Szilárdsátan gyakorlat
4. hét

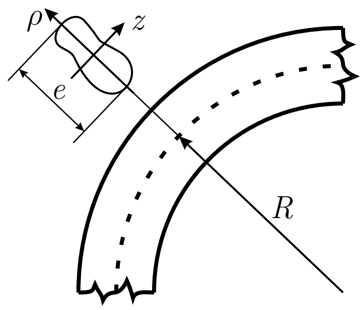
Lehotzky Dávid
Pölöskei Tamás

2017. október 2.

Szükséges előismeretek

Statikai nyomaték

Síggörbe rúdban a hajlításból származó normálfeszültség eloszlása

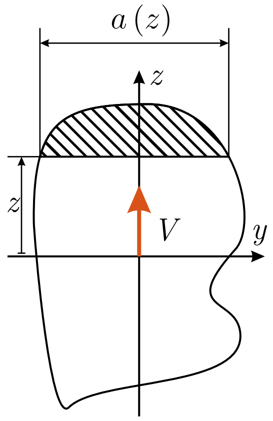


$$\sigma_t(\rho) = \begin{cases} \dfrac{M_h}{R\,A} + \dfrac{M_h}{I_0}\dfrac{R}{R+\rho}\rho & , \dfrac{R}{e} < 2 \\ \dfrac{M_h}{R\,A} + \dfrac{M_h}{I_z}\dfrac{R}{R+\rho}\rho & , 2 < \dfrac{R}{e} < 8 \\ \dfrac{M_h}{I_z}\rho & , 8 < \dfrac{R}{e} \end{cases}$$

Redukált másodrendű nyomaték:

$$I_0 = \iint\limits_{(A)} \frac{R}{R+\rho}\rho^2 \,\mathrm{d}A$$

Rúd nyírása



$$\tau_{xz} = \frac{V}{I_y}\frac{S(z)}{a(z)}$$

V	Nyíróerő
$S(z)$	A z koordinátavonal fölötti keresztmetszet statikai nyomatéka
$a(z)$	húsvastagság

1. feladat

01_KIIRAS
    01_KIDOLGOZAS

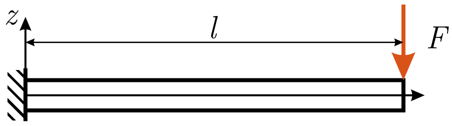
2. feladat

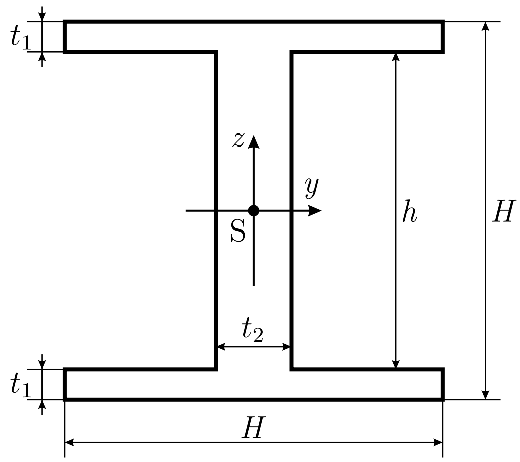
02_KIIRAS

02_KIDOLGOZAS

3. feladat

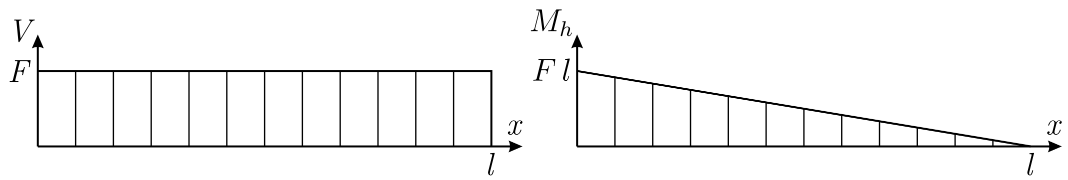
Rajzolja meg a normál és csúsztató feszültség eloszlását a befogás keresztmetszetében!





