CINEMATICA DEL CUERPO RIGIDO - Guía de Estudio Nº 1

1.- CUERPO RIGIDO – INTRODUCCION:

De acuerdo a lo que ya venimos tratando en temas anteriores, un sistema de infinitas partículas constituye un cuerpo sólido.

Pero un cuerpo solido puede ser deformable o rígido. Por lo tanto definimos

Cuerpo Rígido: Todo cuerpo solido tal que la distancia entre dos puntos cualesquiera permanece invariable a través del tiempo cualquiera sea su movimiento y cualesquiera sean las fuerzas que actúan sobre él, se denomina cuerpo Rígido. Es decir, no es un cuerpo deformable.

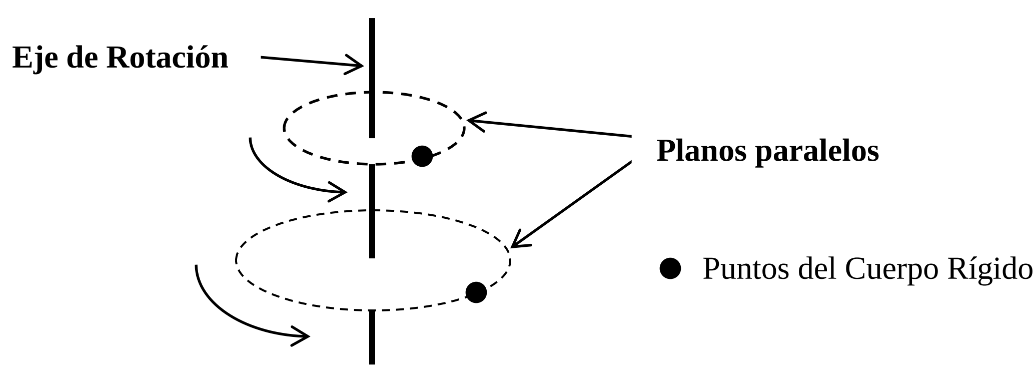
Como ya se aclaró en el Tema 1 de la Guía de estudio N° 4 de Dinámica (Sistemas de partículas) el análisis de la elasticidad o deformación de los cuerpos es ámbito de otras asignaturas.

La **posición** del cuerpo Rígido en cualquier instante se fija o establece conociendo para ese instante la posición de tres puntos cualesquiera (No alineados).

El **Movimiento** de un cuerpo Rígido puede considerarse en cada instante como la superposición de dos Movimientos.

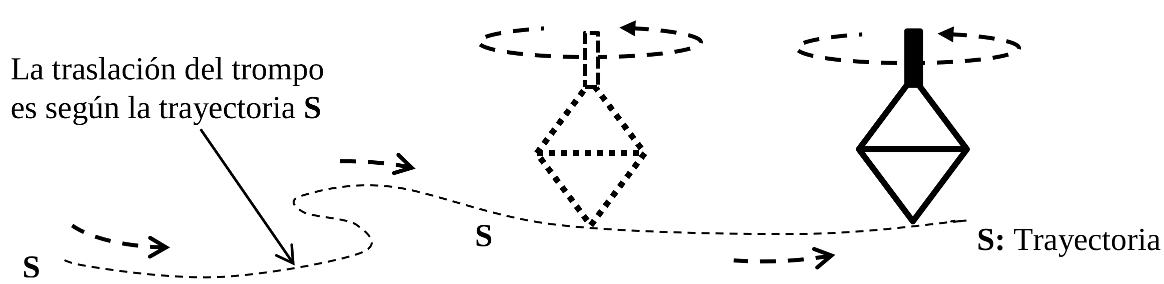
Movimiento de traslación: En un determinado instante todos los puntos del cuerpo tienen la misma velocidad V_i. Las trayectorias de todos los puntos son congruentes y no es necesario que sean rectilíneas.

Movimiento de Rotación alrededor de un eje fijo: Los puntos del cuerpo describen trayectorias circulares situadas en planos paralelos entre si y perpendiculares al eje de rotación.



El movimiento de los cuerpos Rígidos que vamos a resolver en esta materia son las Roto traslaciones planas donde los planos de rotación no modifican su inclinación. Dicho de otra manera el eje de rotación mantiene constante su dirección.

Como ejemplo podríamos hablar del movimiento de un trompo girando sobre su eje de rotación perpendicular al plano (piso) de apoyo y trasladándose.

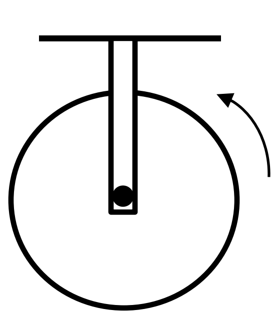


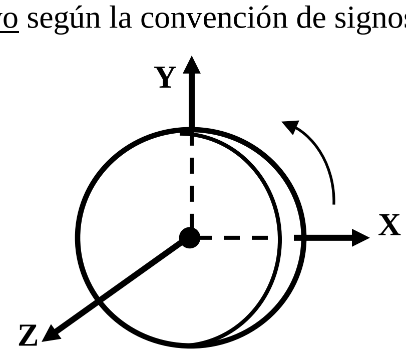
El eje de rotación mantiene siempre su dirección perpendicular al plano de apoyo. No vuelca. Es un movimiento plano.

En este primer ítem o introducción vamos a analizar un movimiento de Rotación

ROTACION – VELOCIDAD Y ACELERACION ANGULAR:

Analizamos una Polea fija girando con sentido **anti horario**. Positivo según la convención de signos a menos que se establezca lo contrario.





