UTN – CINEMÁTICA 2 (M.R.U.V.) | **Profesor Civetta N.** | **Guía de Estudio Nº 2**

- MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORMEMENTE VARIADO:

1.- MOVIMIENTO VARIADO:

Un auto esta parado, comienza a moverse. Su velocidad se modifica. Pasa del valor cero (reposo) a otro valor distinto.

Cuando hay un cambio en la velocidad de un móvil al movimiento se lo designa **variado**, es decir que a medida que el tiempo transcurre su velocidad aumenta (este caso) o disminuye.

2.- MOVIMIENTO UNIFORMEMENTE VARIADO:

Cuando la velocidad cambia siempre de la misma forma en intervalos de tiempo iguales.

Por ejemplo, en los siguientes cuadros se presentan movimientos variados:

Movimiento I

V (Km /h)	T (h)
10	1
15	2
16	3
24	4

Movimiento II

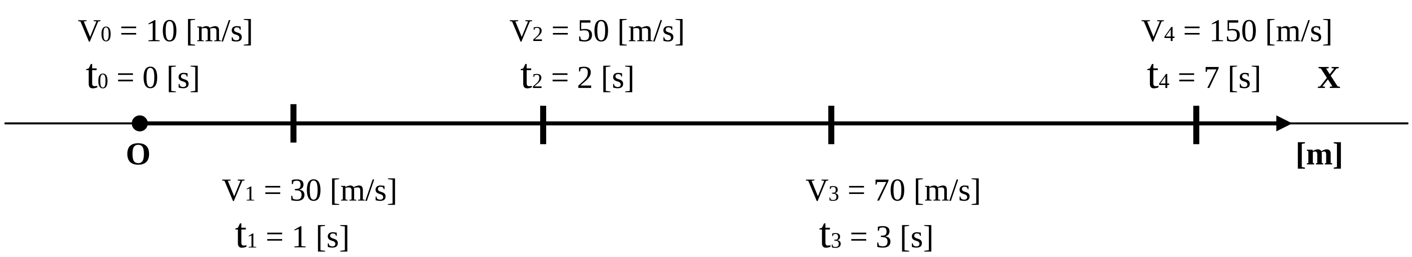
V (Km /h)	T (h)
5	2
25	2,5
45	3
65	3,5

Movimiento III

V (Km /h)	T (h)
25	0
30	1
35	2
45	3

¿Algunos de estos movimientos son uniformemente variados? ¿Por qué? : ....
....
....
....

En la siguiente figura se representa un móvil que se desplaza de izquierda a derecha, indicándose para cada posición los valores de la velocidad escalar y los instantes correspondientes.



En **O** se ha ubicado el sistema de referencia. Las posiciones del móvil medidas desde este sistema son: X_1 = 20 [m], X_2 = 60 [m], X_3 = 120 [m] y X_4 = 560 [m].

Completa el siguiente cuadro con los datos dados, excepto la última columna:

Medición t	X	V	a
Nº [s]	[m]	[m/s]	[m/s²]
0			
1			
2			
3			
4			

Cuadro A

Teniendo en cuenta que t_0, X_0 y V_0 son los valores iniciales de cada magnitud, calcule, sin olvidarse de las unidades:

$$\frac{V_1 - V_0}{t_1 - t_0} = \qquad\qquad \frac{V_2 - V_0}{t_2 - t_0} =$$

$$\frac{V_3 - V_0}{t_3 - t_0} = \qquad\qquad \frac{V_4 - V_0}{t_4 - t_0} =$$

$$\frac{V_3 - V_1}{t_3 - t_1} = \qquad\qquad \frac{V_4 - V_3}{t_4 - t_3} =$$

¿Qué observas en los valores obtenidos?: ....
....

Al valor constante que obtuviste se lo denomina **aceleración escalar** y se lo indica con la letra **a**. Es la rapidez con que cambia la velocidad.

¿Tendrán la misma aceleración dos autos que cambian su velocidad de 10 [Km./h] a 80 [Km./h], el primero en 1 [h] y el segundo en 5 [h]?: ....
....
....

Completa la última columna del cuadro anterior (en la carilla u hoja 1 de 8)

Escribimos la expresión matemática que representa la aceleración calculada:

$$\boxed{\frac{V - V_0}{t - t_0} = a} \qquad \textbf{(I)}$$

Si ΔV es la variación de velocidad.

Si Δt es la variación de tiempo.

Reemplazando en la expresión **(I)** obtenemos:

$$\boxed{a = \frac{\Delta V}{\Delta t}}$$

Despeja la velocidad de la expresión **(I):**

$$\boxed{V = V_0 + a\ (t - t_0)} \qquad \textbf{(II)}$$

En el movimiento rectilíneo uniformemente variado, **la velocidad es función lineal del tiempo**. La expresión matemática obtenida **(II)** se conoce como: **<u>Ecuación horaria de la velocidad</u>**.

Si se pone el cronometro en cero al comenzar a medir, $t_0 = 0$ y la expresión (II) se reduce a:

$$V = V_0 + a\ t$$

Si además de poner el cronometro en cero, el móvil parte del reposo o dicho de otra manera, en el instante de comenzar a medir está detenido: $t_0 = 0$ y $V_0 = 0$

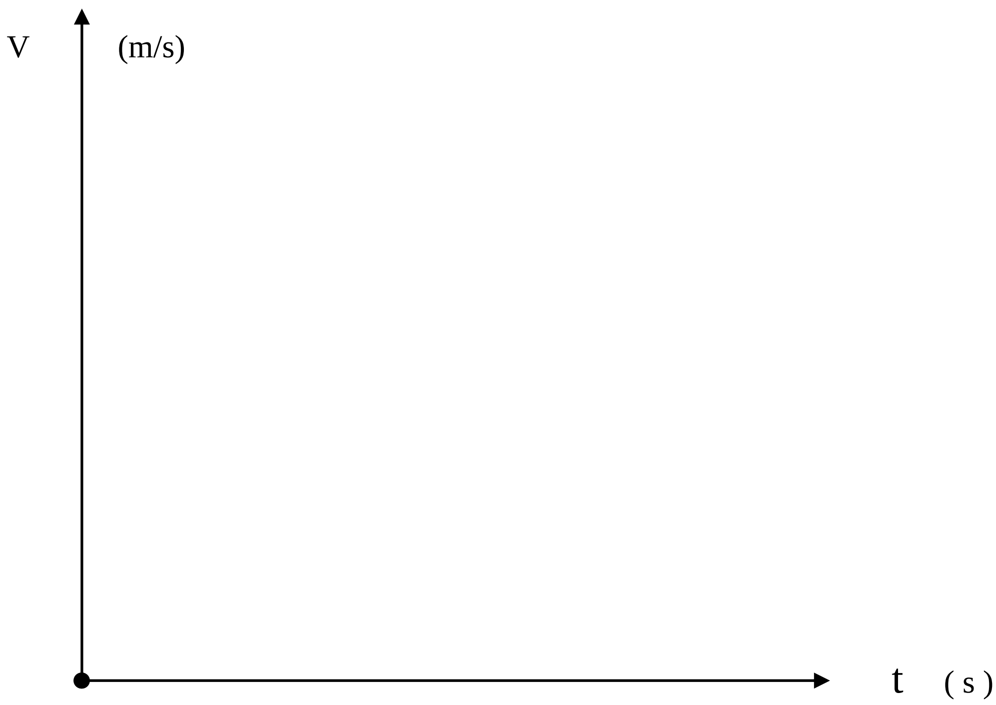
La expresión (II) se reduce a:

$$V = a\ t$$

La variación de velocidad ΔV es directamente proporcional a la variación de tiempo Δt en un MRUV. Esto se Justifica o visualiza por que la aceleración es constante.

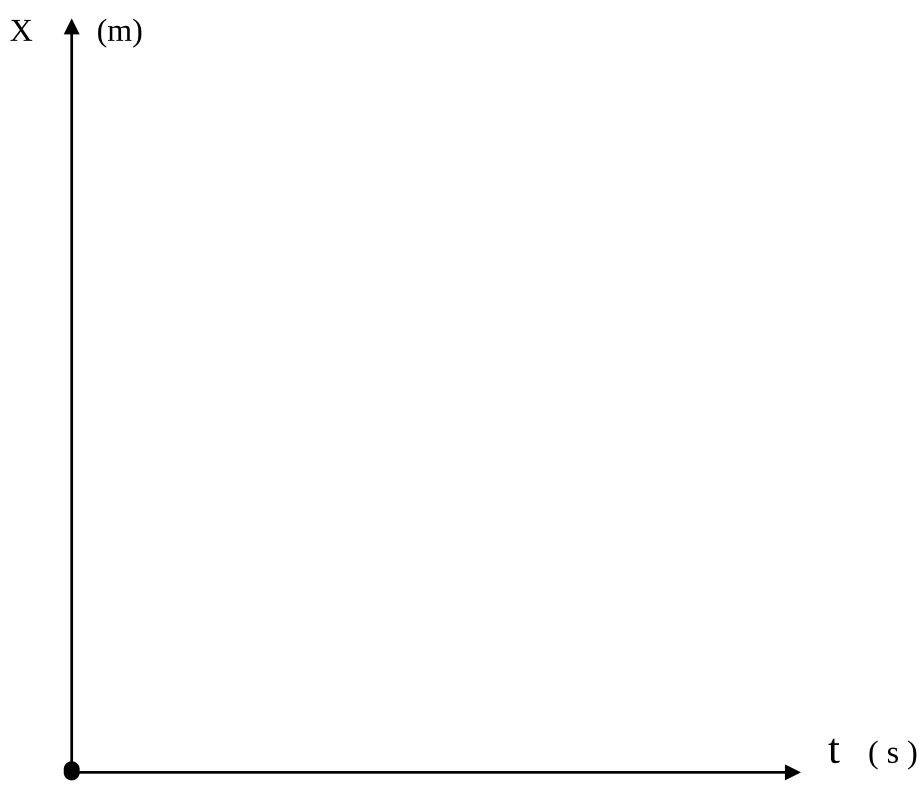
* Representar gráficamente V = V (t), teniendo en cuenta los valores del cuadro A de la hoja 1.

Escala V: ……………… Escala t: …………………



La pendiente de la recta representa la aceleración escalar (Modulo)

* Representar gráficamente X = X (t):

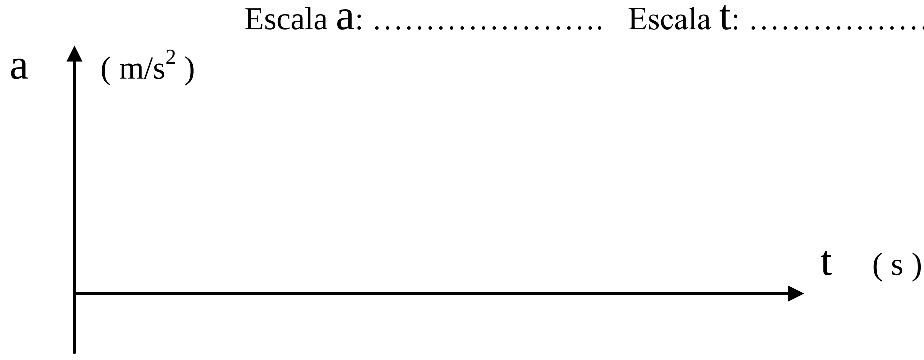


Escala X: ……………….

Escala t: ……..…………

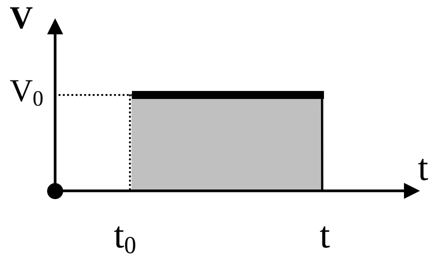
* Representar gráficamente a = a (t):

Escala a: …………………. Escala t: ………………..



3.- EXPRESION MATEMATICA QUE REPRESENTA A LA POSICION DEL MOVIL:

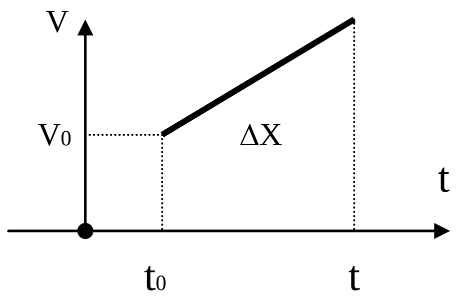
El objetivo de este desarrollo es hallar la ecuación que relaciona la posición en función del tiempo. Para ello recordemos la representación gráfica de V = V (t) en el movimiento rectilíneo uniforme (MRU) de un móvil que se desplaza con velocidad constante V_0.



Calcule el área sombreada: Área = $(t - t_0) \cdot V_0$ = **Base. Altura.** El producto obtenido coincide con el desplazamiento ΔX del móvil. Si la velocidad no fuese constante (MRUV), puede inferirse e incluso demostrarse (Análisis matemático 1) que el área encerrada también coincide con el desplazamiento del móvil.

