

# LOGIKA DAN EQUIVALENSI LOGIKA

Bab 1

Sub-bab 1.1 – 1.3

# Tujuan Instruksional khusus

- ▶ Memahami tentang logika proposional
- ▶ Memahami tentang penggunaan operator logika pada proposisi
- ▶ Memahami tentang ekuivalensi pada logika proposional

# Logika

- ▶ Logika mempelajari **penalaran** (*reasoning*) secara benar
- ▶ Penalaran (berdasarkan kamus besar Bahasa Indonesia) yaitu cara berpikir dengan sesuatu berdasarkan akal budi dan bukan dengan perasaan atau pengalaman
- ▶ Fokus pada relasi antar pernyataan (*statement*) / kalimat (*sentence*).

Contoh: Dino adalah mahasiswa ITS.

Semua mahasiswa ITS pandai.

Dino orang pandai.

- ▶ Perhatikan bahwa logika tidak harus memperhatikan isi kalimat; jika diketahui bahwa dua kalimat pertama di atas benar, maka kalimat ketiga harus benar.

# Proposisi

- ▶ Proposisi merupakan sebuah pernyataan atau kalimat yang punya nilai kebenaran (benar = 1 / salah = 0). Proposisi disimbolkan dengan huruf p, q, dsb.
- ▶ Biasanya berbentuk **kalimat deklaratif**

## Contoh proposisi:

- Bilangan bulat yang membagi habis 23 adalah 1 dan 23.
- Untuk setiap bilangan bulat n, ada bilangan prima yang lebih besar daripada n

## Contoh bukan proposisi:

- Berapa harga tiket ke Malaysia?
- Silakan duduk.

# Konektif

- ▶ Jika p dan q adalah proposisi, dapat dibentuk proposisi baru (*compound proposition*/ kal. majemuk) dengan menggunakan **konektif**
- ▶ Macam-macam **konektif**:
  - AND (konjungsi)                      Simbol  $\wedge$
  - OR (Inclusive OR /disjungsi)                      Simbol  $\vee$
  - Exclusive OR                      Simbol  $\oplus$
  - NOT (negasi)                      Simbol  $\neg, \sim$
  - Implikasi                      Simbol  $\rightarrow$
  - Implikasi ganda                      Simbol  $\leftrightarrow$

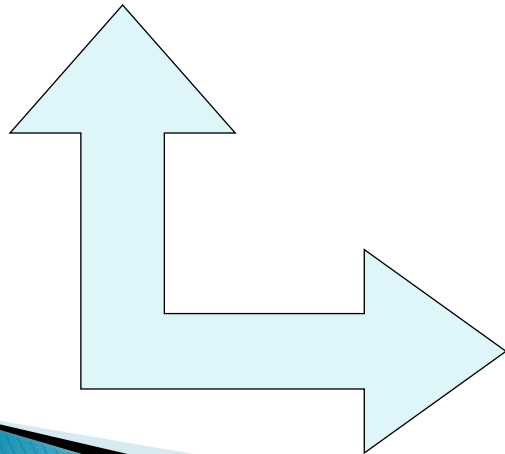
# Tingkat Presedensi

- ▶ NEGASI (NOT)
- ▶ KONJUNGSI (AND)
- ▶ DISJUNGSI (OR, XOR)
- ▶ IMPLIKASI
- ▶ IMPLIKASI GANDA

Catatan: mengatasi tingkat presedensi dengan cara memberikan kurung di pada proposisi yang ingin didahulukan

# Tabel Kebenaran Konjungsi

p	q	$p \wedge q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

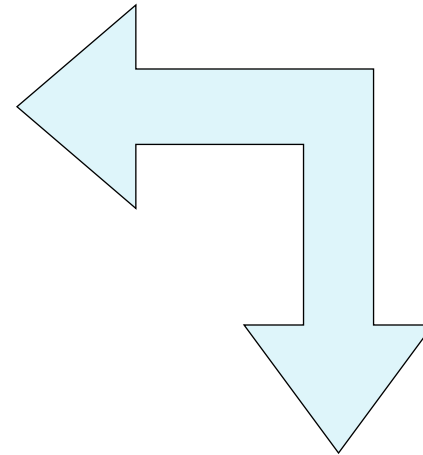


Contoh :

