

# FUNGSI

## Bab 2

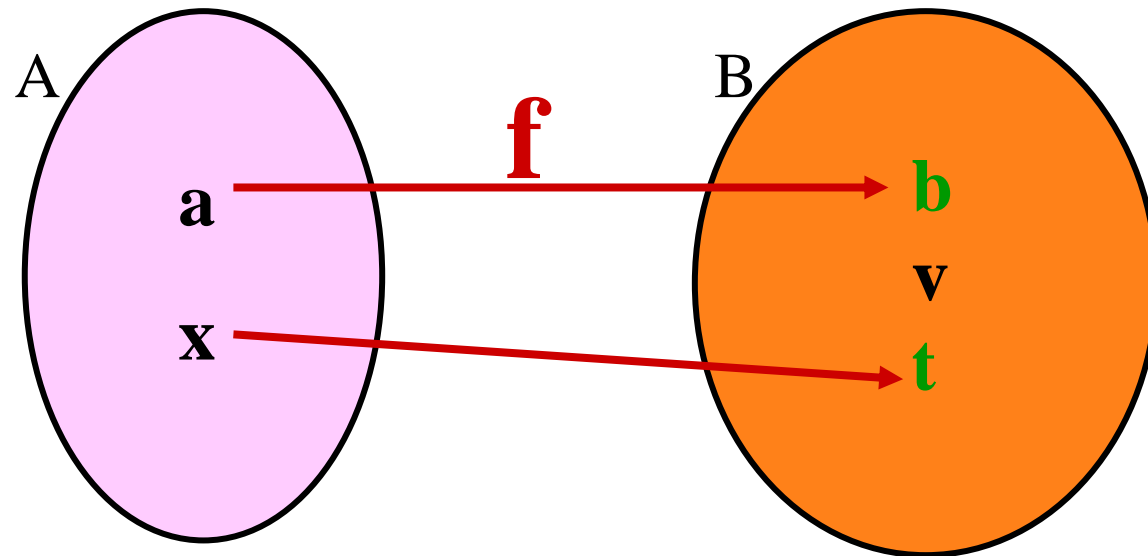
### Sub Bab 2.3

# Tujuan Instruksional Khusus

- ▶ Memahami konsep fungsi pada himpunan
- ▶ Memahami macam-macam fungsi
- ▶ Memahami tentang invers dan komposisi fungsi

# Definisi: $f : A \rightarrow B$

- ▶ A dan B adalah himpunan. Fungsi  $f$  memasangkan tepat satu nilai di B kepada setiap elemen A. Notasinya  $f(a) = b$ , di mana  $b$  adalah nilai *unique* (satu-satunya) yang dipasangkan kepada  $a$



A disebut *domain*

B disebut *codomain*

$\{b, t\}$  disebut *range*

# Terminologi: $f: A \rightarrow B$

- ▶ Fungsi  $f$  memetakan (*maps*)  $A$  ke  $B$
- ▶  $A = \textit{domain}$  dari fungsi  $f$ ,  $B = \textit{codomain}$  dari fungsi  $f$
- ▶  $f(a) = b$ ,  $b$  disebut *image* (bayangan) dari  $a$ ,  $a$  disebut *pre-image* dari  $b$
- ▶ Himpunan bagian dari  $B$  yang berisi semua bayangan disebut *range* dari fungsi  $f$

# Contoh

- ▶ Fungsi  $f$  memetakan bit-strings dengan panjang  $\geq 2$  ke dua bit terakhirnya.
  - $A = \{ \dots 00, 01, 10, 11, 000, 001, 010, 011, \dots \} = \text{domain}$
  - $B = \{ 00, 01, 10, 11 \} = \text{codomain, range}$
- ▶ Fungsi  $f$  didefinisikan sebagai  $f(x) = |x|$ 
  - $A = \mathbb{Z} = \{ \dots -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \} = \text{domain}$
  - $B = \mathbb{Z} = \text{codomain, } \{ 0, 1, 2, 3, \dots \} = \text{range}$
- ▶ Fungsi  $f$  adalah fungsi *floor*
  - $A = \mathbb{R} = \{ \text{bilangan nyata} \} = \text{domain}$
  - $B = \mathbb{Z} = \{ \text{bilangan bulat} \} = \text{codomain, range}$

# Definisi

- ▶  $f_1 : A \rightarrow R, f_2 : A \rightarrow R$ 
  - $(f_1 + f_2)(x) = f_1(x) + f_2(x)$
  - $(f_1 f_2)(x) = f_1(x) f_2(x)$
- ▶ Contoh :
  - $f_1 : R \rightarrow R; f_2 : R \rightarrow R$
  - $f_1(x) = x^2; f_2(x) = x - x^2$
  - $(f_1 + f_2)(x) = f_1(x) + f_2(x) = (x^2) + (x - x^2) = x$
  - $(f_1 f_2)(x) = f_1(x) f_2(x) = (x^2)(x - x^2) = x^3 - x^4$

