Universidad Tecnológica Nacional
Facultad Regional Buenos Aires
Asignatura: Matemática Discreta

Alumno: Agustin Tamborini 4 (CUATRO)

Legajo: 168012-2

1- B	M	2- B	Ø	3- B	B	4- M	M	B	5- B	M	Ø

Condición para aprobar: tener al menos 3 ejercicios bien

1er Parcial

1) Dado el siguiente razonamiento:

"Si es primavera entonces me da alergia o voy de vacaciones. Es primavera o no me da alergia. Me da alergia o voy de vacaciones. Conclusión... me da alergia".

Se pide:

a) Pasarlo a lenguaje simbólico.

b) Demostrar si es válido o no lo es.

2) Dada la siguiente relación definida en Z, aRb ⇔ a-b es par. Se pide:

a) Demostrar que es una Relación de Equivalencia.

b) Hallar la clase de equivalencia del 2.

3) Dada la siguiente relación de recurrencia lineal, homogénea y de orden 2, se pide: hallar las soluciones genera y particular de la misma y demostrarla por inducción matemática.

$$a_0 = 2\ ;\ a_1 = 8\ ;\ a_n = 3a_{n-1} + 4a_{n-2}$$

4) Sea el conjunto A={α ; β}. Se pide:

a) Determinar P(A) (conjunto de partes de A).

b) Sea la relación en P(A): xRy ⇔ x⊆y,

c) Escribir la Matriz de la Relación

d) Demostrar que (P(A);⊆) es una Relación de Orden.

e) Dibujar su Diagrama de Hasse.

5) Responder y justificar adecuadamente:

a) $15x \equiv 6\ (24)$ b) $7^{-1} \text{mód}(19)$ c) $9^{2402} \text{mód}(35)$

Agustin Tamborini

1) P: es primavera
Q: me da alegría
R: me voy de vacaciones

a_ $(P \Rightarrow [Q \vee R]) \wedge (P \vee \sim Q) \wedge (Q \vee R) \Rightarrow Q$

b_ $(\sim P \vee Q \vee R) \wedge (P \vee \sim Q) \wedge (Q \vee R) \Rightarrow Q$ (5

$R \vee (\sim P \vee Q) \wedge (P \vee \sim Q) \wedge (Q \vee R) \Rightarrow Q$

$\underbrace{R \vee \underbrace{(\sim P \wedge P)}_{F} \vee \underbrace{(Q \wedge \sim Q)}_{F}} \wedge (Q \vee R) \Rightarrow Q$

mal

$R \wedge (Q \vee R) \Rightarrow Q$

$(R \wedge Q) \vee \underbrace{(R \wedge R)}_{a} \Rightarrow Q$

~~$\sim[(R \wedge Q) \vee R] \vee Q$~~

~~$\sim R \vee Q$~~

① $\dfrac{R}{Q}$, $\boxed{\text{Razonamiento Inválido}}$

(*1): $(R \wedge Q) \vee R = R$ por complem

2) $a-b=2n$ (par)

a_ Reflexiva: $a-a=2n$

$\frac{0}{2} = n$

$0 = n$ ✓

Simetrica: $a-b=2n$

$a = 2n+b$

$a = -2n+b$

$\underbrace{2n = b-a}$ ✓

$\underbrace{b-a=2n}$

$\cancel{b}-2n-\cancel{b}=$

$n = -n$

✓ ✓

Transitiva:

$a-b=2n$ $b-c=2n$

$a-2n+c=2n$ $b=2n+c$

$a-c=\underbrace{2(2n)}_{\text{Par}\times\text{Par}=\text{Par}}$ ✓

✓

✓: cumple

3) $\boxed{a_0 = 2 \quad a_1 = 8}$

$a_n = 3a_{n-1} + 4a_{n-2}$

$a_n - 3a_{n-1} - 4a_{n-2} = 0 \;/\; x^2 - 3x - 4 = 0 \rightarrow x_1 = 4,\; x_2 = -1$

