Bitácora de Laboratorio #9

Escuela de Ingeniería en Computadores

Laboratorio de Circuitos Eléctricos (CE-2201)

Integrantes:
Tamara Cajiao Molina - 2024143333
Santiago Robles Obando - 2022207100

Profesor: Jeferson González Gómez

II Semestre

2025

Laboratorio 9. Circuito RLC serie en corriente alterna

1. Introducción

En este experimento se estudia la respuesta natural y la respuesta forzada de circuitos RLC, en las condiciones subamortiguada, críticamente amortiguada y sobreamortiguada. Se aplica la función escalón unitario, descrita mediante:

$$v(t - t_0) = \begin{cases} 0 & t < t_0 \\ 1 & t \geq t_0 \end{cases}$$

e ilustrado en la figura 9.1

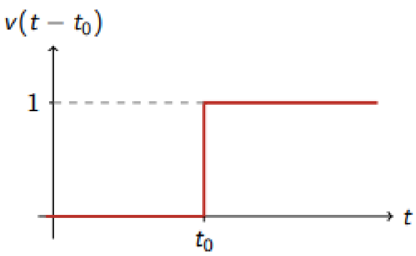


Figura 9.1: Escalón unitario en t_0.

La forma de onda de la corriente en un circuito RLC en serie puede encontrarse resolviendo la ecuación diferencial que se escribe al expresar la ecuación de malla (figura 9.2). Esta ecuación

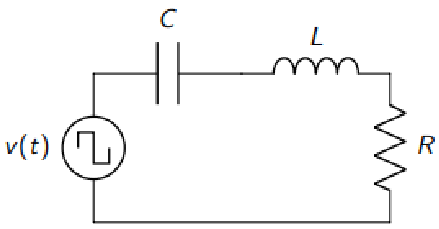


Figura 9.2: Circuito RLC serie.

diferencial es de orden 2 como se deduce a partir de

$$v(t) = v_R(t) + v_L(t) + v_C(t)$$

$$= i(t)R + L\, di(t)\, dt + \tfrac{1}{C}\int i(t)\, dt$$

donde derivando a ambos lados y ordenando se obtiene:

0 = L d 2 i(t) dt2 + R di(t) dt + 1 C i(t)

Hay varias formas de resolver esta ecuación. Una de ellas es suponer una soluci´on de la forma i(t) = Aest de manera que se obtiene la siguiente ecuaci´on auxiliar:

0 = Ls2Aest + AsestR + 1 C Aest

0 = Aest Ls2 + Rs + 1 C

La última expresión encerrada entre paréntesis es conocida como ecuación auxiliar. Si se puede satisfacer, entonces la solución seleccionada es válida. Se observa que tiene dos soluciones:

s = −R 2L ± s R 2L 2 − 1 LC

Si definimos entonces los parámetros característicos de este sistema como

α = R 2L ω0 = 1 √ LC

entonces se pueden reexpresar las soluciones como: s = −α ± q α2 − ω 2 0

Como puede observarse, dependiendo de los valores de R, L y C la soluci´on i(t) = Aest puede ser exponencial pura (si α > ω0) o bien puede contener funciones senoidales (si α < ω0) de acuerdo con la identidad de Euler. Estos dos casos se conocen como sobreamortiguado y subamortiguado respectivamente. El caso críticamente amortiguado se obtiene si α = ω0.

La frecuencia de resonancia del circuito se define como ωd = p ω 2 0 − α2 .

Las soluciones finales son:

$i(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$	Sobreamortiguado
$i(t) = e^{-\alpha t}(A_1 t + A_2)$	Críticamente amortiguado
$i(t) = e^{-\alpha t}(B_1 \cos \omega_d t + B_2 \operatorname{sen} \omega_d t)$	Subamortiguado

Finalmente, los valores de A1 , A2 , B1 y B2 se deben determinar a partir de condiciones iniciales.

