MATERI 5

TUJUAN INSTRUKSIONAL KHUSUS

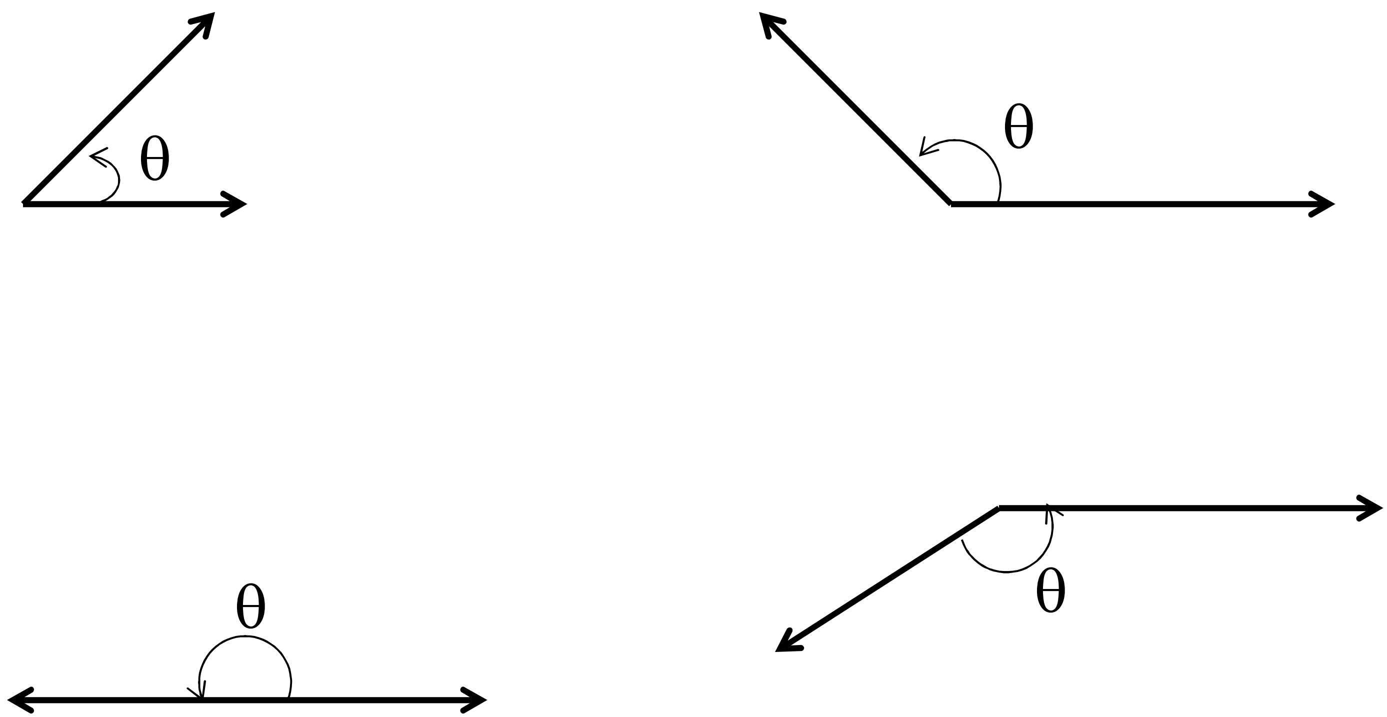
Setelah menyelesaikan pertemuan ini mahasiswa diharapkan :

- Dapat menghitung perkalian titik dari suatu vektor dan mengetahui contoh aplikasinya
- Dapat menghitung perkalian silang dari suatu vektor dan mengetahui contoh aplikasinya

Perkalian titik (Dot Product)

Perkalian silang (Cross Product)

Perkalian titik (*Dot Product*)



Perkalian titik: $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$ = skalar

Vektor **u** dan **v** di Ruang-2 atau di Ruang-3, dengan θ sudut apit antara **u** dan **v**

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = \begin{cases} \|\mathbf{u}\|\,\|\mathbf{v}\| \cos\theta & \text{jika } \mathbf{u} \neq \mathbf{0} \text{ dan } \mathbf{v} \neq \mathbf{0} \\ 0 & \text{jika } \mathbf{u} = \mathbf{0} \text{ atau } \mathbf{v} = \mathbf{0} \end{cases}$$

Catatan: **u** dan **v** saling tegak lurus ($\theta = 90^o$ & $\cos\theta = 0$) $\leftrightarrow$ $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$

Vektor-vektor yang saling tegak lurus disebut vektor-vektor ortogonal

Perkalian titik: $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$ = skalar

Vektor **u** dan **v** di Ruang-2 atau di Ruang-3, dengan θ sudut apit antara **u** dan **v**

Catatan: $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in$ Ruang-2 $\rightarrow \mathbf{u} = (u_1, u_2), \mathbf{v} = (v_1, v_2)$