"Es decir que la variación de posición coincide con el área encerrada bajo la recta".

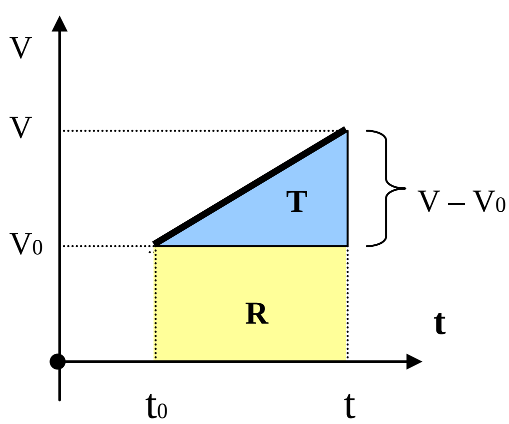
Utilizando este concepto, si ahora el móvil parte con una velocidad V_0 y va aumentándola, lo que recorre la partícula o cuerpo, también se puede calcular como el área que queda bajo la recta en el gráfico de la velocidad en función del tiempo.



Para facilitar el cálculo de la superficie, se divide el Trapecio en dos partes, quedando un triángulo y un rectángulo.

Sé está buscando el área encerrada entre dos instantes Δt por que este área coincide con el desplazamiento realizado por el móvil en ese intervalo de tiempo Δt.

Realicemos el análisis propuesto:



El área del rectángulo es:

$$R = (t - t_0) \cdot V_0$$

El área del triángulo es:

$$T = 1/2 \cdot (t - t_0) \cdot (V - V_0)$$

Como el área total es la suma del área R más el área T:

$$\text{Área total} = \Delta X = R + T = (t - t_0) \cdot V_0 + 1/2 \cdot (t - t_0) \cdot (V - V_0) \qquad \text{(I)}$$

Como la aceleración: $\mathbf{a} = \dfrac{V - V_0}{t - t_0}$, entonces despejando $(V - V_0) = \mathbf{a} \cdot (t - t_0)$

Reemplazamos el valor de $(V - V_0)$ en (I) (en el área del triángulo):

$$\Delta X = (t - t_0) . V_0 + 1/2. (t - t_0). a\ (t - t_0) = V_0. (t - t_0) + 1/2. a. (t - t_0)^2$$

$$\Delta X = X - X_0 = V_0. (t - t_0) + 1/2. a. (t - t_0)^2$$

Pasando X_0 al otro miembro:

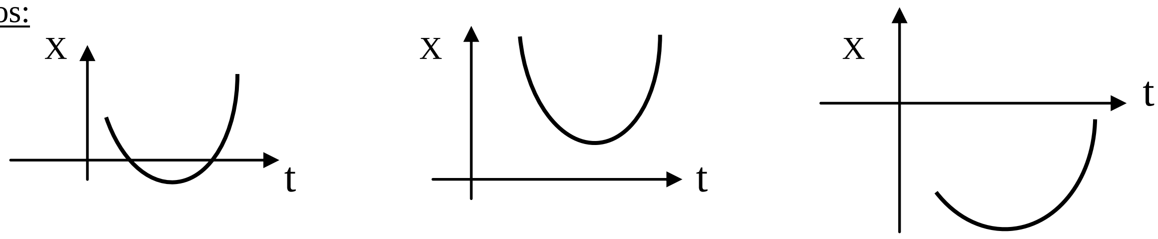
$$\boxed{X = X_0 = V_0. (t - t_0) + 1/2. a. (t - t_0)^2}$$

Lo que has hallado es <u>la expresión matemática de la **posición en función del tiempo**</u>, también conocida como la **<u>Ecuación horaria de la posición</u>**.

Desde el punto de vista matemático X es función cuadrática de t. Esto equivale a decir que la representación gráfica es una parábola. Analizando el último término $\frac{1}{2}\,a\,(t - t_0)^2$:

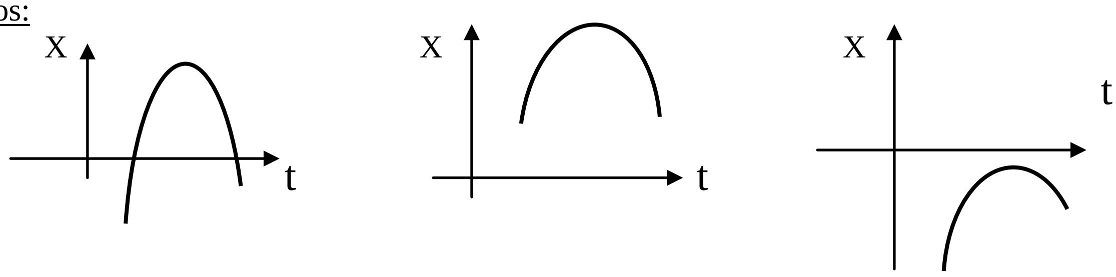
Si **a > 0** → $\Delta V > 0$ y la gráfica que corresponde es una parábola creciente con el vértice hacia abajo.

Ejemplos:



Si **a < 0** → $\Delta V < 0$ y la gráfica que corresponde es una parábola decreciente con el vértice hacia arriba.

Ejemplos:



4.- VELOCIDAD MEDIA Y VELOCIDAD INSTANTANEA:

En el movimiento rectilíneo uniformemente variado, la **velocidad media** se calcula tomando la distancia entre dos posiciones (variación de posición) y a esta se la divide por el tiempo que tarda en recorrer dicha distancia.

$$\boxed{V_m = \frac{X_2 - X_1}{t_2 - t_1}}$$

Sobre la base de esta definición, podemos decir que el movimiento rectilíneo uniforme (MRU) estudiado en la Unidad anterior es aquel cuya velocidad media es constante para cualquier intervalo de tiempo y/o posiciones que tomemos.

Analicemos por ejemplo un automovilista que tarda 5 horas para ir de Buenos Aires a Mar del Plata. Calcule la velocidad media suponiendo una distancia de 400 Kilómetros.

$$V_m = 400\ [Km] / 5\ [h] = 80\ [Km/h]$$

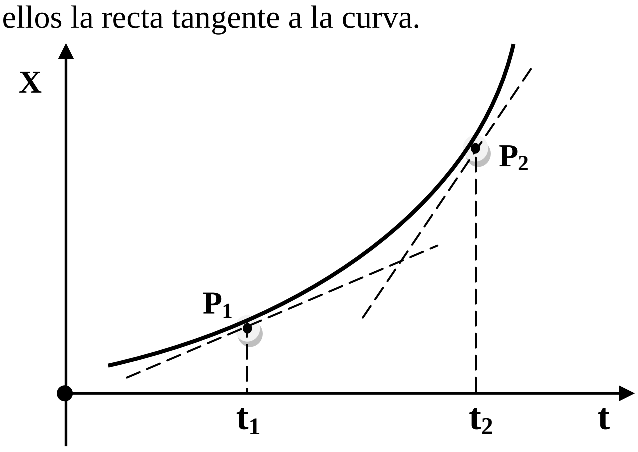
Como se puede observar no se ha tenido en cuenta cuando acelero ni cuando desacelero o disminuyo su velocidad y si en algún momento freno y se detuvo.