$t_1 = 40\,\mathrm{mm}$
$t_2 = 16\,\mathrm{mm}$
$H = 200\,\mathrm{mm}$
$h = H - 2t_2 = 168\,\mathrm{mm}$
$F = 100\,\mathrm{kN}$
$I_y = 5.826 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{m}^4$

Igénybevételek meghatározása a befogásban A feszültségeloszlások meghatározásához először határozzuk meg az igénybevételek nagyságát a rúd mentén. A terhelés és a szerkezet egyszerűsége miatt az igénybevételek a szabad vég felől rögtön felírhatóak.



1. ábra. Nyíróerő és hajlítónyomatéki igénybevételi függvények.

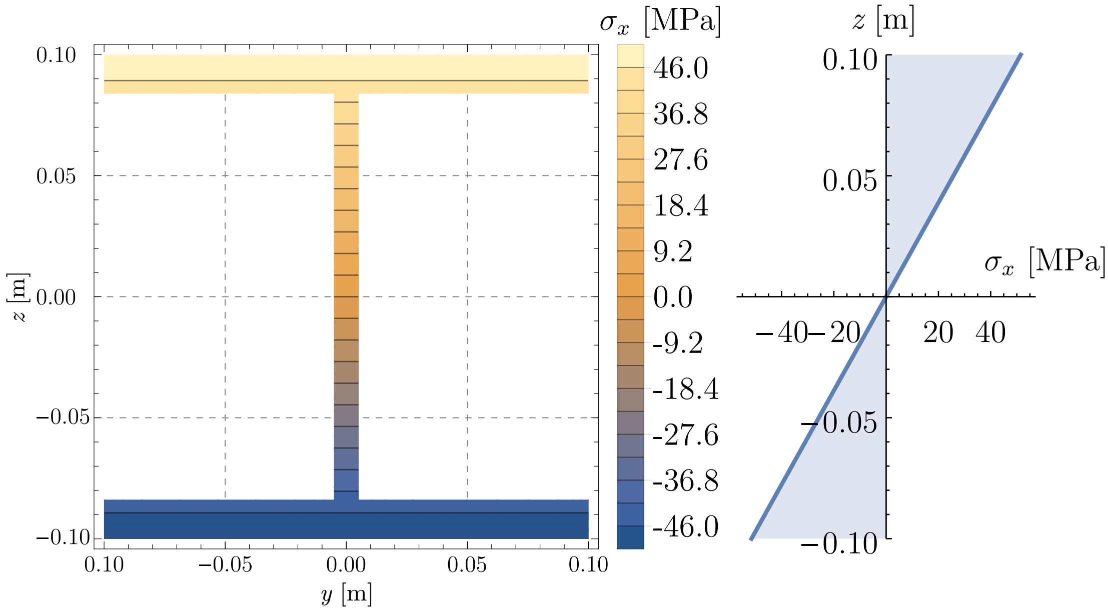
Normál feszültség eloszlás meghatározása A normál feszültség eloszlása a rúdnak a befogásban a Navier-képlet segítségével határozzuk meg:

$$\sigma_x(z) = \frac{F\,l}{I_y} z = 514.9z \ [\mathrm{MPa}] \tag{1}$$

, ahol a z koordináta értékét m-ben kell behelyettesíteni. A lineáris eloszlásból következik, hogy a normál feszültség maximuma a szélső szálakban lesz, aminek az értéke:

$$\sigma_x^{\mathrm{MAX}} = \sigma_x\left(\pm\frac{H}{2}\right) = \pm 51.5\,\mathrm{MPa} \tag{2}$$

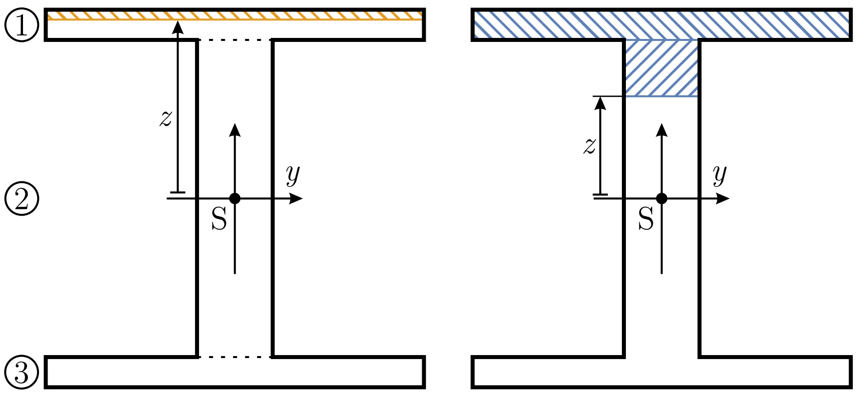
A normál feszültség eloszlását a 2. ábrán tüntettük fel.