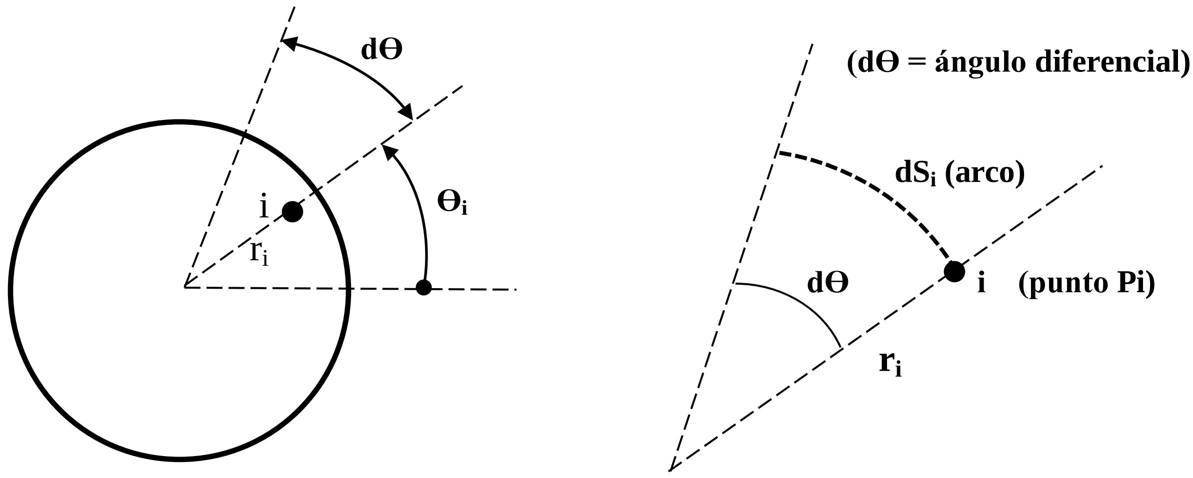
Un cuerpo se mueve en Rotación pura si cada punto del mismo se mueve en trayectoria circular. Los centros de estos círculos deben estar sobre una línea recta común llamada eje de rotación. En este caso:

Eje Z = Eje de Rotación

Fijamos como se ve en el dibujo el sistema de Referencia (X – Y – Z) en el centro de la polea o disco.

CINEMATICA DEL CUERPO RIGIDO - Guía de Estudio Nº 1

Cuando un disco gira, sus distintas partes se mueven a diferentes velocidades.
En un determinado intervalo de tiempo **dT** el **ángulo barrido dΘ** por una línea trazada desde el eje de rotación a cualquier punto del disco **es el mismo** cualquiera sea el punto elegido



El ángulo barrido por una línea radial del disco y la mayor o menor rapidez con que varía este ángulo es la misma para cualquier línea radial a la cual puede pertenecer cualquier punto **i** del disco. Por lo tanto es una característica del disco en su conjunto.

Analicemos una partícula **i** de masa m_i del disco rígido. Podemos especificar la posición del punto o partícula $\mathbf{P_i}$ mediante la vector posición ri y el ángulo $\mathbf{\Theta_i}$ según vemos en la figura adjunta.
Tomaremos valores de intervalos muy pequeños (infinitesimales) de las distintas variables que intervienen en este desarrollo y/o cálculo físico. De esa manera podemos obtener valores instantáneos como se hace mediante el uso del Análisis Matemático.
En un intervalo de tiempo pequeño **dT** la partícula recorre un arco de circunferencia de longitud $\mathbf{dS_i}$ cuyo valor o longitud es:

$$\mathbf{dS_i = V_i \,.\, dT} \qquad \text{(Velocidad: } V_i = dS_i / dT)$$

El ángulo **dΘ** barrido y expresado en Radianes está relacionado con el diferencial de arco $\mathbf{dS_i}$ por:

$$\mathbf{dS_i = r_i \,.\, d\Theta} \qquad \text{(Arco = Radio . Angulo)}$$

El valor $\mathbf{dS_i}$ para distintos radios $\mathbf{r_i}$ varía de una partícula a otra.
El valor **dΘ** <u>ES EL MISMO</u> para <u>TODAS</u> las partículas.

<u>Velocidad Angular</u> se define como la variación de posición Angular por Unidad de tiempo

$$\boxed{W = d\Theta/dT} \qquad \text{Unidad: [Radian/s] = [1/s]}$$

Esta expresión me permite obtener la **Velocidad instantánea**. El valor de la **Velocidad Angular media $\mathbf{W_m}$** se obtiene utilizando desplazamientos angulares ΔΘ no diferenciales.

$$\boxed{W_m = \Delta\Theta/\Delta T} \qquad \text{Unidad: [Radian/s] = [1/s]}$$

$$\mathbf{\Delta\Theta = \Theta - \Theta_0} \quad \text{y} \quad \mathbf{\Delta T = T - T_0}$$

En realidad ambas expresiones de velocidad angular (instantánea y media) están relacionadas mediante el Análisis Matemático (Límites y Derivadas)

$$\boxed{W = \lim_{\Delta T \to 0} W_m = \lim_{\Delta T \to 0} \Delta\Theta/\Delta T = d\Theta/dT}$$

La <u>velocidad angular</u> obtenida es la misma para todos los puntos del cuerpo Rígido en rotación plana. Además como ya hemos visto en Cinemática es una <u>Magnitud Vectorial.</u> No es lo mismo el giro horario que anti horario. Se representa mediante un vector coincidente con el eje de giro. Y por supuesto perpendicular al plano de rotación. Su sentido (entrante o saliente del plano de dibujo) lo determina la Regla de la Mano derecha. Ver esquemas de este Vector en la Guía Cinemática 3. Teórico 2-6). También en los libros <u>Física</u>. <u>Tomo 1</u> de “Tipler”. O <u>Física 1</u> de “Resnick-Halliday-Krane”.
La unidad se indicó anteriormente en las fórmulas de velocidad angular instantánea W y media W_m.
El radian es una unidad adimensional: π = 3,14 [Radianes] indica el **número de veces** que el diámetro de cualquier circunferencia “entra” en el perímetro de la misma. Entonces la unidad de la velocidad angular se expresa también como la inversa del segundo.