- ▶  $p$  = Harimau adalah binatang buas
- ▶  $q$  = Malang adalah ibukota Jawa Timur
- ▶  $p \wedge q$  = Harimau adalah binatang buas dan Malang adalah ibukota Jawa Timur
- ▶  $p \wedge q$  salah.
- ▶ Perhatikan bahwa tidak perlu ada keterkaitan antara  $p$  dan  $q$

# Tabel Kebenaran Disjungsi (*Inclusive OR*)

p	q	$p \vee q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



Contoh:

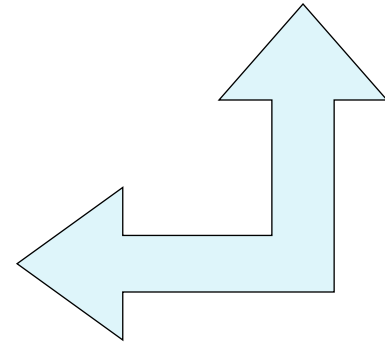
- $p$  = Jono seorang mahasiswa
- $q$  = Mira seorang sarjana hukum
- $p \vee q$  = Jono seorang mahasiswa atau Mira seorang sarjana hukum



# Tabel Kebenaran Exclusive Disjunction

- ▶ “Either p or q” (but not both), dengan simbol  $p \oplus q$

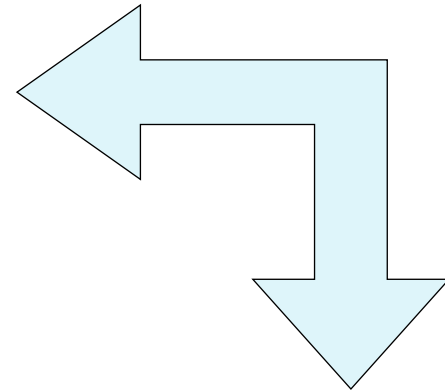
p	q	$p \oplus q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



- ❑  $p \oplus q$  bernilai benar hanya jika p benar dan q salah, atau p salah dan q benar
- ❑ p = “Pemenang mendapat hadiah mobil”, q = “Pemenang mendapat hadiah uang”
- ❑  $p \oplus q$  = Pemenang mendapat hadiah uang atau hadiah mobil dapat ditukar dengan uang”

# Tabel Kebenaran Negasi

$p$	$\neg p$
0	1
1	0



Contoh:

- ▶  $p$  = Jono seorang mahasiswa
- ▶  $\neg p$  = Jono bukan seorang mahasiswa

# Kalimat majemuk (*compound statements*)

- ▶ p, q, r merupakan kalimat / pernyataan sederhana (*simple statements*)
- ▶ Beberapa contoh bentukan *compound statements*, seperti:
  - $(p \vee q) \wedge r$
  - $p \vee (q \wedge r)$
  - $(\neg p) \vee (\neg q)$
  - $(p \vee q) \wedge (\neg r)$
  - dll

# Tabel Kebenaran $(p \wedge \neg r) \vee q$

p	q	r	$(p \wedge \neg r) \vee q$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

# Implikasi

- ▶ Disebut juga proposisi kondisional (*conditional proposition*) dan berbentuk  
“jika  $p$  maka  $q$ ”
- ▶ Notasi simboliknya :  $p \rightarrow q$

Contoh:

$p$  = Jono seorang mahasiswa

$q$  = Mira seorang sarjana hukum

$p \rightarrow q$  = Jika Jono seorang mahasiswa maka  
Mira seorang sarjana hukum

# Tabel Kebenaran Implikasi

p	q	$p \rightarrow q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

# Hypotesa dan konklusi

- ▶ Dalam implikasi  $p \rightarrow q$ 
  - p disebut *antecedent*, *hypothesis*, *premise*
  - q disebut konsekuensi atau konklusi  
(*consequent*, *conclusion*)

# Tabel kebenaran Implikasi Ganda

- ▶ Implikasi Ganda (*double implication*) dibaca “p jika dan hanya jika q”
- ▶ Notasi simboliknya  $p \leftrightarrow q$
- ▶  $p \leftrightarrow q$  ekuivalen dengan  $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

p	q	$p \leftrightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	1	1



# Ekivalensi Logikal

- Dua proposisi yang tabel kebenarannya identik disebut ekivalen (*logically equivalent*).
- Contoh:  $\neg p \vee q$  ekivalen (*logically equivalent to*)  $p \rightarrow q$

p	q	$\neg p \vee q$	$p \rightarrow q$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	1	1