2. ábra. Normál feszültség a keresztmetszet mentén.

Csúsztató feszültség eloszlás meghatározása A csúsztató feszültség eloszlásának kifejezésében az egyetlen eddig meg nem határozott mennyiség a z koordináta fölött található keresztmetszet y tengelyre számolt statikai nyomatéka, $S_y\left(z\right)$. Mivel a keresztmetszet szélessége ugrásszerűen változik, ezért $S_y\left(z\right)$ függvényt válasszuk szét három tartományra:

$$S_y\left(z\right)=\begin{cases} S_{y1}\left(z\right) & ,z\in\left[\frac{h}{2},\frac{H}{2}\right] \\ S_{y2}\left(z\right) & ,z\in\left[-\frac{h}{2},\frac{h}{2}\right] \\ S_{y3}\left(z\right) & ,z\in\left[-\frac{H}{2},-\frac{h}{2}\right] \end{cases} \tag{3}$$



3. ábra. Statikai nyomaték meghatározása.

$$S_{y1}\left(z\right)=\left(\frac{H}{2}-z\right)H\left(z+\frac{H/2-z}{2}\right)=10^3-10^5\,z^2\,\mathrm{cm}^3 \tag{4}$$

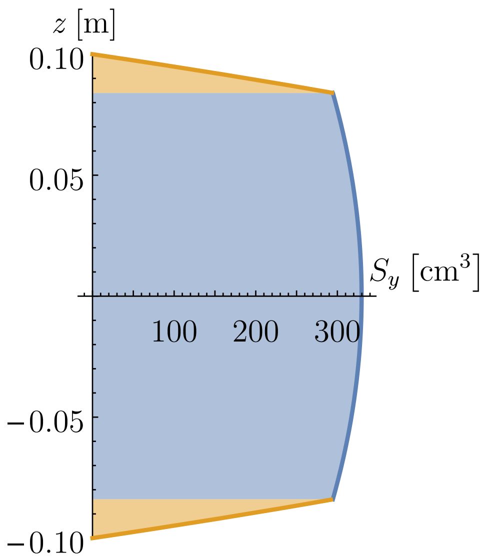
A második részen használjuk ki, hogy a $z = h/2$ koordináta fölötti rész statikai nyomatékát ki tudjuk fejezni S_{y1} segítségével:

$$S_{y2} = S_{y1}\left(\frac{h}{2}\right) + \left(\frac{h}{2} - z\right) t_1 \left(z + \frac{h/2 - z}{2}\right) = 329.7 - 5000z^2\,\mathrm{cm}^3 \tag{5}$$

(4)-ben és (5)-ben z értékét m-ben kell behelyettesíteni. A harmadik részen statikai nyomaték függvénye meg fog egyezni S_{y1}-gyel, mivel a (2)-es résznek az eredő hatása pont zérus.

$$S_{y3}(z) = S_{y1}(z) \tag{6}$$

$S_y(z)$ függvényt a 4. ábrán tüntettük fel. A csúsztató feszültség függvény meghatározása



4. ábra. Statikai nyomaték értéke az adott z koordináta felett.

előtt határozzuk meg a húsvastagságok értékeit az egyes szakaszokon:

$$a(z) = \begin{cases} H & , z \in \left[\frac{h}{2}, \frac{H}{2}\right] \\ t_1 & , z \in \left[-\frac{h}{2}, \frac{h}{2}\right] \\ H & , z \in \left[-\frac{H}{2}, -\frac{h}{2}\right] \end{cases} \tag{7}$$

Ezeket numerikusan behelyettesítve kapjuk a feszültségeloszlást:

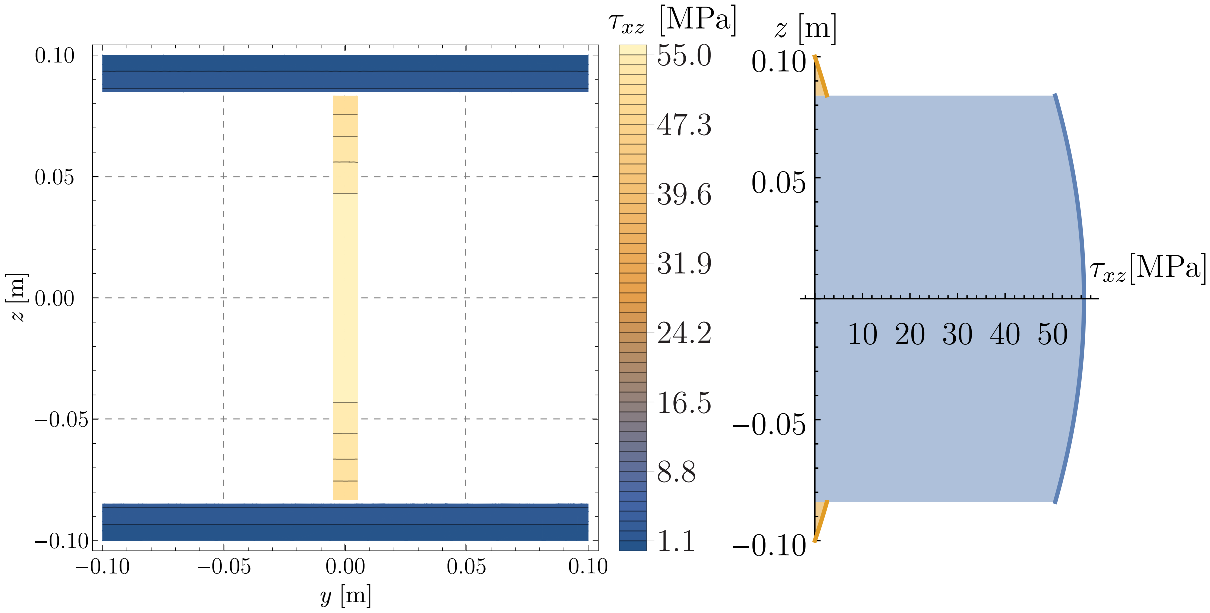
$$\tau_{xz}(z) = \frac{V}{I_y}\frac{S(z)}{a(z)} = \begin{cases} 8.583 - 858.2z^2\,\mathrm{MPa} & , z \in \left[\frac{h}{2}, \frac{H}{2}\right] \\ 56.59 - 858.2z^2\,\mathrm{MPa} & , z \in \left[-\frac{h}{2}, \frac{h}{2}\right] \\ 8.583 - 858.2z^2\,\mathrm{MPa} & , z \in \left[-\frac{H}{2}, -\frac{h}{2}\right] \end{cases} \tag{8}$$

(8)-ban z értékét m-ben kell behelyettesíteni.

A csúsztató feszültség a $z = 0$ koordinátában lesz maximális, értéke:

$$\tau_{xy}\left(0\right) = 56.59\,\mathrm{MPa} \tag{9}$$

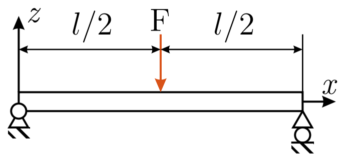
A csúsztató feszültség eloszlását az 5. ábrán tüntettük fel.

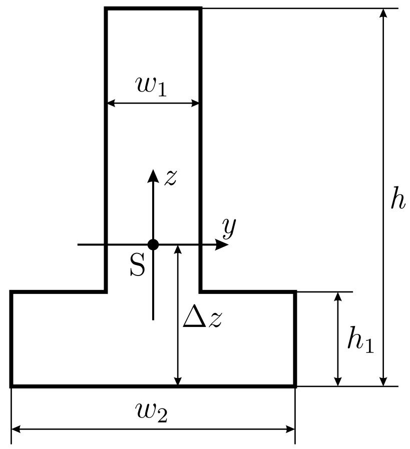


5. ábra. Csúsztató feszültség eloszlása a keresztmetszet mentén.

4. feladat

Rajzoljuk meg a csúsztató feszültség eloszlását a nyírás szempontjából veszélyes keresztmetszetben!