CINEMATICA DEL CUERPO RIGIDO - Guía de Estudio Nº 1

Aceleración Angular se define como la variación de velocidad Angular por Unidad de tiempo

$$\boxed{\gamma = dW/dT} \qquad \text{Unidad: [Radian/s}^2\text{] = [1/s}^2\text{]}$$

Esta expresión me permite obtener la **Aceleración instantánea**. El valor de la **Aceleración Angular media** γ_m se obtiene utilizando variaciones angulares ΔW no diferenciales.

$$\boxed{\gamma_m = \Delta W/\Delta T} \qquad \text{Unidad: [Radian/s}^2\text{] = [1/s}^2\text{]}$$

En realidad ambas expresiones de aceleracion angular (instantánea y media) están relacionadas mediante el Análisis Matemático (Límites y Derivadas)

$$\gamma = \lim_{\Delta T \to 0} \gamma_m = \lim_{\Delta T \to 0} \Delta W/\Delta T = dW/dT$$

La aceleración angular obtenida es la misma para todos los puntos del cuerpo Rígido en rotación plana. Además como ya hemos visto en Cinemática y en el ítem anterior (velocidad Angular) es una Magnitud Vectorial.

2.- ROTACION CON ACELERACION ANGULAR CONSTANTE – Ecuaciones Horarias de la Rotación:

Debe quedar claro que éste tema es semejante o análogo al MRUV donde la aceleración lineal es constante. Ahora estamos en presencia de un movimiento circular con aceleración angular constante MCUV. Este tema ya fue desarrollado **para una partícula** en la Guía de Estudio: Cinemática 3. (Teórico 3).

Los valores de desplazamiento angular vistos como variaciones macro ($\Delta\Theta$) o diferenciales ($d\Theta$) son los mismos para TODOS los puntos del Rígido en Rotación. También tendrán todos los puntos la misma Velocidad y Aceleración Angular.

Esto implica que en cada punto material del cuerpo rígido se cumplen o valen las ecuaciones horarias de velocidad y posición angular vistas en MCUV para una partícula.

Recordemos lo visto en ese Tema:

Si el **módulo** de la **aceleración** angular se mantiene **constante** (MCUV) $\rightarrow \gamma = \gamma_m \rightarrow$
Podemos escribir:

$$\gamma = \Delta W/\Delta T \rightarrow \Delta W = \gamma . \Delta T \qquad \text{Pero: } \Delta W = W - W_0 \text{ y } \Delta T = (T - T_0) \rightarrow$$

$$\boxed{W = W_0 + \gamma (T - T_0)} \qquad (A)$$

La expresión (A) es la Ecuación Horaria de la Velocidad Angular W para todos los puntos de un Cuerpo Rígido en Rotación. .

Mediante el uso del Análisis Matemático se puede demostrar que la variación angular de la posición $\Delta\Theta$, cuando la aceleración angular es constante se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$\Delta\Theta = W_0 . \Delta T + 1/2 . \gamma . \Delta T^2 \rightarrow \Theta - \Theta_0 = W_0 (T - T_0) + 1/2 . \gamma . (T - T_0)^2 \rightarrow$$

$$\boxed{\Theta = \Theta_0 + W_0 (T - T_0) + 1/2 . \gamma (T - T_0)^2} \qquad (B)$$

La expresión (B) es la Ecuación Horaria de la Posición Angular Θ para todos los puntos de un Cuerpo Rígido en Rotación. .

Como puede verse, las ecuaciones (A) y (B), son análogas a las ecuaciones horarias de la velocidad y posición en los movimientos de traslación rectilínea (dirección fija) que hemos visto. En este caso se trata de movimientos de rotación con ***eje fijo*** en general pasante por el al Centro de Masa CM del cuerpo Rígido.

NOTA: En este caso, la aceleración centrípeta no se mantiene constante pues la velocidad angular **varia** uniformemente.

EXPRESIÓN DE LA VARIACIÓN DE POSICIÓN O DESPLAZAMIENTO $\Delta\Theta$ EN FUNCION DE LAS VELOCIDADES:

Combinando las ecuaciones horarias (A) y (B) de la velocidad $\boldsymbol{\omega}$ y la posición $\boldsymbol{\Theta}$ se puede obtener la expresión indicada en el título de este ítem. (Ver Punto **7.-** Guía Cinemática N°2)

CINEMATICA DEL CUERPO RIGIDO - Guía de Estudio Nº 1

$$\Delta\,\Theta = \frac{\omega^2 - \omega_0^{\,2}}{2\,\gamma}$$

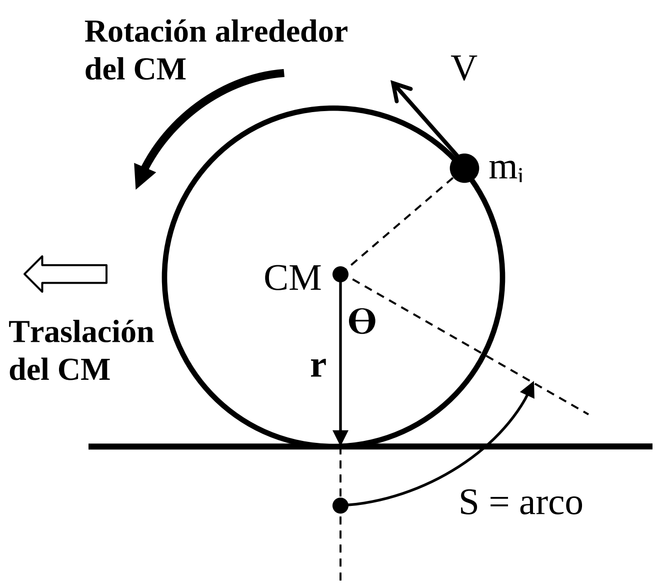
$\Delta\,\Theta$ = Desplazamiento angular.

