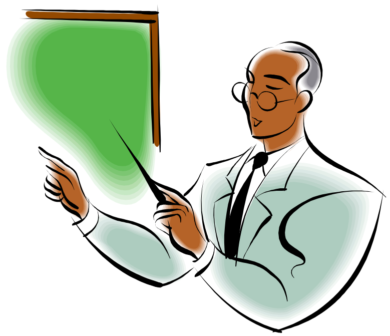
Bab 5 Counting

- The Basics of Counting
- The Pigeonhole Principle
- Permutation and Combination



The Basics of Counting

Bab 5

Sub-bab 5.1

Tujuan Instruksional Khusus

- Memahami konsep *basic of counting*

Prinsip dasar

- Dua macam cara menghitung (*counting*)
  - Aturan Perkalian
    - *The Product Rule*
  - Aturan Penambahan
    - *The Sum Rule*

Aturan Perkalian

- Sebuah proses dibagi dalam beberapa subproses yang berlanjut (subproses-1, subproses-2, …, dan seterusnya).

- Jika subproses-1 dapat diselesaikan dalam n1 cara,
- subproses-2 dapat diselesaikan dalam n2 cara,
- ……………..
- subproses-p dapat diselesaikan dalam np cara,
- maka ada (n1) (n2) ……. (np) cara untuk menyelesaikan proses tersebut

Aturan Penambahan

Sebuah proses dapat dilakukan dalam beberapa cara, tetapi cara-cara ini **tidak** dapat dilaksanakan pada waktu yang sama.

Jika ada n_1 cara-1,

n_2 cara-2,

....

n_p cara-p,

maka ada $n_1 + n_2 + \ldots\ldots + n_p$

kemungkinan cara untuk menyelesaikan proses tersebut

Contoh

- Kursi-kursi di auditorium diberi label satu huruf dan integer positif tidak lebih dari 100
  - $n1 = 26$, $n2 = 100$, maka ada 2600 cara memberi label kursi

- Format nomor telepon NXX-NXX-XXXX di mana $N = 2..9$, $X = 0..9$
  - Dengan format ini ada (800)(800)(10.000) = 6.400.000.000 nomor telepon

Contoh

- Dalam sebuah panitia, wakil dari suatu jurusan bisa dipilih dari dosen atau mahasiswa. Jurusan Informatika punya 37 dosen dan 83 mahasiswa.
  - $n_1 = 37$, $n_2 = 83$
  - Maka ada $37 + 83 = 120$ cara untuk menentukan wakil jurusan Informatika.

Diagram pohon

- Untuk visualisasi guna mempermudah penyelesaian
- Contoh
  - Berapa bit-string dengan panjang 4 tidak berisi substring “11” ?
  - Daftar bit-string dengan panjang 4
    - 0000 0100 1000 1100
    - 0001 0101 1001 1101
    - 0010 0110 1010 1110
    - 0011 0111 1011 1111

Contoh

Dengan diagram pohon, hitung berapa bit-string dengan panjang 4 tidak berisi substring “000”

0000	0100	1000	1100
0001	0101	1001	1101
0010	0110	1010	1110
0011	0111	1011	1111

The Pigeonhole Principle

Bab 5

Sub-bab 5.2

Prinsip rumah merpati (*pigeonhole principle*)

Jika (k+1) obyek ditempatkan dalam k kotak, maka paling sedikit satu kotak berisi dua atau lebih obyek

Obyek $\rightarrow$ merpati *(pigeons)*

Kotak $\rightarrow$ rumah merpati *(pigeonholes)*

Contoh

1. 367 orang → merpati

   366 hari → rumah merpati

2. 27 kata → merpati

   26 huruf → rumah merpati

3. 102 mahasiswa → merpati

   101 nilai (0..100) → rumah merpati

Bentuk umum prinsip rumah merpati (the Generalized Pigeonhole Principle)

Jika N obyek ditempatkan dalam k kotak, maka paling sedikit satu kotak berisi paling sedikit $\lceil N/k \rceil$ obyek

Bukti (dengan kontradiksi)

