# Controladores

Señal de error → Ley de control → Al actuador o elemento de corrección

## Control Proporcional

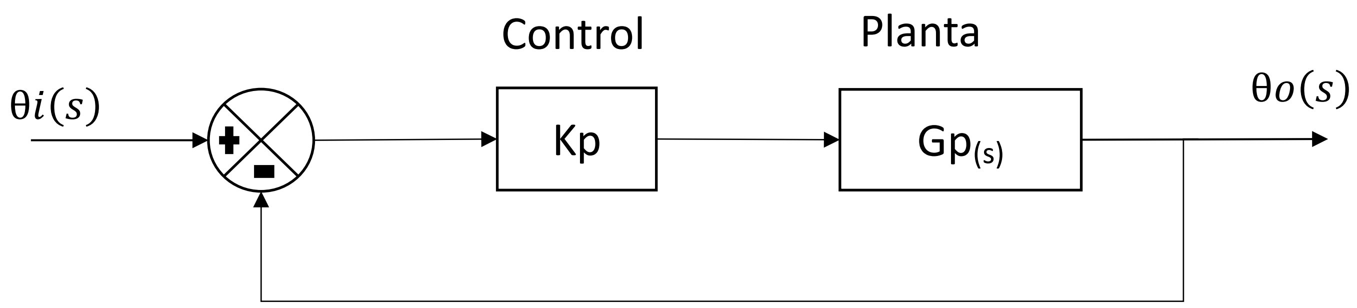

Salida $_{(t)}$ = Kp . $e_{(t)}$

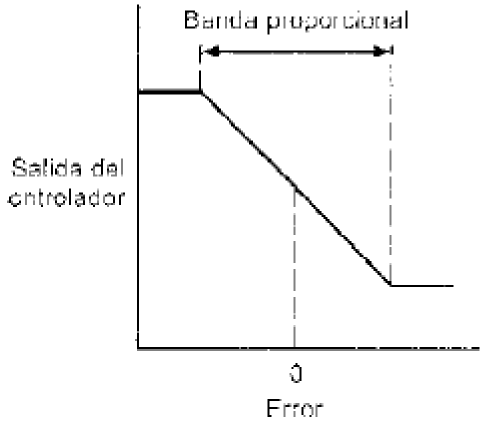
Kp : Ganancia proporcional [adimensional]

Salida $_{(s)}$ = Kp . $E_{(s)}$

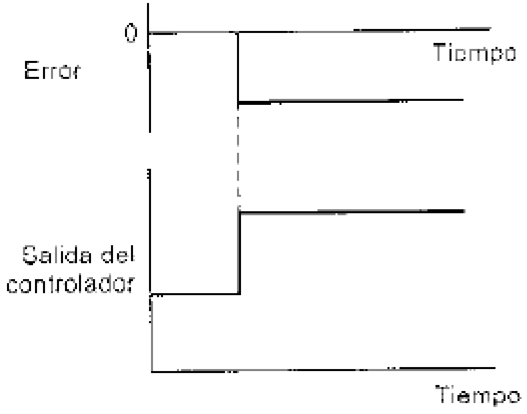
$\boxed{Gc_{(s)} = Kp}$

# Control Proporcional



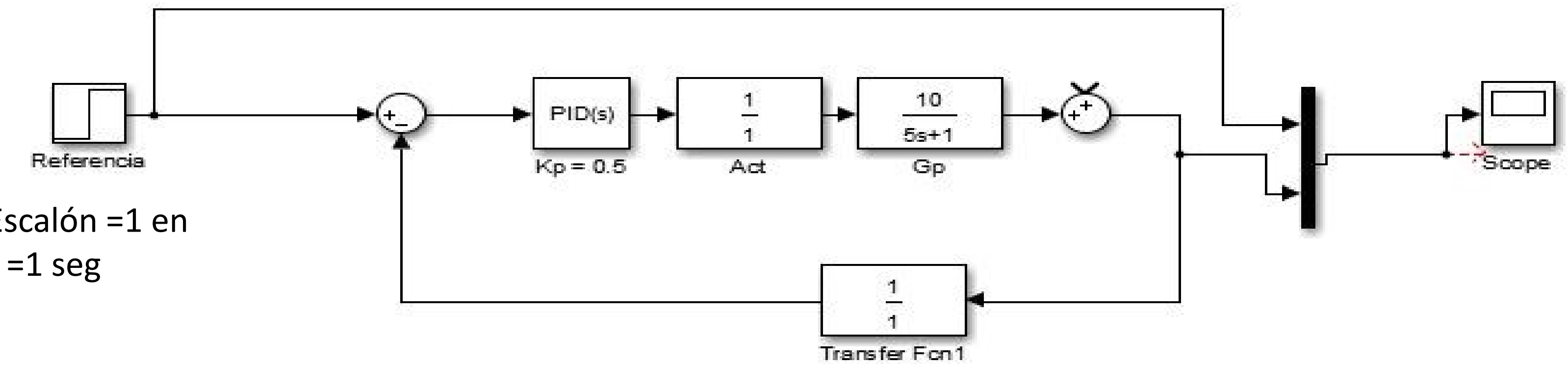

$$G_{0(s)} = Kp\ Gp_{(s)}$$



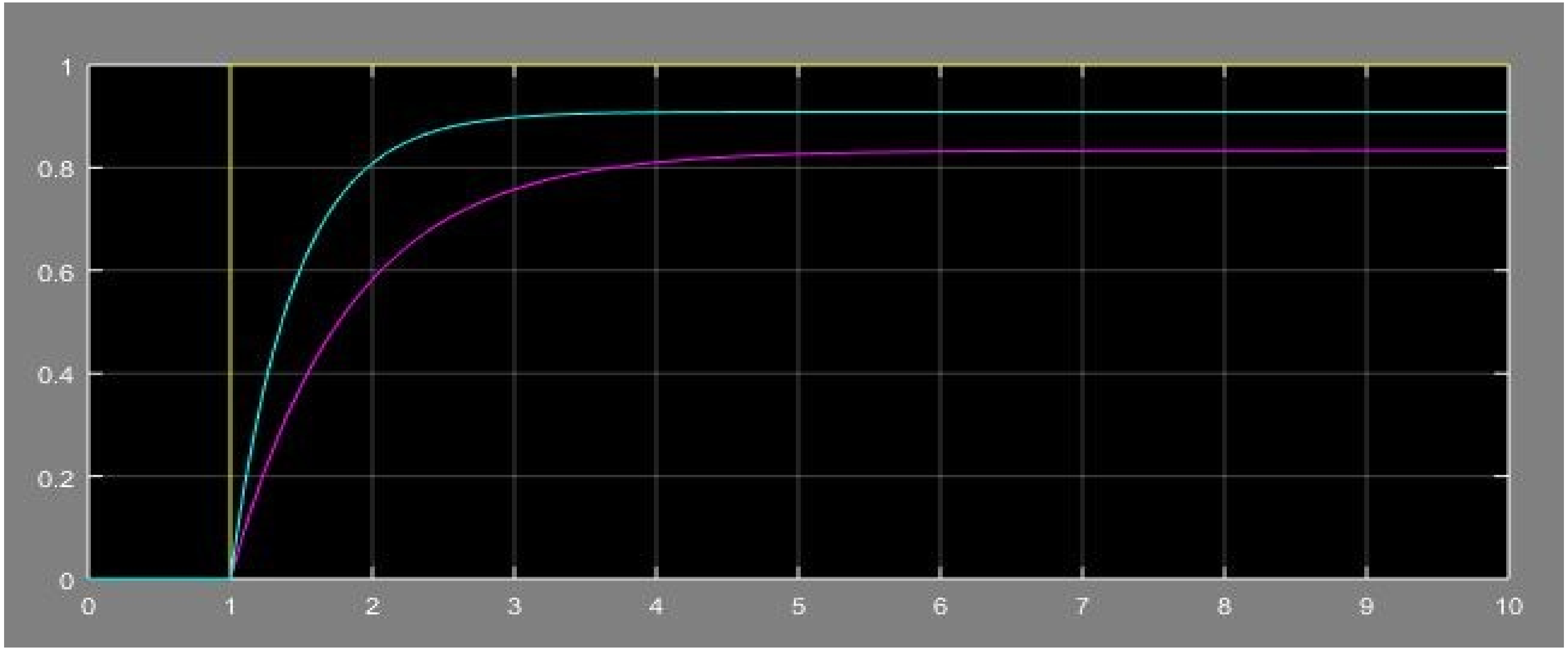

- El tipo de sistema no cambia

$$G_{0(s)} = \frac{K\,(S^m + a_{m-1}.S^{m-1} + a_{m-2}.S^{m-2} + \dots\dots..+a_1.S + a_0\,)}{S^q\,\,(S^n + bn-1\,S^{n-1} + bn-2\,S^{n-2} + \cdots \qquad + b_1.S + b_0)}$$