$\boxed{\text{SOLUCION GENERAL: } a_n = A \cdot 4^n + B \cdot (-1)^n}$

$2 = A + B \qquad 8 = 4A - B$

$2 - B = A \qquad 8 = 4(2-B) - B$

$0 = \cancel{4}B - B$

$\underline{2 = A} \qquad \underline{0 = B}$

$\boxed{\text{SOLUCION PARTICULAR: } a_n = 2 \cdot (4)^n}$

Demostracion

* Paso Base: → Para $a_0 = 2$ SE CUMPLE
→ Para $a_1 = 8$ SE CUMPLE

* Paso Inductivo:

$[a_n = 3a_{n-1} + 4a_{n-2} = 2(4)^n] \Rightarrow [a_{n+1} = 3a_n + 4a_{n-1} = \underbrace{2(4)^{n+1}}_{\text{DEMOSTRAR}}]$

$a_{n+1} = 3(2(4)^n) + 4(2(4)^{n-1})$

$a_{n+1} = 3 \cdot 2 \cdot 4^n + 4 \cdot 2 \cdot 4^{n-1}$

$a_{n+1} = 3 \cdot 2 \cdot 4^n + 2 \cdot 4^n$

$a(n+1) = 2 \cdot 4^n (3 + 1)$

$a(n+1) = 2 \cdot 4^n \cdot 4$

$\boxed{a(n+1) = 2 \cdot 4^{n+1}}$ SE CUMPLE

[illegible]!
$15x \equiv 6(24)$

$24 \underline{|15}$ $9/ \; 1$ $\quad 15\underline{|9}$ $6/ \; 1$ $\quad 9\underline{|6}$ $3/ \; 1$ $\quad 6\underline{|3}$ $0/ \; 2$

¿$3|6$? $\boxed{Si}$ → Tiene 3 soluciones

- $\frac{15}{3} x \equiv \frac{6}{3} \left(\frac{24}{3}\right)$

$5x \equiv 2(8)$

$x \equiv 5^{\varphi(8)-1} \cdot 2(8)$ → Inverso multiplicativo

$\varphi(8) = 8\left(1 - \frac{1}{2}\right)$

$\varphi(8) = 4$

$x \equiv 5^{3} \cdot 2(8)$

$8\underline{|5}$ $3/ \; 1$ $\quad 5\underline{|3}$ $2/ \; 1$ $\quad 3\underline{|2}$ $1/ \; 1$ $\quad 2\underline{|1}$ $0/ \; 2$

$x \equiv \underbrace{2(8)}$ } x_0

$x_1 = 2 + \frac{1 \cdot 8}{1} = \underline{10}$ $\qquad x_2 = 2 + \frac{2 \cdot 8}{1} = \underline{18}$

$\boxed{x_0 = 2}$ $\boxed{x_1 = 10}$ $\boxed{x_2 = 18}$

b_ $7^{-1} \equiv x(19)$

- Por FERMAT:

$7^{18} \equiv 1(19)$

$7^{18} \cdot 7^{-19} = 1 \cdot 7^{-19}(19)$

$7^{-1} = 7^{-19}(19)$

$\boxed{\text{Resto} = \frac{1}{7^{19}}}$

c_ $\cancel{9^{2402} \equiv x(35)}$

$\cancel{9^{\varphi(2402)} \equiv 1(35)}$

~~35|9 8/ 3 9|8 1/ 1 8|1 0/ 8 } Sobrantes~~

4) $A = \{\alpha, \beta\}$

a_ $\boxed{P(A) = \{\emptyset, \{\alpha\}, \{\beta\}, \{\alpha, \beta\}\}}$

b_ ⓒ

$$\begin{array}{c|cccc} & \emptyset & \{\alpha\} & \{\beta\} & A \\ \hline \emptyset & & & & \\ \{\alpha\} & & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & & \\ \{\beta\} & & & & \\ A & & & & \end{array}$$

ⓓ <u>Reflexiva</u>: se cumple $\forall a \in P(A)$: aRa (por la matriz)
$(a \subseteq a)$

<u>Antisimetrica</u>: se cumple $\forall a, b \in P(A)$: $aRb \wedge bRa \Rightarrow a = b$ (Por la matriz)
$(a \subseteq b)$ $(b \subseteq a)$

<u>Transitiva</u>: Se cumple $\forall a, b, c \in P(A)$: $aRb \wedge bRc \Rightarrow aRc$
$(a \subseteq b)$ $(b \subseteq c)$ $(a \subseteq c)$
(Por matriz)

ⓔ