LOGIKA DAN EKUIVALENSI LOGIKA

Bab 1

Sub-bab 1.1 – 1.3

Tujuan Instruksional khusus

- Memahami tentang logika proposional
- Memahami tentang penggunaan operator logika pada proposisi
- Memahami tentang ekuivalensi pada logika proposional

Logika

- Logika mempelajari **penalaran** (*reasoning*) secara benar
- Penalaran (berdasarkan kamus besar Bahasa Indonesia)

  yaitu cara berpikir dengan sesuatu berdasarkan akal budi dan bukan dengan perasaan atau pengalaman
- Fokus pada relasi antar pernyataan (*statement*) / kalimat (*sentence*).

  Contoh: Dino adalah mahasiswa ITS.

  Semua mahasiswa ITS pandai.

  Dino orang pandai.
- Perhatikan bahwa logika tidak harus memperhatikan isi kalimat; jika diketahui bahwa dua kalimat pertama di atas benar, maka kalimat ketiga harus benar.

Proposisi

- Proposisi merupakan sebuah pernyataan atau kalimat yang punya nilai kebenaran (benar = 1 / salah = 0). Proposisi disimbolkan dengan huruf p, q, dsb.
- Biasanya berbentuk **kalimat deklaratif**

Contoh proposisi:

- Bilangan bulat yang membagi habis 23 adalah 1 dan 23.
- Untuk setiap bilangan bulat n, ada bilangan prima yang lebih besar daripada n

Contoh bukan proposisi:

- Berapa harga tiket ke Malaysia?
- Silakan duduk.

Konektif

- Jika p dan q adalah proposisi, dapat dibentuk proposisi baru (*compound proposition*/ kal. majemuk) dengan menggunakan **konektif**
- Macam-macam **konektif**:
  - AND (konjungsi) Simbol $\wedge$
  - OR (Inclusive OR /disjungsi) Simbol v
  - Exclusive OR Simbol $\oplus$
  - NOT (negasi) Simbol $\neg$, ~
  - Implikasi Simbol $\rightarrow$
  - Implikasi ganda Simbol $\leftrightarrow$

Tingkat Presedensi

NEGASI	(NOT)
KONJUNGSI	(AND)
DISJUNGSI	(OR, XOR)
IMPLIKASI	
IMPLIKASI GANDA	

Catatan: mengatasi tingkat presedensi dengan cara memberikan kurung di pada proposisi yang ingin didahulukan

Tabel Kebenaran Konjungsi

p	q	$p \wedge q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Contoh :

- p = Harimau adalah binatang buas
- q = Malang adalah ibukota Jawa Timur
- $p \wedge q$ = Harimau adalah binatang buas dan Malang adalah ibukota Jawa Timur
- $p \wedge q$ salah.
- Perhatikan bahwa <u>tidak perlu</u> ada keterkaitan antara p dan q

Tabel Kebenaran Disjungsi (*Inclusive OR*)

p	q	p v q
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Contoh:

- p = Jono seorang mahasiswa
- q = Mira seorang sarjana hukum
- p v q = Jono seorang mahasiswa atau Mira seorang sarjana hukum

Tabel Kebenaran Exclusive Disjunction

- "Either p or q" (but not both), dengan simbol $p \oplus q$

p	q	$p \oplus q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- $p \oplus q$ bernilai benar hanya jika p benar dan q salah, atau p salah dan q benar
- p = "Pemenang mendapat hadiah mobil", q = "Pemenang mendapat hadiah uang"
- $p \oplus q$ = Pemenang mendapat hadiah uang atau hadiah mobil dapat ditukar dengan uang"

Tabel Kebenaran Negasi

p	**¬p**
0	1
1	0

Contoh:

- p = Jono seorang mahasiswa
- ¬p = Jono bukan seorang mahasiswa

Kalimat majemuk (*compound statements)*

- p, q, r merupakan kalimat / pernyataan sederhana (*simple statements*)
- Beberapa contoh bentukan *compound statements*, seperti:
  - $(p \vee q) \wedge r$
  - $p \vee (q \wedge r)$
  - $(\neg p) \vee (\neg q)$
  - $(p \vee q) \wedge (\neg r)$
  - dll

Tabel Kebenaran $(p \wedge \neg r) \vee q$

p	**q**	**r**	$(p \wedge \neg r) \vee q$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

Implikasi

- Disebut juga proposisi kondisional (*conditional proposition*) dan berbentuk

  "jika p maka q"

- Notasi simboliknya : $p \rightarrow q$

Contoh:

p = Jono seorang mahasiswa

q = Mira seorang sarjana hukum

$p \rightarrow q$ = Jika Jono seorang mahasiswa maka Mira seorang sarjana hukum

Tabel Kebenaran Implikasi

p	**q**	**p → q**
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Hypotesa dan konklusi

- **Dalam implikasi p → q**

  p disebut *antecedent*, *hypothesis, premise*

  q disebut konsekuensi atau konklusi

  (*consequent, conclusion*)