$\mathbf{u}, \mathbf{v} \in$ Ruang-3 $\rightarrow \mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3), \mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$

Formula lain untuk $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$:

Ruang-2: $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = u_1v_1 + u_2v_2$

Ruang-3: $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = u_1v_1 + u_2v_2 + u_3v_3$

Contoh :

1. Misal u = (1,2,3) dan v = (-2,1,3)

   Maka u.v = -2 + 2 + 9 = 9

2. Dari soal no 1, hitunglah sudut antara u dan v

   Maka :

$$u.v = \|u\|.\|v\| \cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \frac{u.v}{\|u\|.\|v\|}$$

$$\cos\alpha = \frac{9}{\sqrt{14}.\sqrt{14}} = \frac{9}{14}$$

$$\alpha = \arccos\frac{9}{14}$$

Teorema 3.3.1 – 3.3.2:

Vektor-vektor **u**, **v**, **w** di Ruang-2 atau di Ruang-3; ***k*** adalah skalar

- $\mathbf{v}.\mathbf{v} = ||\mathbf{v}||^2$, atau $||\mathbf{v}|| = (\mathbf{v}.\mathbf{v})^{1/2}$
- jika $\mathbf{u} \neq \mathbf{0}$, $\mathbf{v} \neq \mathbf{0}$ dan mengapit sudut θ, maka
  - θ lancip ↔ $\mathbf{u}\,.\mathbf{v} > 0$
  - θ tumpul ↔ $\mathbf{u}\,.\mathbf{v} < 0$
  - $\theta = 90^o$ ↔ $\mathbf{u}\,.\mathbf{v} = 0$
- $\mathbf{u}\,.\,\mathbf{v} = \mathbf{v}\,.\,\mathbf{u}$
- $\mathbf{u}\,.\,(\mathbf{v} + \mathbf{w}) = \mathbf{u}\,.\mathbf{v} + \mathbf{u}\,.\mathbf{w}$
- $k(\mathbf{u}\,.\,\mathbf{v}) = (k\mathbf{u})\,.\,\mathbf{v} = \mathbf{u}\,.\,(k\mathbf{v})$
- $\mathbf{v}\,.\mathbf{v} > 0$ jika $\mathbf{v} \neq \mathbf{0}$ dan $\mathbf{v}\,.\,\mathbf{v} = \mathbf{0}$ jika $\mathbf{v} = \mathbf{0}$

Teorema 3.3.1 – 3.3.2:

Vektor-vektor **u**, **v**, **w** di Ruang-2 atau di Ruang-3; ***k*** adalah skalar

- $\mathbf{v}.\mathbf{v} = \|\mathbf{v}\|^2$, atau $\|\mathbf{v}\| = (\mathbf{v}.\mathbf{v})^{1/2}$

<u>Bukti:</u> $\mathbf{v}\,.\,\mathbf{v} = \|\mathbf{v}\|\,\|\mathbf{v}\|\cos 0^o$

$= \|\mathbf{v}\|\,\|\mathbf{v}\|\,(1) = \|\mathbf{v}\|^2$

$= \|\mathbf{v}\|^2$

$\mathbf{v}\,.\,\mathbf{v} = v_1v_1 + v_2v_2$

$= v_1^2 + v_2^2$

$= \|\mathbf{v}\|^2$

- $\mathbf{u}\,.\,\mathbf{v} = \mathbf{v}\,.\,\mathbf{u}$

<u>Bukti:</u> $\mathbf{u}\,.\,\mathbf{v} = \|\mathbf{u}\|\,\|\mathbf{v}\|\cos\theta$

$= \|\mathbf{v}\|\,\|\mathbf{u}\|\cos\theta$

$= \mathbf{v}\,.\,\mathbf{u}$

Teorema 3.3.1 – 3.3.2:

Vektor-vektor **u**, **v**, **w** di Ruang-2 atau di Ruang-3; ***k*** adalah skalar

- $\mathbf{u} \,.\, (\mathbf{v} + \mathbf{w}) = \mathbf{u} \,.\mathbf{v} + \mathbf{u} \,.\mathbf{w}$

<u>Bukti:</u> $\mathbf{u} \,.\, (\mathbf{v} + \mathbf{w}) = (u_1, u_2, u_3) \,.\, (v_1+w_1, v_2+w_2, v_3+w_3)$

$= u_1(v_1+w_1) + u_2(v_2+w_2) + u_3(v_3+w_3)$

$= (u_1v_1+u_1w_1) + (u_2v_2+u_2w_2) + (u_3v_3+u_3w_3)$

$= (u_1v_1+u_2v_2+u_3v_3) + (u_1w_1 + u_2w_2+u_3w_3)$

$= \mathbf{u} \,.\mathbf{v} + \mathbf{u} \,.\mathbf{w}$

$k(\mathbf{u} \,.\, \mathbf{v}) = (k\mathbf{u}) \,.\, \mathbf{v} = \mathbf{u} \,.\, (k\mathbf{v})$

$k(\mathbf{u} \,.\, \mathbf{v}) = k(u_1v_1 + u_2v_2 + u_3v_3)$ ....