# Konversi dan Inversi

- ▶ Konversi dari  $p \rightarrow q$  adalah  $q \rightarrow p$
- ▶ Inversi dari  $p \rightarrow q$  adalah  $\neg p \rightarrow \neg q$
- ▶  $p \rightarrow q$  tidak ekuivalen  $q \rightarrow p$
- ▶  $p \rightarrow q$  tidak ekuivalen  $\neg p \rightarrow \neg q$

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$\neg p \rightarrow \neg q$
0	0	1	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	1
1	1	1	1	1

# Kontrapositif

- ▶ kontrapositif dari proposisi  $p \rightarrow q$  adalah  $\neg q \rightarrow \neg p$
- ▶  $p \rightarrow q$  dan  $\neg q \rightarrow \neg p$  ekuivalen

<b>p</b>	<b>q</b>	<b><math>p \rightarrow q</math></b>	<b><math>\neg q \rightarrow \neg p</math></b>
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	1	1

# Ekivalensi Logika

Ekivalensi	Nama
$p \wedge T \equiv p$ $p \vee F \equiv p$	Identity laws
$p \vee T \equiv T$ $p \wedge F \equiv F$	Domination laws
$p \vee p \equiv p$ $p \wedge p \equiv p$	Idempotent laws
$\neg(\neg p) \equiv p$	Double negation laws
$p \vee q \equiv q \vee p$ $p \wedge q \equiv q \wedge p$	Commutative laws
$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$ $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$	Associative laws

# Ekivalensi Logika

Ekivalensi	Nama
$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	Distributive laws
$\neg(p \wedge q) \equiv (\neg p) \vee (\neg q)$ $\neg(p \vee q) \equiv (\neg p) \wedge (\neg q)$	De Morgan's laws
$p \vee (p \wedge q) \equiv p$ $p \wedge (p \vee q) \equiv p$	Absorption laws
$p \vee \neg p \equiv T$ $p \wedge \neg p \equiv F$	Negation laws

# Ekivalensi Logika

## Ekivalensi

$$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$$

$$p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$$

$$p \vee q \equiv \neg p \rightarrow q$$

$$p \wedge q \equiv \neg(p \rightarrow \neg q)$$

$$\neg(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$$

$$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \wedge r)$$

$$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \equiv (p \vee q) \rightarrow r$$

$$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \equiv (p \vee q) \rightarrow r$$

$$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \equiv (p \vee q) \rightarrow r$$

$$(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \vee r)$$

$$(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$$

## Ekivalensi

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

$$p \leftrightarrow q \equiv \neg p \leftrightarrow \neg q$$

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$$

$$\neg(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \neg q$$

# Tautology

- ▶ Proposisi yang selalu bernilai benar (*true*) dalam keadaan apapun
- ▶ Contoh:  $p \rightarrow p \vee q$

p	q	$p \rightarrow p \vee q$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	1

# Kontradiksi

- ▶ Proposisi yang selalu bernilai salah (*false*) dalam keadaan apapun
- ▶ Contoh :  $p \wedge \neg p$

p	$p \wedge (\neg p)$
0	0
1	0



# Latihan

1. Tentukan pernyataan manakah yang merupakan proposisi
  - A.  $3 + 15 = 1$
  - B. Untuk beberapa bilangan bulat  $n$ ,  $600 = n \cdot 15$
  - C. Ambil 5 buah buku di atas meja
  - D.  $x + y = y + x$  untuk setiap pasangan dari bilangan real  $x$  dan  $y$
  - E. Jam berapa sekarang?

# Latihan

2.  $p$  dan  $q$  adalah proposisi, dimana :

$p$  : Iwan bisa berbahasa Inggris

$q$  : Iwan bisa berbahasa Perancis

Rubahlah proposisi dibawah ini menjadi kalimat:

A.  $\neg p$

B.  $p \vee q$

C.  $p \rightarrow q$

D.  $\neg p \wedge \neg q$

E.  $\neg p \wedge (p \vee \neg q)$

# Latihan

3. Tentukan apakah  $(\neg p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow \neg q$  adalah tautologi?
4. Tunjukkan bahwa  $p \leftrightarrow q$  dan  $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$  adalah ekivalen

# Pekerjaan Rumah

- ▶ Pada Buku Teks : Discrete Mathematics and Its Applications, Kenneth H Rossen 7<sup>th</sup>, McGraw–Hill
  - Exercise 1.1 No. 18,42
  - Exercise 1.2 No. 18,40
  - Exercise 1.3 No. 8,10