Recordar nuevamente que la velocidad angular ω varia uniformemente y su valor en un instante dado dependerá de la frecuencia f.

$$\omega = 2.\,\pi\,.\,f$$

3.- RELACIONES ENTRE VARIABLES LINEALES Y ANGULARES – Cuerpos Rodantes:

Analizamos una esfera o cilindro de Radio r que rueda sin resbalar sobre una superficie plana. Avanza y rota. Es decir su movimiento podemos analizarlo como la traslación del Centro de Masa CM y la Rotación alrededor del mismo.



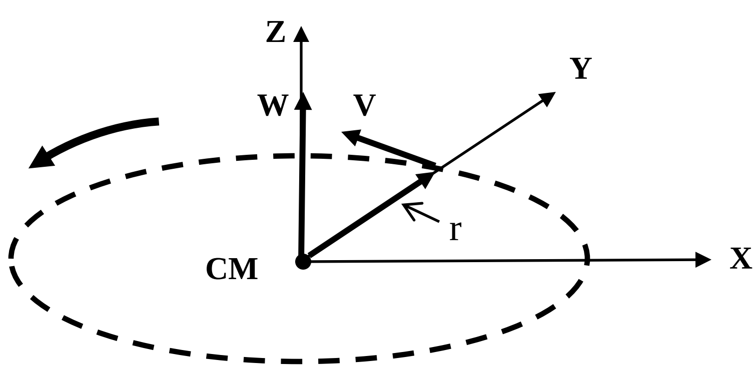
Recordemos la relación escalar entre la velocidad Angular W y la Velocidad Tangencial V de un punto de masa m_i ubicado a una distancia **r** del centro o eje de Rotación. En este caso está ubicado dicho punto en la periferia de la esfera o cilindro:

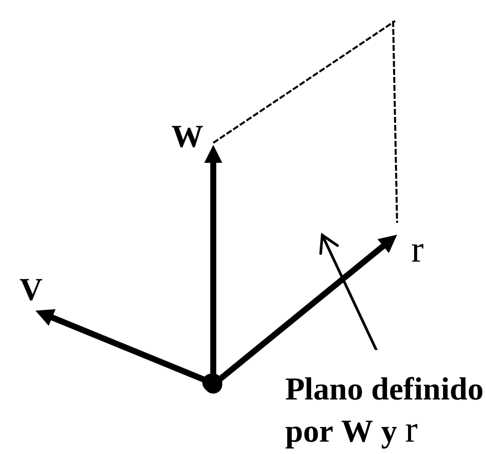
$$V = W.r$$

Un tratamiento más preciso y exacto seria tener en cuenta o considerar que son magnitudes vectoriales y que en realidad están relacionadas o vinculadas a un producto vectorial (**x**).

$$\mathbf{V} = \mathbf{W} \times \mathbf{r}$$

A continuación se indican gráficamente los vectores. Recordar que el vector **V** será perpendicular al plano definido por los vectores **W** y r.





Si derivamos el valor de la velocidad vectorial instantánea obtendremos el valor de la aceleración vectorial instantánea **A.** Es decir que calculamos la variación del vector velocidad lineal con respecto al tiempo pero para una variación diferencial del tiempo (dT):

$$\mathbf{A} = dV/dT \rightarrow A = d/dT\,(\mathbf{W} \times r) = d\mathbf{W}/dT \times r + \mathbf{W} \times dr/dT = \gamma \times r + \mathbf{W} \times \mathbf{V} = \mathbf{A_T} + \mathbf{A_C}$$

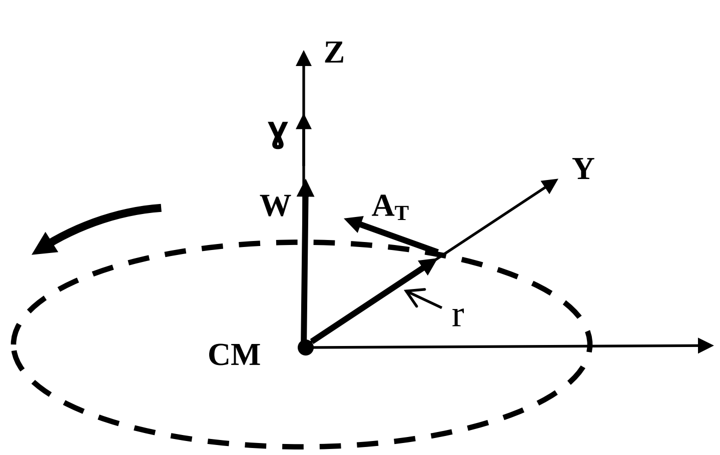
Se obtuvo entonces:

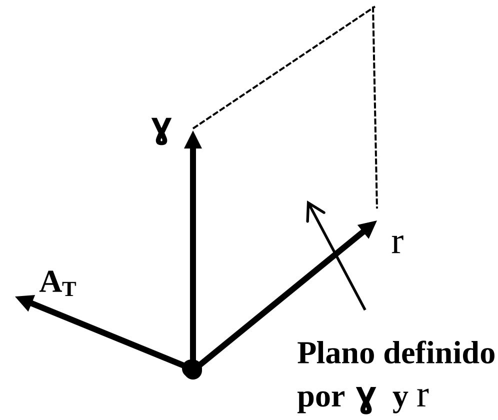
$$\mathbf{A} = \mathbf{A_T} + \mathbf{A_C} = \text{Aceleración vectorial instantánea.}$$