$= (ku_1v_1 + ku_2v_2 + ku_3v_3)$ $= (u_1kv_1 + u_2kv_2 + u_3kv_3)$

$= (ku_1)v_1 + (ku_2)v_2 + (ku_3)v_3$ $= u_1(kv_1) + u_2(kv_2) + u_3(kv_3)$

$= (k\mathbf{u}) \,.\, \mathbf{v}$ $= \mathbf{u} \,.\, (k\mathbf{v})$

Teorema 3.3.1 – 3.3.2:

Vektor-vektor **u**, **v**, **w** di Ruang-2 atau di Ruang-3; ***k*** adalah skalar

- **v .v** > 0 jika **v** ≠ **0** dan **v . v** = 0 (skalar) jika **v** = **0 (vektor)**

Teorema 3.3.1 – 3.3.2:

Vektor-vektor **u**, **v**, **w** di Ruang-2 atau di Ruang-3; ***k*** adalah skalar

- $\mathbf{v}.\mathbf{v} = \|\mathbf{v}\|^2$, atau $\|\mathbf{v}\| = (\mathbf{v}.\mathbf{v})^{1/2}$
- jika $\mathbf{u} \neq \mathbf{0}$, $\mathbf{v} \neq \mathbf{0}$ dan mengapit sudut θ, maka

  θ lancip $\leftrightarrow$ $\mathbf{u}.\mathbf{v} > 0$

  θ tumpul $\leftrightarrow$ $\mathbf{u}.\mathbf{v} < 0$

  $\theta = 90^o$ $\leftrightarrow$ $\mathbf{u}.\mathbf{v} = 0$

- $\mathbf{u}.\mathbf{v} = \mathbf{v}.\mathbf{u}$
- $\mathbf{u}.(\mathbf{v} + \mathbf{w}) = \mathbf{u}.\mathbf{v} + \mathbf{u}.\mathbf{w}$
- $k(\mathbf{u}.\mathbf{v}) = (k\mathbf{u}).\mathbf{v} = \mathbf{u}.(k\mathbf{v})$
- $\mathbf{v}.\mathbf{v} > 0$ jika $\mathbf{v} \neq \mathbf{0}$ dan $\mathbf{v}.\mathbf{v} = \mathbf{0}$ jika $\mathbf{v} = \mathbf{0}$

Contoh :

Jika u = (1,-2,3), v = (-3,4,2), w = (3,6,3)

Maka u.v = - 3 – 8 + 6 = -5

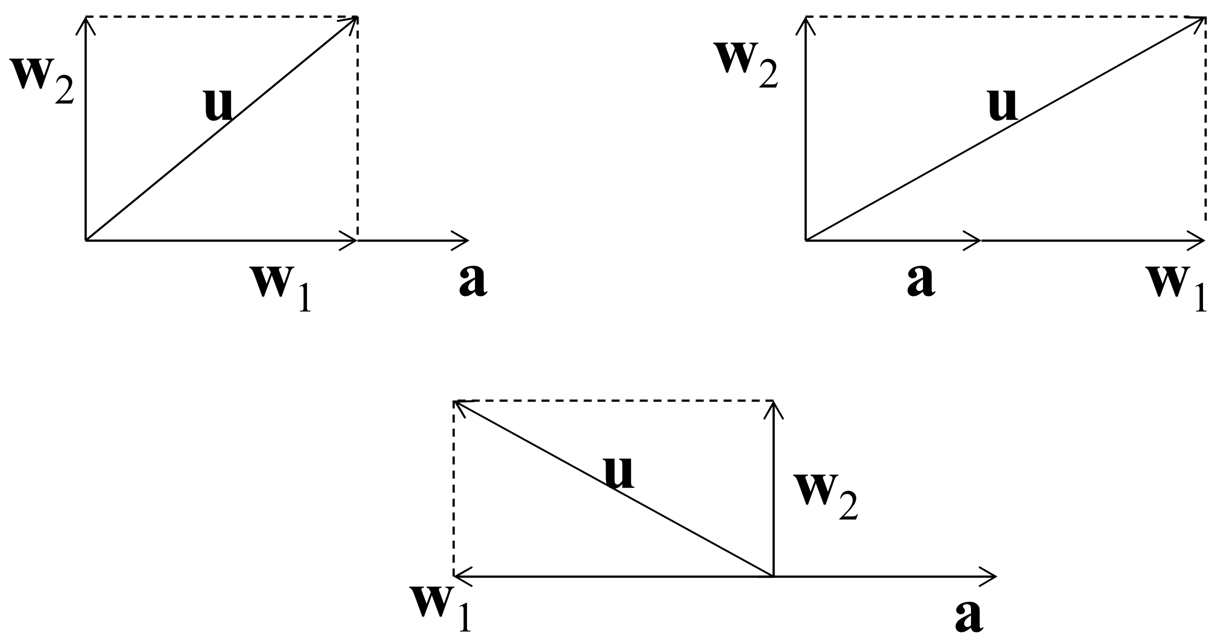
v.w = - 9 + 24 + 6 = 21

u.w = 3 – 12 + 9 = 0

Oleh karena itu, maka

- u dan v membentuk suatu sudut tumpul
- w dan v membentuk suatu sudut lancip
- u dan w saling tegak lurus