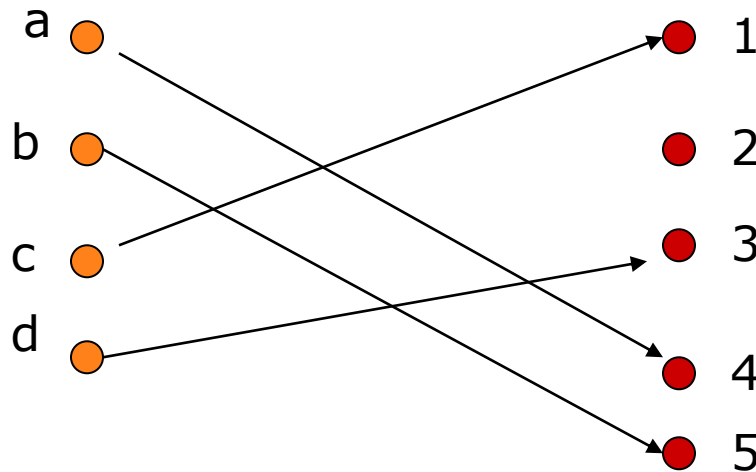
# Definisi

- ▶  $f : A \rightarrow R$ 
  - $S$  = himpunan bagian dari  $A$
  - $f(S) = \{ f(s) \mid s \in S \}$
- ▶ Contoh :
  - $A = \{ a, b, c, d, e \}; S = \{ b, c, d \}$
  - $B = \{ 1, 2, 3, 4 \}$
  - $f(a) = 2, f(b) = 1, f(c) = 4, f(d) = 1, f(e) = 1$
  - $f(S) = \{ 1, 4 \}$

# Jenis fungsi: $f: A \rightarrow B$

## ► One-to-one, injective

- $f$  fungsi injective  $\leftrightarrow \forall x \forall y [ f(x) = f(y) \rightarrow x = y ]$
- Universe (x) = universe (y) = domain (f) = A
- Contoh:
  - Tentukan fungsi  $f$  dari  $\{a,b,c,d\}$  ke  $\{1,2,3,4,5\}$  dengan  $f(a)=4$ ,  $f(b)=5$ ,  $f(c)=1$ , dan  $f(d)=3$  adalah fungsi one-to-one ?

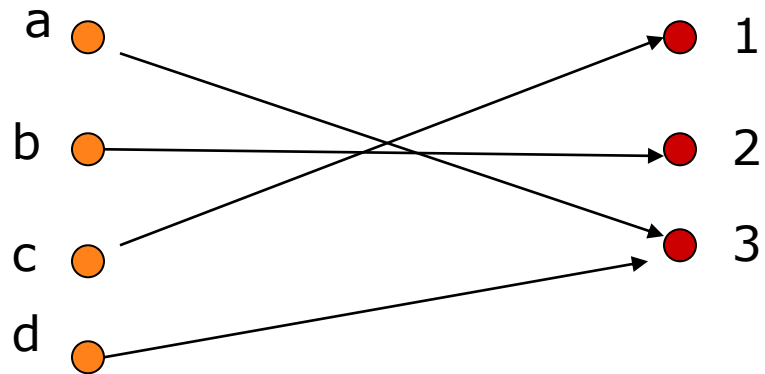




# Jenis fungsi: $f: A \rightarrow B$

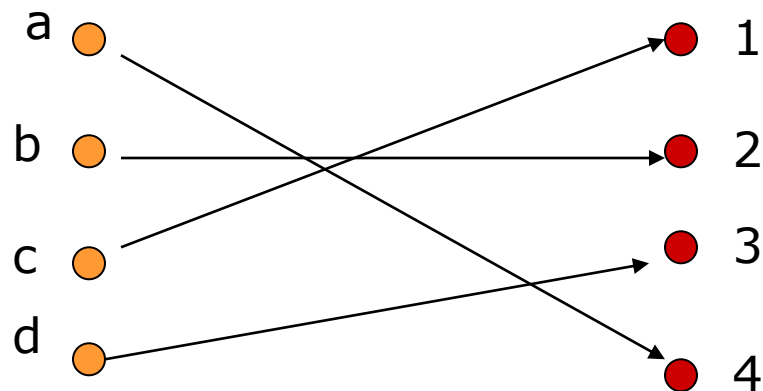
## ► Onto, surjective

- $f$  fungsi surjective  $\leftrightarrow \forall y \exists x [ f(x) = y ]$
- Universe (x) = domain = A; universe (y) = codomain (f) = B



# Jenis fungsi: $f: A \rightarrow B$

- ▶ One-to-one correspondence, bijective
  - f fungsi bijective jika f injective dan surjective