Si el auto se dirige de Mar del Plata a Buenos Aires bajo las mismas condiciones tendría distinto sentido y para diferenciar un sentido de otro se debe asignar velocidad positiva +80 [Km/h] cuando se dirige a Mar del Plata y negativa - 80 [Km/h] cuando se dirige a Buenos Aires.

Por supuesto va a depender de donde se ubica el observador o sistema de referencia. En este caso es lógico si el observador está en Buenos Aires. Si estuviese en Mar del Plata al revés los signos.

En el movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV) la velocidad es distinta en cada instante. La **velocidad instantánea** es la que tiene el móvil en un instante dado.

Representamos gráficamente X = X (t), sin datos, solamente la curva para un movimiento con aceleración positiva (a > 0) y sobre la curva marcamos 2 puntos P1 y P2 separados y dibujamos en cada uno de ellos la recta tangente a la curva.



Las tangentes trazadas tienen distinta pendiente o inclinación.

La pendiente de cada recta tangente en los puntos **P_1** y **P_2** representa la velocidad en ese punto o instante **t_1** y **t_2**.

Las tangentes se trazaron en línea punteada.

Se infiere o ve que **$V_2 > V_1$**. Es decir que a medida que transcurre el tiempo la pendiente aumenta.

5.- APLICACION DE ECUACIONES Y REPRESENTACION GRAFICA – (PROBLEMÁ):

Un móvil pasa por el sistema de referencia a una velocidad de 120 [Km/h]. A medida que el tiempo transcurre va modificando su velocidad como lo indica la siguiente tabla, además el cronómetro al pasar el móvil (o partícula) por el sistema de referencia, está en cero.

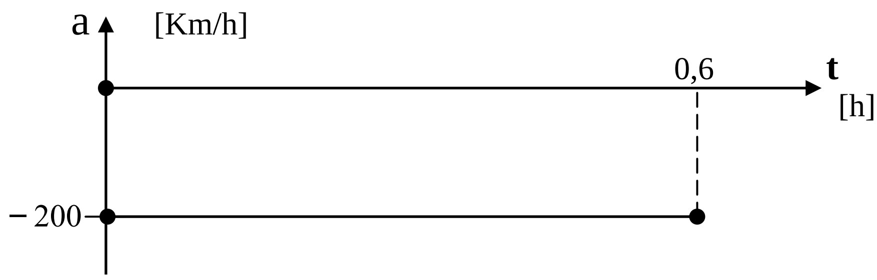
Medición N°	Instante t (h)	Velocidad V (Km/h)	Aceleración a (Km/h^2)	Posición X (Km)
0				
1	0,1	100		
2	0,2	80		
3	0,3	60		
4	0,4	40		
5	0,5	20		
6	0,6	0		

a) Calcular la aceleración del móvil y completar la columna correspondiente.

b) Calcular la posición en cada caso y completar la columna correspondiente.

c) Si se analiza el cuadro completado se observa que el movimiento del móvil (o partícula) es un MRUV desacelerado por qué:
----**R:** Rectilíneo pues la trayectoria es en la dirección del eje X (recta)
----**UV:** Uniformemente Variado dado que el módulo de la aceleración es constante.
----**Desacelerado** por que la aceleración es negativa.

d) Usando los valores de la tabla, representar: X **= X (t)**, **V = V (t)** y **a = a (t).**



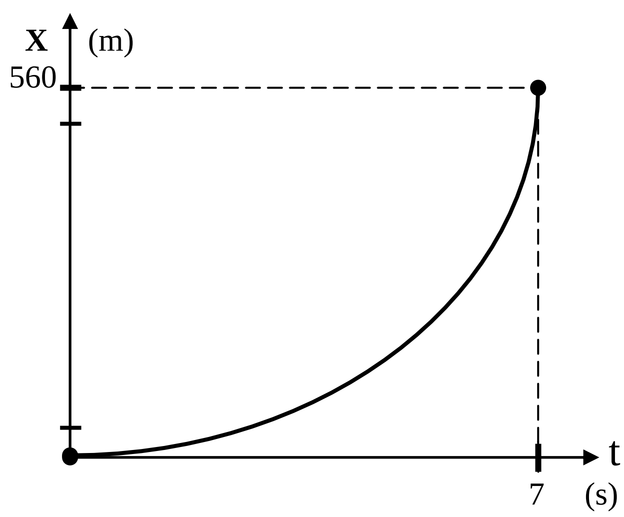
e) Si en el gráfico X = X (t) se marcan en dos puntos P_1y P_2 (o más) sobre la curva y se dibuja en cada uno de los puntos la recta tangente a la curva. La pendiente de cada una de ellas, como ya se planteó en el punto teórico 4 representa a la velocidad instantánea.

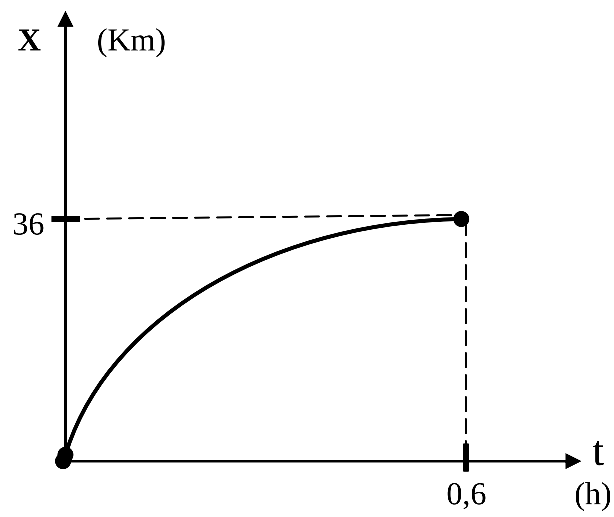
Coincide con la información del cuadro dado. La velocidad va reduciéndose hasta llegar a cero (detención del móvil) y en concordancia la pendiente o inclinación va disminuyendo hasta hacerse horizontal → velocidad nula.

