

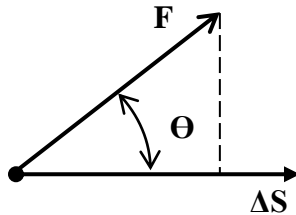
Guía de Estudio N° 3**1.- TRABAJO DE UNA FUERZA CONSTANTE:**

Tomemos una partícula de masa **m** sobre el cual actúa una fuerza **F** constante. Por supuesto se sobreentiende constante vectorialmente. En tal caso definimos **trabajo W efectuado por la fuerza F sobre la partícula:**

$$W = F \cdot \Delta S$$

Siendo la expresión planteada el **producto escalar** de dos vectores. El vector fuerza (**F**) y el vector desplazamiento (**ΔS**). Este producto nos da una magnitud escalar.

El módulo de este producto es:



$$W = F \cdot \Delta S \cdot \cos \Theta \quad [\text{N.m} = \text{J}]. \quad \text{Donde J = Joule}$$

F = módulo de la fuerza aplicada a la partícula.

ΔS = modulo del desplazamiento del punto material (partícula)

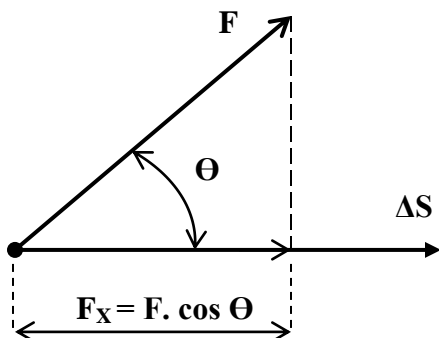
Θ = ángulo formado entre los vectores fuerza y desplazamiento

Como vemos el trabajo se mide en $[\text{N.m}] = [\text{J}] = \text{Joule}$. Esta es la unidad en el Sistema internacional (SI) y por lo tanto en el (SIMELA).

En el dibujo se indica un desplazamiento medio y lineal. No curvo. También una fuerza constante. Pero usando el análisis matemático se puede plantear el valor del trabajo para valores “instantáneos” o “diferenciales” de las fuerzas actuantes y los desplazamientos correspondientes.

El signo del trabajo de una fuerza puede ser positivo, negativo o nulo.

El trabajo realizado por una fuerza que actúa sobre una partícula se entiende como el producto de la fuerza por el desplazamiento de este punto material (partícula). Si la fuerza y el desplazamiento poseen diferentes direcciones entonces SOLO trabaja la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento.



Como vemos en el dibujo solo “trabaja” o realiza el “esfuerzo” para mover la partícula en la dirección horizontal, la componente horizontal $F_x = F \cdot \cos \Theta$ de la fuerza.

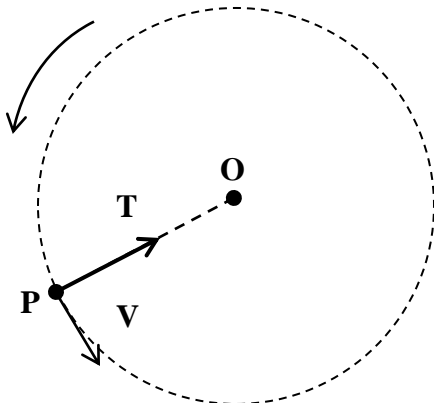
Esto nos permite interpretar mejor porque el trabajo para generar un desplazamiento está dado por el **producto escalar** de los vectores **F** y **ΔS**.

La componente vertical $F_y = F \cdot \sin \Theta$ solo puede generar un desplazamiento en esa dirección (eje Y).

a) Trabajo nulo:

Ocurre cuando la trayectoria o desplazamiento del cuerpo es perpendicular a la dirección de la fuerza.

$$\text{En este caso } \Theta = 90^\circ \rightarrow \cos \Theta = 0 \rightarrow W = 0$$



Ejemplo 1: En el dibujo se ve el caso de una partícula **P** atada a una soga, gira alrededor del centro **O** en un MCU (movimiento circular uniforme) donde el módulo de la velocidad tangencial **V** y de la Tensión **T** es constante.

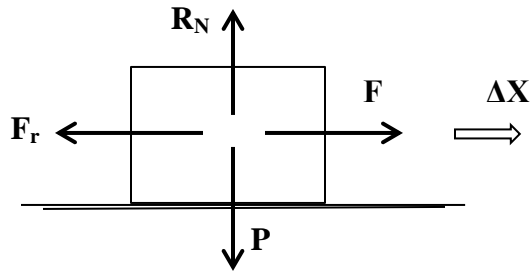
Como vemos, en cada posición o instante el desplazamiento **ΔS** es perpendicular a la fuerza o Tensión **T**. La tensión no realiza ningún trabajo para desplazar tangencialmente a lo largo de la trayectoria circular a la partícula **P**.

Solo actúa como fuerza centrípeta para generar la “curvatura” de la trayectoria hacia el centro de rotación **O**

La Tensión **T** no efectúa ningún trabajo sobre el cuerpo o partícula porque no tiene componente en la dirección del desplazamiento.

Ejemplo 2: sería el de un cuerpo desplazándose bajo la acción de una fuerza **F** sobre una superficie con rozamiento.