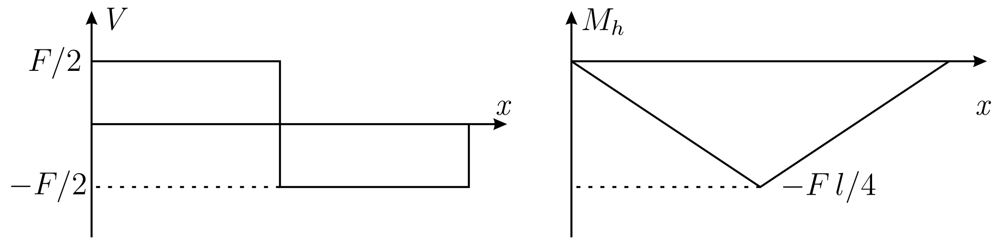




$w_1 = 150\,\mathrm{mm}$	
$h_1 = 50\,\mathrm{mm}$	
$w_2 = 50\,\mathrm{mm}$	
$h = 200\,\mathrm{mm}$	
$\Delta z = 75\,\mathrm{mm}$	
$l = 3.6\,\mathrm{m}$	
$F = 8\,\mathrm{kN}$	
$I_y = 5312.5\,\mathrm{mm}^4$	

A z koordinátától függő függvényekbe, azt mindig [m]-ben helyettesítjük be.

Veszélyes keresztmetszet meghatározása A szerkezet terhelése egyszerű, ezért az igénybevételi ábrák rögtön meghatározhatóak: Láthatjuk, hogy a nyíró erő nagysága min-



6. ábra. A szerkezet nyíró erő és hajlító nyomatéki igénybevételi ábrái.

den keresztmetszetben azonos, ezért nyírás szempontjából *minden keresztmetszet veszélyes keresztmetszetnek* tekinthető.

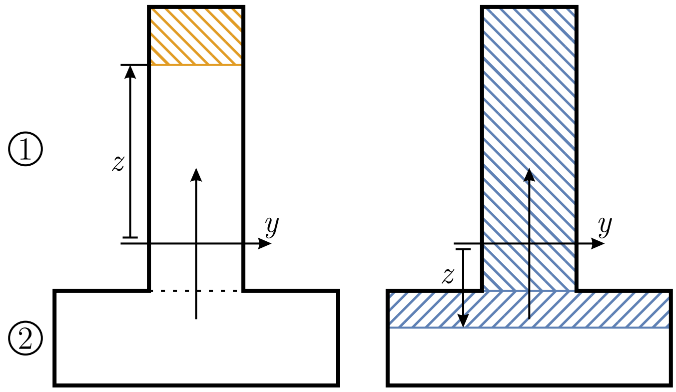
Csúsztató feszültség meghatározása A veszélyes keresztmetszet húsvastagságában ugrás található, ezért bontsuk ketté a statikai nyomaték függvényét:

$$S_y(z) = \begin{cases} S_{y1}(z) & , z \in [-\Delta z + h_1, h - \Delta z] \\ S_{y2}(z) & , z \in [-\Delta z, -\Delta z + h_1] \end{cases} \tag{10}$$

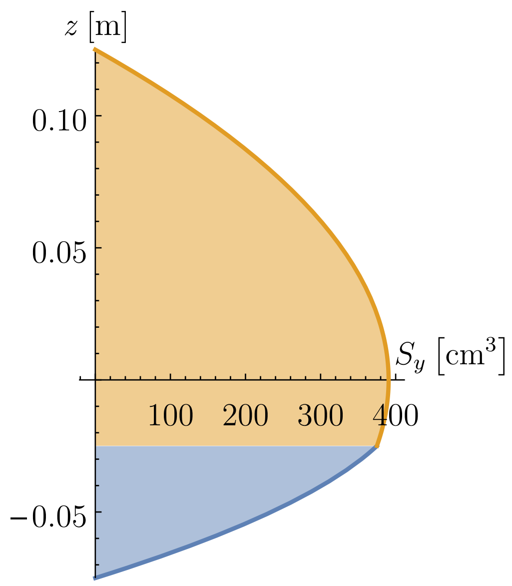
$$S_{y1}(z) = (h - \Delta z - z)\, w_2 \left(z + \frac{h - \Delta z - z}{2} \right) = 390.6 - 25 \cdot 10^3 z^2\,\mathrm{cm}^3 \tag{11}$$

$$\begin{aligned} S_{y2}(z) &= S_{y1}(h_1 - \Delta z) + (-z - (\Delta z - h_1))\, w_1 \left(z + \frac{-z - (\Delta z - h_1)}{2} \right) \\ &= 421.9 - 75 \cdot 10^3 z^2\,\mathrm{cm}^3 \end{aligned} \tag{12}$$

A 8. ábrán az előbbiekben meghatározott függvényt tüntettük fel.