En el cálculo de la aceleración vemos que es negativa en concordancia también con la pendiente de la recta tangente en cada punto que es negativa. "Hacia abajo"

6.- SIGNOS DE LA ACELERACION – (MRUA y MRUD)

Observa los gráficos de X = X (t) obtenidos en los puntos **2.-** y **5.-.** Se dibuja a continuación en forma esquemática las curvas ya trazadas:





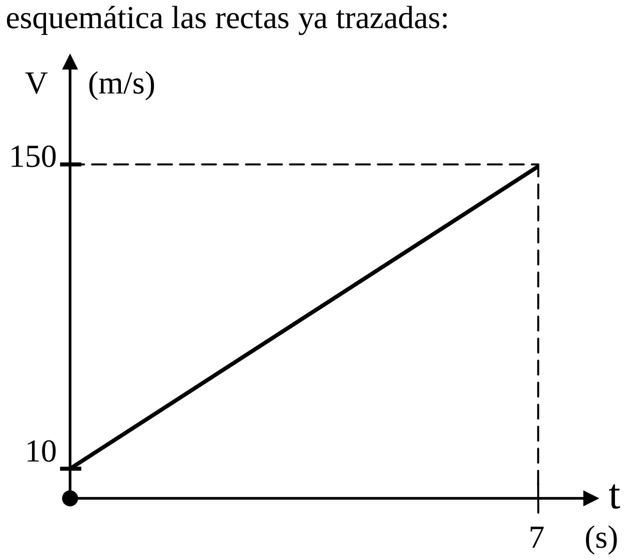
Si las observas veras que corresponden a una parábola, por lo tanto puedes distinguir sus vértices y sus ramas.

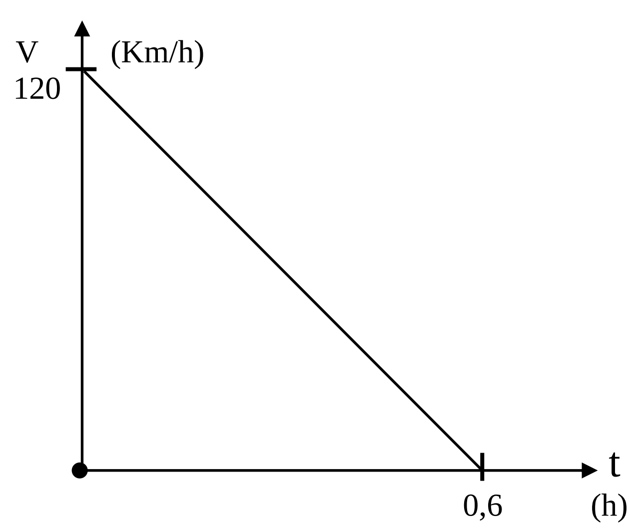
- Si **a > 0** la parábola tiene su vértice hacia abajo.
- Si **a < 0** la parábola tiene su vértice hacia arriba.

Además:

- Si a > **0** el signo de la aceleración depende de Δ**V** porque Δt siempre es positivo, entonces **ΔV > 0.**
- Si a < **0** entonces **ΔV < 0.**

Observa los gráficos de V = V (t) obtenidos en los puntos **2.-** y **5.-.** Se dibuja a continuación en forma esquemática las rectas ya trazadas:





Si miramos el primer gráfico, la pendiente (inclinación) de la recta es positiva, aumenta uniformemente la velocidad y de acuerdo a los cálculos hechos la aceleración era positiva: a = + 20 [m/s^2].

En el segundo gráfico, la pendiente (inclinación) es negativa, la velocidad disminuye uniformemente y de acuerdo a los cálculos hechos la aceleración era negativa: $a = -200$ [Km/h^2].

Sobre la base de lo anteriormente analizado, podemos establecer que:

a) "Cuando el valor de la velocidad aumenta uniformemente, es decir la aceleración es positiva y constante, al movimiento se lo denomina: **movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.** (**MRUA**)".

b) "Cuando el valor de la velocidad disminuye uniformemente, es decir la aceleración es negativa y constante, al movimiento se lo denomina: **movimiento rectilíneo uniformemente desacelerado.** (**MRUD**)".

NOTA 1: En ambos casos se supuso una trayectoria rectilínea pues es el tipo de movimiento que estamos analizando (unidireccional). Si le trayectoria fuese una elipse, tendríamos que hablar de movimiento elíptico uniformemente acelerado o desacelerado. Análogamente si tuviese otro tipo de trayectoria.

NOTA 2: En ambos casos el instante inicial $\mathbf{t_0} = 0$. Es decir que el cronometro o reloj se activa cuando el instrumento de medición esta en cero. Esto NO siempre es así. Puede ocurrir que comenzamos a medir tiempos y el móvil se "descubre" o "ubica" luego de transcurrido cierto tiempo. Entonces $\mathbf{t_0} \neq 0$. E incluso la posición inicial $\mathbf{X_0} \neq 0$ y también la velocidad inicial $\mathbf{V_0} \neq 0$ como el caso desarrollado en Punto 2.-. Podemos comenzar a medir una partícula en movimiento (con velocidad inicial no nula)

NOTA 3:

** Si $\mathbf{a} > \mathbf{0}$, entonces el vector aceleración a tiene el sentido de las **X positivas**.

** Si $\mathbf{a} < \mathbf{0}$, entonces el vector aceleración a tiene el sentido de las **X negativas.**

7.- EXPRESIÓN DE LA VARIACIÓN DE POSICIÓN O DESPLAZAMIENTO ΔX EN FUNCION DE LAS VELOCIDADES:

Combinando las ecuaciones horarias de la velocidad y la posición vamos a obtener la expresión indicada en el titulo de este ítem.

$$\begin{cases} X = X_0 + V_0 \,.\, (t - t_0) + a/2 \,.\, (t - t_0)^2 \;\rightarrow\; \Delta X = V_0 \,.\, \Delta t + a/2 \,.\, \Delta t^2 \\ V = V_0 + a \,.\, (t - t_0) \;\rightarrow\; \Delta V = a \,.\, \Delta t \;\rightarrow\; \Delta V / a = \Delta t \quad \underline{\text{Reemplazo en la anterior}}: \end{cases}$$

$$\Delta X = V_0 \,.\, \Delta V / a + a/2 \,.\, (\Delta V / a)^2 \;\rightarrow\; \Delta X = 2 \,.\, V_0 \,.\, \Delta V / 2a + ½.a.(\Delta V)^2 =$$

$$\Delta X = (2.V_0.V - 2.V_0^2 + V^2 - 2.V_0.V + V_0^2) / 2a$$

Y Finalmente:

$$\boxed{\Delta X = \frac{V^2 - V_0^2}{2a}}$$

NOTA: Ecuación muy útil a la hora de resolver problemas pues vincula el desplazamiento con velocidades y la aceleración independientemente de los instantes

8.- ENCUENTRO EN UNA DIMENSION:

Si dos móviles A y B se desplazan sobre una misma trayectoria rectilínea, podrá en determinadas condiciones producirse el encuentro de los mismos, es decir, se encontraran en un punto de igual abscisa respecto del mismo origen o sistema de referencia en un determinado instante **te** llamado **instante de encuentro**.