El trabajo de la fuerza Peso **P** y de la reacción Normal **R_N** sería nulo



El trabajo de la fuerza **P** es el producto escalar:

$$W = P \cdot \Delta Y = 0$$

Por qué $\Delta Y = 0$. El cuerpo no se traslada en la dirección vertical

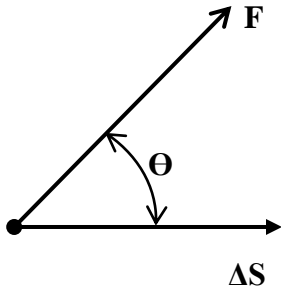
De la misma manera el trabajo de **R_N** será:

$$W = R_N \cdot \Delta Y = 0$$

Por qué $\Delta Y = 0$.

b) Trabajo positivo:

Ocurre cuando la trayectoria o desplazamiento del cuerpo forma con la dirección de la fuerza un ángulo comprendido entre 0° y menor a $90^\circ = \pi/2$.



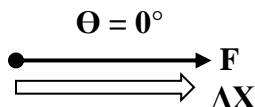
$$W = F \cdot \Delta S \cdot \cos \Theta$$

En este caso:

$$0 \leq \Theta < \pi/2 \rightarrow 0 < \cos \Theta \leq 1 \rightarrow \cos \Theta = \text{Positivo}$$

Entonces: **W > 0** → **Positivo**

En el Ejemplo 2 dado en **a)** se ve claramente que:



$$\Theta = 0^\circ$$

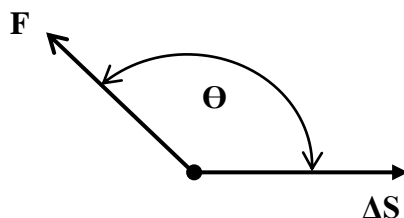
$$W_F = F \cdot \Delta X \cdot \cos \Theta = F \cdot \Delta X \cdot \cos 0^\circ = F \cdot \Delta X$$

$$W_F = F \cdot \Delta X > 0 \rightarrow \text{Positivo.}$$

Pues **F** y **ΔX** son positivos. Son el Módulo o valor absoluto de dos vectores.

c) Trabajo negativo:

Ocurre cuando la trayectoria o desplazamiento del cuerpo forma con la dirección de la fuerza un ángulo mayor a $\pi/2$ y menor o igual a $\pi = 180^\circ$.



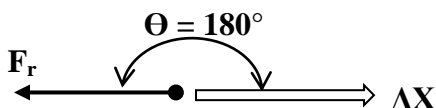
$$W = F \cdot \Delta S \cdot \cos \Theta$$

En este caso:

$$\pi/2 < \Theta \leq \pi \rightarrow -1 \leq \cos \Theta < 0 \rightarrow \cos \Theta = \text{Negativo}$$

Entonces: **W < 0** → **Negativo**

En el Ejemplo 2 dado en **a)** se ve claramente que



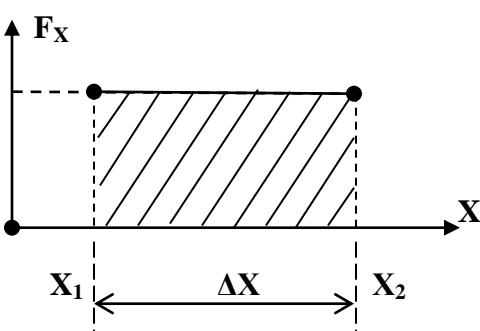
$$\Theta = 180^\circ$$

$$W_{Fr} = F_r \cdot \Delta X \cdot \cos \Theta = F_r \cdot \Delta X \cdot \cos 180^\circ = F \cdot \Delta X \cdot (-1)$$

$$W_F = -F \cdot \Delta X < 0 \rightarrow \text{Negativo.}$$

Pues **F** y **ΔX** son positivos. Son el Módulo o valor absoluto de dos vectores.

NOTA: El trabajo realizado por una fuerza constante viene representado gráficamente por el área comprendida bajo **F = F(x)**. Es decir, la representación gráfica de la fuerza aplicada en función de la posición X de la partícula.



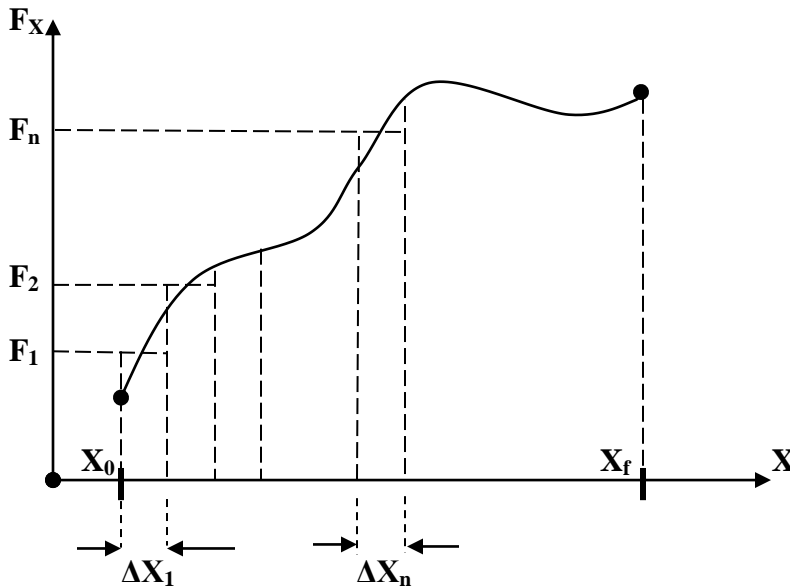
El valor del área rayada es base (**ΔX**) por altura (**F_X**).