7. ábra. Statikai nyomaték meghatározása.



8. ábra. Statikai nyomaték értéke az adott z koordináta felett.

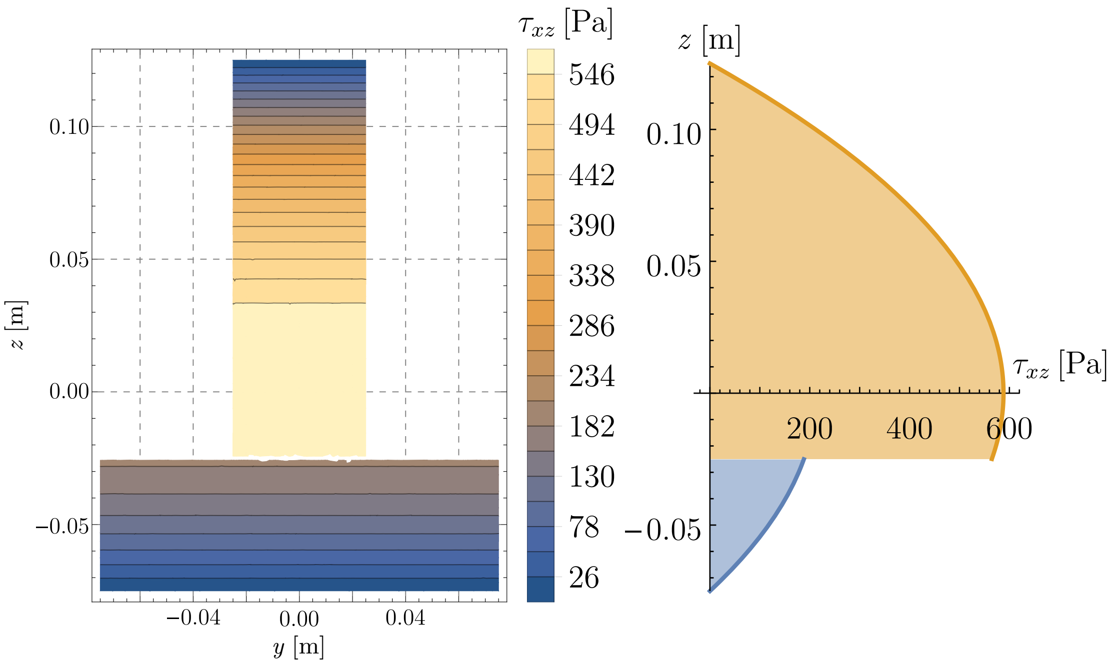
A húsvastagság az alábbi összefüggés szerint változik:

$$a(z) = \begin{cases} w_1 & , z \in [-\Delta z + h_1, h - \Delta z] \\ w_2 & , z \in [-\Delta z, -\Delta z + h_1] \end{cases} \tag{13}$$

Visszaírva ezeket a csúsztató feszültség eloszlás kifejezésébe kapjuk az alábbit:

$$\tau_{xz}(z) = \frac{F/2}{I_y}\frac{S_y(z)}{a(z)} = \begin{cases} 588.2 - 37647z^2\,\mathrm{Pa} & , z \in [-\Delta z + h_1, h - \Delta z] \\ 211.8 - 37647z^2\,\mathrm{Pa} & , z \in [-\Delta z, -\Delta z + h_1] \end{cases} \tag{14}$$

A csúsztató feszültség maximumát a $z = 0$ koordinátában veszi fel, ahol értéke 588.2 Pa. A csúsztató feszültségét eloszlást a 9. ábrán tüntettük fel.



9. ábra. Csúsztató feszültség eloszlása a keresztmetszet mentén.