

CARA MENARIK KESIMPULAN *(Rules of Inference)*

Bab 1

Sub-bab 1.6

Tujuan Instruksional Khusus

- ▶ Memahami tentang konsep aturan penentuan kesimpulan dan penggunaannya
- ▶ Memahami tentang konsep aturan penentuan kesimpulan untuk *quantified statements* dan penggunaannya

Terminologi

► Aksioma

Proposisi yang diasumsikan benar sehingga tidak memerlukan pembuktian kembali

Contoh :

- Untuk semua bilangan real x dan y , berlaku $x + y = y + x$ (hukum komutatif)
- Jika diberikan dua buah titik yang berbeda, maka hanya ada satu garis lurus yang melalui dua buah titik tersebut

Terminologi

► Teorema

proposisi yang sudah terbukti benar. Betuk khusus dari teorema adalah *Lemma* dan *Corolarry*

Contoh :

- Jika dua sisi dari sebuah segitiga sama panjang, maka sudut yang berhadapan dengan sisi tersebut sama besar.
- Untuk semua bilangan real x , y , dan z , jika $x \leq y$ dan $y \leq z$ maka $x \leq z$

Terminologi

► ***Lemma***

teorema sederhana yang digunakan dalam membuktikan teorema lain

Contoh :

- Jika n adalah bilangan bulat positif, maka $n-1$ bilangan positif atau $n-1 = 0$

Terminologi

► *Corollary*

teorema yang dapat dibentuk langsung dari teorema lain, atau dengan kata lain : Teorema yang mengikuti teorema lain

Contoh :

- Jika sebuah segitiga sama sisi, maka segitiga tersebut sama sudut.

Corollary ini mengikuti teorema pada contoh sebelumnya

Aturan Penentuan Kesimpulan (*Rules of Inference*)

1. Addition

$$(p) \rightarrow (p \vee q)$$

► Contoh

Hari ini Jumat.....p

∴ Hari ini Jumat atau kita sedang belajar.....pvq

Aturan Penentuan Kesimpulan (*Rules of Inference*)

2. Simplification

$$(p \wedge q) \rightarrow (p)$$

Contoh

Hari ini Jumat dan tadi pagi Ayah menelepon..... $p \wedge q$

∴ Hari ini Jumatp

Aturan Penentuan Kesimpulan (*Rules of Inference*)

3. Conjunction

$$((p) \wedge (q)) \rightarrow (p \wedge q)$$

Contoh

Hari ini Jumat.....p

Tadi pagi Ayah menelepon.....q

∴ Hari ini Jumat dan tadi pagi Ayah menelepon..... $p \wedge q$

Aturan Penentuan Kesimpulan (*Rules of Inference*)

4. Modus Ponens

$$(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow (q)$$

Contoh

Jika hujan maka jalan licin..... $p \rightarrow q$

Sekarang hujan..... p

\therefore Sekarang jalan licin..... q

Aturan Penentuan Kesimpulan (*Rules of Inference*)

5. Modus Tollens

$$(\sim q \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow (\sim p)$$

Contoh

Jika hujan maka jalan licin..... $p \rightarrow q$

Sekarang tidak licin..... $\sim q$

 \therefore Sekarang tidak hujan..... $\sim p$

Aturan Penentuan Kesimpulan (*Rules of Inference*)

6. Hypothetical syllogism

$$((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$$

Contoh

Jika Adi rajin maka akan cepat Lulus..... $p \rightarrow q$

Jika cepat Lulus maka akan cepat Menikah..... $q \rightarrow r$

 \therefore Jika Adi rajin maka la akan cepat Menikah..... $p \rightarrow r$

Aturan Penentuan Kesimpulan (*Rules of Inference*)

7. Disjunctive syllogism

$$((p \vee q) \wedge (\sim p)) \rightarrow (q)$$

Contoh

Sekarang Belajar atau nonton..... $p \vee q$

Sekarang tidak belajar..... $\sim p$

Sekarang nonton..... q

Aturan Penentuan Kesimpulan (*Rules of Inference*)

8. Resolusi

$$((p \vee q) \wedge (\sim p \vee r)) \rightarrow (q \vee r)$$

Contoh

Sekarang Belajar atau nonton..... $p \vee q$

Sekarang tidak belajar atau sedang makan..... $\sim p \vee r$

Sekarang nonton atau sedang makan..... $q \vee r$

Kesalahan menentukan kesimpulan (*fallacies*)