# Ejemplo de control proporcional con Simulink




Escalón =1 en
t =1 seg




Kp = 1

KP = 0,5

# Control Integral

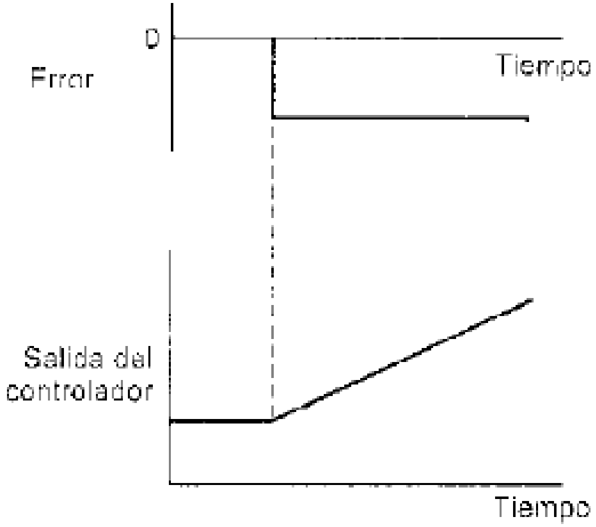

$$\text{Salida}_{(t)} = Ki \int_0^t e_{(t)}\, dt$$

Ki : Ganancia integral $[{}^{1}/_{Seg}]$

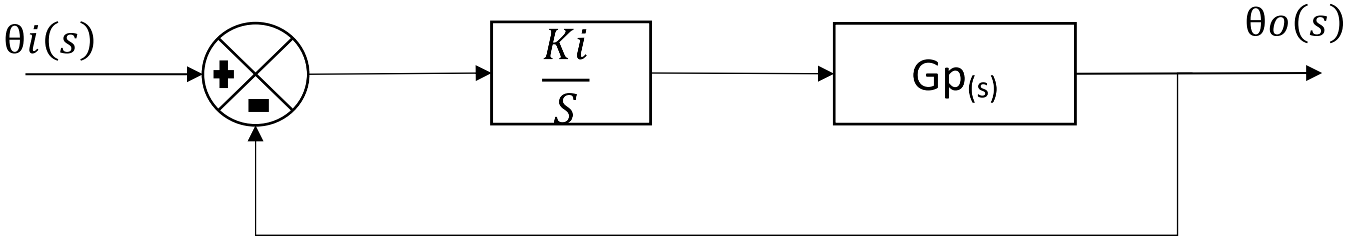
$$\text{Salida}_{(s)} = \frac{Ki}{S}\ E_{(S)}$$

$$G_{C(s)} = \frac{Ki}{S}$$

$$G_{0(s)} = \frac{Ki}{S}\, Gp_{(s)}$$



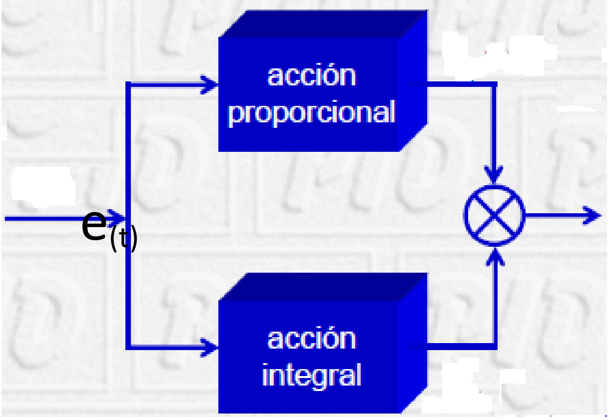

La salida es proporcional a la suma de los errores pasados.




*Ventaja: Reduce el error en estado estable.*

*Desventaja: Puede convertir al sistema en inestable*

# Control Proporcional Integral (PI)




$$\text{Salida}_{(t)} = Kp.\, e_{(t)} + Ki \int_0^t e_{(t)}\, dt$$

$$\text{Salida}_{(S)} = Kp\, E_{(s)} + \frac{Ki}{S} E_{(s)}$$

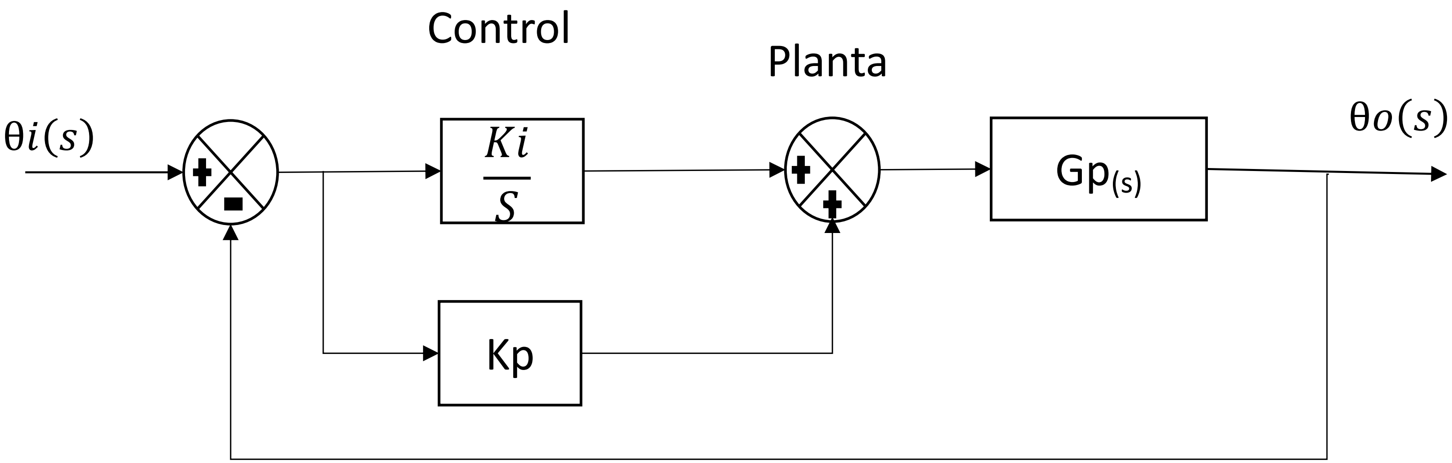
$$G_{C(s)} = Kp + \frac{Ki}{S}$$

$$G_{C(s)} = \frac{S\,Kp + Ki}{S}$$

$$G_{C(s)} = \frac{Kp\,[S + {}^{Ki}/_{Kp}]}{S}$$

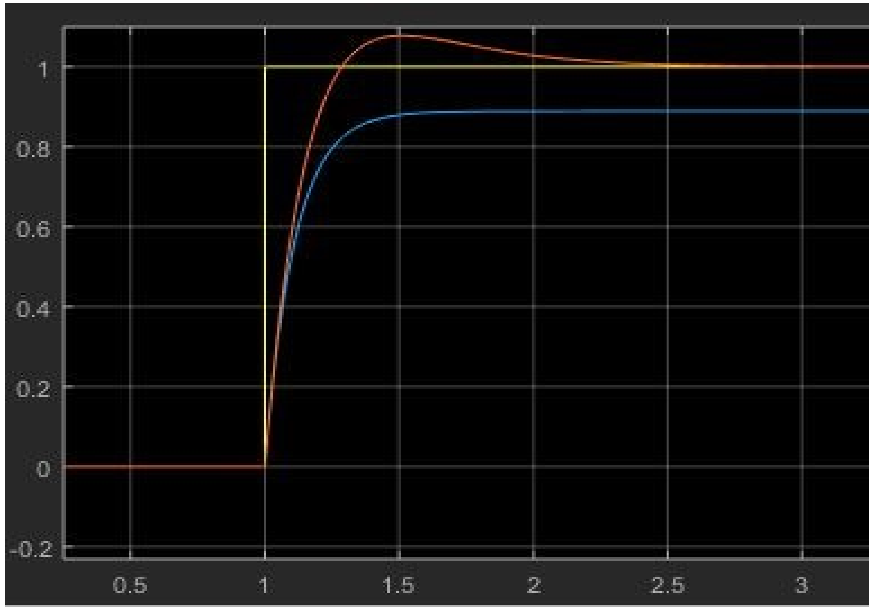
$$\frac{Kp}{Ki} = \tau_i$$ : Constante de tiempo integral [Seg]