La posición o coordenada de encuentro se denomina **posición de encuentro** **Xe**.

El encuentro puede ocurrir en los dos casos siguientes:

a) Viajando ambos móviles en el mismo sentido, uno de los móviles alcanzara al otro.

b) Viajando los móviles en sentidos opuestos, ambos se cruzaran.

En ambos casos, se verificará:

$$\boxed{X_A\,(te) = X_B\,(te) = Xe}$$

La resolución y análisis de este ítem se completara con los ejercicios de la guía de problemas. También se resolverán y analizaran problemas de encuentro en el Modulo N° 3: Tiro vertical y caída libre

UTN – CINEMÁTICA 2 (M.R.U.V.) **Profesor Civetta N.** **Guía de Problemas Nº 2**

- MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORMEMENTE VARIADO:

1.- Un móvil se desplaza con MRUV, la ecuación horaria de su movimiento es:

$$X = 10\ m + 5\ m/s\ (t - 2\ s) + 2\ m/s^2\ (t - 2\ s)^2$$

a) Hallar la posición y la velocidad en los instantes 2 [s], 3 [s] y 7 [s]
b) Represente gráficamente: X = X (t), V = V (t) y a = a (t).

Respuestas:
a) Para $t = t_0 = 2$ [s]. $\Rightarrow X = X_0 = 10$ [m] y $V = V_0 = 5$ [m/s]. b) Realice.
Para $t_1 = 3$ [s]. $\Rightarrow X_1 = 17$ [m] y $V_1 = 9$ [m/s].
Para $t_2 = 7$ [s]. $\Rightarrow X_2 = 85$ [m] y $V_2 = 25$ [m/s].

2.- Un móvil se desplaza en el sentido de las X positivas con una velocidad de 36 [Km./h]. Frena y se detiene en dos segundos.
a) Calcule la aceleración.
b) Calcular la distancia recorrida durante el frenado.
c) Represente gráficamente: X = X (t), V = V (t) y a = a (t).
d) Analizar - Resolver si el móvil se desplazaba inicialmente en el sentido de las X negativas.

Respuestas:
a) – 5 [m/s^2] b) 10 [m] c) Gráficos. d) La aceleración será positiva, la distancia recorrida la misma y los gráficos "simétricos".

3.- Un automóvil que se dispone a adelantarse a un camión, tiene una velocidad de 72 [Km/h]. Para la maniobra, el conductor le imprime una aceleración de 2 [m/s^2] durante 7 [s]. a) ¿Qué velocidad alcanza y que distancia recorre? b) ¿Cuál era la velocidad del camión (supuesta constante) si el auto, en esos 7 [s] lo supera en 20 metros?

Respuestas:
a) 34 [m/s] $\Delta X = 189$ [m] b) 24, 14 [m/s] ≈ 87 [Km/h].

4.- Un móvil que parte del reposo, recorre un trayecto de 800 [m] en 20 [s], con un movimiento que se "supone" MRUV. a) Calcula la aceleración y la velocidad que alcanza al recorrer todo el trayecto.
b) Represente gráficamente: X = X (t) , V = V(t) y a = a (t).

Respuestas:
a) a = 4 [m/s^2] y $V_1 = 80$ [m/s] b) --

5.- Un móvil pasa frente a nosotros con una cierta velocidad. En ese instante aplica los frenos deteniéndose a 800 [m] de nuestra posición en un intervalo de tiempo de 20 segundos. a) Calcular la aceleración. b) Represente gráficamente: X = X (t), V = V(t) y a = a (t).

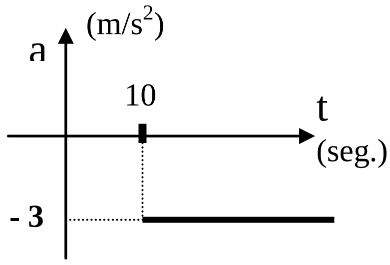
Respuestas:
a) a = - 4 [m/s^2] y $V_0 = 80$ [m/s] b) –

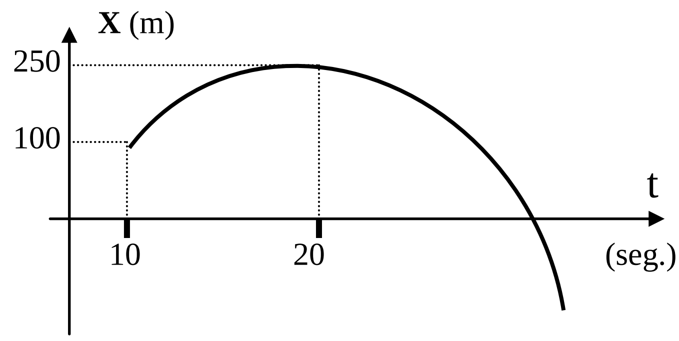
6.- Una partícula se mueve con una aceleración constante de - 3 [m/s^2] En el instante 4 [s] su posición es 100 [m] y en el instante 6 [s] su velocidad es 15 [m/s].
a) Escriba las ecuaciones horarias.
b) Represente gráficamente: X = X (t), V = V (t) y a = a (t).
c) ¿Cuál es la velocidad del móvil en el instante 10 [s]? ¿Y su aceleración?
d) ¿En que instante su velocidad es nula?
e) ¿Cuándo su velocidad tiene un valor (modulo) de 30 [m/s]?
f) ¿Cuándo se encuentra a 120 [m] del sistema de referencia?

Respuesta I: Con $\mathbf{t_0 = 0}$:
a) $X = -8\ m + 33\ m/s\ t - 1{,}5\ m/s^2\ t^2$ $V = 33\ m/s - 3\ m/s^2\ t$ **b)** -- **c)** 3 [m/s] y - 3 [m/s^2] **d)** 11 [s] **e)** 1 [s] (30 m/s) y 21 [s] (-30 m/s) **f)** 5,03 [s] y 16,97 [s] en X = + 120 [m] 25 [s] en X = - 120 [m].