# Jenis fungsi: $f: A \rightarrow B$

## ▶ Strictly increasing

- $\forall x \forall y [ (x < y) \rightarrow (f(x) < f(y)) ]$
- Universe (x) = universe (y) = domain (f) = A

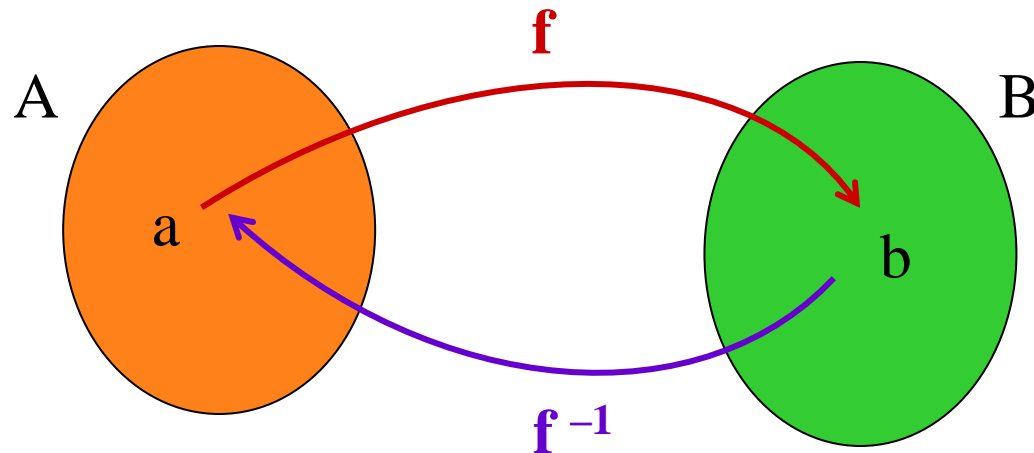
## ▶ Strictly decreasing

- $\forall x \forall y [ (x < y) \rightarrow (f(x) > f(y)) ]$
- Universe (x) = universe (y) = domain (f) = A

## ▶ Fungsi identitas $f: A \rightarrow A$

- $f(x) = x$

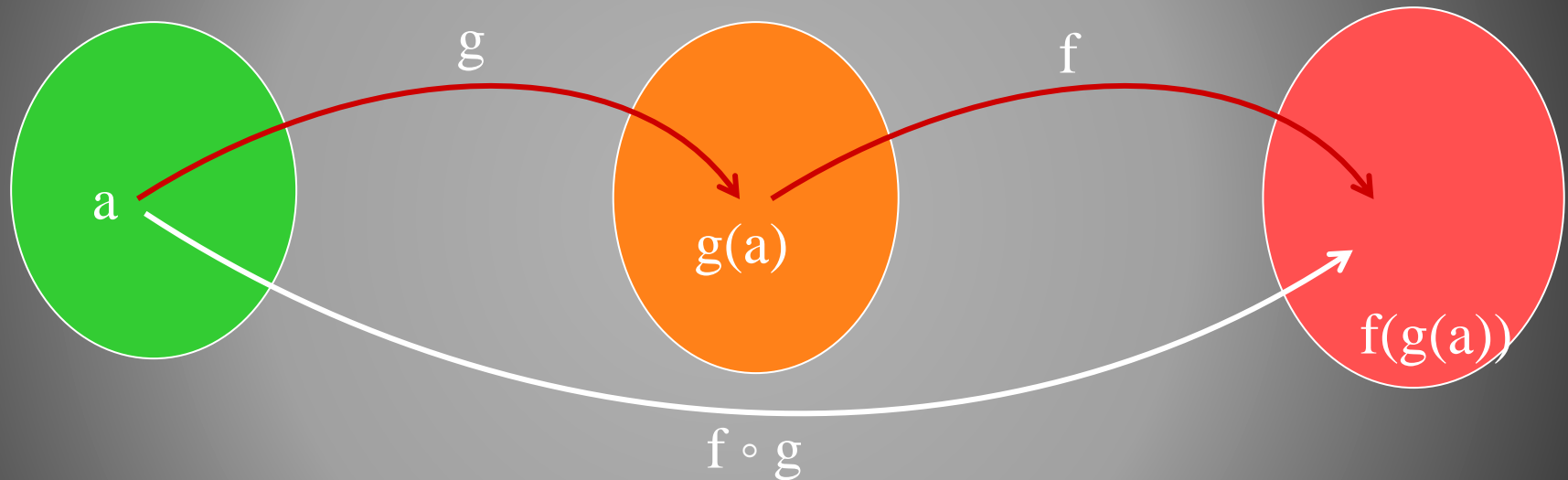
# Fungsi invers



- ▶  $f : A \rightarrow B$  di mana  $f(a) = b$
- ▶  $f^{-1} : B \rightarrow A$  di mana  $f^{-1}(b) = a$
- ▶ Catatan:  $f$  dan  $f^{-1}$  harus bijective

