

# 1. 什么是 Dynamic system

A dynamic system is one which is in motion (运动的系统)

## 2. system's equation of motion

用于描述动力学系统的方程，一般是描述输入(I/P)和输出(O/P)的关系，可以有多输入多输出(MIMO)

## 3. First-Order system(一阶系统)

$$x'(t) + \frac{1}{\tau}x(t) = ku(t)$$

## 4. Second-Order system

$$x''(t) + 2\xi\omega_n x'(t) + \omega_n^2 x(t) = Ku(t)$$

## 5. Laplace transform

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st}dt$$

$$\delta(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} 1$$

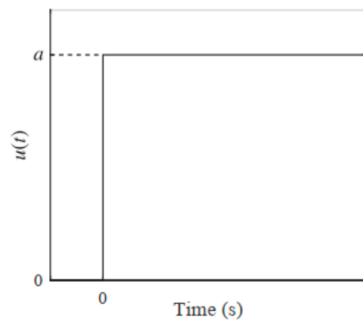
$$u(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} \frac{1}{s}$$

$$tu(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} \frac{1}{s^2}$$

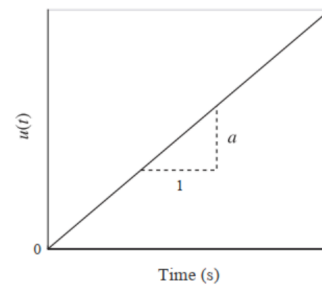
$$e^{-at}u(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} \frac{1}{s+a}$$

## 6. 两种常见的输入

Step I/P



Ramp I/P



## 7. Control system(控制系统)

### 7.1. 开环(open-loop)

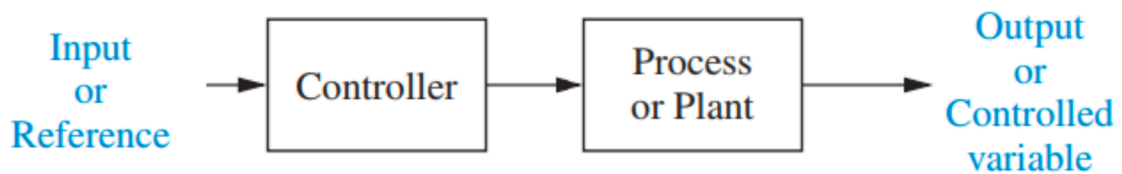


Figure 1: 开环控制系统

### 7.2. 闭环(close-loop)

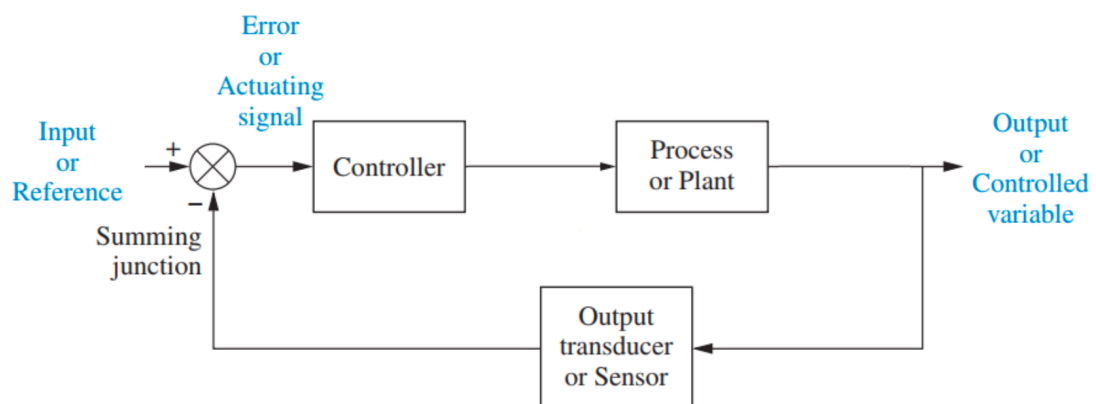


Figure 2: 闭环控制系统

闭环控制系统的输出通过处理后会通过反馈通路影响输入。

## 8. Block diagrams(框图)

- 一般是用于频域分析的
- 描述系统各个部分的连接关系
- 由功能块(functional blocks)组成
- 方形的是频域相乘，灯泡形状的是加减

## 9. 控制系统的稳定性(Control System Stability)

### 9.1. 极点(poles), 零点(zeros), 特征方程(Characteristic Equation)

对于传递函数

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$$

- poles:分母(denominator)为 0 的根
- zeros:分子(numerator)为 0 的根
- CE(特征方程):把分母的多项式设为 0 得到的方程

### 9.2. 稳定性

#### 9.2.1. 怎么用单位冲激响应的极点零点来判断 LTI 系统的稳定性?

用极点判断: 极点: $\sigma + j\omega$

- 所有极点满足 $\sigma < 0$ (左半平面):stable, 离散时间 $|z| < 1$ (单位圆内)
- 由极点 $\sigma > 0$ , 离散时间 $|z| > 1$ :unstable
- 有边缘点:marginally stable