Respuesta II: Con $\mathbf{t_0 = 4}$ **[s]:**
a) $X = 100\ m + 21\ m/s.\ (t - 4\ s) - 3/2\ m/s^2\ (t - 4\ s)^2$ y $V = 21\ m/s - 3\ m/s^2\ (t - 4\ s)$ **b)** --
c) V = 3 [m/s] y a = - 3 [m/s²] **d)** 11 [s] **e)** en t = 21 [s] velocidad – 30 [m/s]. **f)** La posición: + 120 [m] en los instantes: 5 [s] y 17 [s]. La posición: – 120 [m] en el instante: 25 [s]

7.- Dadas las gráficas X = X (t) y a = a (t) de un móvil:

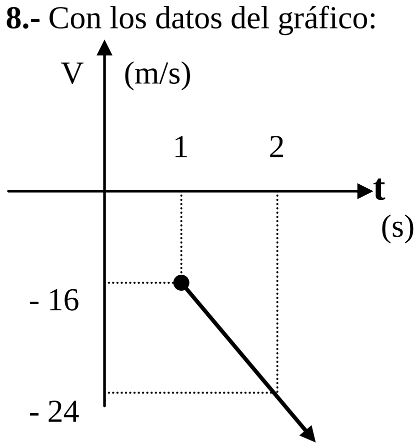




a) Calcular la velocidad inicial.
b) Escribir las ecuaciones horarias.
c) ¿Cuánto vale la aceleración y la posición cuando la velocidad es nula?
d) Posición del móvil en los instantes 5 [s] y 50 [s]
e) ¿Cuál es la posición del móvil cuando su velocidad es – 60 m/s?
f) ¿Cuándo pasa por el sistema de referencia? ¿Cuándo por la posición – 100 m?
g) Represente gráficamente V = V (t)

<u>Respuestas:</u>
a) 30 [m/s]. b) X = 100 m + 30 m/s (t – 10 s) – 1,5 m/s^2 (t – 10 s)^2 y V = 30 m/s - 3 m/s^2 (t – 10 s).
c) 250 [m] y - 3 [m/s^2] d) Absurdo y - 1100 [m]. e) - 350 [m]. f) 32,9 [s] y 35,3 [s] g) Gráfico.

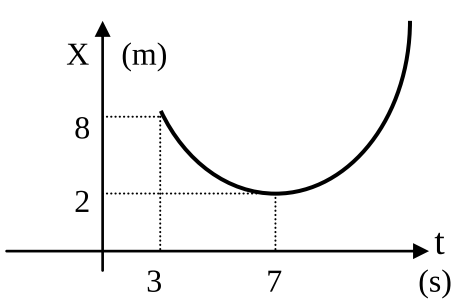
8.- Con los datos del gráfico:



a) Calcule la aceleración.
b) Expresar las ecuaciones horarias sabiendo que X_0 = - 20 [m].
c) Gráficas X = X (t) y a = a (t).
d) ¿Qué representa la pendiente del gráfico dado y cuánto vale?
e) ¿Cuándo pasa por el sistema de referencia?
f) ¿Cuándo se halla a 35 [m] del sistema de referencia?
g) ¿Cuál es su velocidad en los instantes 2 [s] y 10 [s]?
h) ¿Cuál es su posición en los instantes 2 [s] y 10 [s]?
i) ¿Cuándo el modulo o intensidad de la velocidad es 40 [m/s]?

<u>Respuestas:</u>
a) – 8 [m/s²] b) X = - 20 m – 16 m/s . (t – 1 s) – 4 m/s² (t – 1 s)^2 V = - 16 m/s - 8 m/s² (t – 1 s)
c) Gráficos d) La aceleración y vale – 8 [m/s²] e) Nunca f) – 35 [m] en el instante t = 1,78 [s]
g) – 24 [m/s] y –88 [m/s] h) – 40 [m] y - 488 [m] i) + 40 [m/s] nunca, - 40 [m/s] en t = 4 [s].

9.- Dada la representación gráfica X = X (t) de un movimiento:



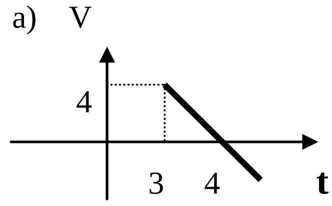
a) Escriba la ecuación horaria de la posición.
b) Represente la velocidad en función del tiempo.
c) Ídem para la aceleración.
d) Exprese la ecuación horaria de la velocidad
e) ¿Cuándo se halla a 7 [m] del sistema de referencia?.

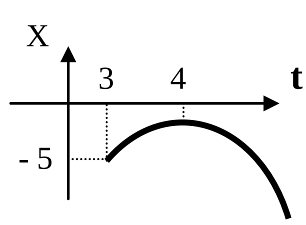
<u>Respuestas:</u>
a) X = 8 – 3**.** (t – 3) + 0,375. (t – 3)^2 [m] b) y c) Gráficos. d) V = - 3 m/s + 0,75 m/s² (t – 3 s)
e) En la posición + 7 [m] en los instantes 3,35 [s] y 10,65 [s]. En X = – 7 [m] nunca.

10.- Dada la ecuación horaria de la posición: X = - 5 + 4 (t – 3) – 2 (t – 3 s)^2 [m] de un móvil:
a) Represente gráficamente: X = X (t), V = V (t) y a = a (t).
b) ¿Cuál es la posición, velocidad y aceleración en el instante 8 [s]?

<u>Respuestas:</u>

a)

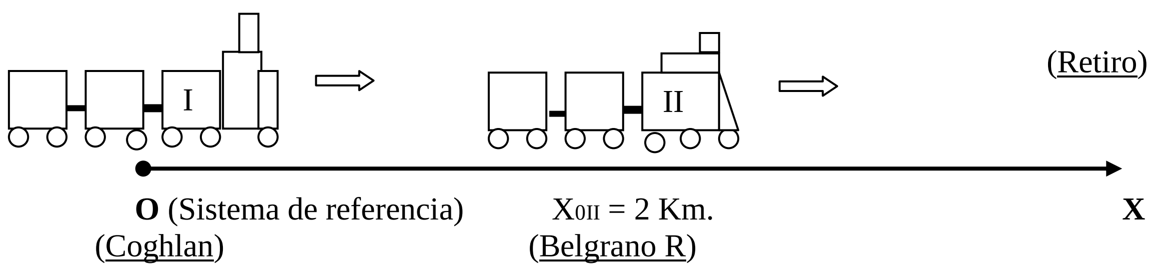




b) X = - 35 [m]
V = - 16 [m/s]
a = - 4 [m/s²]