$$\boxed{G_{C(s)} = \frac{Kp\,[S + {}^{1}/_{\tau_i}]}{S}}$$

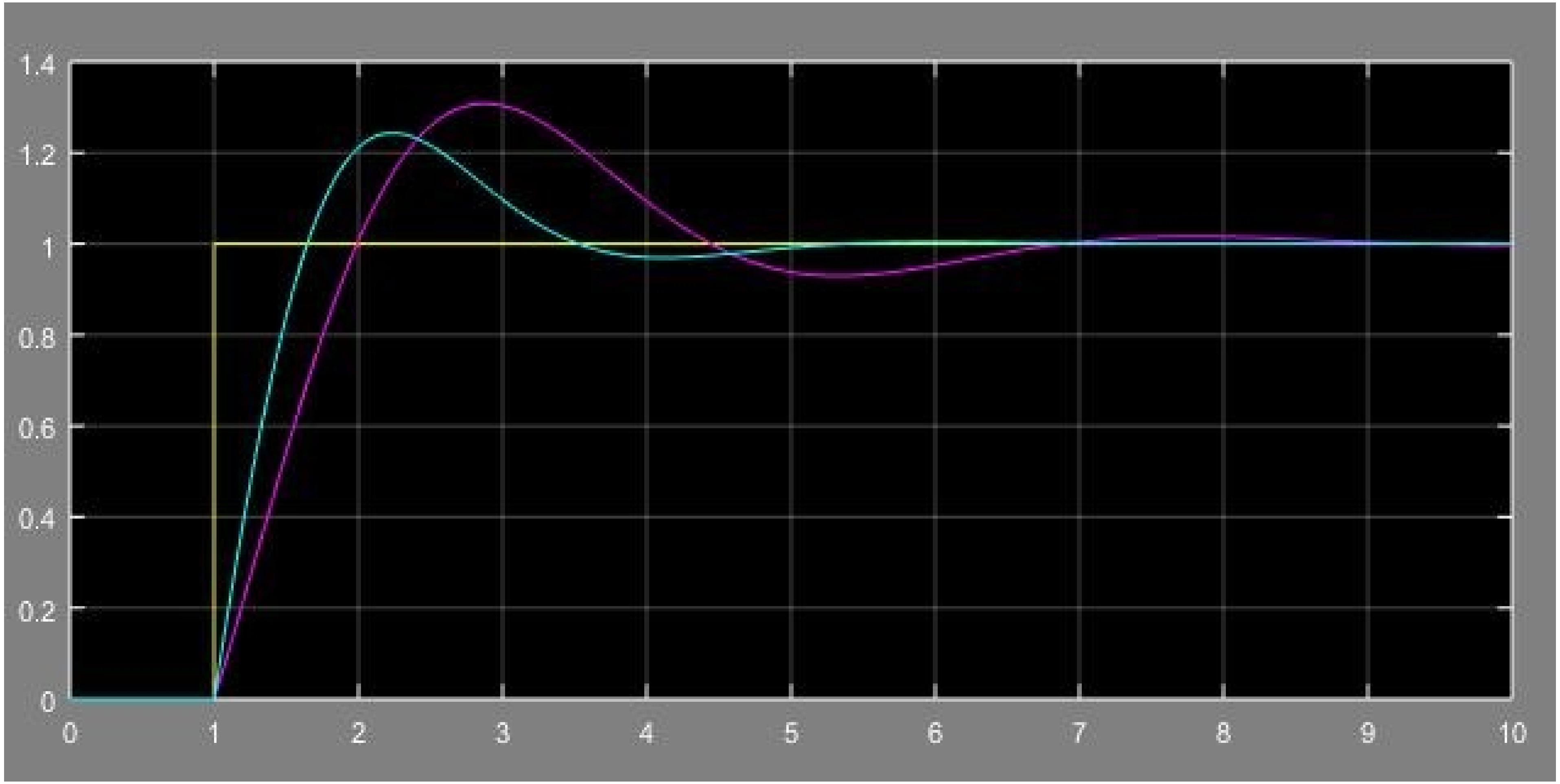



*La velocidad de respuesta en el PI aumenta respecto al Proporcional*

*Rojo: Kp= 0,8, Ki=2; Azul: Kp=0,8.* (Gp = $\frac{10}{5S+1}$ )



Mismo sistema y entrada con controlador PI




KP = 0,5
Ki=1

Kp = 1
Ki=2

Nota: Gp = $\frac{10}{5S+1}$.

Respecto al controlador solo proporcional se puede observar como tiende más rápido al valor final y reduce el ess. También aparece el overshoot.

# Control derivativo

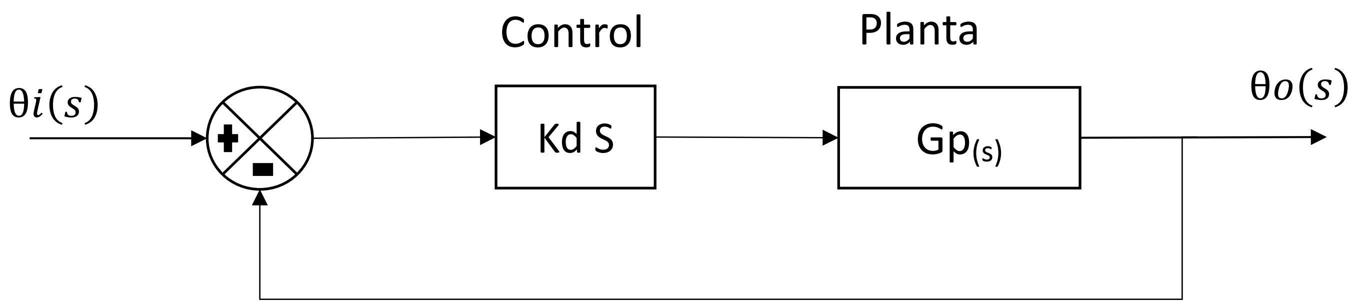
$e_{(t)}$


$$\text{Salida(t)} = Kd\ \frac{de}{dt}$$

Kd : Ganancia derivativa [Seg]

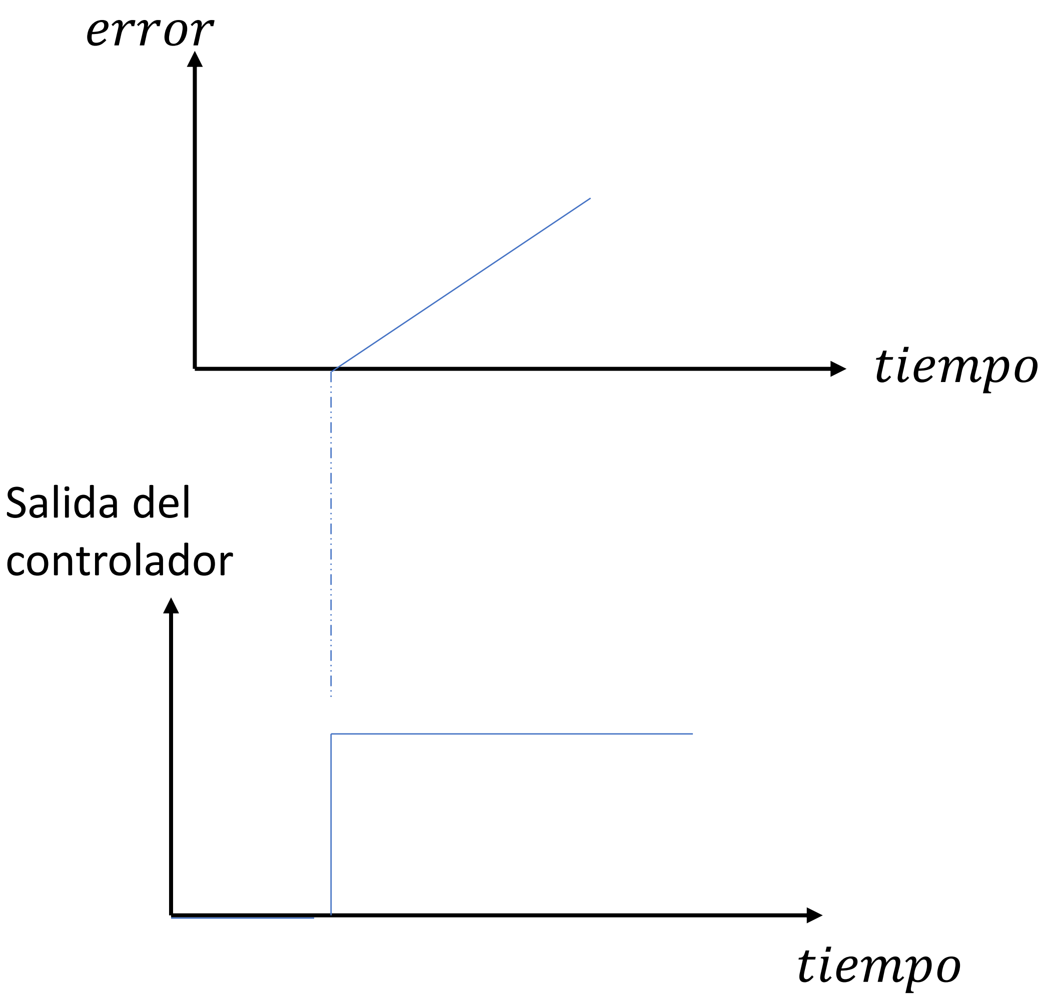
$$\text{Salida}_{(s)} = Kd\ .\ S.\ E_{(s)}$$