# Komposisi dua fungsi f dan g

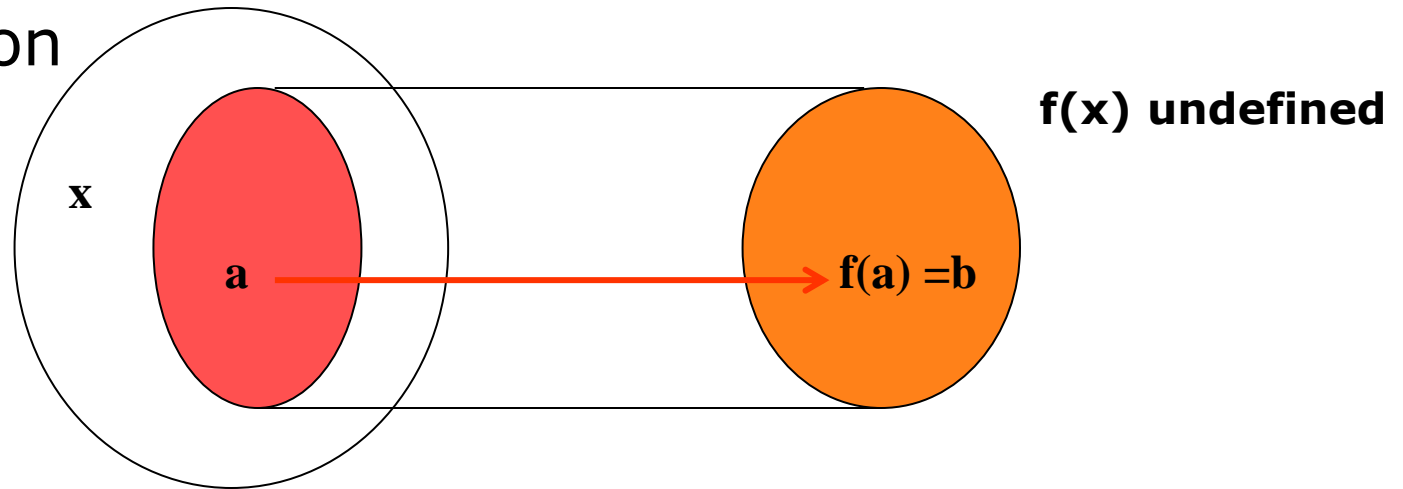
$$(f \circ g)(a) = f(g(a))$$



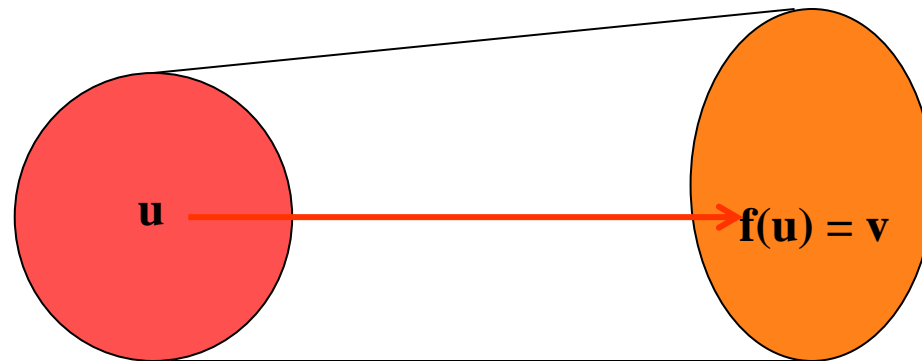
- ▶ Catatan: fungsi yang paling kanan dioperasikan paling awal, selanjutnya fungsi di samping kirinya, demikian seterusnya.

# Function

## Partial Function



## Total Function



# Contoh

- ▶ Apakah fungsi  $f$  di bawah ini parsial atau total?
- ▶  $\mathbb{Z}$  = himpunan integer: negatif, nol, positif
- ▶  $\mathbb{R}$  = himpunan bilangan nyata
- ▶  $\mathbb{Q}$  = himpunan bilangan rasional
- ▶  $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(n) = 1/n$
- ▶  $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \quad f(n) = \lceil n / 2 \rceil$
- ▶  $f: \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Q} \quad f(m, n) = m/n$
- ▶  $f: \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \quad f(m, n) = mn$
- ▶  $f: \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \quad f(m, n) = m - n \text{ if } m > n$

# Pekerjaan Rumah

- ▶ Pada Buku Teks : Discrete Mathematics and Its Applications, Kenneth H Rossen, McGraw–Hill
  - Exercise 2.3: 36, 37, 38