Por lo tanto:

$$\text{Area} = F_X \cdot \Delta X = F \cdot \cos \Theta \cdot \Delta X$$

Es decir:

$$\text{Área} = W_{FX} = \text{Trabajo}$$

2.- TRABAJO DE UNA FUERZA VARIABLE:

Tenemos la representación de una fuerza variable en función de la posición X .

$X_0 = X_i$ = Posición Inicial.

$X = X_f$ = Posición Final.

Una fuerza variable se puede aproximar o representar mediante una serie de fuerzas constantes a lo largo de pequeños intervalos.

Es decir, si hacemos ΔX_i lo suficientemente pequeño, es posible aproximar la fuerza variable a una serie de fuerzas constantes

El **trabajo realizado** por cada una de estas fuerzas constantes es el **área del rectángulo** que “encierra”, es decir, como ejemplo para la fuerza F_1 el trabajo sería:

$$\Delta W_1 = F_1 \cdot \Delta X_1 = \text{Área del rectángulo de base } \Delta X_1 \text{ y altura } F_1.$$

En general:

$$F_i \cdot \Delta X_i = \Delta W_i = \text{Área de cada uno de los rectángulos}$$

(Infinitos si hacemos $\Delta X_i \rightarrow 0$)

El trabajo total realizado por la fuerza variable mientras la partícula se desplaza desde X_0 a X_f es igual al área total encerrada bajo la curva en este intervalo $\Delta X = X_f - X_i$

Podemos poner entonces:

$$W = \sum_{i=1}^N F_i \cdot \Delta X_i$$

Donde Σ indica la **sumatoria** de muchos términos. En este caso se indica desde el primer término 1 (abajo del signo sumatoria) hasta N (arriba del signo sumatoria)

Los términos que se suman son el producto de una fuerza constante por el desplazamiento del punto material o partícula. Y este producto es el **trabajo realizado por cada una de estas fuerzas**.

Para obtener el resultado exacto podemos hacer $\Delta X_i \rightarrow 0$. Es decir que el valor del intervalo “tiende” a cero. Dicho de otra manera, se hace muy pequeño. (“infinitamente” pequeño).

Haciendo esto el número de intervalos tiende (\rightarrow) a infinito.

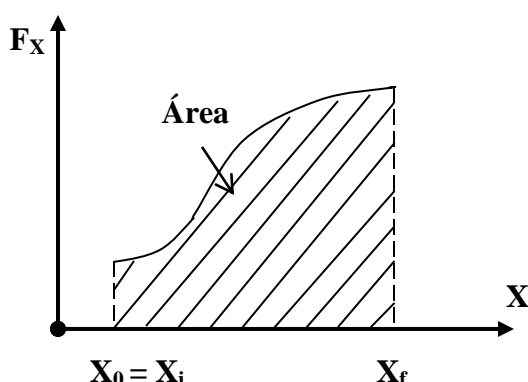
$$N \rightarrow \infty$$

Para obtener el resultado exacto tendríamos entonces que sumar infinitos rectángulos.

Esto se realiza utilizando la integración (Integrales - Análisis Matemático 1) que permite sumar infinitos términos infinitesimales.

$$W = \lim_{\Delta X \rightarrow 0} \sum_{i=1}^N F_i \cdot \Delta X_i = \int_{x_i}^{x_f} F(x) \cdot dx = \text{Área encerrada}$$

$$\int_{x_i}^{x_f} F(x) \cdot dx = \text{Esto es Análisis matemático 1. Tema Integrales}$$



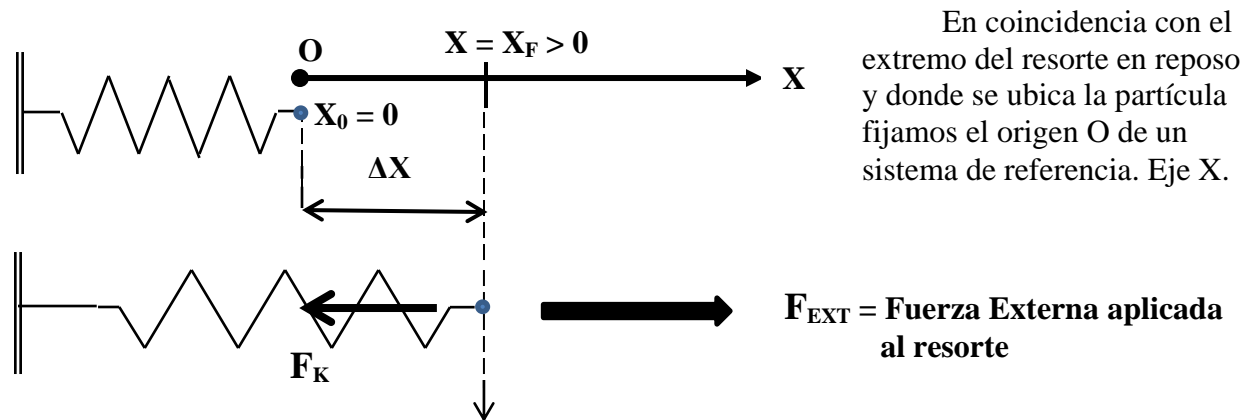
$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x) \cdot dx = \text{Area}$$

EJEMPLO – TRABAJO DE LA FUERZA EN UN RESORTE:

Vamos a utilizar lo anteriormente desarrollado para analizar un resorte. Se trata de una fuerza NO CONSTANTE que depende de la posición. Se denomina también **fuerza elástica** en un resorte.