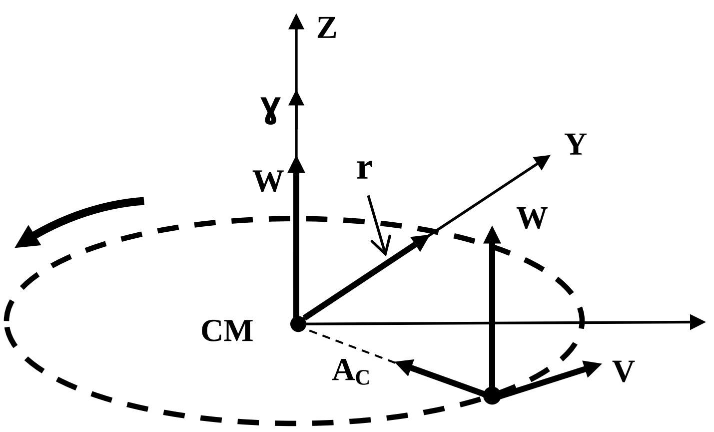
$\mathbf{A_T}$ = Aceleración vectorial Tangencial = $\gamma \times$ r.
$\mathbf{A_C}$ = Aceleración vectorial Centrípeta o Normal = **W** x **V.**

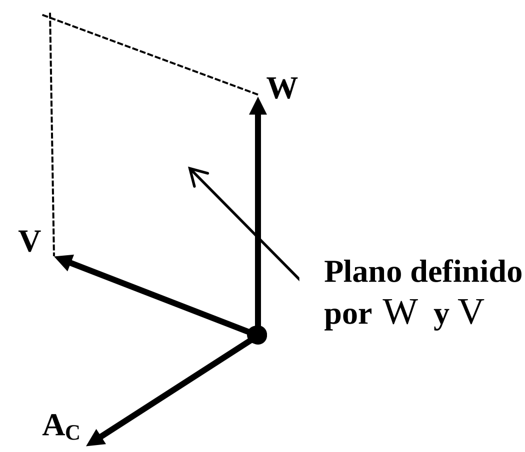
Recordemos γ = Aceleración Angular (vector).
r = Vector Posición del punto en análisis.
W = Velocidad Angular (vector).
V = Velocidad Lineal o Tangencial (vector).

CINEMATICA DEL CUERPO RIGIDO - Guía de Estudio Nº 1

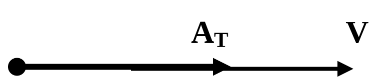








NOTA 1: La Velocidad y aceleración Lineal (tangencial) son colineales. Actúan sobre una misma recta de acción.



Lo mismo ocurre con los Vectores velocidad (**W**) y Aceleración Angular (γ). Ver esquemas trazados.

NOTA 2: Vimos que la Velocidad lineal y angular están relacionadas por la expresión: $\mathbf{V} = \mathbf{W} \times r$.
Pero W y r son perpendiculares. Por lo tanto el modulo del producto vectorial de ambas es:

$V = W.\ r\ .\ \text{sen}\ 90° \rightarrow$ $\boxed{V = W.\ r}$ (1) Módulo de la Velocidad lineal

Además la Aceleración lineal (tangencial) y la angular están relacionadas por la expresión: $\mathbf{A_T} = \gamma \times r$.
Pero γ y r son perpendiculares. Por lo tanto el modulo del producto vectorial de ambas es:

$A_T = \gamma.\ r\ .\ \text{sen}\ 90° \rightarrow$ $\boxed{A_T = \gamma.\ r}$ (2) Módulo de la Aceleración lineal

Las expresiones (1) y (2) muestran **Dos Relaciones** entre variables lineales (V y A_T) y angulares (W y γ) que usaremos en la resolución de Problemas.

NOTA 3: La Velocidad lineal y angular son perpendiculares. Por lo tanto el producto vectorial de ambas que nos da la aceleración centrípeta tiene un módulo dado por:

Módulo del Vector $A_C \rightarrow$ $A_C = W.\ V.\ \text{sen}90° \rightarrow$

$\boxed{A_C = W.\ V}$ (3) Módulo de la Aceleración Centrípeta

NOTA 4: El módulo de la Velocidad lineal según ecuación (1) es: $V = W.\ r$. Reemplazamos en (3) este valor y obtenemos:

$\boxed{A_C = W^2.\ r}$ (4) Módulo de la Aceleración Centrípeta

Además de la ecuación (1): $W = V/\ r$. Reemplazamos en (3)

$$\boxed{A_C = V^2/r}$$ (5) Módulo de la Aceleración Centrípeta

Las expresiones (3), (4) y (5) ya vistas en Cinemática de la Partícula me permiten obtener el módulo de la aceleración Centrípeta en un punto del cuerpo Rígido.

4.- MOVIMIENTO ROTOTRASLATORIO PLANO – CARACTERISTICAS:

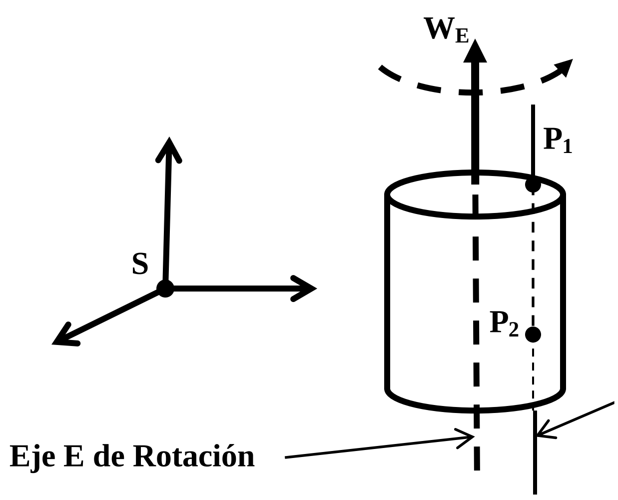
Se entiende a este movimiento como aquel donde el cuerpo gira alrededor de un eje de rotación que se traslada manteniendo su dirección paralela a la original.