Proyeksi Ortogonal:

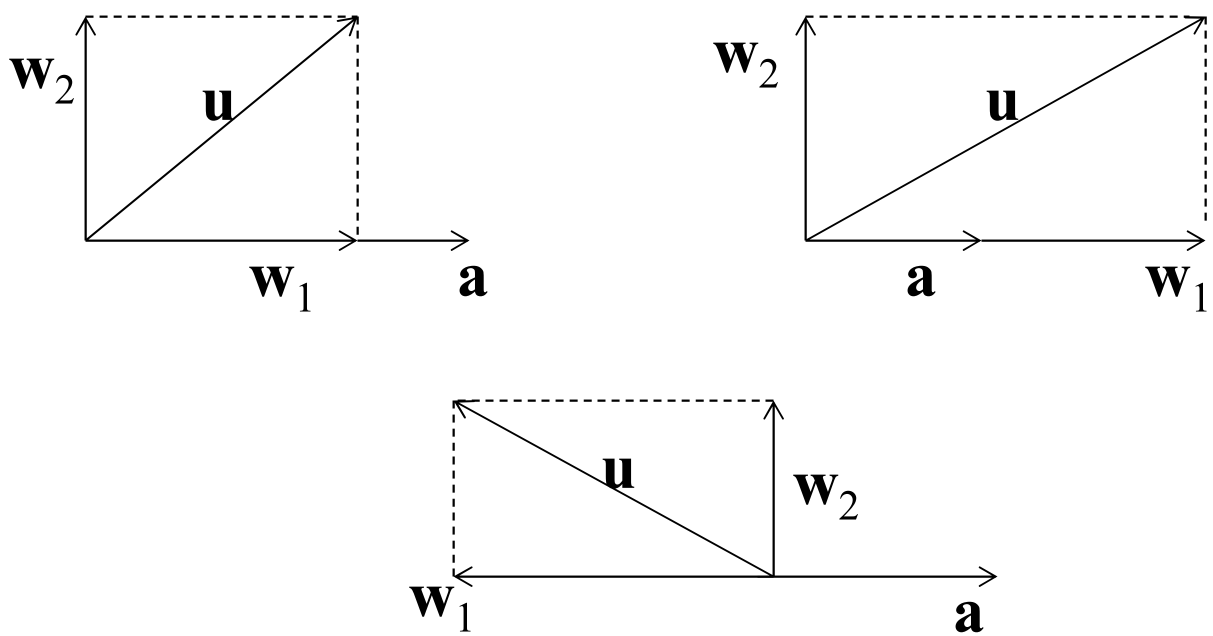


$\mathbf{w}_1$ = proyeksi ortogonal dari vektor **u** pada vektor **a**

= komponen vektor **u** di sepanjang vektor **a**

$\mathbf{w}_2$ = komponen vektor **u** ortogonal terhadap vektor **a**

Proyeksi Ortogonal:

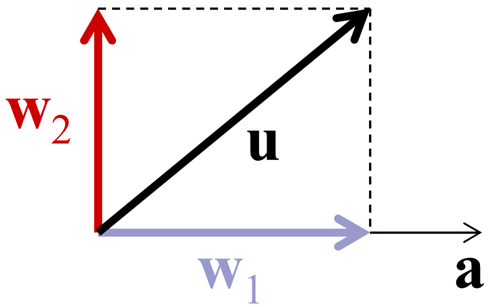


$\mathbf{w}_1$ = proyeksi ortogonal dari vektor **u** pada vektor **a**

= komponen vektor **u** di sepanjang vektor **a**

$\mathbf{w}_2$ = komponen vektor **u** ortogonal terhadap vektor **a**

Proyeksi Ortogonal:



$\mathbf{w_1}$ = proyeksi ortogonal dari vektor **u** pada vektor **a**

$\mathbf{w_2}$ = komponen vektor **u** ortogonal terhadap vektor **a**

$$\boxed{\mathbf{w}_1 = (\,\mathbf{u}\,.\,\mathbf{a}\,/\,\|\,\mathbf{a}\,\|^2\,)\,\mathbf{a}}$$

$$\boxed{\mathbf{w_2} = \mathbf{u} - (\,\mathbf{u}\,.\,\mathbf{a}\,/\,\|\,\mathbf{a}\,\|^2\,)\,\mathbf{a}}$$