$$\boxed{G_{C(s)} = Kd\ S}$$




$$\boxed{G_{0(s)} = Kd\ .\ S.\ Gp_{(s)}}$$

# Control derivativo




- El tipo de sistema cambia

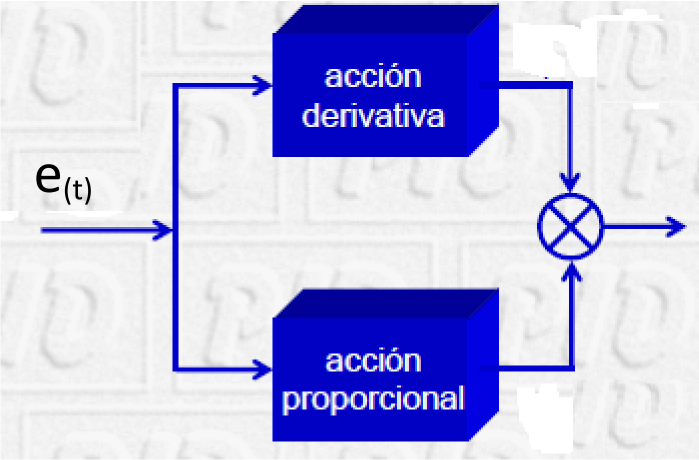
$$G_{0(s)} = \frac{K\,(S^m + a_{m-1}.S^{m-1} + a_{m-2}.S^{m-2} + \;\ldots\ldots..+a_1.S + a_0\,)}{S^q\;(S^n + bn - 1\,S^{n-1} + bn - 2\,S^{n-2} + \cdots \qquad + b_1.S + b_0)}$$

$G_{0(s)}$ = Kd . **S.** $Gp_{(s)}$ ∴ *Reduce el tipo o clase del sistema*

*Ventaja: Actúa rápidamente*

*Desventaja: No responde a un error constante.*
*Aumenta el error en estado estable.*

# Control Proporcional derivativo (PD)




Salida $_{(t)} = Kp \cdot e_{(t)} + Kd \dfrac{de}{dt}$

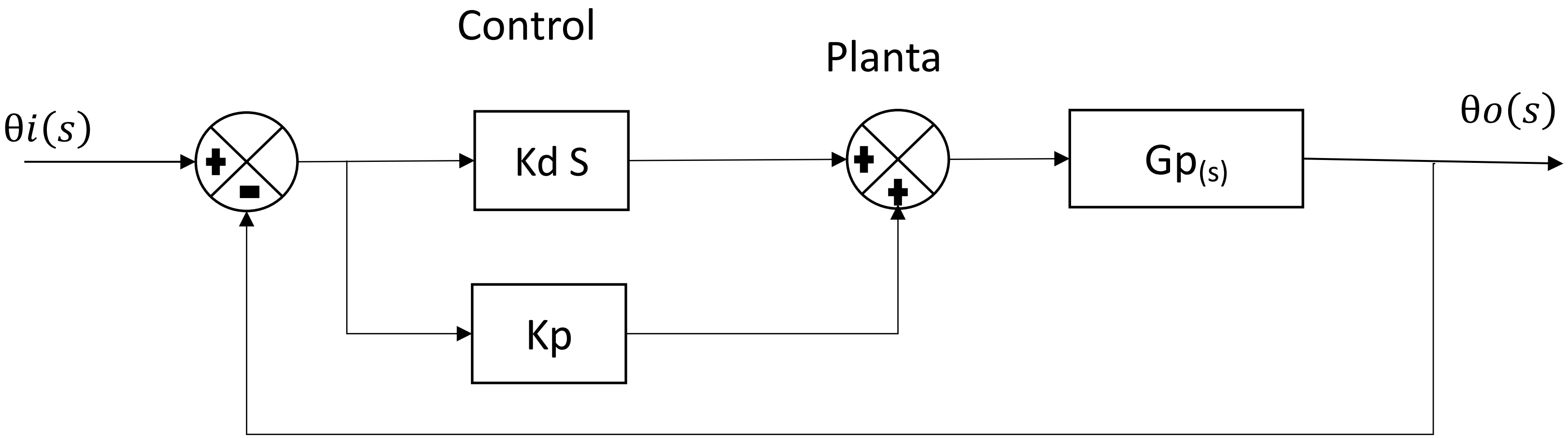
Salida $_{(s)} = Kp \cdot E_{(s)} + Kd \cdot S \cdot E_{(s)}$

$\dfrac{Kd}{Kp} = \tau d$ : Constante de tiempo derivativa [Seg]

