

1. 序列的线性卷积和

$$y[n] = x_1[n] * x_2[n] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x_1[m]x_2[n-m]$$

$x_2[n-m]$ 是对应 y 轴反转后，右移 n 个单位

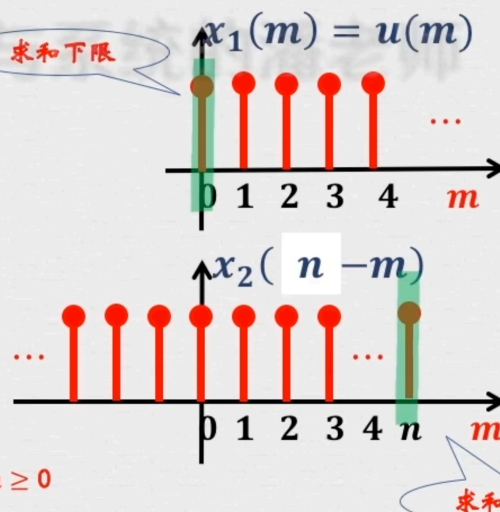
例2、已知序列 $x_1(n) = x_2(n) = u(n)$ 求序列的卷积和 $y(n)$

解： $y(n) = x_1(n) * x_2(n)$

$$= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \underline{u(m) u(n-m)}$$

$$= \sum_{m=0}^n 1 = \underbrace{1 + 1 + 1 + \dots}_{n+1 \text{ 个}}$$

$$= (n+1) u(n) \quad \text{乘以 } u(n) \text{ 表示 } n \geq 0$$



2. 规律

交换律，结合律，分配律

1)、交换律 $x_1(n) * x_2(n) = x_2(n) * x_1(n)$

$$y(n) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x_1(m)x_2(n-m) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x_1(n-m)x_2(m)$$

顺序也是
可以换的

2)、结合律: $[x(n) * h_1(n)] * h_2(n) = x(n) * [h_1(n) * h_2(n)]$

3)、分配律: $x_1(n) * [x_2(n) + x_3(n)]$

$$= x_1(n) * x_2(n) + x_1(n) * x_3(n)$$

3. 单位脉冲序列的卷积性质

$$x[n] * \delta[n - n_0] = x[n - n_0]$$

造成了时移

3.1. e.g

$$* \delta[n - 3] * u[n] * \delta[n - 4] = u[n] * u[n] * \delta[n - 3] * \delta[n - 4] = [(n + 1)u[n]] * \delta[n - 7] = (n +$$

4. 系统的分类

$$y[n] = T[x[n]]$$

- $y[n]$: 输出
- $x[n]$: 输入
- $T\{.\}$: 运算

4.1. 线性:

- 可加性
- 比例性

4.2. Time-invariant(时不变)

$$y[n] = T[x[n]] \rightarrow y[n - n_0] \rightarrow T[x[n - n_0]]$$

5. LTI 线性时不变系统

5.1. LTI 系统的响应的组成

可以记为:

$$y[n] = x[n] + b$$

1. $y_{zs}[n]$ 仅由输入序列在 0 时刻之后的响应
2. $y_{zi}[n]$ 由初始状态引起的响应

全响应: $y_{zs}[n] + y_{zi}[n]$

单位脉冲响应: $h[n]$

输入 $2\delta[n - 1]$, 输出 $2h[n - 1]$

重要公式

$$y[n] = x[n] * h[n]$$

输入对 $h[n]$ 卷积, 求 $y_{zs}[n]$ (不是全响应), 系统必须是 LTI 系统

5.2. 其他 单位阶跃响应

6. 系统的因果性和稳定性

6.1. 因果性(casual)

系统输出不发生在输入之前, LTI 系统的充要条件

$$h[n] = 0, n < 0$$

(inital reset)

6.2. 稳定

对于 LTI 系统的单位脉冲响应, LTI 的系统的充要条件

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |h[n]| < \infty$$

exp:

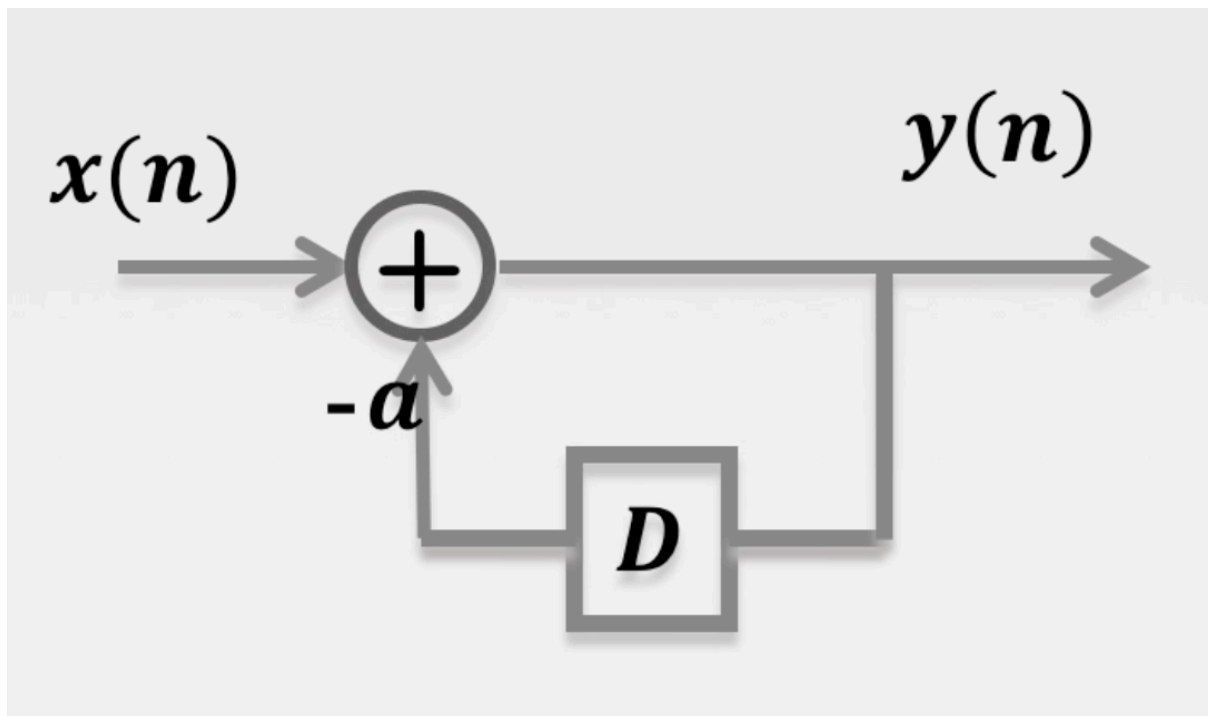
$$h[n] = a^n u[n]$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |h[n]| &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |a^n u[n]| = \sum_{n=0}^{+\infty} |a|^n \\ &= \frac{1 - |a|^n}{1 - |a|} \end{aligned}$$

当 $|a| < 1$ 时, 就是稳定的, $|a| \geq 1$ 就是不稳定的

7. 离散时间系统的数学模型

7.1. 一阶常系数差分方程



$$y[n] = x[n] - ay[n - 1]$$

$$y[n] + ay[n - 1] = x[n]$$

$$\sum_{i=0}^N a_i y[n - i] = \sum_{i=0}^N b_x x[n - i]$$

递推法

8. 模拟信号数字化(sampling)