Bukti: $\mathbf{w}_1 = (\,k\,)\,\mathbf{a} \rightarrow k = (\,\mathbf{u}\,.\,\mathbf{a}\,/\,\|\,\mathbf{a}\,\|^2\,)$?

$$\mathbf{u} = \mathbf{w_1} + \mathbf{w_2} = k\,\mathbf{a} + \mathbf{w_2}$$

$$\mathbf{u}\,.\,\mathbf{a} = (k\,\mathbf{a} + \mathbf{w_2})\,.\,\mathbf{a}$$

$$= k\mathbf{a}\,.\,\mathbf{a} + \mathbf{w_2}\,.\,\mathbf{a}$$

$$= k\,\|\,\mathbf{a}\,\|^2 + 0 = k\,\|\,\mathbf{a}\,\|^2$$

$$k = (\,\mathbf{u}\,.\,\mathbf{a}\,)\,/\,\|\,\mathbf{a}\,\|^2$$

Norm vektor $\mathbf{w}_1 = \|\,\mathbf{w}_1\,\| = |\,\mathbf{u}\,.\,\mathbf{a}\,|\,\|\,\mathbf{a}\,\|\,/\,\|\,\mathbf{a}\,\|^2 = |\,\mathbf{u}\,.\,\mathbf{a}\,|\,/\,\|\,\mathbf{a}\,\|$

Contoh (1) :

Anggap u = (2,-1,3) dan a = (4,-1,2).

Tentukan :

a. Komponen vektor u yang sejajar a
b. Komponen vektor yang orthogonal terhadap a

Penyelesaian:

u.a = 8 + 1 + 6 = 15

$||a||^2 = 21$

maka :

a.

$$Poy_a u = \frac{u.a}{\|a\|^2} a = \frac{15}{21}(4,-1,2) = (\frac{20}{7}, \frac{-5}{7}, \frac{10}{7})$$

b.

$$u - proy_a u = (2,-1,3) - (\frac{20}{7}, \frac{-5}{7}, \frac{10}{7}) = (\frac{-6}{7}, \frac{-2}{7}, \frac{11}{7})$$

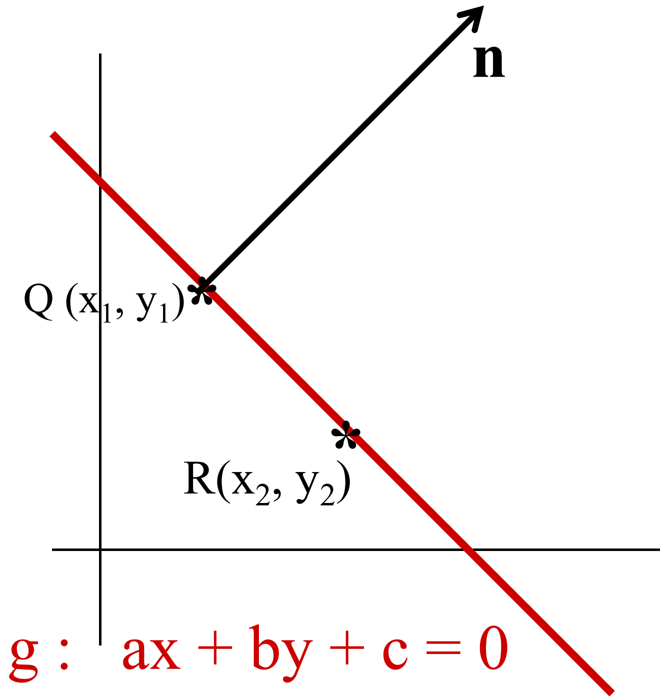
Contoh (2) :

Carilah semua vector satuan yang yang sejajar bidang yz yang tegak lurus dengan vector (3,-1,2)

Contoh (3)

Temukan 5 vektor yang berbeda yang tegak lurus dengan u = (5,-2,3)