Tabel kebenaran Implikasi Ganda

- Implikasi Ganda (*double implication*) dibaca "p jika dan hanya jika q"
- Notasi simboliknya $p \leftrightarrow q$
- $p \leftrightarrow q$ ekivalen dengan $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

p	**q**	**$p \leftrightarrow q$**	**$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$**
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	1	1

Ekivalensi Logikal

- Dua proposisi yang tabel kebenarannya identik disebut ekivalen (*logically equivalent*).
- Contoh: $\neg p \vee q$ ekivalen (*logically equivalent to*) $p \rightarrow q$

p	**q**	$\neg p \vee q$	$p \rightarrow q$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	1	1

Konversi dan Inversi

- Konversi dari $p \rightarrow q$ adalah $q \rightarrow p$
- Inversi dari $p \rightarrow q$ adalah $\neg p \rightarrow \neg q$
- $p \rightarrow q$ tidak ekivalen $q \rightarrow p$
- $p \rightarrow q$ tidak ekivalen $\neg p \rightarrow \neg q$

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$\neg p \rightarrow \neg q$
0	0	1	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	1
1	1	1	1	1

Kontrapositif

- kontrapositif dari proposisi $p \rightarrow q$ adalah $\neg q \rightarrow \neg p$
- $p \rightarrow q$ dan $\neg q \rightarrow \neg p$ ekivalen

p	**q**	**$p \rightarrow q$**	**$\neg q \rightarrow \neg p$**
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	1	1

Ekivalensi Logika

Ekivalensi	Nama
$p \wedge T \equiv p$ $p \vee F \equiv p$	Identity laws
$p \vee T \equiv T$ $p \wedge F \equiv F$	Domination laws
$p \vee p \equiv p$ $p \wedge p \equiv p$	Idempotent laws
$\neg(\neg p) \equiv p$	Double negation laws
$p \vee q \equiv q \vee p$ $p \wedge q \equiv q \wedge p$	Commutative laws
$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$ $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$	Associative laws

Ekivalensi Logika

Ekivalensi	Nama
$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	Distributive laws
$\neg(p \wedge q) \equiv (\neg p) \vee (\neg q)$ $\neg(p \vee q) \equiv (\neg p) \wedge (\neg q)$	De Morgan's laws
$p \vee (p \wedge q) \equiv p$ $p \wedge (p \vee q) \equiv p$	Absorption laws
$p \vee \neg p \equiv T$ $p \wedge \neg p \equiv F$	Negation laws

Ekivalensi Logika

Ekivalensi
$p \to q \equiv \neg p \vee q$
$p \to q \equiv \neg q \to \neg p$
$p \vee q \equiv \neg p \to q$
$p \wedge q \equiv \neg(p \to \neg q)$
$\neg(p \to q) \equiv p \wedge \neg q$
$(p \to q) \wedge (p \to r) \equiv p \to (q \wedge r)$
$(p \to r) \wedge (q \to r) \equiv (p \vee q) \to r$
$(p \to r) \wedge (q \to r) \equiv (p \vee q) \to r$
$(p \to r) \wedge (q \to r) \equiv (p \vee q) \to r$
$(p \to q) \vee (p \to r) \equiv p \to (q \vee r)$
$(p \to r) \vee (q \to r) \equiv (p \wedge q) \to r$

Ekivalensi
$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p)$
$p \leftrightarrow q \equiv \neg p \leftrightarrow \neg q$
$p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
$\neg(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \neg q$

Tautology

- Proposisi yang selalu bernilai benar (*true*) dalam keadaan apapun
- Contoh: $p \rightarrow p \vee q$

p	**q**	**$p \rightarrow p \vee q$**
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Kontradiksi

- Proposisi yang selalu bernilai salah (*false*) dalam keadaan apapun
- Contoh : $p \wedge \neg p$

p	$p \wedge (\neg p)$
0	0
1	0

Latihan

1. Tentukan pernyataan manakah yang merupakan proposisi
   A. $3+15 = 1$
   B. Untuk beberapa bilangan bulat *n*, $600 = n.15$
   C. Ambil 5 buah buku di atas meja
   D. $x + y = y + x$ untuk setiap pasangan dari bilangan real x dan y
   E. Jam berapa sekarang?

Latihan

2. p dan q adalah proposisi, dimana :

   p : Iwan bisa berbahasa Inggris

   q : Iwan bisa berbahasa Perancis

   Rubahlah proposisi dibawah ini menjadi kalimat:

   A. $\neg p$
   B. $p \vee q$
   C. $p \rightarrow q$
   D. $\neg p \wedge \neg q$
   E. $\neg p \wedge (p \vee \neg q)$

Latihan

3. Tentukan apakah $(\neg p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow \neg q$ adalah tautologi?
4. Tunjukkan bahwa $p \leftrightarrow q$ dan $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$ adalah ekivalen

Pekerjaan Rumah

- Pada Buku Teks : Discrete Mathematics and Its Applications, Kenneth H Rossen 7^{th}, McGraw-Hill
  - Exercise 1.1 No. 18,42
  - Exercise 1.2 No. 18,40
  - Exercise 1.3 No. 8,10