En el circuito que se present´o de ejemplo la corriente inicial antes del escalón es igual a cero (porque el inductor no permite cambios bruscos de corriente) de modo que i(t)| t=0 = 0. Si se iguala la respuesta del circuito a cero, y se eval´ua t = 0 se obtienen las constantes deseadas

2. Objetivos

1. Calcular las expresiones matemáticas generales de la corriente en un circuito RLC serie, como respuesta a un escalón unitario de tensión.
2. Observar la forma de onda de la corriente en un circuito RLC serie para escalones unitarios.
3. Comprobar experimentalmente el comportamiento de circuitos RLC serie en condiciones: subamortiguado, criıticamente amortiguado y sobreamortiguado

3. Cuestionario Previo

1. Para el circuito RLC serie, calcule el valor de la resistencia para el cual se obtiene una respuesta críticamente amortiguada, cuando L =100 mH y C =47 nF.

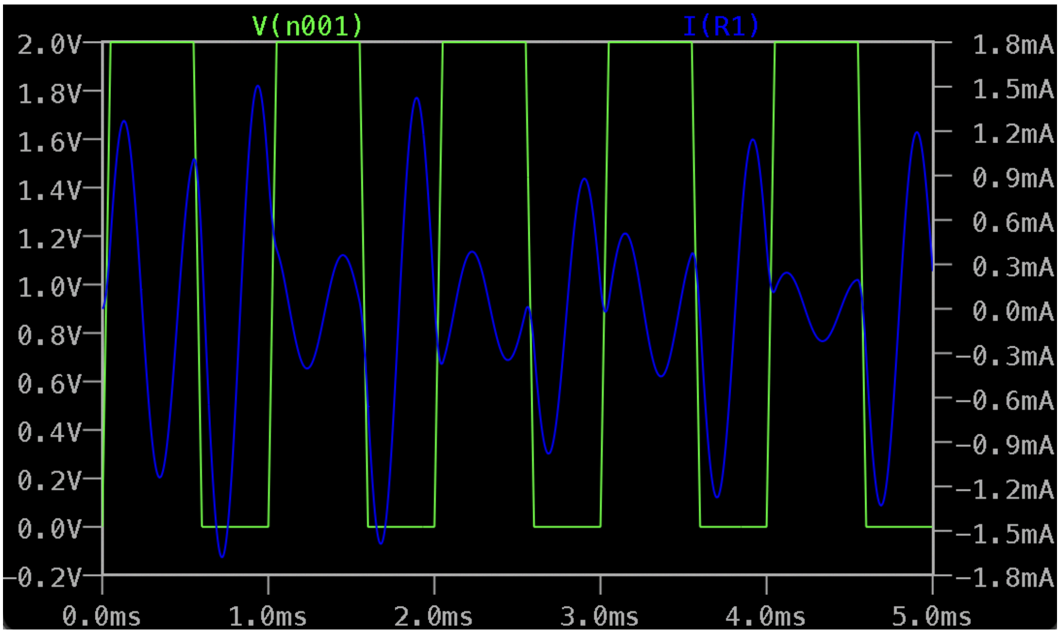
Se alcanza críticamente amortiguado cuando:

$$R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

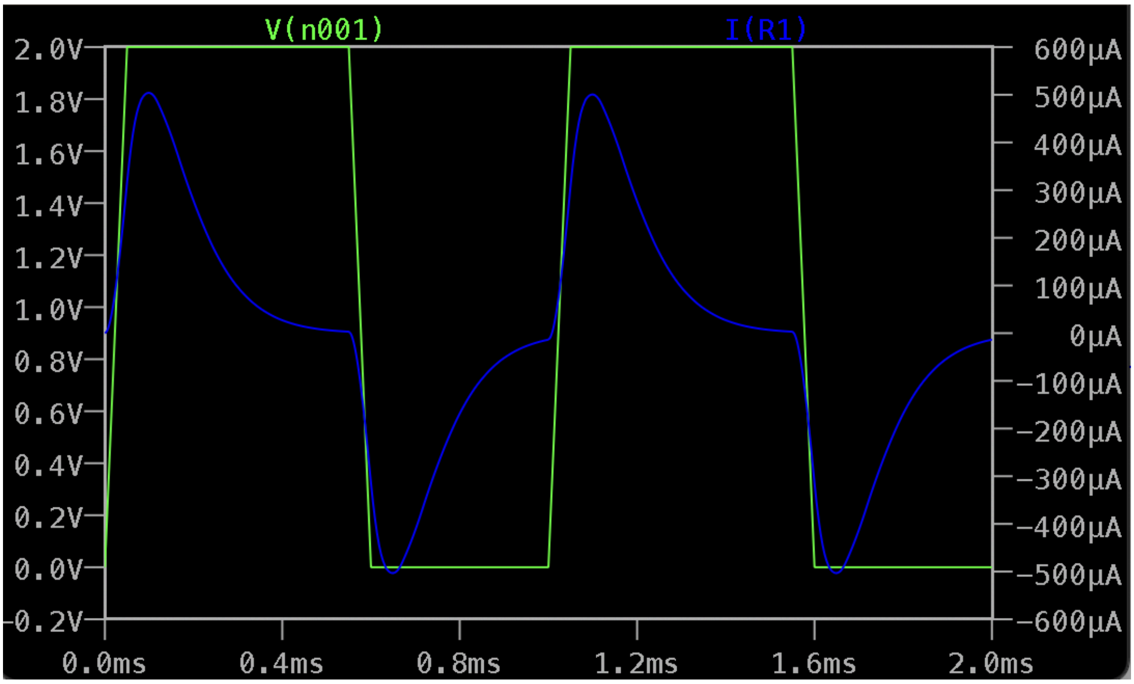
$$R = 2\sqrt{\frac{0.1\,H}{47\cdot10^{-9}}} \approx 2917.3\Omega$$

2. Realice una simulación en LTSpice del circuito RLC serie de la figura 9.3, con los valores de inductancia y capacitancia anteriores, adem´as de una resistencia de 100 Ω en serie con el potenciómetro de 5 kΩ, y obtenga las formas de onda de la corriente para las condiciones: subamortiguado, críticamente amortiguado y sobreamortiguado. Utilice para ello el rango completo de potencia y presente sus resultados en la bitácora.

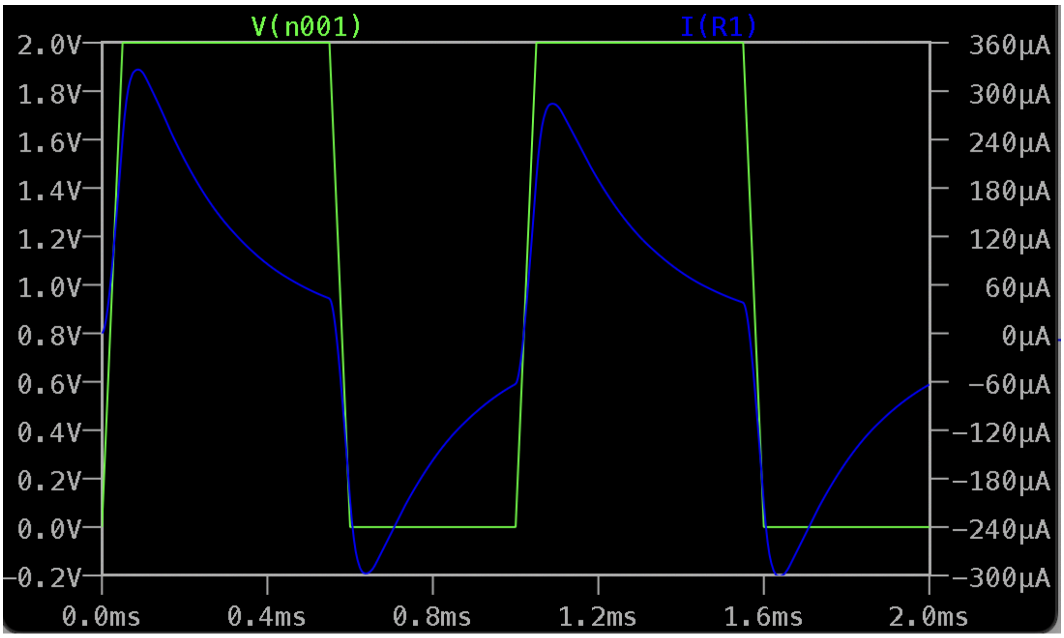
SUBAMORTIGUADO



CRÍTICAMENTE AMORTIGUADO



SOBREAMORTIGUADO



4. Equipo y Materiales

Cantidad	Descripción
1	Generador de funciones
1	Osciloscopio
1	Protoboard
1	Resistencia 100 Ω
1	Potenciómetro de 5 kΩ
1	Condensador de 47 nF
1	Inductor de 100 mH
	Cables de conexión tipo banana-banana