Jarak titik P_o (x_o, y_o) ke garis lurus g : ax +by +c+= 0



Vektor **n** = (a, b) ortogonal garis g

Bukti bahwa n = (a, b)ortogonal garis g

Vektor QR = $(x_2 - x_1, y_2 - y_1)$

Dengan perkalian titik: n . QR = $a(x_2 - x_1) + b\,(y_2 - y_1)$

R terletak pada garis g, maka: $ax_2 + by_2 + c = 0$

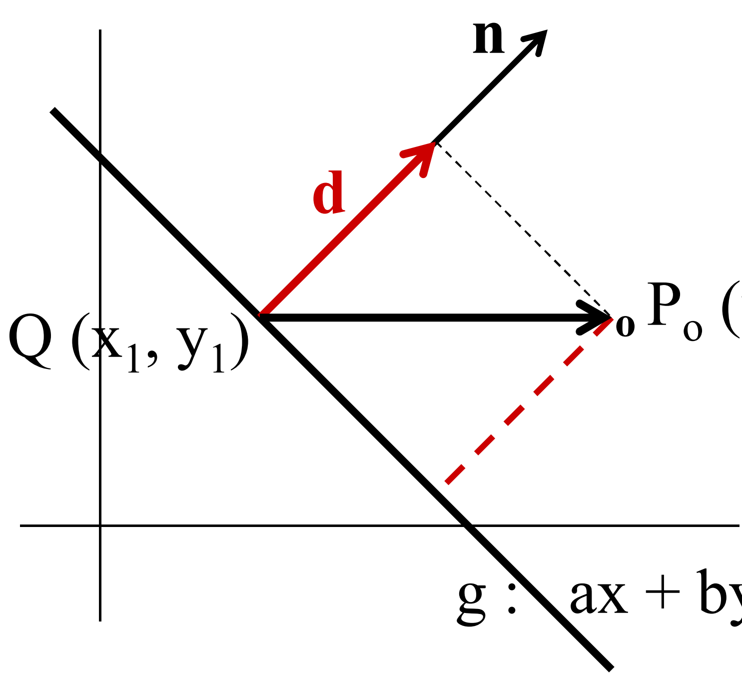
Q terletak pada garis g, maka: $ax_1 + by_1 + c = 0$ —

$a(x_2 - x_1) + b\,(y_2 - y_1) + 0 = 0$

Jadi, **n . QR = $a(x_2 - x_1) + b\,(y_2 - y_1) = 0$**

artinya vektor n **ortogonal QR, sehingga vektor** n **ortogonal garis g (terbukti)**

Jarak titik P_o (x_o, y_o) ke garis lurus g : ax +by +c+= 0



Vektor $QP_o = (x_o - x_1, y_o - y_1)$

(vektor QP_o seperti vektor **u**;

vektor **n** seperti vektor **a**

vektor **d** seperti vektor $\mathbf{w}_1$)

jarak dari titik P_o ke garis g = || d ||

$$\| \mathbf{w}_1 \| = | \mathbf{u} \cdot \mathbf{a} | / \| \mathbf{a} \|$$

$$\| \mathbf{d} \| = | QP_o \cdot \mathbf{n} | / \|\mathbf{n}\| = |(x_o - x_1, y_o - y_1) \cdot (a, b)| / \sqrt{(a^2 + b^2)}$$

$$= | (x_o - x_1)a + (y_o - y_1)b) | / \sqrt{(a^2 + b^2)} = | x_o a - x_1 a + y_o b - y_1 b | / \sqrt{(a^2 + b^2)}$$

tetapi Q terletak di g, maka $ax_1 + by_1 + c = 0$ atau $c = -ax_1 - by_1$

Maka $\| \mathbf{d} \| = | ax_o + by_o - ax_1 - by_1| / \sqrt{(a^2 + b^2)}$

$$= | ax_o + by_o + c| / \sqrt{(a^2 + b^2)}$$

Contoh (1) :

Hitunglah jarak antara titik (1,-2) ke garis 3x + 4y – 6 = 0

Penyelesaian :

$$D = \frac{|3.1 + (4.-2) - 6|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|-11|}{\sqrt{25}} = \frac{11}{5}$$

Contoh (2) :

Hitunglah jarak antara titik (1,-2) ke garis 2 = 4y - 2x

Penyelesaian : garis diubah menjadi -2x + 4y -2 = 0

$$D = \frac{|-2.1 + (4.-2) - 2|}{\sqrt{-2^2 + 4^2}} = \frac{|-12|}{\sqrt{20}} = \frac{12}{\sqrt{20}}$$

Contoh (3)

Hitunglah jarak antara garis dan titik berikut :

a. $y = -4x + 2; (2,-5)$

b. $3x + y = 5; (1,8)$

Perkalian Silang

Perkalian silang (*cross product*)

vektor **u** dan vektor **v** di Ruang-3 dan mengapit sudut θ,

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \qquad \mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$$

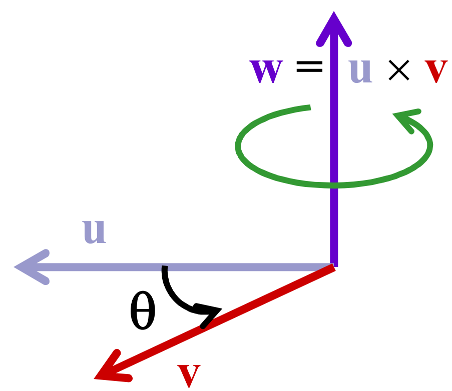
maka $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \mathbf{w}$ di mana **w** ortogonal terhadap **u** dan **v**

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \left(\underbrace{\begin{vmatrix} u_2 & u_3 \\ v_2 & v_3 \end{vmatrix}}_{w_1}, -\underbrace{\begin{vmatrix} u_1 & u_3 \\ v_1 & v_3 \end{vmatrix}}_{w_2}, \underbrace{\begin{vmatrix} u_1 & u_2 \\ v_1 & v_2 \end{vmatrix}}_{w_3} \right)$$

