示根據行掃描之線性索引的原理。想法是逐行掃描，從原點開始往下再朝右進行。隨著我們以圖 2.20 所示的方式掃描影像時，線性索引是根據像素個數的計數。因此，第一（最左邊那）行的掃描產生從 0 到  $M-1$  的線性索引。第二行的掃描產生從  $M$  到  $2M-1$  的線性索引，依此類推直到最後一行的最後一個像素指定  $MN-1$  的線性索引值為止。因此，以  $\alpha$  表示的一個線性索引有  $MN$  個可能值之一： $0, 1, 2, \dots, MN-1$ ，如圖 2.20 所示。此處要注意的重要事情是每個像素都指定一個獨一無二的線性索引值來指明它。

根據行掃描產生線性索引的公式是直接了當的且可由檢視來決定。對任何一對座標  $(x, y)$ ，對應的線性索引值為

$$\alpha = My + x \quad (2-12)$$

圖 2.20  
產生線性索引之  
行掃描的展示。  
所顯示的是幾個  
二維座標（以  
括號表示）及  
其對應的線性索  
引。



## 2.3 影像的取樣和量化

反之，已知一個線性索引值  $\alpha$ ，座標索引可由以下的方程式求得†：

$$x = \alpha \bmod M \quad (2-13)$$

和

$$y = (\alpha - x) / M \quad (2-14)$$

回想起  $\alpha \bmod M$  意指「以  $\alpha$  除以  $M$  的餘數」。這是下列陳述的正式方式：在每行的起頭處列數會重複。因此，當  $\alpha=0$  時，0 除以  $M$  的餘數為 0，所以  $x=0$ 。當  $\alpha=1$  時，餘數為 1，所以  $x=1$ 。你可看到  $x$  會持續等於  $\alpha$  直到  $\alpha=M-1$ 。當  $\alpha=M$  時（這是在第二行的起頭處），餘數為 0，因而再次  $x=0$ ，當這樣的形態重複時，接著它增加 1 直到達到下一行為止。同樣的評論適用於 (2-14) 式。對於前述兩個方程式的推導，見習題 2.6。