功率与能量

有限时间内的

$$E = \int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 \ dt; P = \frac{E}{t_2 - t_1}$$

$$E = \sum_{n_1}^{n_2} |x[n]|^2; P = \frac{E}{n_2 - n_1 + 1}$$

无限时间内的平均功率

$$P_\infty = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} |x(t)|^2 \ dt$$

$$P_\infty = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{-N}^{N} |x[n]|^2$$

自变量的变换

时移(time shift)

$x(t-t_0)$,$x[n-n_0]$, 正代表当前的值与以前的某个值相等, 表示延后.

时间反转(time reversal)

$x[-n]$,$x(-t)$,图像上就是沿着 y 轴(x=0)水平翻转.

时间尺度变换

$x(\alpha t)$
$x(2t)$:图像上是压缩
$x(0.5t)$:图像上是伸长

线性综合(重要)

$x(\alpha t + \beta)$
怎么画图?(三步法)

- 先不管α,假定$\alpha = 1$,然后依照β提前或者延后
- 然后不管α的符号,依据$|\alpha|$进行缩放
- 如果$\alpha < 0$,那么在进行一次尺度变换

fundamental period 就是最小正周期,离散的必须是正整数.

奇偶分解

$$\text{Ev}\{x(t)\} = \frac{1}{2}[x(t) + x(-t)]$$

$$\text{Od}\{x(t)\} = \frac{1}{2}[x(t) - x(-t)]$$

$x(t)$是两个部分的和.

重要的信号

复指数信号

$$x(t) = Ce^{at}$$

C,a都是复数 如果C,a都是实数, 那么叫做实指数信号,一般分为$a > 0$与$a < 0$两种情况.

$a = j\omega_0$, 第二种特例

$$e^{j\omega_0(t+T)} = e^{j\omega_0 t}e^{j\omega_0 T}$$

如果$e^{j\omega_0 T} = 1$, 那么 T 就是周期!
重要性质:$e^{j2k\pi} = e^{(j2\pi)^k} = \left(e^{j\pi}e^{j\pi}\right)^k = (-1 \times -1)^k = 1$

$$T_0 = \frac{2\pi}{|\omega_0|}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$

复指数信号转换为正弦信号

$$e^{jk} = \cos(k) + j\sin(k)$$

$$e^{j\omega_0 t} = \cos(\omega_0 t) + j\sin(\omega_0 t)$$

$$A\cos(\omega_0 t + \Phi) = \frac{A}{2}\left[e^{j\Phi}e^{j\omega_0 t} + e^{-j\Phi}e^{-j\omega_0 t}\right]$$

$$A\sin(\omega_0 t+\Phi)=\frac{A}{2j}[e^{j\Phi}e^{j\omega_0 t}-e^{-j\Phi}e^{-j\omega_0 t}]$$

ω_0:fundamental frequency(不是f_0)
$e^{j\omega_0 t}$这样的信号平均功率为 1, 总能量无限大
谐波关系$\Phi_k(t)=e^{jk\omega_0 t}$

如何转换两个复指数信号的和?

$$x(t)=e^{j2t}+$$