Un ejemplo sería un trompo ideal que gira y se traslada. Pero "nunca vuelca". Siempre el eje de rotación se mantiene vertical (con respecto a la superficie de apoyo).

Realizando un **análisis vectorial** de este movimiento se deduce el cumplimiento de dos condiciones o características del mismo

1° Característica:

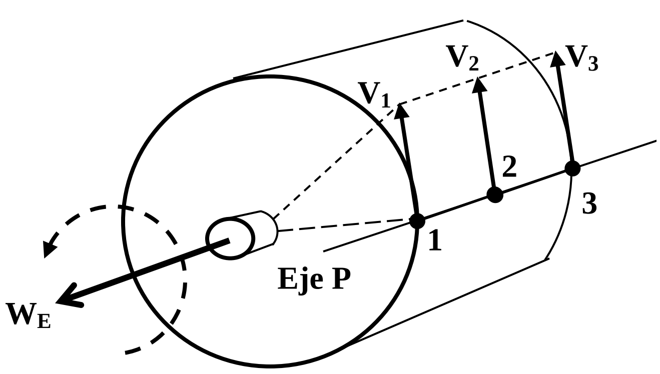
"los puntos de toda recta paralela al eje de rotación tienen en cada instante la misma velocidad con respecto al sistema absoluto S (fijo a Tierra). Esta velocidad es diferente para los puntos de diferentes rectas paralelas al eje "



W_E = Vector velocidad angular de rotación alrededor del Eje E.

P_1 y P_2 = Puntos pertenecientes al eje P. Eje E y Eje P son paralelos.

$V_{P1} = V_{P2}$ (velocidades vectoriales iguales en modulo y sentido. Dirección paralela)



Veamos lo mismo sobre otro cilindro rotando con velocidad angular W_E

W_E = Vector velocidad angular de rotación alrededor del Eje E.

1, 2 y 3 = Puntos pertenecientes al eje P.

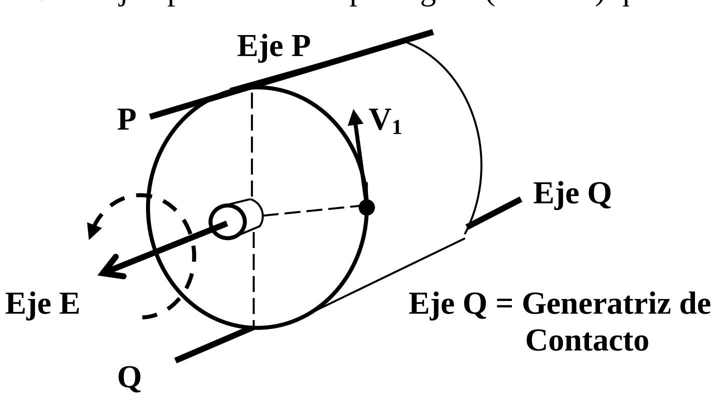
Eje E y Eje P son paralelos.

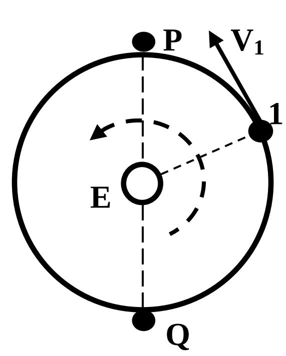
$V_1 = V_2 = V_3$ (Son vectores paralelos de igual modulo y sentido).

2° Característica:

"El movimiento Rototraslatorio plano puede considerarse como la superposición de una Rotación alrededor de cualquier eje paralelo el Eje E de Rotación y la traslación de dicho eje"

Los movimientos que vamos a analizar en primera instancia serán sin resbalamiento. Es decir que entre la superficie (o segmento o punto) de contacto del cuerpo rígido y la superficie de apoyo no hay resbalamiento. Entonces la **velocidad instantánea** (respecto al suelo) de ese "elemento" de contacto es **NULA**. Por ejemplo en un cuerpo Rígido (cilindro) que roto traslada tendríamos:





CINEMATICA DEL CUERPO RIGIDO - Guía de Estudio Nº 1

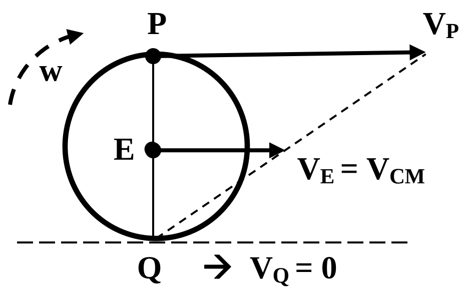
Se debe entender que en realidad la generatriz de contacto es la perteneciente al Cilindro o Rueda. Es un segmento que coincide con el ancho de la rueda o cilindro. Una recta tiene longitud infinita.

El eje E será el eje de Giro y en este caso pasa o incluye al Centro de Masa CM.

El Eje o generatriz P es la superior. Opuesta a Q. Ambas distan una distancia R (radio) del eje E o Eje CM.

Para ver un **Ejemplo** de la segunda característica de este movimiento analizaremos en este cilindro la velocidad del mismo **superponiendo** a la **rotación alrededor del eje Q** paralelo al eje E de giro la **traslación del Eje Q**.

Ejemplo: Las ruedas (cilindros) de un auto supuestamente rígidas (no se deforman) y no resbalan sobre el piso donde se trasladan puede considerarse en su movimiento como la suma de una rotación alrededor del eje Q paralelo al Eje CM (Eje E) más la traslación de dicho Eje Q.



