1. 控制系统的稳定性

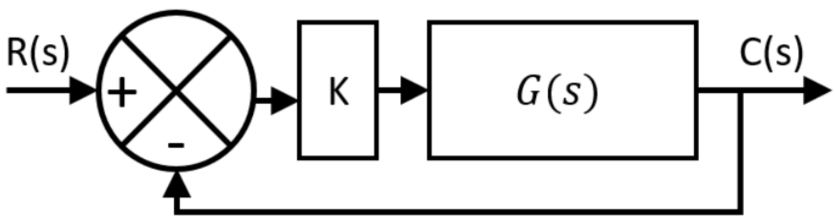
BIBO Stability: 有界输入一定对应有界输出。

1.1. 稳定系统的优势

- Performance assurance
- Robustness
- Safety
- Predictability
- Ease of Implementation

当然，一个所需的系统仅仅稳定是不行的

2. Root Locus Analysis(根轨迹分析)



$$G(s) = \frac{K}{s(s+a)}; \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{s^2 + as + K}$$

特征方程:$s^2 + as + K = 0$

$$s_1, s_2 = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\left[\left(\frac{a}{2}\right)^2 - K\right]}$$

1. $0 \le K \le \frac{a^2}{4}$, 两个不同实数根
2. $K = \frac{a^2}{4}$, $s_1 = s_2 = -\frac{a}{2}$
3. $K > \frac{a^2}{4}$, 两个实部为$-\frac{a}{2}$的共轭根

根轨迹分析是研究极点随着模型参数，比如K从 0 到∞的变化

2.1. Root Locus Construction(构造根轨迹)

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{KG(s)}{1+KG(s)}$$

$G(s)$是开环传递函数，意味着开环传递函数和闭环传递函数的零点是相同的

$1+KG(s)=0$是闭环传递函数的特征方程，决定了其极点

2.1.1. angle criterion

对于分子$KG(s)$, $G(s)=-\frac{1}{k}+j0$, 可以认为$G(s)$的角度是$\pi+2q\pi$

$$KG(s)=K\frac{(s-z_1)(s-z_2)...(s-z_m)}{(s-p_1)(s-p_2)...(s-p_n)}$$

$$\arg G(s) = \arg(s-z_1)+\arg(s-z_2)+...-\arg(s-p_1)-\arg(s-p_2)-...$$

$$\arg G(s)=\pi+2q\pi$$

calibration equation(校准方程)

$$K=\frac{1}{|G(s)|}$$

$$|G(s)|=\frac{\Pi_{i=1}^{m}\ |s-z_i|}{\Pi_{i=1}^{n}\ |s-p_i|}$$

3. ral.md 根轨迹分析的实例

4. Frequency Response(频率响应)

定义为一个系统对正弦(准确来说是e^{at})输入的稳态响应。

频率响应对于 LTI 系统和输入的振幅和初始相位无关。

4.1. 频域分析的一些概念

1. Frequency Domain Representation: 用频域方式来表示信号
2. Gain margain:在保持稳定的情况下系统的增益能增大多少?

3. Phase margain:在系统出现不稳定之前，可以向其添加多大的相位滞后量呢?

4.2. 如何绘制频率响应

4.2.1. Nyquist plot(极点轨迹)

将$s = j\omega$带入传递函数，ω从 0 到$+\infty$, 计算每个频率下的复数值， 然后绘制到二维平面上

4.2.2. Bode diagram

这种图包含两个部分(对于传递函数 G(s)):

1. Magnitude/gain

$$20\log_{10}^{|G(j\omega)|}$$

单位:db

1. Phase

$$\arg[G(j\omega)]$$

单位:rad(弧度)

4.2.2.1. 传递函数的 time constant form

$$G(s) = \frac{K\left(1+\frac{s}{\omega_{\mathrm{z1}}}\right)\left(1+\frac{s}{\omega_{\mathrm{z2}}}\right)...}{s^r\left(1+\frac{s}{\omega_{\mathrm{p1}}}\right)\left(1+\frac{s}{\omega_{\mathrm{p2}}}\right)...}$$

- 在这个形式的基础上进行计算

$$\begin{aligned}20\log_{10}|G(j\omega)| = 20\log_{10}K \\ +20\log_{10}\left|1+j\frac{\omega}{\omega_{z1}}\right| + 20\log_{10}\left|1+j\frac{\omega}{\omega_{z2}}\right| \\ -20r\log_{10}|j\omega| \\ -20\log_{10}\left|1+j\frac{\omega}{\omega_{p1}}\right| - 20\log_{10}\left|1+j\frac{\omega}{\omega_{p2}}\right|\end{aligned}$$

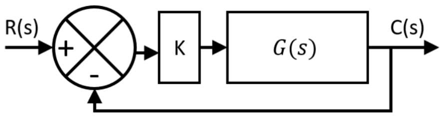
$$\angle G(j\omega) = Arg[G(j\omega)] = \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_{z1}}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_{z2}}\right) + \ldots$$

$$-r.90^o$$

$$-\tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_{p1}}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_{p2}}\right) + \ldots$$

计算出增益和角度

5. 重点例题(n42.md)

> **Study question**
>
> a. In the system below, if $G(s) = \frac{1}{s(s+a)}$ find the value of K and a, to satisfy the following frequency domain specification $M_r = 1.04$, $\omega_r = 11.55$rad/s
>
> 
>
>
> b. For the values of K and a determined in a. above, calculate the settling time and bandwidth of the system.