5. Procedimiento

5.1. Respuesta del circuito RLC serie subamortiguado

1. Arme el circuito de medición de la figura 9.3.

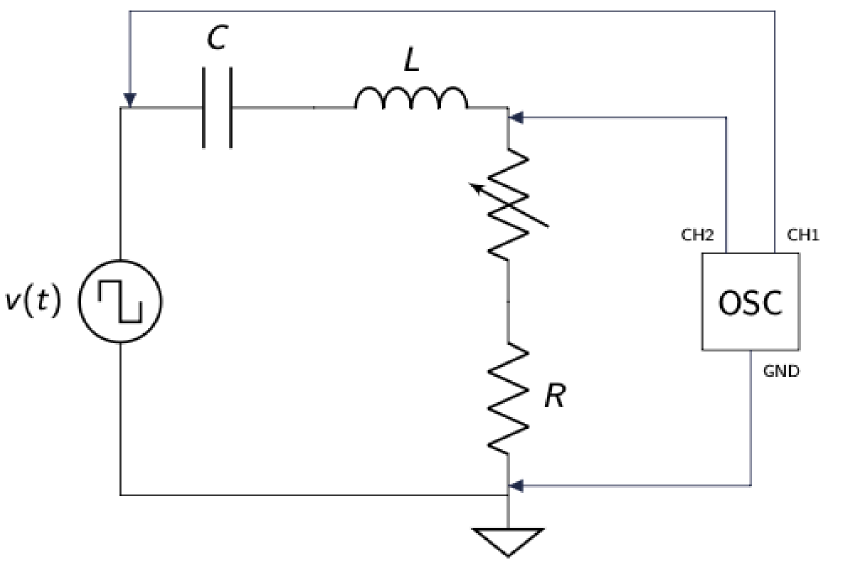


Figura 9.3: Circuito RLC serie.

2. Ajuste la tensión del generador a una función cuadrada de 5 Vpp. Ajuste el offset a 2,5 V.
3. Observe cómo se comporta la forma de onda de la corriente cuando se variaría el valor de potenciómetro.

4. Utilizando el rango completo de potenciómetro, ajuste su circuito a una condición subamortiguada.
5. Seleccione una frecuencia apropiada, de modo que pueda observar el transitorio completo en la pantalla del osciloscopio. Debe tener tiempo suficiente para descargar completamente.
6. Dibuje la forma de onda de la respuesta completa ante un escalón.
7. Anote el valor de la escala de tiempo y de las escalas de tensión.