Aturan tangan kanan:

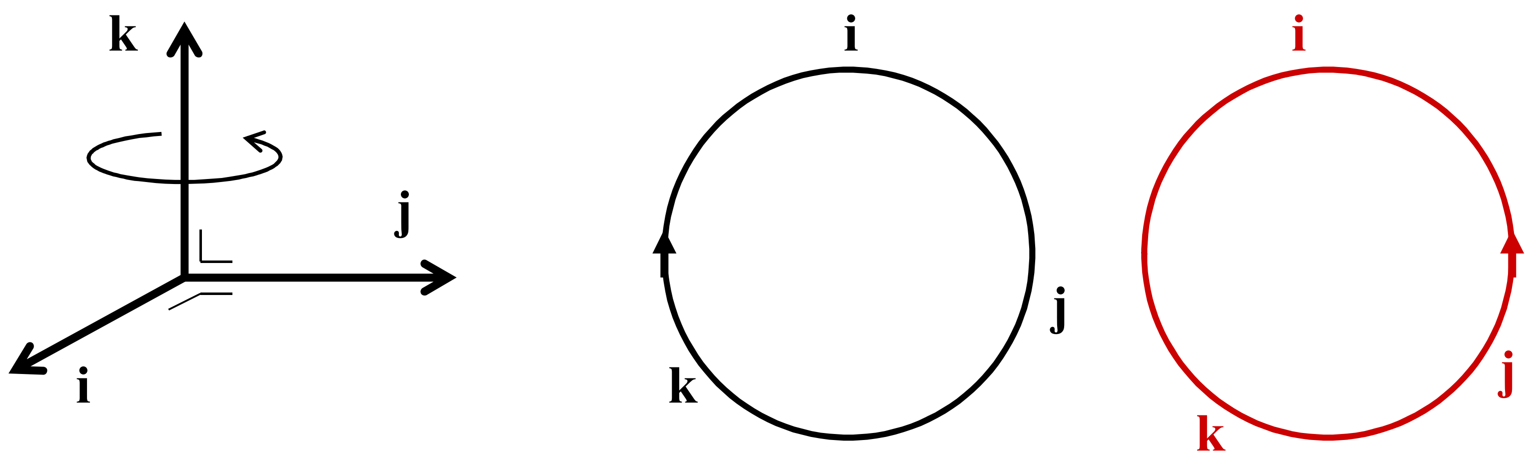
Arah genggaman = arah **u** ke **v**

Arah ibu jari = arah **w**



Perkalian silang (*cross product*)

Vektor-vektor satuan di Ruang-3 : $\mathbf{i} = (1, 0, 0)$; $\mathbf{j} = (0, 1, 0)$; $\mathbf{k} = (0, 0, 1)$



$$\mathbf{i} \times \mathbf{i} = \mathbf{j} \times \mathbf{j} = \mathbf{k} \times \mathbf{k} = \mathbf{0} \text{ (vektor nol)}$$

$$\mathbf{i} \times \mathbf{j} = \mathbf{k} \qquad \mathbf{j} \times \mathbf{k} = \mathbf{i} \qquad \mathbf{k} \times \mathbf{i} = \mathbf{j}$$

$$\mathbf{j} \times \mathbf{i} = -\mathbf{k} \qquad \mathbf{k} \times \mathbf{j} = -\mathbf{i} \qquad \mathbf{i} \times \mathbf{k} = -\mathbf{j}$$

Dengan demikian jika **u** dan v dinyatakan dalam **i**, **j**, **k**, maka

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$$

Catatan:

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= (u_1, u_2, u_3) = (u_1, 0, 0) + (0, u_2, 0) + (0, 0, u_3) \\ &= (u_1, 0, 0) + (0, u_2, 0) + (0, 0, u_3) = u_1\mathbf{i} + u_2\mathbf{j} + u_3\mathbf{k} \end{aligned}$$

Teorema 3.4.1 & 3.4.2:

$\mathbf{u} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = 0$ (skalar)

$\mathbf{v} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = 0$ (skalar)

$\| \mathbf{u} \times \mathbf{v} \|^2 = \| \mathbf{u} \|^2 \| \mathbf{v} \|^2 - (\mathbf{u} \cdot \mathbf{v})^2$

$\mathbf{u} \times (\mathbf{v} \times \mathbf{w}) = (\mathbf{u} \cdot \mathbf{w})\mathbf{v} - (\mathbf{u} \cdot \mathbf{v})\mathbf{w}$

$(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \times \mathbf{w} = (\mathbf{u} \cdot \mathbf{w})\mathbf{v} - (\mathbf{v} \cdot \mathbf{w})\mathbf{u}$

$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = -(\mathbf{v} \times \mathbf{u})$

$\mathbf{u} \times (\mathbf{v} + \mathbf{w}) = (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) + (\mathbf{u} \times \mathbf{w})$