11.- Un móvil recorre durante 10 segundos con MRUA una distancia de 150 [m], en ese instante (al llegar a 150 metros), frena hasta detenerse en 15 segundos (tiempo de frenado = duración del frenado).
a) Calcule las aceleraciones y represéntelas.
b) Representar la velocidad V = V (t) y la posición X = X (t).
c) Expresar las ecuaciones horarias de los movimientos.
d) Cuando su velocidad es 20 [m/s] ¿Cuál es su posición?
e) ¿Cuándo su velocidad es – 45 [m/s]?
f) ¿Cuándo se halla a 220 [m] del sistema de referencia?
Respuestas:
a) 3 [m/s²] y - 2 [m/s²] **b)** -- **c)** $X_I = 1{,}5\ m/s^2\ t^2$ y $V_I = 3\ m/s^2\ t$ $X_{II} = 150\ m + 30\ m/s\ (t - 10)s - 1\ m/s^2\ (t - 10)^2 s^2$ y $V_{II} = 30\ m/s - 2\ m/s^2\ (t - 10)s$ **d)** 66,7 [m] (6,7 s) y 275 [m] (15 s).
e) nunca. **f)** en – 220 [m]: Nunca y en + 220 [m]: **t = 12,55** [s] (Absurdo t = 37,45 [s] > 25 [s] → Se detiene antes)

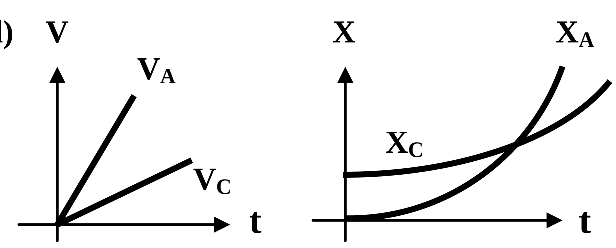
PROBLEMAS CON ENCUENTRO:
NOTA: En todos los casos es conveniente dibujar la situación planteada, destacando el sistema de referencia, las posiciones y los sentidos del movimiento de los móviles.
Por ejemplo (Ver problema 20):



12.- Un tren sale de la estación Belgrano R a la hora 10, otro tren sale de la estación Coghlan a la misma hora, los dos se dirigen hacia Retiro. El primero por un desperfecto mecánico se mueve a 30 [Km/h] y el segundo a 70 [Km/h]. Suponiendo la trayectoria rectilínea y la distancia entre las estaciones de 2000 [m]:
a) ¿Se encontraran?, ¿En qué instante (hora)?
b) Represente gráficamente la posición y la velocidad en función del tiempo.
Respuestas:
a) 10,05 [h] = 10 horas 03 minutos. (X_E = 3,5 [Km]) b) --

13.- Un auto y una camioneta parten del reposo a la hora 0, con el auto a una cierta distancia detrás de la camioneta. El auto acelera uniformemente a 2 [m/s²] y la camioneta a 1,5 [m/s²] Hallar:
a) El tiempo que tardo el auto en alcanzar la camioneta, si se encuentran luego que el auto recorrió 64 m.
b) La distancia que los separa inicialmente.
c) La velocidad de cada uno de los móviles en el instante de encuentro.
d) Represente gráficamente: X = X (t), V = V (t) y a = a (t) para ambos móviles.
Respuestas:

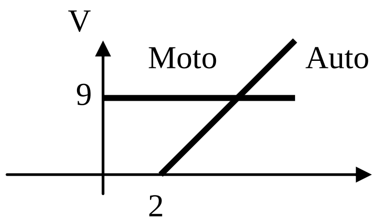
a) 8 [s] - **b)** 16 [m] - **c)** 16 [m/s] y 12 [m/s] **d)**

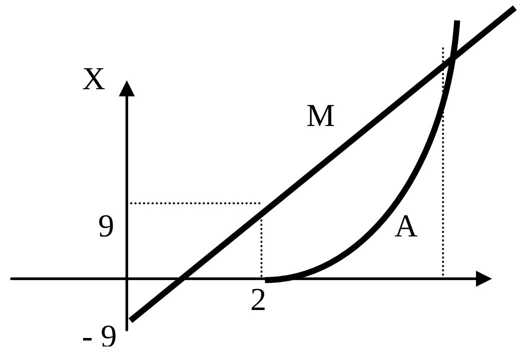


14.- Resolver el problema anterior si el auto tiene una velocidad inicial de 4 [m/s], comienza a moverse 3 [s] más tarde y se encuentran cuando el auto recorrió 100 [m].
Respuestas:
a) 8,2 [s] b) 6 [m] c) 16,8 [m/s] y 26,4 [m/s] d) gráficos.

15.- Un auto parte desde el reposo con una aceleración de 4 [m/s²] En el mismo instante ($t_0 = 0$) sale una moto que esta 9 metros detrás del auto con una velocidad constante de 9 [m/s].
a) Halle la posición y el instante de encuentro.
b) Represente gráficamente: X = X (t), V = V (t) y a = a (t).
Respuestas:
a) t_{E1} = 1,5 [s] y X_{E1} = 13,5 [m] y también: t_{E2} = 3 [s] y X_{E2} = 27 [m] b) gráficos.

16.- Resolver el problema anterior si el auto sale 2 [s] más tarde que la moto.
Respuestas:
a) 7,3 [s] y 65,7 [m].
b)





17.- Una moto está detenida y ubicada a 9 metros detrás de un auto. Arranca con aceleración de 3 [m/s^2]. El auto parte dos segundos más tarde, desde el reposo con una aceleración de 4 [m/s^2].
a) Halle la posición y el instante de encuentro.
b) Represente gráficamente: X = X (t), V = V (t) y a = a (t).
Respuestas:
a) t_{E1} = 2,5 [s] y X_{E1} = 9,4 [m] y también: t_{E2} = 13,5 [s] y X_{E2} = 273,4 [m] b) gráficos.

18.- Dos móviles separados 200 [m] parten: El 1º del reposo en el instante 3 [s] con aceleración 2 [m/s^2] El 2º, 3 [s] mas tarde desde la posición 200 [m] con velocidad 4 [m/s] y aceleración 1 [m/s^2]
a) Halle la posición y el instante de encuentro
b) Represente gráficamente: X = X (t), V = V (t) y a = a (t).
Nota: Resuelva, uno al encuentro del otro y/o en persecución.
Respuestas:
a) Encuentro: t_{E1} = 14,4 [s] y X_{E1} = 130 [m]. Persecución: t_{E2} = 23,7 [s] y X_{E1} = 428,5 [m]
b) gráficos.