CH1= **1.00** V/div CH2= **100.00** mV/div t= **0.5** ms/div

5.2. Respuesta del circuito RLC serie críticamente amortiguado

1. Ajuste su circuito a una condición críticamente amortiguada.
2. Repita todo el procedimiento de la sección anterior.

CH1= **1.00** V/div CH2= **2.00** V/div t= **0.5** ms/div

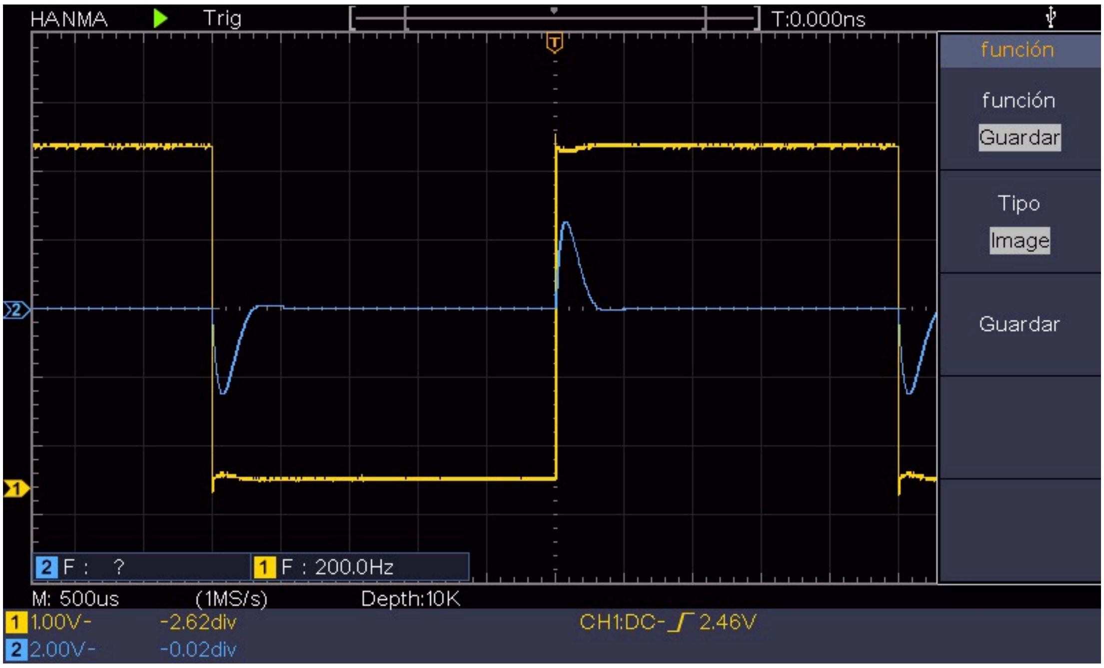
5.3. Respuesta del circuito RLC serie sobreamortiguado

1. Ajuste su circuito a una condición sobre amortiguada.
2. Repita todo el procedimiento de la sección anterior.

CH1= **1.00** V/div CH2= **2.00** V/div t= **0.5** ms/div

6. Evaluación

1. Coloque las gráficas experimentales en la bitácora e identifique cada una.
2. Rotule las gráficas con los valores de corriente (no de tensión) dividiendo v(t)/R.
3. Escriba las expresiones matemáticas de cada una de las tres gráficas obtenidas.
4. Calcule el valor de α y de ω0 para cada uno de los casos.
5. Calcule el valor de ωd para el caso subamortiguado.
6. Compare cada gráfica con la ecuación correspondiente para cada circuito.



Circuito Críticamente Amortiguado

Escala vertical equivalente: 2.00 V/div → 0.71 mA/div

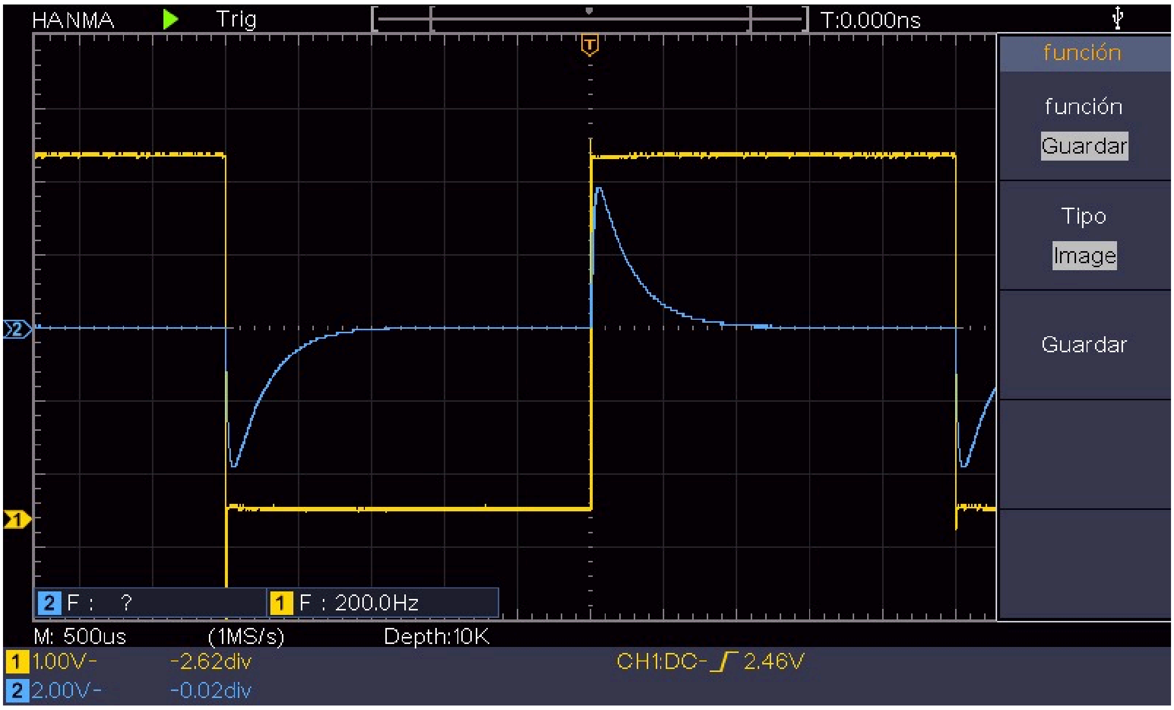
Expresión Matemática:

$$i(t) = 50t \cdot e^{-14.59t},\ para\ t \geq 0.\ [mA]$$

$$\alpha = \frac{R}{2L} \approx 1.4586 \cdot 10^{4}\ s^{-1}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \approx 1.4586 \cdot 10^{4}\ s^{-1}$$

En el caso críticamente amortiguado, la gráfica de corriente muestra exactamente lo que predice la teoría: una respuesta que sube rápido y se estabiliza sin oscilar. Según la ecuación, la corriente parte desde cero, crece con una pendiente inicial alta y luego se aplana suavemente hasta alcanzar su valor final. Al compararla con la forma medida en el osciloscopio, se ve esa misma curva suave, sin sobrepicos ni rebotes, lo que confirma que el circuito está justo en el punto de amortiguamiento crítico, donde la energía almacenada en el inductor y el capacitor se disipa lo más rápido posible sin llegar a oscilar.



Circuito Sobreamortiguado

Escala vertical equivalente: 1 V/div → 0.40 mA/div

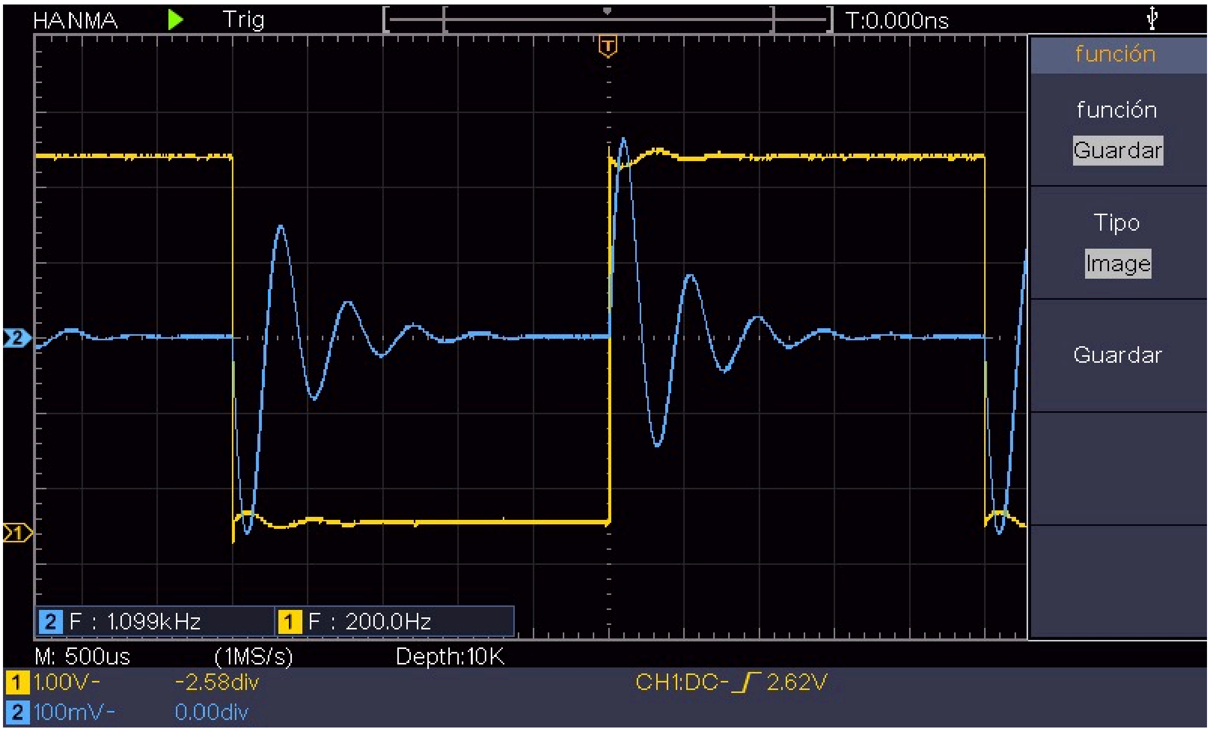
Expresión Matemática:

$$i(t) = 1.195(e^{-4583.88t} - e^{-46416.12t}),\ para\ t \geq 0.\ [mA]$$

$$\alpha = \frac{R}{2L} \approx 2.55 \cdot 10^{4}\, s^{-1}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \approx 1.4586 \cdot 10^{4}\, s^{-1}$$

En la gráfica se nota claramente que la corriente responde de forma más lenta y suave, sin ningún tipo de oscilación ni sobrepico. La forma de onda sube rápido y luego desciende más despacio hasta estabilizarse, tal como predice el comportamiento sobreamortiguado, donde la respuesta está compuesta por dos exponenciales de decaimiento diferentes. Al tener el potenciómetro en su valor máximo (5 kΩ), el circuito queda más amortiguado de lo necesario, lo que explica que la transición sea más lenta y la curva sea menos abrupta.



Circuito Subamortiguado

Escala vertical equivalente: 100 mV/div → 1.00 mA/div

Expresión Matemática:

$$i(t) = 343.1\, e^{-500t} sen(14586\, t),\ para\ t \geq 0.\ [mA]$$

$$\alpha = \frac{R}{2L} \approx 5.0 \cdot 10^{2}\, s^{-1}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \approx 1.4586 \cdot 10^{4}\, s^{-1}$$

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^{\ 2} - \alpha^{2}} \approx 1.458 \cdot 10^{4}\, rad/s$$

La corriente medida muestra una clara oscilación que alterna picos positivos y negativos, disminuyendo poco a poco su amplitud con el tiempo. Esto coincide con la forma teórica, donde el término exponencial representa el amortiguamiento y la parte senoidal las oscilaciones del intercambio de energía entre el inductor y el capacitor. Al tener solo los 100 Ω conectados, el circuito tiene muy poca resistencia, por lo que el amortiguamiento es débil ($\alpha << \omega_0$) y las oscilaciones se mantienen visibles antes de desaparecer, confirmando un comportamiento claramente subamortiguado.

7. ¿Por qué la corriente al final de cada escalón tiende a ser cero?

Al final de cada escalón, la corriente tiende a cero porque el circuito se descarga rápidamente debido a su constante de tiempo τ. Una vez que pasa el transitorio, tanto el capacitor como el inductor liberan la energía almacenada en forma de corriente que se disipa por la resistencia, haciendo que el sistema llegue a equilibrio en un tiempo aproximado alrededor de 5τ . Esto provoca que la corriente disminuya de forma exponencial hasta anularse, ya que después de ese intervalo prácticamente no queda energía circulando en el circuito.

7. Referencias

- C. K. Alexander, M. N. O. Sadiku, “Fundamentos de circuitos eléctricos”, McGraw-Hill.
- Chaniotakis and Cory, “The RLC Circuit. Transient Response,” 2006. https://ocw.mit.edu/courses/6-071j-introduction-to-electronics-signals-and-measurement-spring-2006/a929d33896839a7bf1ca2631cd87e711_16_transint_rlc2.pdf
- E. Technology, “Time Constant τ ‘Tau’ Formulas for RC, RL & RLC Circuits,” *ELECTRICAL TECHNOLOGY*, Sep. 30, 2022. https://www.electricaltechnology.org/2020/11/time-constant-%CF%84-tau-formulas-equations-rc-rl-rlc-circuits.html