采样 → 量化 → 编码

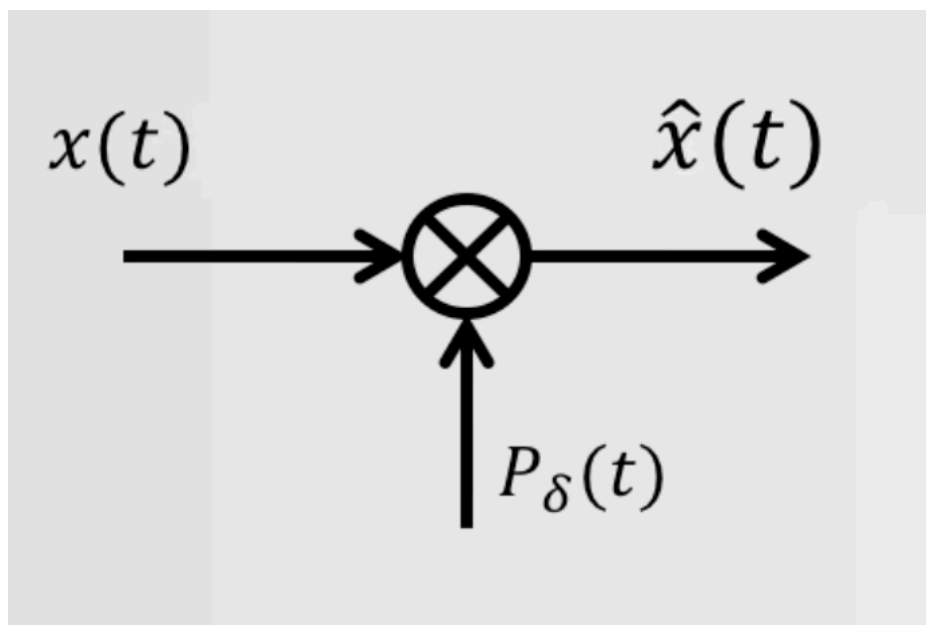


Figure 1: 一般用乘法器原信号乘以采样信号
理想采样用一系列单位脉冲响应来实现的,

$$P_{\delta}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$$

用 nT 代替连续信号中的 t 就得到抽样的离散信号表达式

$$x_{a(t)} = \cos(2\pi ft + \theta) \rightarrow x_{a[n]} = \cos(2\pi fTn + \theta)$$

$$\frac{1}{T} = f_s \text{ 采样频率}$$

f_s 是原信号的频率的整数倍采样出来的信号才有周期性

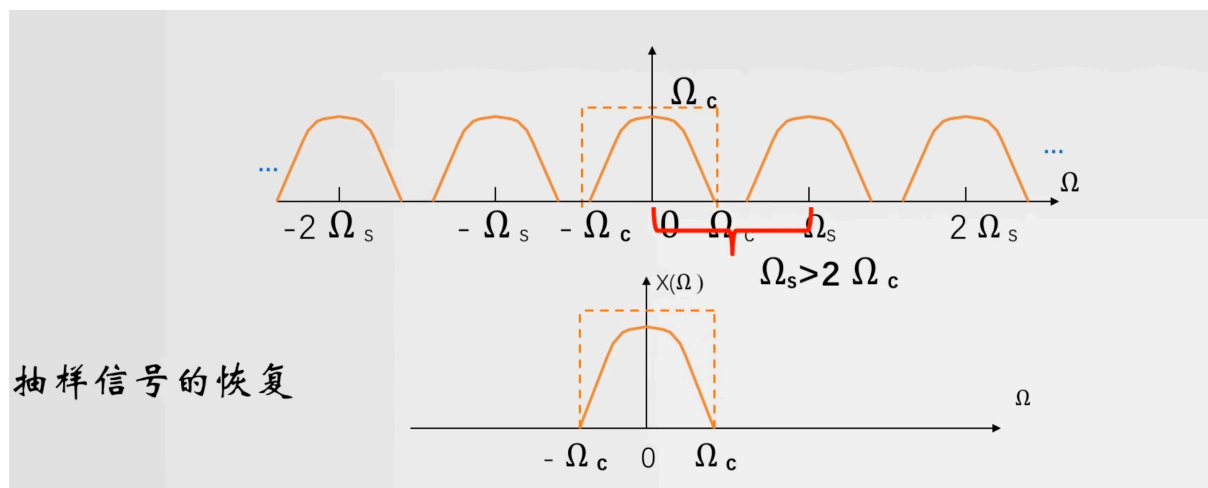


Figure 2: 采样定理和采样信号的恢复