Trabajamos o analizaremos como se dijo en la Guía N° 2 con resortes IDEALES. Es decir, su masa es despreciable y sus propiedades elásticas invariables (constantes).

En el extremo del resorte se fija una partícula (dimensión despreciable) de masa m que estará sometida o bajo la acción de una fuerza externa, en este análisis de tracción o estiramiento. Esta fuerza externa genera una Reacción o fuerza elástica del resorte F_K .



F_K = Fuerza de restitución del resorte = Fuerza elástica

La fuerza elástica depende de la posición X . Es decir en este caso va a depender de cuanto esta estirado el resorte,

Si fuese un resorte comprimido la fuerza elástica depende de cuánto es su compresión.

$$F_K = - K \Delta X = - K (X - X_0). \quad [\text{Recordar que } X_0 = 0]$$

$$W_K = \int_{X_i}^{X_f} F(x) \cdot dx = \int_{X_i}^{X_f} -K \cdot (X - X_0) \cdot dx = \int_{X_i}^{X_f} -K \cdot (X - 0) \cdot dx$$

$$W_K = \int_{X_i}^{X_f} -K \cdot X \cdot dx = -K/2 [X^2]_{X_i}^{X_f} \rightarrow W_K = -1/2 K \cdot [X_f^2 - X_i^2]$$

Tendremos finalmente:

$$W_K = -1/2 \cdot K \cdot [X_f^2 - X_i^2] = +1/2 \cdot K \cdot [X_i^2 - X_f^2]$$

Formula General

Siendo X_i y X_f las posiciones iniciales y finales del resorte. Es decir, en este caso, el resorte se estira desde una posición $X_i > 0$ (inicialmente estirado) a otra $X_f > 0$ (finalmente estirado).

Lo mismo ocurre si se comprime desde una posición $X_i < 0$ (inicialmente comprimido) a otra $X_f < 0$ (finalmente comprimido).

Tener en cuenta los signos de las posiciones iniciales y finales y de esa manera, analizando la expresión general entre dos posiciones, veremos que siempre el **trabajo** de la fuerza elástica del resorte es **negativo**.

Otra forma de verlo, independientemente de la formula general que nos da el modulo y signo correcto es **analizar** los **sentidos del desplazamiento** de la partícula (del extremo del resorte) y de la **fuerza F_K** del resorte y observamos que siempre tienen sentidos opuestos.

En el caso particular cuando el resorte se estira o comprime desde su posición inicial de reposo vamos a tener:

$X_i = 0$ y en este caso la formula general se transforma en:

$$W_K = -1/2 \cdot K \cdot X_f^2$$

Formula que aparece en muchos textos pero solo valida teniendo en cuenta que el proceso de trabajo por compresión o tracción comienza desde la posición de reposo.

3.- ENERGIA CINETICA – TEOREMA TRABAJO ENERGIA:

Vamos a analizar el trabajo de una fuerza en dos situaciones o casos.

I) Primero: Cuando la misma es **constante** en modulo, dirección y sentido. Ello implica que dicha fuerza genera una aceleración también constante en modulo, dirección y sentido. Por lo tanto genera un Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (**MRUV**).

II) Segundo: La fuerza **no es constante** pero su trayectoria es Rectilínea (en la dirección del eje X)

Cabe aclarar que en ambos casos la fuerza **F** puede ser una única fuerza actuando sobre la partícula. Pero si se tratase de más de una fuerza se considera que la fuerza implicada en el estudio es la resultante de todas las fuerzas que actúan.

Por supuesto que en ambos casos a analizar se trata de un movimiento lineal. Es decir en una única dirección que la consideraremos sobre un **eje X** de referencia.

I) Primero: El trabajo **W** realizado por la fuerza **F** al actuar sobre una partícula moviéndose como dijimos en una única dirección (eje X) es:

$$W = F \Delta X = F (X - X_0) = M \cdot a \cdot (X - X_0) \quad (A)$$

$a = \text{constante}$ porque lo es la fuerza $F = M \cdot a$.

