בס"ד

חדו"א 7:

שאלה 1:

א. $\int \ln x \, dx$

$$\int \ln x \, dx = \int \ln x \cdot 1 \, dx = x\ln x - \int \frac{1}{x} \cdot x \, dx = x\ln x - x - c$$

$g'(x) = 1 \quad f(x) = \ln x$

$g(x) = x + c$

$f'(x) = \frac{1}{x}$

ב. $\int e^x \cos x \, dx = e^x \cos x - \int -\sin x \cdot e^x \, dx =$

$f(x) = \cos x \quad f'(x) = -\sin x$

$g'(x) = e^x \quad g(x) = e^x$

$= e^x \cos x + \int \sin x \, e^x$

נחשב $\int \sin x \, e^x$

$\int \sin x \, e^x = e^x \sin x - \int e^x \cos x \, dx$

$f(x) = \sin x \quad f'(x) = \cos x$

$g'(x) = e^x \quad g(x) = e^x$

$$\int e^x \cos x \, dx = e^x \cos x + e^x \sin x - \int e^x \cos x \, dx \quad / + \int e^x \cos x \, dx$$

$$2 \cdot \int e^x \cos x \, dx = e^x \cos x + e^x \sin x \quad / : 2$$

$$\int e^x \cos x \, dx = \frac{e^x}{2} (\cos x + \sin x)$$

בס"ד

שאלה 2:

א. $\int \arctan x \, dx = x \arctan x - \int x \cdot \frac{1}{1+x^2} \, dx$

$f(x) = \arctan x \quad f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$

$g'(x) = 1 \quad g(x) = x$

$\int \frac{x}{1+x^2} \, dx$ נחשב את

$u' = 2x \quad u = x^2+1$

$\frac{1}{2}\int \frac{2x}{1+x^2} \, dx = \frac{1}{2}\int \frac{u'}{u} \, dx = \frac{1}{2}\int \frac{1}{u} \, du = \frac{1}{2}\ln|u| + c =$

$= \frac{1}{2}\ln|u| + c = \frac{1}{2}\ln|1+x^2| + c$

סה"כ $\int \arctan x \, dx = x \arctan x - \frac{1}{2}\ln|1+x^2| + c$

בס"ד

שאלה 2

ב. $\int x^5 \cdot e^{x^3-4} dx = \int x^3 \cdot x^2 \cdot e^{x^3-4} dx =$

$= \int x^3 \cdot x^2 \cdot e^{x^3} \cdot e^{-4} \cdot dx = e^{-4} \int x^3 \cdot x^2 \cdot e^{x^3} dx$

נשתמש בשיטת ההצבה: $u = x^3 \quad u' = 3x^2$

$f(u) = u \cdot e^u$

$= e^{-4} \cdot \int \frac{1}{3} u e^u \cdot u' dx = \frac{e^{-4}}{3} \int u e^u \cdot du$

נשתמש באינטגרציה ונמצא את $\int u e^u du$

$f(u) = u \quad f'(u) = 1$

$g'(u) = e^u \quad g(u) = e^u$

$\int u e^u du = u e^u - \int e^u du = u e^u - e^u + C$

נציב חזרה את u $\quad \frac{e^{-4}}{3}\left(x^3 e^{x^3} - e^{x^3}\right) + C$

$= \frac{e^{x^3-4}}{3}\left(x^3 - 1\right) + C$

Scanned with CamScanner

שאלה 2:

ג. $\int e^{3x}\sin(e^x)\,dx = \int e^{2x}\cdot(e^x \sin e^x)\,dx =$

נבצע החלפה:

$u' = e^x \qquad u = e^x$

$f(u) = u^2 \cdot \sin(u)$

$\int u'(f(u))\,dx = \int f(u)\,du =$

$= \int u^2 \sin(u)\,du$

נשתמש באינטגרציה

$f(x) = u^2 \qquad f'(x) = 2u$

$g'(x) = \sin u \qquad g(x) = -\cos u$

$= -u^2 \cdot \cos u + \int 2u\cos u\,du = -u^2\cos u + 2\int u\cos u\,du$

נפתח אינטגרציה:

$\int u\cos u = u\sin u - \int \sin u\,du = \underline{u\sin u + \cos u + C}$

$f(u) = u \qquad f'(u) = 1$

$g'(u) = \cos u \qquad g(u) = \sin u$

נציב חזרה בביטוי:

$\int f(u)\,du = -u^2\cos u + 2(u\sin u + \cos u) + C$

נציב את e^x

$\underline{-e^{2x}\cos e^x + 2(e^x\sin e^x + \cos e^x) + C}$

שאלה 3:

א.

$$\int \frac{1}{x^2-9x+8}\,dx = \int \frac{1}{(x-8)(x-1)}\,dx =$$

$$= \int \frac{a}{x-8} + \frac{b}{x-1}$$

נבטל מכנה משותף:

$1 = a(x-1) + b(x-8)$

$1 = -7b$ נצ״ב $x=1$

$b = -\frac{1}{7}$

$1 = a(7)$ נצ״ב $x=8$

$a = \frac{1}{7}$

סה״כ

$$= \int \left(\frac{\frac{1}{7}}{x-8} - \frac{\frac{1}{7}}{x-1}\right)dx = \frac{1}{7}\int\left(\frac{1}{x-8} - \frac{1}{x-1}\right)dx =$$

$$= \frac{1}{7}\int \frac{1}{x-8}\,dx - \frac{1}{7}\int \frac{1}{x-1}\,dx = \frac{1}{7}\cdot\left(\ln|x-1| - \ln|x-8|\right) + c$$

שאלה 3:

ק.

$$\int \frac{1}{x^2+8x+17}\,dx = \int \frac{1}{(x+4)^2+1}\,dx = \arctan(x+4)$$

ל.

$$\int \frac{1}{x^2+4x+4}\,dx = \int \frac{1}{(x+2)^2}\,dx = \int (x+2)^{-2}\,dx =$$

$$\frac{(x+2)^{-1}}{-1} = -\frac{1}{x+2} + c$$