Szilárdsátan gyakorlat
6. hét

Lehotzky Dávid
Pölöskei Tamás

2017. október 12.

Szükséges előismeretek

06_ELOISMERET

1. feladat

06_01_KIIRAS

06_01_KIDOLGOZAS

2. feladat

06_02_KIIRAS
06_02_KIDOLGOZAS

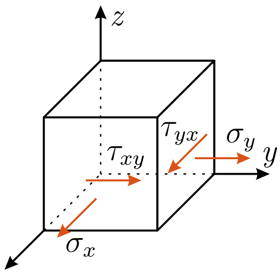
3. feladat

Egy rugalmas test valameny pontjában a következő feszültségek ébrednek: $\sigma_x = 80\text{MPa}$, $\sigma_y = 30\text{MPa}$, $\tau_{xy} = 60\text{MPa}$, a többi feszültség komponens zérus. Mohr-körök segítségével határozzuk meg a főfeszültségeket és a feszültségi főirányokat.

Főfeszültségek és főirányok meghatározása Írjuk fel a feladat szövege alapján a feszültségi mátrixot és rajzoljuk fel az ehhez tartozó feszültségi kis kockát.

$$\underset{(x,y,z)}{\boldsymbol{\sigma}} = \begin{bmatrix} 80 & 60 & 0 \\ 60 & 30 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{MPa} \tag{1}$$

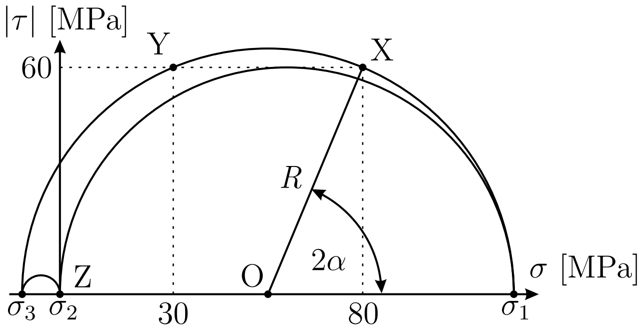
Láthatjuk az 1. ábra alapján, hogy azon a lapon amelyiknek normálisa a z tengellyel



1. ábra. A feladat kiírásához tartozó feszültségi kis kocka

párhuzamos nem ébred csúsztató feszültség. Ezek alapján kijelenthetjük, hogy a σ_z feszültség főfeszültség és a z tengellyel párhuzamos vektor pedig feszültségi főirány.

Mivel a kezdeti konfigurációban az egyik irány feszültségi főirány, ezért a Mohr-körök alkalmazása lehetséges. Tekintsük a feszültségi mátrix egyes oszlopait, jelöljék ezeket a $(\sigma, |\tau|)$ síkon az X, Y, Z pontok, lásd 2. ábra. Ekkor megszerkeszthető az X és Y pontot



2. ábra. Mohr-körök

érintő Mohr-kör, mivel ismert, hogy a középpontja a σ tengelyen kell, hogy legyen.

$$\sigma^{\mathrm{O}} = \frac{\sigma^{\mathrm{X}} + \sigma^{\mathrm{Y}}}{2} = 55\,\text{MPa} \tag{2}$$

$$R = \sqrt{(\tau^{\mathrm{X}})^2 + (\sigma^{\mathrm{X}} - \sigma^{\mathrm{O}})^2} = 65\,\text{MPa} \tag{3}$$

Ekkor a kör σ tengellyel vett metszéspontjai adják az ismeretlen másik kettő keresett főfeszültség értékét. Így a három főfeszültség:

$$\boxed{\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma^{\mathrm{O}} + R = 120\,\mathrm{MPa} \\ \sigma_2 &= \sigma^{\mathrm{Z}} = 0\,\mathrm{MPa} \\ \sigma_3 &= \sigma^{\mathrm{O}} - R = -10\,\mathrm{MPa} \end{aligned}} \tag{4}$$

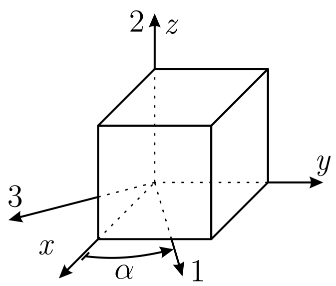
A kettő ismeretlen főirány meghatározásához tekintsük a Mohr-köröket tartalmazó ábrát. Számítsuk ki, az X, az O és a $(\sigma_1, 0)$ pontok által bezárt szöget:

$$2\alpha = \arctan\left(\frac{\left|\tau^{\mathrm{X}}\right|}{\sigma^{\mathrm{X}} - \sigma^{\mathrm{O}}}\right) = 67.38^\circ \Rightarrow \alpha = 33.7^\circ \tag{5}$$

Ekkor az 1-es főirány az x tengely elforgatásából keletkezik, úgy hogy az x tengellyel párhuzamos normálissal rendelkező síkon ébredő csúsztatófeszültség irányába forgatjuk azt α szöggel.

A második főfeszültséghez tartozó irány ismert volt a feladat kezdetétől fogva. A harmadik főfeszültséghez tartozó irányt határozzuk meg úgy, hogy a három főirány jobbsodrású derékszögű koordináta rendszert alkosson.

$$\boxed{\mathbf{e}_1 = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.832 \\ 0.555 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{e}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{e}_3 = \mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2 = \begin{bmatrix} 0.555 \\ -0.832 \\ 0 \end{bmatrix}} \tag{6}$$



3. ábra. Az adott feszültségállapothoz tartozó főirányok.