Además con $T_0 \neq 0$ (instante inicial no nulo) las ecuaciones horarias de este MRUV serán:

$$V = V_0 + a (T - T_0)$$

$$X = X_0 + V_0 (T - T_0) + a/2 (T - T_0)^2$$

Reemplazamos $(T - T_0) = \Delta T$:

$$V = V_0 + a \Delta T \rightarrow \Delta T = (V - V_0) / a \quad (1)$$

$$X = X_0 + V_0 \Delta T + a/2 \Delta T^2 \quad (2)$$

Reemplazo (1) en (2):

$$X = X_0 + V_0 (V - V_0) / a + a/2 (V - V_0)^2 / a^2$$

$$X = X_0 + (V_0 \cdot V) / a - (V_0)^2 / a + (1/2a) \cdot (V^2 - 2 V \cdot V_0 + V_0^2)$$

$$(X - X_0) = (V \cdot V_0) / a - (V_0)^2 / a + 1/2a V^2 - 1/a \cdot (V \cdot V_0) + (1/2 a) V_0^2$$

Se anulan entre si

$$(X - X_0) = 1/2 a [V^2 - V_0^2] \rightarrow a \cdot (X - X_0) = 1/2 \cdot [V^2 - V_0^2]$$

Reemplazamos en (A):

$$W = M \cdot a \cdot (X - X_0) = M \cdot 1/2 \cdot [V^2 - V_0^2]$$

$$W = 1/2 M \cdot V^2 - 1/2 M \cdot V_0^2$$

Expresión analítica del
Teorema trabajo - Energía

“El Trabajo neto o resultante efectuado por Todas las fuerzas que actúan sobre una partícula es igual al cambio o variación de la energía Cinética de la misma”

$E_c = 1/2 \cdot M \cdot V^2$ = Esta expresión representa la energía cinética de una partícula de Masa **M y velocidad V. Es decir, la energía por movimiento.**

Si llamamos $1/2 M \cdot V^2 = E_{CF} = \text{Energía Cinética Final}$ ($V = V_F = \text{Velocidad final}$)

$1/2 M \cdot V_0^2 = E_{C0} = \text{Energía Cinética Inicial}$ ($V_0 = V_i = \text{Velocidad Inicial}$)

Tendremos:

$$W = E_{CF} - E_{C0} = \Delta E_C$$

Donde **W** es el trabajo de TODAS las fuerzas que actúan sobre la partícula.

Observaciones:

a) La Energía Cinética es una magnitud escalar.

b) Nunca es Negativa

c) Como observadores en marcos inerciales (Sistemas de referencia) diferentes las mediciones de velocidad difieren. Ello hace que la energía cinética también será distinta según el sistema de referencia o medición utilizado. Lo mismo ocurre con el trabajo. Será distinto el desplazamiento (ΔX).

d) Pero más allá de lo expresado en el punto anterior SIEMPRE se verifica que:

$$W = \Delta E_C$$

e) UNIDADES. Evidentemente la unidad de la Energía Cinética y del trabajo es la misma.

Unidad W = Unidad E_C = $[J] = [Joule]$ (En el SI y en el SIMELA)

Si analizamos:

$$E_C = 1/2 M \cdot V^2 \rightarrow \text{Unidad} = [Kg \cdot m^2/s^2] = [(Kg \cdot m/s^2) \cdot m] = [N \cdot m] = [Joule]$$

f) En un MCU (Movimiento Circular Uniforme) la fuerza centrípeta es Perpendicular al desplazamiento. Ello implica de acuerdo a lo visto en el ítem 1a) Trabajo de una fuerza, Ejemplo 1 de esta Guía, que no realiza un trabajo.

Por lo tanto de acuerdo al Teorema Trabajo – Energía: $W = 0 = \Delta E_C$

Y ello es correcto pues $|V| = \text{Constante} = \text{Modulo de la velocidad constante en un MCU}$

Recordemos que el cuadrado de un vector es igual al cuadrado de su módulo. Esto nos indica que siempre será en un MCU (módulo de la velocidad constante) $V_F^2 = V_o^2 \rightarrow \Delta E_C = 0$

II) Segundo: Como dijimos la fuerza **no es constante** pero su trayectoria es Rectilínea. En la dirección del eje X.

$$W = \int F \cdot dx$$

Siendo:

$$F = M \cdot a = M \cdot dV/dT$$

Donde dV/dT es la derivada de la Velocidad V respecto del Tiempo. Sería la variación de velocidad (dV) para una variación infinitesimal del Tiempo dT .

Multiplicamos y dividimos por dX .

$$F = M \cdot dV/dX \cdot dX/dT = M \cdot dV/dX \cdot V = M \cdot V \cdot dV/dX \quad [\text{Pues } dX/dT = V].$$

$$W = \int M \cdot v \cdot (dv/dx) \cdot dx = \int M \cdot v \cdot dv$$

La variable de integración es ahora la Velocidad (dV). Por lo tanto los límites de integración serán las velocidades inicial V_i y final V_f :

$$W = \int_{V_i}^{V_f} M \cdot v \cdot dv = M/2 [V^2]_{V_i}^{V_f} \rightarrow W = 1/2 \cdot M \cdot [V_f^2 - V_i^2] = \Delta E_C$$

Obtuvimos la misma expresión que en el primer caso **I)**

NOTA FINAL 1:

Si la fuerza No es Unidireccional también se cumple el Teorema Trabajo – Energía. Para demostrarlo se debe trabajar vectorialmente con la Fuerza F y con el vector desplazamiento dr .

$$W = \int F \cdot dr$$

Siendo:

$F = F_x i + F_y j + F_z k$ = Fuerza expresada vectorialmente

$dr = dx i + dy j + dz k$ = Desplazamiento vectorial diferencial

Sustituyendo estas magnitudes vectoriales en la integral y operando matemáticamente se obtiene:

$$W = 1/2 M \cdot V^2 - 1/2 M \cdot V_o^2 = \Delta E_C$$

Se vuelve a verificar el Teorema Trabajo – Energía.