$(\mathbf{u} + \mathbf{v}) \times \mathbf{w} = (\mathbf{u} \times \mathbf{w}) + (\mathbf{v} \times \mathbf{w})$

$k(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = (k\mathbf{u}) \times \mathbf{v} = \mathbf{u} \times (k\mathbf{v})$

$\mathbf{u} \times \mathbf{0} = \mathbf{0} \times \mathbf{u} = \mathbf{0}$

$\mathbf{u} \times \mathbf{u} = \mathbf{0}$

Teorema 3.4.3 & 3.4.4:

Jika **u** dan **v** merupakan vektor di Ruang-3 maka $\| \mathbf{u} \times \mathbf{v} \|$ adalah <u>luas jajaran genjang</u> yang dibentuk oleh **u** dan **v**.

$\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$; $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$;

$\mathbf{w} = (w_1, w_2, w_3)$

$$\begin{vmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \\ w_1 & w_2 & w_3 \end{vmatrix}$$

adalah <u>volume parallelepipedum</u> yang dibentuk **u**, **v**, **w** (ambil harga mutlaknya).

$$\overline{u} \times \overline{v} = \left| \begin{pmatrix} \overline{i} & \overline{j} & \overline{k} \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{pmatrix} \right|$$

$$= \overline{\text{i}} \left| \begin{pmatrix} u_2 & u_3 \\ v_2 & v_3 \end{pmatrix} \right| - \overline{j} \left| \begin{pmatrix} u_1 & u_3 \\ v_1 & v_3 \end{pmatrix} \right| + \overline{k} \left| \begin{pmatrix} u_1 & u_2 \\ v_1 & v_2 \end{pmatrix} \right|$$

$Contoh:$

$$\left. \begin{array}{l} \overline{\text{u}} = (1, 2, -2) \\ \overline{v} = (3, 0, 1) \end{array} \right\} \overline{\text{u}} \times \overline{v} = \left| \begin{pmatrix} \overline{i} & \overline{j} & \overline{k} \\ 1 & 2 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right| = 2\,\overline{i} - 7\,\overline{j} - 6\,\overline{k}$$

$$u = (1,-1,2), v = (0,3,1)$$

$$v \times u = i \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} - j \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + k \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$v \times u = 7i + j - 3k$$

Contoh (3) :

Carilah luas segitiga yang dibentuk titik A(2,2,0), B(-1,0,2), C(0,4,3)

Penyelesaian :

AB = (-3,-2,2),   AC = (-2,2,3)

$$\text{Luas segitiga ABC} = \frac{1}{2}\left\|(AB \times AC)\right\|$$

$$\text{Luas segitiga ABC} = \frac{1}{2}\left\|\begin{vmatrix} i & j & k \\ -3 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & 3 \end{vmatrix}\right\| = \frac{1}{2}\left\|-10i + 5j - 10k\right\|$$

$$\text{Luas segitiga ABC} = \frac{1}{2}\sqrt{100 + 25 + 100} = \frac{1}{2}\sqrt{225}$$

- Teorema :

  Jika u dan v adalah vektor berdimensi 3, maka ||uxv|| merupakan luas jajaran genjang yang dibentuk oleh u dan v

- Contoh :

  hitung luas jajaran genjang yang dibentuk oleh 3 titik dicontoh sebelumnya

Penyelesaian : Luas = 2 x luas segitiga

= v 225

- Teorema :

  jika u,v, dan w merupakan vektor dimensi 3, maka u.(v × w) disebut sebagai hasil skalar ganda tiga dari u,v, dan w

$$u \bullet (v \times w) = \begin{vmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \\ w_1 & w_2 & w_3 \end{vmatrix}$$

Contoh :

hitung u.(v × w) dengan u = 3i – 2j – 5k, v = i +4j – 4k,

w = 3j + 2k

Penyelesaian :

$$u \bullet (v \times w) = \begin{vmatrix} 3 & -2 & -5 \\ 1 & 4 & -4 \\ 0 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$u \bullet (v \times w) = 3\begin{vmatrix} 4 & -4 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} - 5\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} = 49$$

- Teorema :

  jika u,v, dan w merupakan vektor dimensi 3 yang mempunyai titik pangkal yang sama, maka ketiganya terletak pada bidang yang sama jika dan hanya jika

$$u \bullet (v \times w) = \begin{vmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \\ w_1 & w_2 & w_3 \end{vmatrix} = 0$$

Contoh :

Tentukan apakah a,b,c terletak pada bidang yang sama jika diposisikan sedemikian sehingga titik pangkalnya saling berhimpitan a=(5,-2,1), b=(-4,-1,1), c=(1,-1,0)

Contoh :

Cari semua vektor satuan dalam bidang yang dibentuk oleh a =(3,0,1), b = (1,-1,1) yang tegal lurus dengan w = (1,2,0)

Aplikasi Garis dan Bidang di Ruang-3