ROTACION ALREDEDOR DEL EJE Q → $V_E = W.\ R.$
La velocidad angular de "todos los puntos" del cuerpo rígido es la misma y su módulo es W. Para el punto o eje E = CM el radio de Giro es R = Radio del cilindro.
Para el punto P (generatriz superior) → $V_P = W.\ 2R$ → Por lo tanto $V_P = 2\ V_{CM} = 2\ V_E$ y $V_Q = 0$
Recordar que no resbala

Vemos que el movimiento o traslación de una rueda Ideal (cilindro Rígido) que gira en Rotación pura (W) alrededor de su Eje E tiene una velocidad lineal $V_E = V_{CM} = W.R$

Es decir que la velocidad del eje de esta rueda es la velocidad de traslación del auto.

Si un auto avanza a 100 (Km/h) → $V_E = V_{CM} = 100$ (Km/h) = velocidad de traslación del Eje E.

Concluimos finalmente que la Roto traslación de una rueda o cilindro o esfera u otro cuerpo pueden ser analizados y resueltos como una rotación Pura alrededor de un **Eje o Centro instantáneo de rotación. (CIR).**

En este caso el Eje instantáneo de Rotación es el **Eje Q = generatriz de contacto**.

Por qué instantáneo? Por qué a medida que la rueda avanza la generatriz de contacto también. En cada instante tiene una posición distinta.

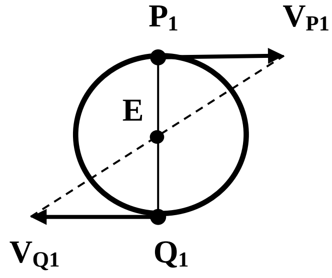
La posición del Eje o Centro instantáneo de Rotación **CIR** se identifica o define por que su velocidad de traslación **instantánea** es nula. Es equivalente al centro o Eje de una rotación pura. No hay movimiento de traslación. Solo Movimiento de Rotación alrededor de dicho punto o Eje (CIR). Y esto último ocurre en cada instante alrededor del CIR aunque el mismo se traslade.

5.- COMPOSICION DEL MOVIMIENTO ROTOTRASLATORIO PLANO.

Eje y radio instantáneo de rotación (CIR) – Condición de Roto traslación sin Resbalamiento:

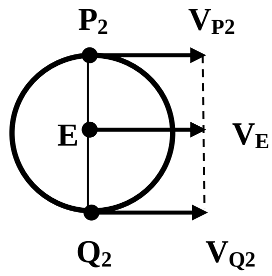
Vamos a analizar cómo se entiende este movimiento mediante la superposición de una Traslación y una Rotación de un cilindro Rígido. Vale también para cualquier cuerpo que rote y traslade.

A) Rotación Pura: (Movimiento 1)



En el esquema adjunto se indica dirección y sentido de las velocidades lineales o tangenciales de los ejes o generatrices P, E y Q para el primer movimiento analizado (Movimiento 1). Observar que para este caso (Rotación pura) el eje de Giro E no tiene velocidad de traslación. Es en este caso el Eje o Centro instantáneo de Rotación (CIR).

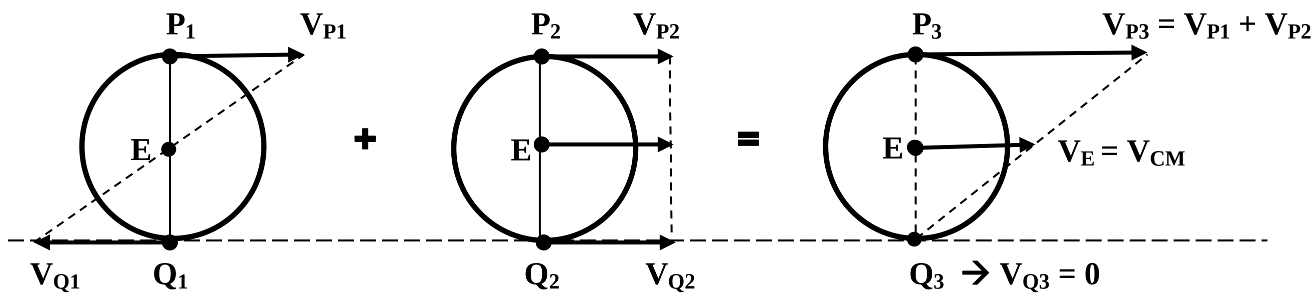
B) Traslación Pura: (Movimiento 2)



En el esquema adjunto se indica dirección y sentido de las velocidades lineales o tangenciales de los ejes o generatrices P, E y Q para el segundo movimiento analizado (Movimiento 2). Observar que para este caso el eje de Giro tiene velocidad de traslación. El CIR está ubicado (teóricamente) en el infinito. Un movimiento de traslación puede considerarse como una rotación alrededor de un eje o punto (CIR) ubicado en el infinito.

C) Roto Traslación sin resbalamiento: (Movimiento 3)

El movimiento de las ruedas (cilindros) de una moto, tren, camión, auto, etc supuestamente rígidas (no se deforman) y que no resbalan sobre el piso donde se trasladan puede considerarse como la suma de una rotación alrededor del eje del cilindro (rueda) que pasa por el CM (Eje E) más la traslación de dicho Eje.



ROTACION + TRASLACION = ROTOTRASLACION (sin resbalamiento)

Eje y radio instantáneo de rotación (CIR)

En este caso el CIR o eje instantáneo de rotación es el eje Q_3 que coincide con la generatriz de contacto (con el piso). La velocidad instantánea de traslación de dicho eje es nula como se indica en el dibujo. Eso, como hemos dicho, identifica al **CIR = Q_3**

El radio instantáneo de Rotación **ρ** es la distancia entre el CIR (eje Q_3) y el cuerpo Rígido que como ya hemos visto en la Guía Dinámica 4 es "reemplazado" por el Centro de Masa CM. La "ubicación" del cuerpo Rígido coincide con la de su CM.