NOTA FINAL 2:

Existen limitaciones en el uso del Teorema trabajo – Energía. Son situaciones donde pueden llegar a actuar fuerzas pero NO realizan trabajo. Podemos aplicar este Teorema a objetos reales, siempre que estos se comporten como partículas.

El objetivo de esta NOTA es comentar un par de casos para una mejor comprensión de la Física.

Ejemplo 1: Explosión (Choque explosivo).

Cuando ocurre una explosión, luego de ella se producen esquirlas despedidas en muchas direcciones. Con diferentes masas y velocidades. Existe una energía cinética final (luego de la explosión) positiva. La inicial es nula por que el explosivo estaba en reposo. Todo esto conlleva a la existencia de una variación de energía cinética. Aumento de la misma. Desde cero a otro valor positivo:

$$E_{ci} = 0 \text{ y } E_{cf} > 0 \rightarrow \Delta E_c > 0$$

Sin embargo NO actúan fuerzas exteriores.

Este aumento de energía cinética se debe a la energía interna química

Este Tema se tratara con más detalle en Choque de Partículas.

Ejemplo 2: Sostener inmóvil una Pesa.

Si levantamos una Pesa en el gimnasio y la mantenemos inmóvil en el aire unos minutos pensaremos o diremos “cuesta trabajo” sostenerla. Pero en realidad no se está realizando trabajo sobre la pesa porque NO hay desplazamiento de la misma. Nos cansamos porque las componentes de las fibras musculares de los brazos realizan trabajo al contraerse y relajarse continuamente.

Se trata de trabajo efectuado por una parte del brazo que ejerce fuerza sobre otra, NO sobre la barra.

4.- POTENCIA:

La potencia es la energía transferida por unidad de tiempo de un sistema a otro.

Un automóvil se dice potente cuando es capaz de convertir la energía química de su combustible en energía cinemática (o potencial si el coche sube por una colina) en un periodo corto de tiempo.

No solo interesa saber cuánto **trabajo** debe efectuarse sino también **en que tiempo** (con que velocidad) se lo realiza.

En Física definimos a la **potencia** como la rapidez con que se efectúa el trabajo.

La potencia es una magnitud escalar al igual que el trabajo y la Energía.

Si se realiza un trabajo ΔW en un intervalo de tiempo ΔT , el trabajo medio efectuado por unidad de tiempo o **Potencia media** P_m será:

$$P_m = \Delta W / \Delta T$$

$$\text{Unidad } [J/s] = [W] = [\text{Watt}]$$

La rapidez con que se efectúa trabajo quizá no sea constante. Podemos definir la **Potencia instantánea** P como la potencia media cuando el intervalo de tiempo ΔT tiende o se aproxima a cero

$$P = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \Delta W / \Delta T = dW / dT$$

$$\text{Unidad } [J/s] = [W] = [\text{Watt}]$$

Como se indica en las anteriores formulas, en el **SI** la unidad de Potencia es el $[W] = [\text{Watt}]$.

Son de uso común: Kilowatt $[1 \text{ KW} = 1000 \text{ W}]$.

Megawatt $[1 \text{ MW} = 1.000.000 \text{ W}]$.

Caballo de Potencia $[1 \text{ HP} = 746 \text{ W} = 0,746 \text{ KW}]$.

Para un desplazamiento diferencial dS de una partícula bajo la acción de una fuerza F planteamos el trabajo (dW diferencial) para generar dicho desplazamiento:

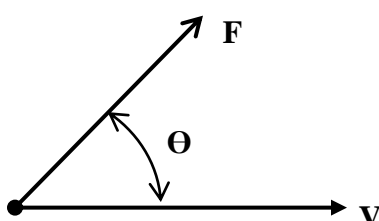
$$dW = F \cdot dS$$

$$\text{Además } dS = V \cdot dT \rightarrow dW = F \cdot V \cdot dT$$

$$\text{La Potencia será: } P = dW/dT = F \cdot V \cdot dT / dT \rightarrow$$

$$P = dW/dT = F \cdot V$$

Siendo F y V vectores.



$$P = F \cdot V = F \cdot V \cdot \cos \Theta$$

F y V = **Vectores**

F y V = Módulo de los vectores

Nota aclaratoria: Factura de luz \rightarrow Imaginemos 422 Kwh x Mes.

$[Kwh] = [\text{Potencia} \cdot \Delta T] = \underline{\text{Energía consumida}}$. No Potencia

5.- ÍMPETU LINEAL (CANTIDAD DE MOVIMIENTO) – CONSERVACION:

Hemos visto en el Teórico 5 de la Guía N° 1 de Dinámica el concepto de ímpetu lineal:

ÍMPETU LINEAL de un cuerpo o partícula es un vector que relaciona la masa del mismo **m** con la velocidad **v** que posee.

En símbolos: $\mathbf{p} = m \cdot \mathbf{v}$ (**p** y **v** son vectores)

Puede considerarse como “*una medida de la dificultad de llevar a un cuerpo o partícula hasta el reposo*”. La masa **m** o la velocidad **v** “*impiden*” o dificultan la detención de un cuerpo o partícula.