$G_{C(s)} = Kp + Kd \cdot S$

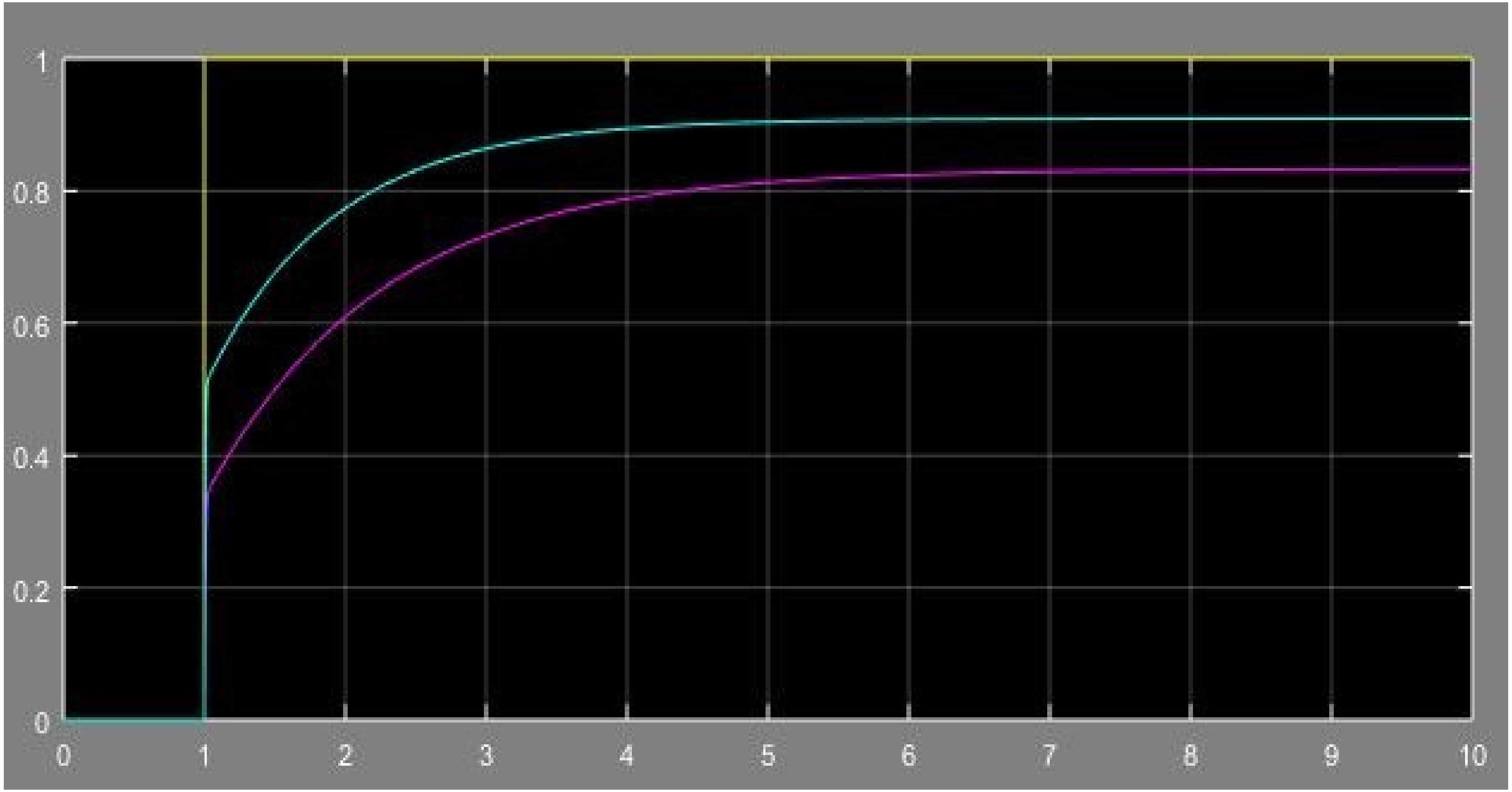
$G_{C(s)} = Kd\,(S + \dfrac{Kp}{Kd})$

$$\boxed{G_{C(s)} = Kd\,(S + \frac{1}{\tau_d})}$$




Ventaja: Logra rápida respuesta sin cambiar el tipo de sistema, es decir sin reducir el error en estado estable.

Ejemplo en Simulink del controlador PD




KP = 0,5
Kd=0,25

Kp = 1
Kd=0,5

Nota: $Gp = \frac{10}{5S+1}$.

Se observa como en los instantes iniciales la respuesta es abrupta

# Control Proporcional Integral derivativo (PID)

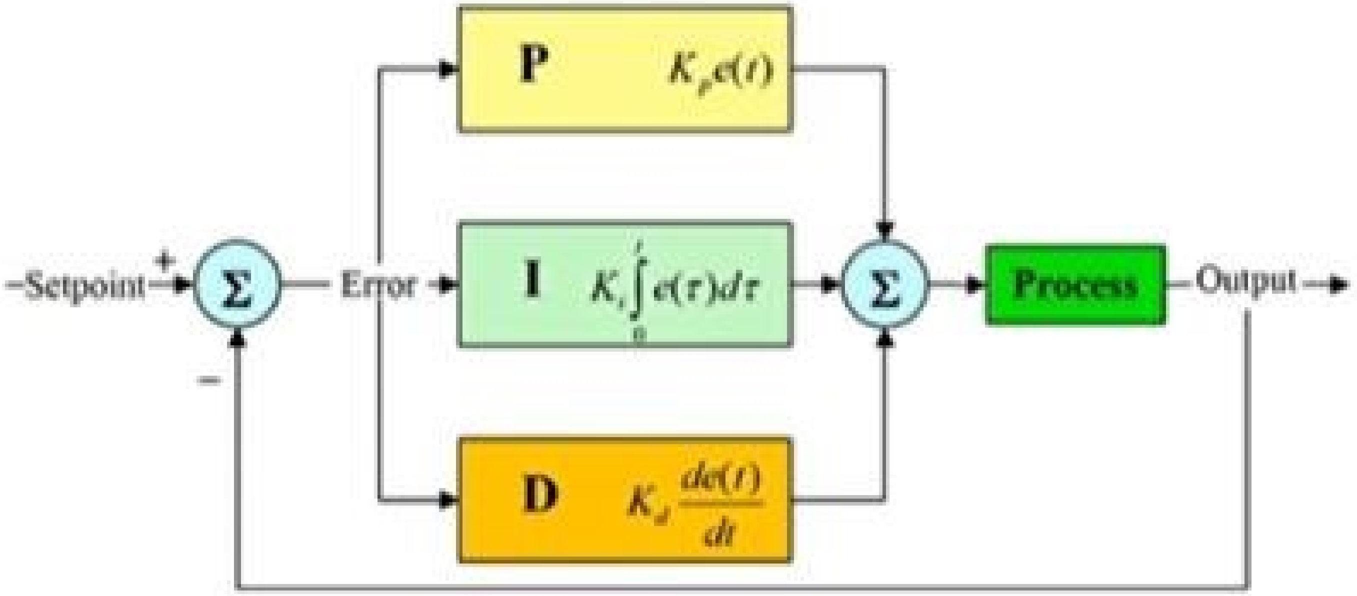
Salida $_{(t)}$ = Kp $e_{(t)}$ + Ki $\int_0^t e_{(t)\,dt}$ + Kd $\frac{de}{dt}$

Salida $_{(s)}$ = Kp $E_{(s)}$ + $\frac{Ki}{S}$ $E_{(s)}$ + Kd . S. $E_{(s)}$

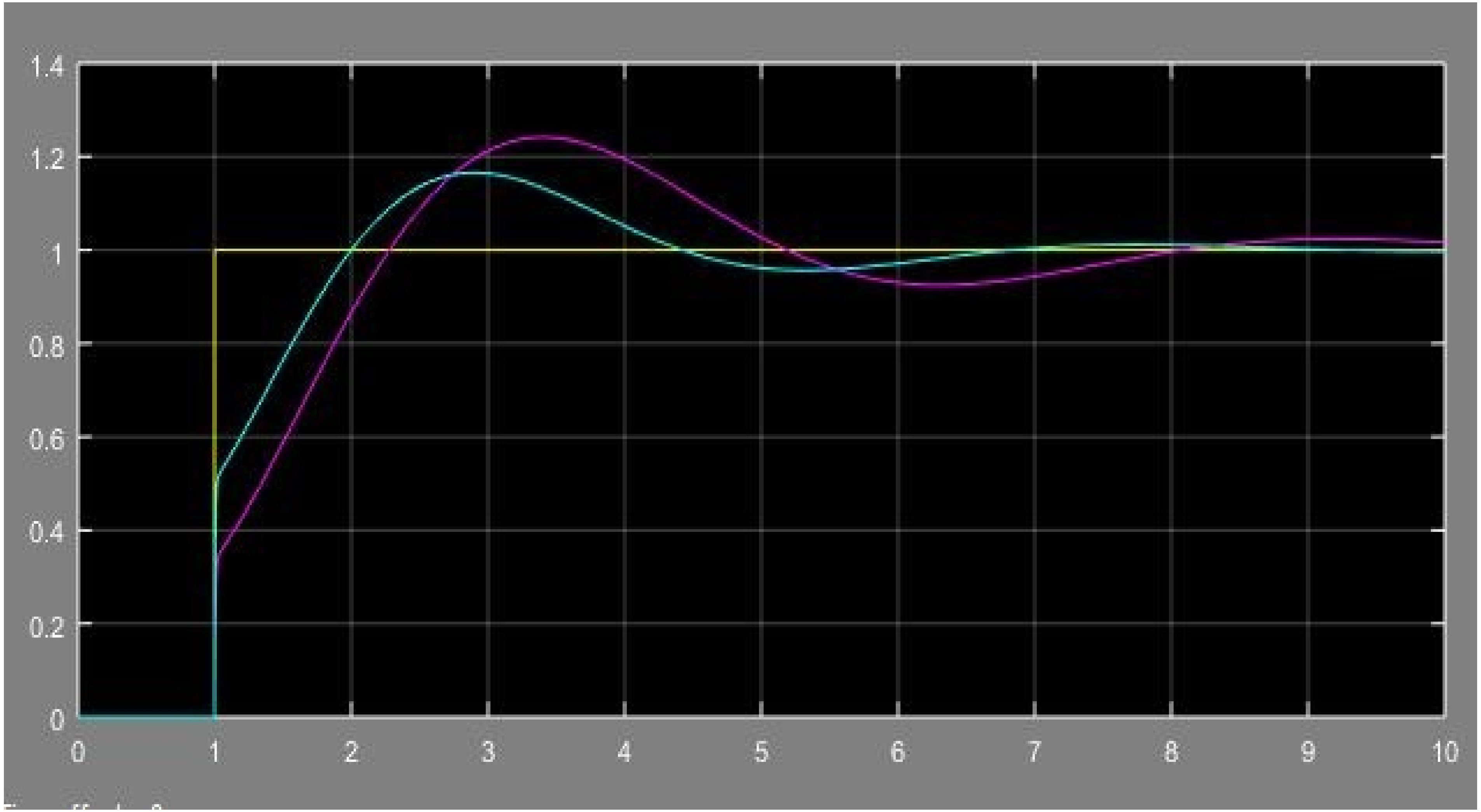
$Gc_{(s)}$ = Kp + $\frac{Ki}{S}$ + Kd . S