En este caso **ρ** = R = Radio del cilindro o "rueda ideal"

Resumiendo:

Eje o Centro instantáneo de rotación (CIR) = Eje Q_3 = Generatriz de contacto

Radio instantáneo de Rotación = **ρ** = R

Condición de Roto traslación sin Resbalamiento:

Para que la velocidad del CIR = Eje Q sea nula, deben ser iguales el módulo de las velocidades del eje Q en la Rotación $\mathbf{V_{Q1}}$ y en la Traslación $\mathbf{V_{Q2}}$.

$$V_{Q1} = W.\ R = V_{Q2} \rightarrow V_E = V_{CM} = V_{Q2} \rightarrow V_{CM} = W.\ R$$

Recordar:

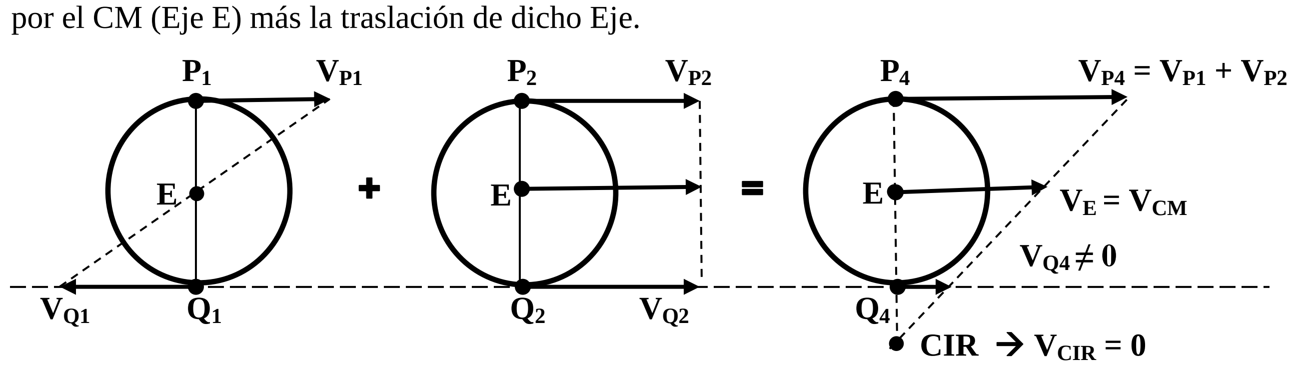
En Rotación con velocidad angular W, la velocidad lineal o tangencial de todo punto a una distancia R tiene modulo V = W. R.

Resumiendo: | Condición de Roto Traslación sin resbalamiento $\rightarrow V_{CM} = W.\ R = V_E$ |

Nota: Este Movimiento Roto Traslatorio puede también analizarse y resolverse como una Rotación pura alrededor del CIR con velocidad angular W y radio de giro R

D) Roto Traslación con resbalamiento: (Movimiento 4)

Nuevamente consideramos la suma de una rotación alrededor del eje del cilindro (rueda) que pasa por el CM (Eje E) más la traslación de dicho Eje.



ROTACION + TRASLACION = ROTOTRASLACION (con resbalamiento)

CINEMATICA DEL CUERPO RIGIDO - Guía de Estudio Nº 1

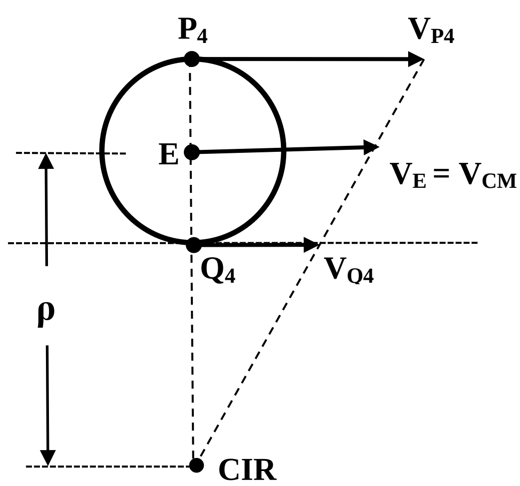
Vemos que la velocidad de la Generatriz de contacto no es nula. $V_{Q4} \neq 0$. Por lo tanto el Cuerpo Rígido rota y traslada, pero también **resbala** sobre la superficie de apoyo.
La velocidad de avance por traslación del cilindro es la velocidad de su eje E o CM → $V_E = V_{CM}$
Si se tratase de la rueda de un vehículo que avanza a 80 (Km/h) la velocidad del cilindro o rueda es igual a la velocidad de traslación de su CM y por lo tanto de su eje CM → $V_E = V_{CM} = 80$ (Km/h).

Eje y radio instantáneo de rotación (CIR)

En este caso el CIR o eje instantáneo de rotación es el eje cuya velocidad instantánea de traslación es nula como se ve en el dibujo. Sabemos que eso lo identifica

CIR → $V_{CIR} = 0$

El radio instantáneo de Rotación **ρ** es la distancia entre el CIR y el cuerpo Rígido que como ya hemos visto en la Guía Dinámica 4 es "reemplazado" por el Centro de Masa CM. La "ubicación" del cuerpo Rígido coincide con la de su CM.



Eje o Centro instantáneo de rotación (CIR)

Radio instantáneo de Rotación = **ρ**

Velocidad de Traslación de la rueda o cilindro resbalando →
$V_{CM} = V_E = W.\ \rho$

Se ve claramente en este caso que una roto traslación con resbalamiento en la generatriz de contacto (Eje Q_4) puede analizarse y resolverse como una rotación pura del cuerpo rígido (cilindro o rueda) alrededor del CIR con velocidad angular W y radio instantáneo de rotación **ρ.**