Si analizamos la segunda Ley de Newton:

$$\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a} = m \cdot d\mathbf{V}/dT = d/dT (m \cdot \mathbf{V}) = d/dT(\mathbf{p}) \rightarrow$$

$$\mathbf{F} = d\mathbf{p}/dT$$

Enunciado original de la segunda Ley de Newton

Si un Sistema está aislado o sobre una Partícula la fuerza Neta o Resultante que actúa es nula:

$$\mathbf{F} = 0 = d\mathbf{p}/dT \rightarrow \mathbf{p} = \text{Constante. O es nulo } \mathbf{p} = 0.$$

Es decir que el Ímpetu lineal se conserva $\rightarrow \mathbf{p} = \mathbf{p}'$

P = Ímpetu lineal en un instante T.

P' = Ímpetu lineal en un instante posterior T'.

$d\mathbf{p}/dT$ = Variación del ímpetu lineal (dp) con el cambio infinitesimal del Tiempo (dT).

NOTA 1: Al hablar de Sistema nos referimos a dos o más partículas. Un sistema aislado implica o significa que sobre el mismo NO actúan fuerzas externas o la resultante de estas fuerzas es nula.

NOTA 2: En un móvil en trayectoria recta y que se mueve con velocidad constante su aceleración es nula pues no hay cambio o variación de velocidad. El ímpetu lineal es constante. Tampoco varía. Es decir SE CONSERVA.

En el estudio de choque de Partículas, generalmente dos, que estudiaremos en la próxima Guía: “Sistemas de Partículas” utilizaremos el concepto aquí visto: Conservación del Ímpetu Lineal.

6.- TEOREMA IMPULSO – IMPETU:

Hemos visto en el Teórico 5 de la Guía N° 1 de Dinámica los conceptos de **Impulso**, **Ímpetu** y el **Teorema Impulso – Ímpetu** que se repite y valen también ahora.

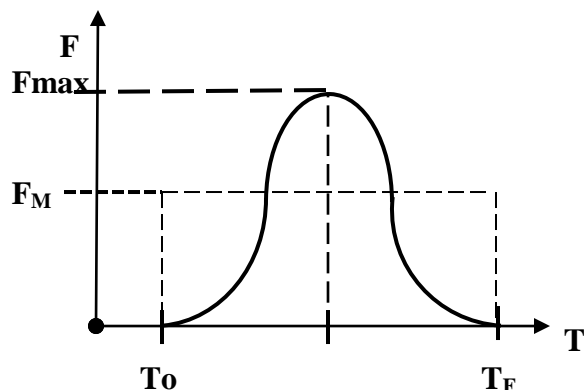
Se enuncio:

$$\mathbf{I} = \Delta \mathbf{p}$$

EL IMPULSO LINEAL I debido a una fuerza (neta o resultante) que actúa sobre un cuerpo o partícula es **IGUAL** a la **VARIACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO $\Delta \mathbf{p}$** que experimenta el cuerpo o partícula.

En este caso la fuerza que actúa se considera **constante** en modulo dirección y sentido. Por lo tanto genera sobre la Partícula un MRUV. En los casos que vamos a estudiar tomaremos como constante la fuerza F que actúa. Y el Impulso será por lo tanto $\mathbf{I} = \mathbf{F} \cdot \Delta \mathbf{T}$.

Por ejemplo **cuando** la fuerza que actúa se debe al **choque** de dos partículas o cuerpos existe un instante inicial de contacto T_0 hasta que alcanza la máxima intensidad y un instante final T_F cuando deja de actuar porque ambos cuerpos se separan.

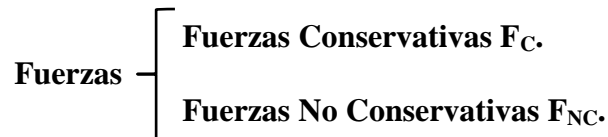


Como vemos en el gráfico (teórico) la fuerza de contacto comienza con valor nulo en el instante de contacto T_0 hasta alcanzar un máximo valor F_{\max} donde el o los cuerpos comienzan a despegarse, como cuando pateamos (impulsamos) una pelota en el fútbol o en un partido de vóley con la mano.

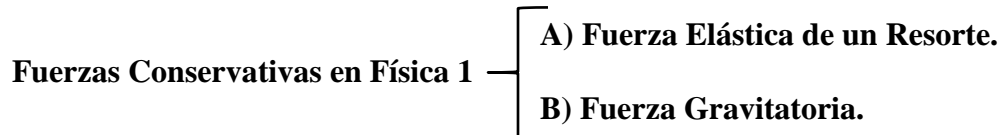
Vamos a trabajar con fuerzas impulsivas de corta duración ($\Delta T \rightarrow 0$) y tomaremos un valor medio F_M constante representativo de estas fuerzas en realidad variables. Y siempre será válido $\mathbf{I} = \mathbf{F} \cdot \Delta \mathbf{T}$.

7.- FUERZAS CONSERVATIVAS:

Primero aclaremos que las fuerzas podemos dividir las en conservativas F_C y NO conservativas F_{NC}



En este curso (Física 1) las únicas fuerzas conservativas son dos:



Existen otras fuerzas conservativas como, por ejemplo, la fuerza Eléctrica que se estudiara en Física 2. En general tendremos en este curso de Física 1 fuerzas conservativas F_C (La Gravitatoria y la fuerza elástica en un resorte) y fuerzas NO conservativas F_{NC} (El resto de las fuerzas)

Daremos tres definiciones de fuerza conservativa en base a las características o condiciones que las identifican:

Una fuerza es Conservativa cuando al actuar sobre una Partícula en un ciclo o recorrido completo, no realiza trabajo.
Es decir, es nulo el trabajo total cuando la trayectoria es cerrada y vuelve a su posición inicial

Dicho de otra manera:

El trabajo de una fuerza Conservativa es independiente de la forma en que la Partícula se mueve de un punto a otro.
Es decir, es independiente de la trayectoria. Solo depende de la posición inicial y final.