$Gc_{(s)}$ = Kp ( 1 + $\frac{Ki}{Kp.S}$ + $\frac{Kd}{Kp}$. S )

$Gc_{(s)}$ = Kp ( 1 + $\frac{1}{\tau_{i\,S}}$ + $\tau_d$. S )



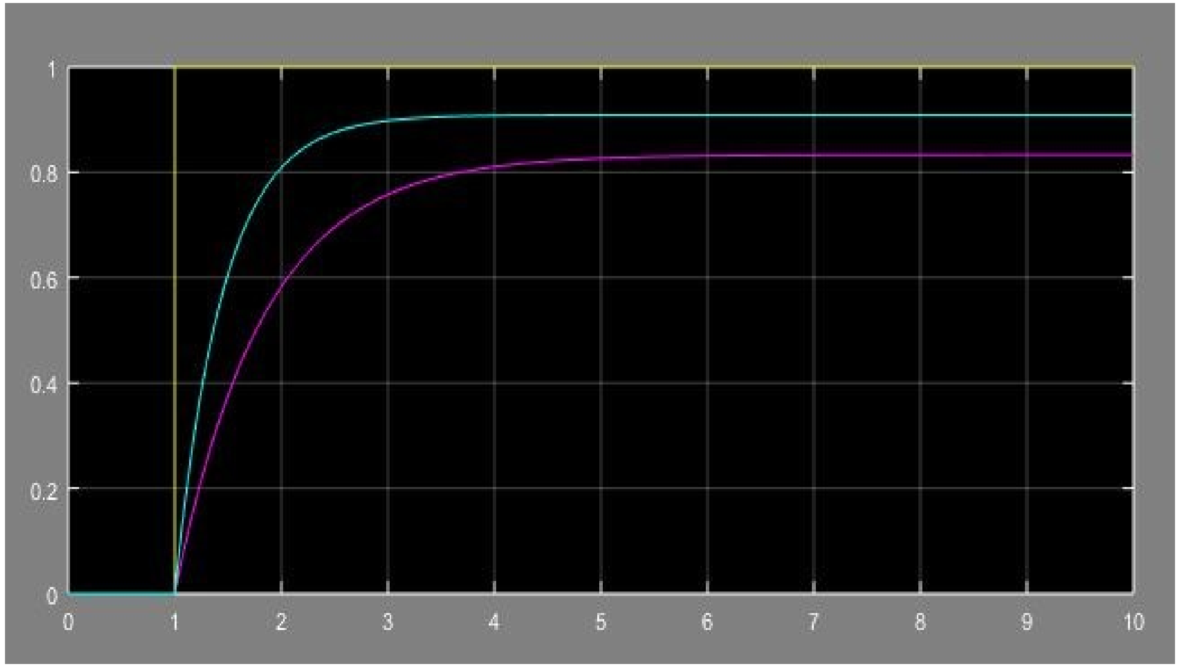

$$\boxed{Gc_{(s)} = Kp\ \left( \frac{\tau_{i\,S}+1+\tau_i\tau_{d\,S}{}^2}{\tau_{i\,S}} \right)}$$



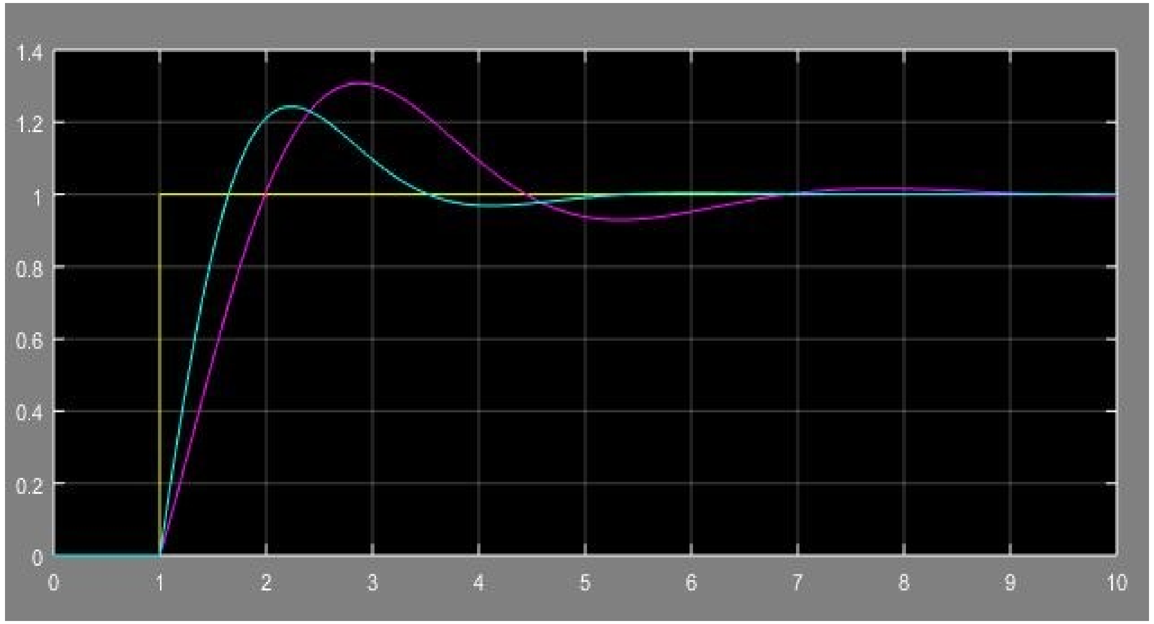

KP = 0,5
Ki = 1
Kd=0,25

Kp = 1
Ki = 2
Kd=0,5

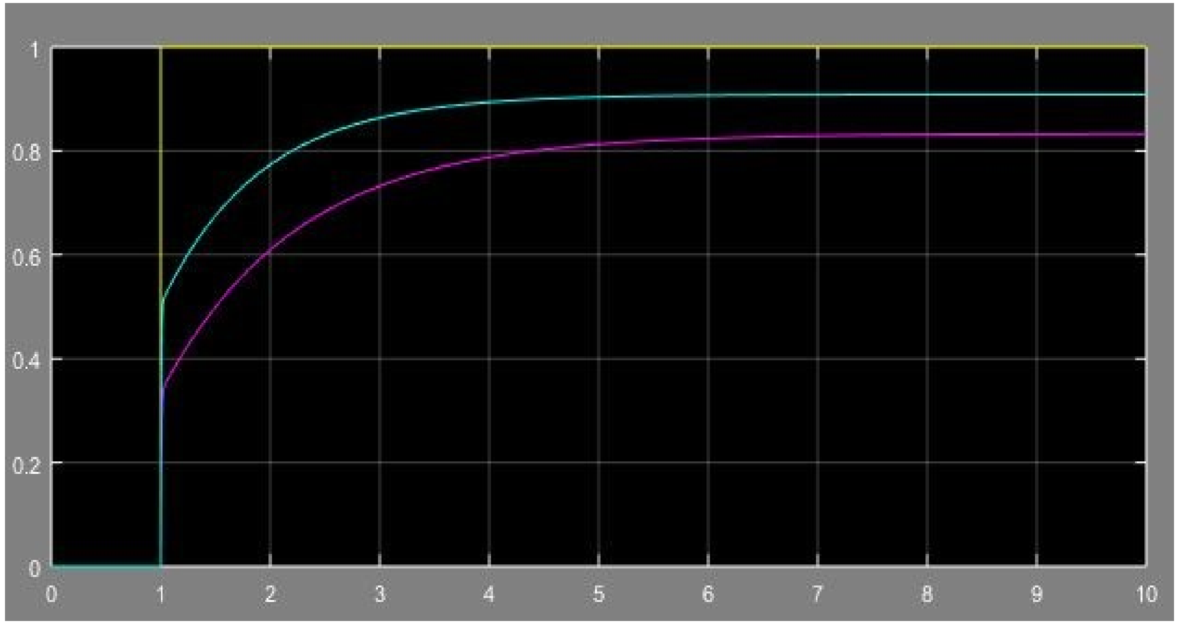
Se observan la respuesta abrupta en el instante inicial, mayor velocidad de respuesta y reducción del ess (cero en este caso)