#### 9.2.2. 稳定 $\Rightarrow$ 特征方程的所有系数是正的(0 不行), 稳定 LTI 系统的必要条件

#### 9.2.3. 稳定的充要条件:Routh 矩阵的第一列是正的

## 10. Feedback Control Systems(反馈控制系统)

1. 控制器比较实际的输出和预期的输出

2. 产生一个控制信号来减小实际和预期的差别

### 10.1. Proportional Control (P)

控制信号和系统误差成正比

$$u(t) = K_p e(t)$$

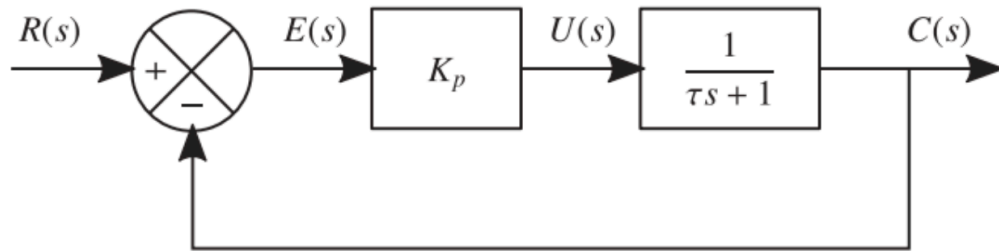


Figure 3: Proportional Control

### 10.2. Derivative Control (D)

控制信号和系统误差对时间的微分成正比

$$u(t) = K_d \frac{de(t)}{dt}$$

*Tends to amplify noise*

### 10.3. Integral Control (I)

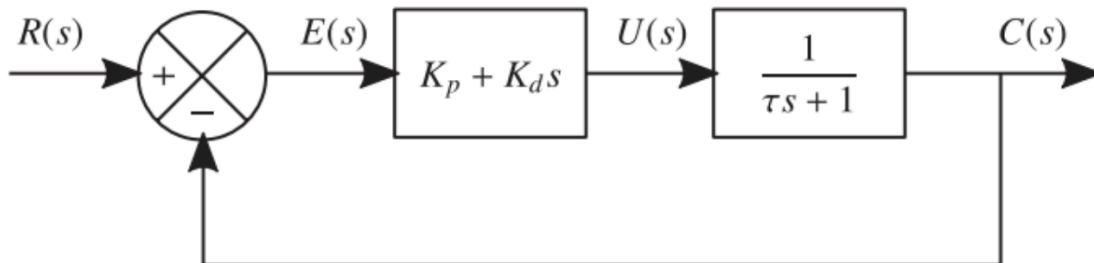
控制信号和误差对时间的积分成正比

$$u(t) = K_i \int_0^t e(t) dt$$

*Constant disturbances can be cancelled with zero error*(对于常数干扰的处理不错)

## 10.4. 混合信号

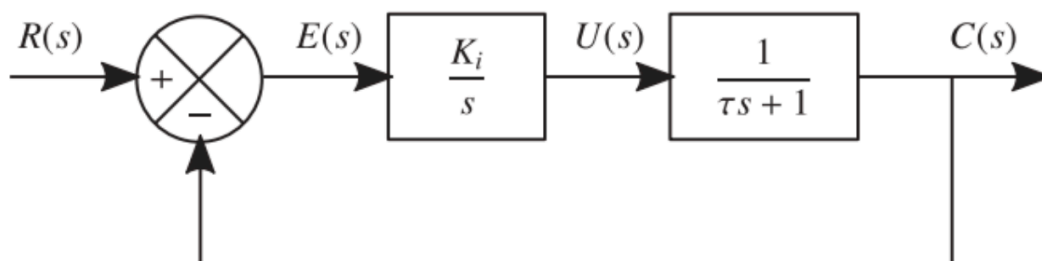
### 10.4.1. PD



$$u(t) = K_p e(t) + K_d \frac{de(t)}{dt}$$

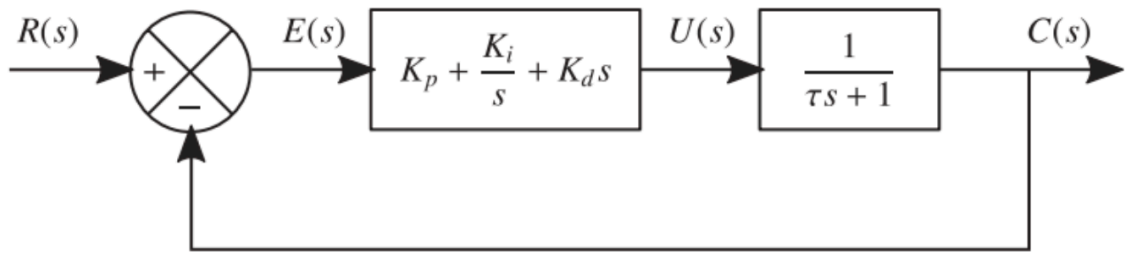
### 10.4.2. PI

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt$$



### 10.4.3. PID

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt}$$



## 11. 二阶系统的标准形式

$$\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

## 12. final value theorem

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$$

## 13. P1.md