▶ Fallacy of confirming the conclusion:

- *Jika hujan, maka jalan licin*
- *Sekarang jalan licin*
- *Sekarang hujan*

▶ Fallacy of denying the hypothesis:

- *Jika hujan, maka jalan licin*
- *Sekarang tidak hujan*
- *Sekarang jalan tidak licin*

Contoh

- ▶ Gunakan aturan penentuan kesimpulan untuk menunjukkan bahwa statement dibawah ini
 - *Randy works hard*
 - *If Randy works hard, then he is a dull boy*
 - *If Randy is a dull boy, then he will not get the job*
- ▶ Mempunyai kesimpulan
 - ***Randy will not get the job***
- ▶ *Jawaban:*
 - *Randy works hard : **p***
 - *If Randy works hard, then he is a dull boy : **p** → **q***
 - *If Randy is a dull boy, then he will not get the job : **q** → ¬ **r***
 - *Kesimpulan :*
 - *Modus Ponens: $(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow (q)$*
 - *Modus Ponens : $(q \wedge (q \rightarrow \neg r)) \rightarrow (\neg r)$*
 - *Kesimpulan : ¬ **r** atau **Randy will not get the job***

Aturan penentuan kesimpulan untuk *quantified statements*

Rules of Inference	Name
$\forall x P(x) \rightarrow P(c)$	Universal instantiation
$P(c) \text{ an arbitrary } c \rightarrow \forall x P(x)$	Universal generalization
$\exists x P(x) \rightarrow P(c) \text{ for some element } c$	Existential instantiation
$P(c) \text{ for some element } c \rightarrow \exists x P(x)$	Existential generalization

Contoh 1

- ▶ Tunjukkan bahwa premise : “Everyone in this discrete mathematics class has taken a course in computer science” dan “Marla is a student in this class” mempunyai kesimpulan “**Marla has taken a course in computer science**”
- ▶ Jawaban :
 - Asumsi : $D(x)$ adalah “ x in this discrete mathematics class” dan $C(x)$ adalah “ x has taken a course in computer science”

No	Tahapan	Alasan
1	$\forall x (D(x) \rightarrow C(x))$	Premise
2	$D(\text{Marla}) \rightarrow C(\text{Marla})$	Universal instantiation from (1)
3	$D(\text{Marla})$	Premise
4	$C(\text{Marla})$	Modus ponens from (2) and (3)

Contoh 2

- ▶ Tunjukkan bahwa premise : “A student in this class has not read the book” dan “Everyone in this class passed the first exam” mempunyai kesimpulan “Someone who passed the first exam has not read the book”
- ▶ Jawaban :
 - Asumsi : $C(x)$ adalah “x in the class” dan $B(x)$ adalah “x has read the book” dan $P(x)$ adalah “x passed the first exam”.

Contoh 2

No	Tahapan	Alasan
1	$\exists x (C(x) \wedge \neg B(x))$	Premise
2	$C(a) \wedge \neg B(a)$	Existential instantiation from (1)
3	$C(a)$	Simplification from (2)
4	$\forall x (C(x) \rightarrow P(x))$	Premise
5	$C(a) \rightarrow P(a)$	Universal instantiation from (4)
6	$P(a)$	Modus ponens from (3) and (5)
7	$\neg B(a)$	Simplification from (2)
8	$P(a) \wedge \neg B(a)$	Conjunction from (6) and (7)
9	$\exists x (P(x) \wedge \neg B(x))$	Existential generalization from (8)

Latihan

- ▶ Apakah aturan penentuan kesimpulan yang digunakan pada argumen dibawah ini:
 - If I work all night on this homework, then I can answer all exercises. If I answer all the exercises, I will understand the material. Therefore, if I work all night on this homework, then I will understand the material.
- ▶ Jelaskan aturan penentuan kesimpulan yang digunakan setiap tahap pada argumen dibawah ini:
 - There is someone in this class who has been to France. Everyone who goes to France visits the Louvre. Therefore, someone in this class has visited the Louvre.

Pekerjaan Rumah

- ▶ Pada Buku Teks : Discrete Mathematics and Its Applications, Kenneth H Rossen, McGraw–Hill 7th
 - Latihan 1.6 no: 6,9,11,12