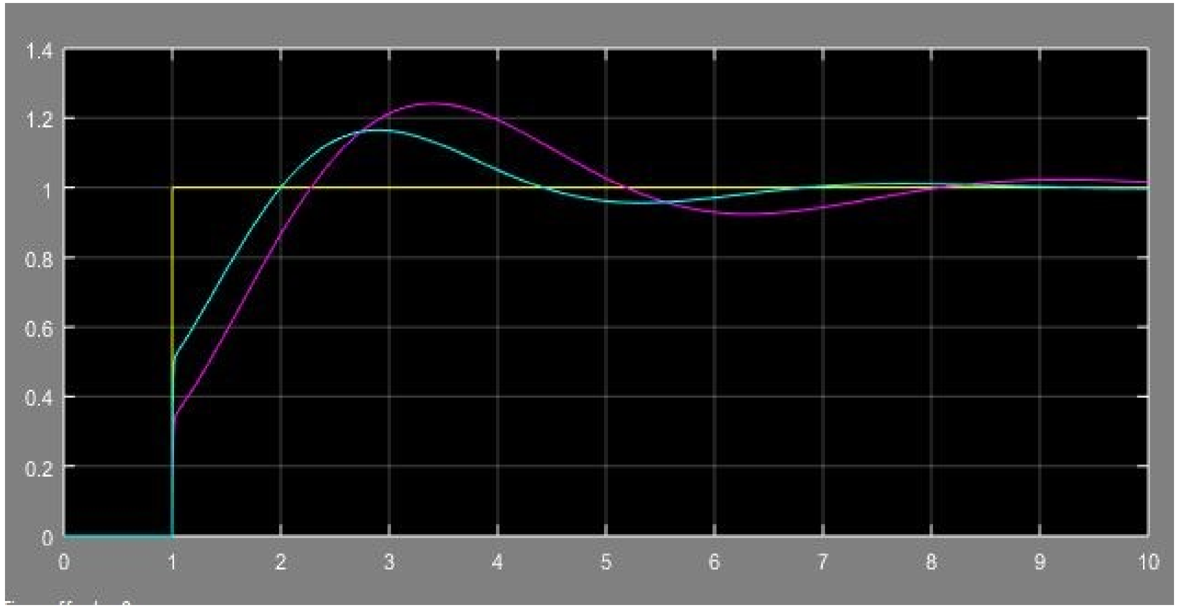
0 0.2 0.4 0.6 0.8 1
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10



0 0.2 0.4 0.6 0.8 1 1.2 1.4
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10



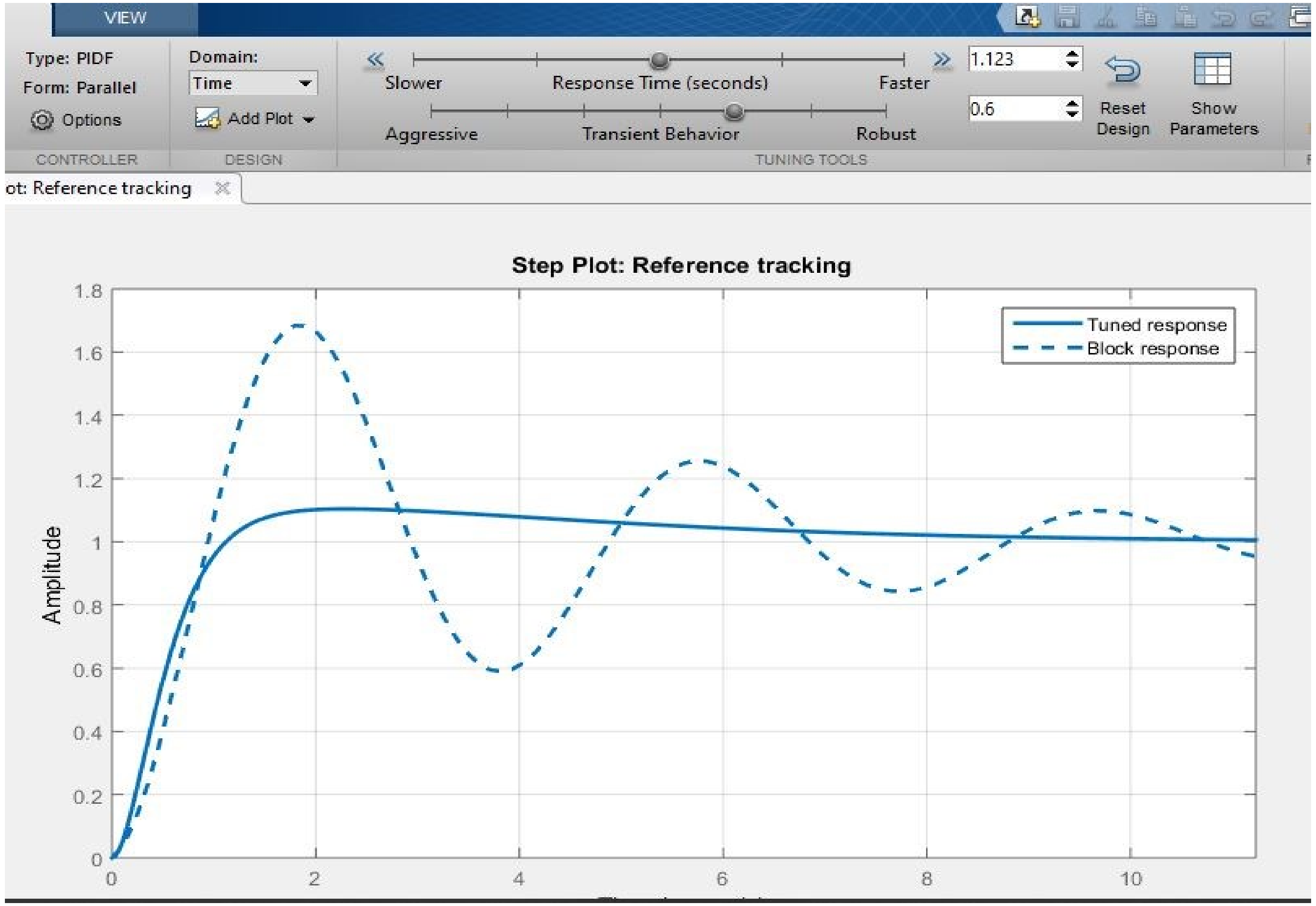
0 0.2 0.4 0.6 0.8 1
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10



0 0.2 0.4 0.6 0.8 1 1.2 1.4
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

# Sintonía de los controladores PID

Existen distintas técnicas de diseño con el objetivo de determinar que los parámetros del controlador cumplan con las especificaciones.
Si no se conocen los modelos matemáticos de las planta, los métodos de Ziegler – Nichols son prácticos.
Otra manera es con la función “Tune” de simulink, como se observa en el siguiente gráfico:




Un sistema puede ser estable pero presentar, por ejemplo, un overshoot  en respuesta al escalón que supere lo aceptable.

La línea continua es la respuesta propuesta por la aplicación PID Tuner de Matlab. Proporciona los valores de todas las constantes y la performance de la función.