Asumsi: tidak ada kotak yang berisi lebih dari $\lceil N/k \rceil - 1$

maka total obyek tidak lebih dari $k(\lceil N/k \rceil - 1)$

$k(\lceil N/k \rceil - 1) < k((N/k + 1) - 1)$ krn $\lceil N/k \rceil < N/k + 1$

$k(\lceil N/k \rceil - 1) < k(N/k)$ atau total obyek $< N$

Padahal total obyek $= N$

Maka paling sedikit satu kotak berisi paling sedikit $\lceil N/k \rceil$ obyek

(terbukti)

Contoh

Lima angka dipilih dari { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 }

Maka pasti ada sepasang angka yang jumlahnya 9

Rumah merpati $\rightarrow$ **(1+8)**

(2+7)

(3+6)

(4+5)

Merpati $\rightarrow$ **5 angka yang dipilih**

Jadi $\lceil 5/4 \rceil = 2$ (sepasang angka) menghasilkan jumlah 9

Permutation and Combination

Bab 5
Sub-bab 3

Permutasi

Permutasi dari sebuah himpunan objek yang berbeda adalah bayaknya cara untuk menyusun objek tersebut dengan **memperhatikan urutan.**

Formula:

Jika n dan r bil. Bulat dengan $0 \leq r \leq n$ maka

$P(n,r) = n!/(n-r)!$

Permutasi

Contoh 1:

Terdapat 5 kain dengan warna berbeda. Akan dirangkai 3 kain yang disusun dari atas ke bawah untuk menjadi sebuah bendera. Ada berapa kemungkinan bedera yang dapat dibuat

Jawab:

$n = 5$; $r = 3$

$P(5,3) = 5!/(5-3)! = 5.4.3.2!/2! = 60$

Permutasi

Contoh 2:

Ada berapa cara untuk memilih pemenang ke-1, ke-2, dan ke-3 dari 100 orang peserta lomba?

Jawab:

n = 100 ; r = 3

P(100,3) = 100!/(100-3)!

P(100,3) = 100.99.98.97!/97!

P(100,3) = 970200

Kombinasi

Kombinasi dari sebuah himpunan objek yang berbeda adalah bayaknya cara untuk menyusun objek tersebut **tanpa memperhatikan urutan.**

Formula:

Jika n dan r bil. Bulat dengan $0 \leq r \leq n$ maka

$C(n,r) = n!/r!\,(n-r)!$

Kombinasi

Contoh 1:

Terdapat 5 kaleng cat dengan warna berbeda. Akan dicampur 3 kaleng cat untuk menghasilkan warna baru. Ada berapa kemungkinan warna baru yang dapat dibuat?

Jawab:

$n = 5 ; r = 3$

$C(5,3) = 5!/3!(5-3)! = 5.4.3!/ 3!. 2! = 10$

Kombinasi

Contoh 1:

Terdapat 5 kaleng cat dengan warna berbeda. Akan dicampur 3 kaleng cat untuk menghasilkan warna baru. Ada berapa kemungkinan warna baru yang dapat dibuat?

Jawab:

$n = 5 ; r = 3$

$C(5,3) = 5!/3!(5-3)! = 5.4.3!/ 3!. 2! = 10$

Kombinasi

Contoh 2:

Dari 100 orang peserta reuni, ada berapa kemungkinan jabat tangan yang bisa dilakukan?

Jawab:

$n = 100; r = 2$

$C(100,2) = 100! / 2!.(100-2)!$

$C(100,2) = 100.99.98! / 2!.98!$

$C(100,2) = 4950$

Latihan

1. Dari 3 pria dan 5 wanita, ada berapa kemungkinan susunan foto yang dapat dibuat jika pria dan wanita harus saling berkelompok?
2. Dari 5 orang mahasiswa IF dan 4 orang mahasiswa SI akan diambil 3 orang perwakilan lomba yang minimal harus ada 1 orang perwakilan dari masing2 jurusan. Ada berapa kemungkinan susunan tim yang dapat dibuat?

Pekerjaan Rumah

- Pada Buku Teks : Discrete Mathematics and Its Applications, Kenneth H Rossen, McGraw-Hill