Es especialmente útil cuando no se dispone del modelo de la planta

# Ejemplo del PID SIM960


## Algunos parámetros

| | Min | Typ | Max | Units |
|---|---|---|---|---|
| Control type | Analog, *PID*+Offset | | | |
| Input Range | $-10$ | | $+10$ | V common mode |
| | $-1$ | | $+1$ | V differential |
| Proportional gain | $10^{-1}$ | | $10^{3}$ | V/V |
| Integral gain | $10^{-2}$ | | $5 \times 10^{5}$ | 1/s |
| eff. time const. | $2 \times 10^{-6}$ | | $10^{2}$ | s |
| Derivative gain | $10^{-6}$ | | $10$ | s |

*2.1 PID Tuning Basics* 2 – 3

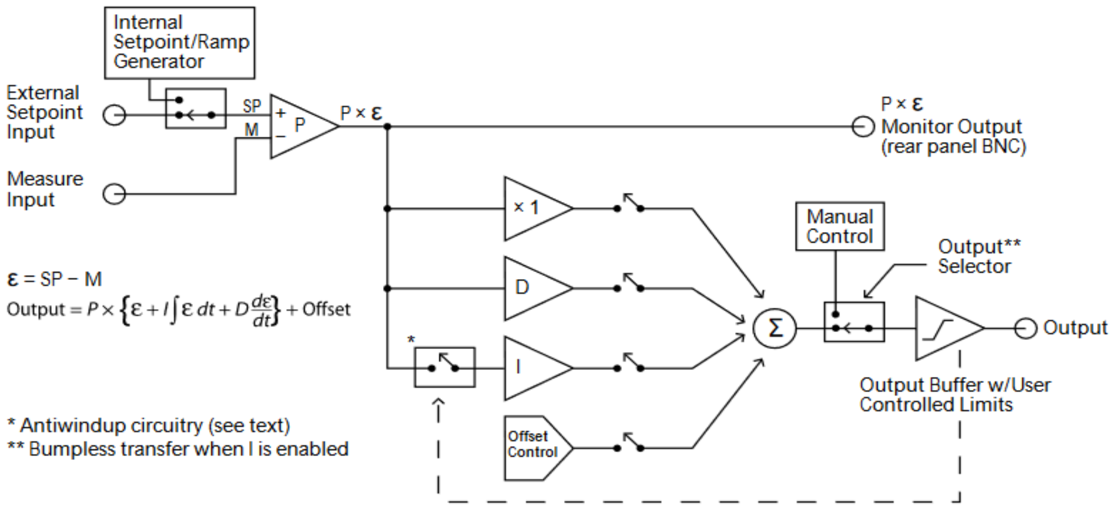
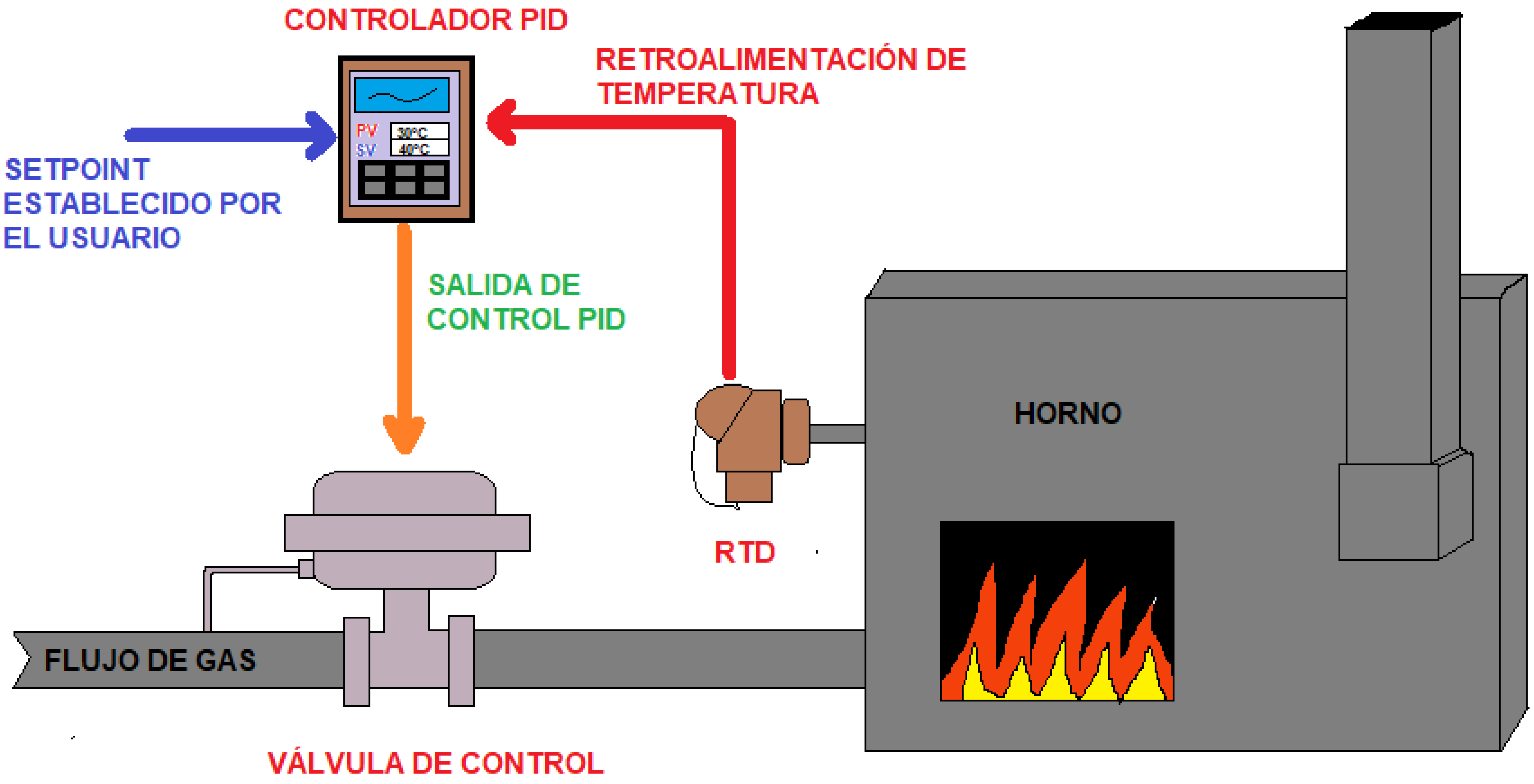



Figure 2.1: The SIM960 block diagram.


CONTROLADOR PID
RETROALIMENTACIÓN DE TEMPERATURA
PV
SV
30°C
40°C
SETPOINT ESTABLECIDO POR EL USUARIO
SALIDA DE CONTROL PID
HORNO
RTD
FLUJO DE GAS
VÁLVULA DE CONTROL

# Ejemplo conceptual de un controlador PI en Arduino (1)

```
// Definición de pines
const int sensorPin = A0;  // Pin analógico para el sensor de temperatura
const int heaterPin = 9;    // Pin digital para el relé del calefactor

// Parámetros del controlador PI
float Kp = 2.0;  // Ganancia proporcional
float Ki = 0.5;  // Ganancia integral
float dt = 1.0;  // Intervalo de tiempo en segundos

float setpoint = 25.0;  // Temperatura deseada en grados Celsius
float integral = 0.0;   // Término integral acumulado

void setup() {
   Serial.begin(9600);  // Iniciar la comunicación serie
   pinMode(heaterPin, OUTPUT);  // Configurar el pin del calefactor como salida
}

void loop() {
   // Leer la temperatura del sensor - conversión
   float temperature = analogRead(sensorPin) * (5.0 / 1023.0) * 100;  // Conversión a grados Celsius

   // Calcular el error
   float error = setpoint - temperature;

   // Calcular el término proporcional
   float proportional = Kp * error;

   // Calcular el término integral
   integral += Ki * error * dt;
```

# Ejemplo conceptual de un controlador PI en Arduino (2)

```
    // Calcular la señal de control total
    float controlSignal = proportional + integral;

    // Limitar la señal de control entre 0 y 255 para PWM
    controlSignal = constrain(controlSignal, 0, 255);

    // Enviar la señal al calefactor
    analogWrite(heaterPin, controlSignal);

    // Mostrar información en el monitor serie
    Serial.print("Temperatura: ");
    Serial.print(temperature);
    Serial.print(" °C, Control Signal: ");
    Serial.println(controlSignal);

    // Esperar un segundo antes de la siguiente iteración
    delay(1000);
}
```

# Ejercicios

1) Un sistema realimentado tiene una función de transferencia de la trayectoria directa de
   $1/ [S (S^2 +3S + 5)]$ y realimentación unitaria. ¿Cual será el error en estado estable con una entrada rampa unitaria si:

a) En la trayectoria directa se introduce un controlador proporcional con ganancia 4.

b) En lugar del controlador proporcional se usa uno integral.

2) ¿Que ceros y polos se introducen en la función de transferencia en lazo abierto si en la trayectoria directa se introduce un controlador PI con una constante de tiempo integral de 2 seg ?

3) Dada la planta de la figura usando un controlador proporcional, hallar:

a1) El tipo de sistema.

a2) Los errores en estado estable cuando la entrada es un escalón unitario

a3) Los errores en estado estable cuando la entrada una rampa unitaria

Reemplazar el controlador por uno integral, Hallar:

b1)  El tipo de sistema.

b2) Los errores en estado estable cuando la entrada es un escalón unitario

b3) Los errores en estado estable cuando la entrada una rampa unitaria

c) Comparar la estabilidad  y el ess que presenta el sistema en estudio entre los puntos a y b.

-