Veremos y confirmaremos en los puntos 7. 1) y 7. 2) lo antedicho sobre fuerzas conservativas: “El trabajo realizado por una fuerza conservativa sobre una partícula NO depende de la trayectoria sino de los puntos extremos”.

Podemos usar esta propiedad para definir la función **Energía Potencial U** asociada a toda fuerza conservativa y tendremos una tercera forma de definirla (muy útil):

Una fuerza es Conservativa cuando al actuar sobre una Partícula el trabajo realizado por la misma puede expresarse como la variación (disminución) de una función Energía Potencial (U). Es decir, una energía que depende de las posiciones u orden inicial y final

$$W_{FC} = - \Delta U = - (U_F - U_i)$$

U_F = Función Energía Potencial final.

$U_O = U_i$ = Función Energía Potencial Inicial.

Podemos también expresarlo $\rightarrow \Delta U = - W_{FC}$

7. 1) FUERZA ELASTICA DE UN RESORTE:

Hemos visto en el Punto 2 de esta Guía, Trabajo de una fuerza No constante, como Ejemplo de aplicación el trabajo de la fuerza de un resorte. Obtuvimos en la hoja 4 de 11 la formula General cuya expresión del trabajo W_K es:

$$W_K = 1/2. K. [X^2_0 - X^2_F]$$

O podemos escribirla:

$$W_K = - [1/2. K. X^2_0 - 1/2. K. X^2_F] = - [U_{KF} - U_{K0}]$$

Donde llamamos:

U_{KF} = Energía Potencial Elástica Final

U_{K0} = Energía Potencial Elástica Inicial

Finalmente:

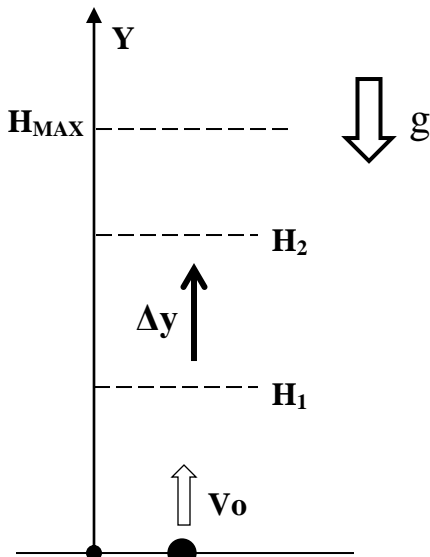
$$W_K = - \Delta U_K$$

Si analizamos las expresiones anteriores se observa:

- $W_K = 0$. En un Ciclo o trayectoria cerrada pues $\mathbf{X}_0 = \mathbf{X}_F$. Vuelve a su posición inicial.
- Se cumple que W_K es independiente de la trayectoria (Forma) pues solo depende de las posiciones.
- Vemos que W_K puede expresarse como la variación de una Energía Potencial (cambiada de signo).

7. 2) FUERZA GRAVITATORIA:

Si disparamos una partícula de masa M hacia arriba, con dirección vertical y velocidad inicial V_0 , es decir un tiro vertical, podemos demostrar (deducir) que el trabajo de la fuerza gravitacional ("Peso") entre dos posiciones de diferente altura H (H_1 y H_2) es:



$$W_P = - M \cdot g \cdot [H_2 - H_1]$$

Recordar que de acuerdo al sistema de referencia eje Y:

$$\Delta y > 0 \text{ (desplazamiento positivo)}$$

$$P = M \cdot g < 0 \text{ (sentido negativo)}$$

Al tener el desplazamiento Δy y la fuerza Peso P sentidos contrarios, eso nos da un trabajo Negativo.

El intervalo va de H_1 a H_2 . La velocidad de V_1 a V_2 .

Podemos escribir el trabajo de esta fuerza:

$$W_P = - [M \cdot g \cdot H_2 - M \cdot g \cdot H_1]$$

$$W_P = - [U_{G2} - U_{G1}]$$

$$W_P = - \Delta U_G$$

Donde $U_G = M \cdot g \cdot H$ = Energía Potencial Gravitatoria

Vemos que podemos expresar el trabajo de la fuerza Peso W_P en función de una variación de una Energía Potencial cambiada de signo ($-\Delta U$). Una de las formas para identificar o definir una fuerza conservativa.

Si se analiza un poco más vemos que para un ciclo cerrado, **volver a la posición inicial**, el trabajo es nulo, es decir:

$$\text{Si: } H_2 = H_1 \rightarrow \text{El trabajo } W_P = 0$$

Si no es un tiro vertical y la trayectoria es curva, también se demuestra que el trabajo de la fuerza Peso desde una posición inicial de ordenada o altura H_0 a otra final H_F es independiente del camino o trayectoria. Se cumplen las condiciones de las fuerzas conservativas.

Por lo tanto podemos expresar que siempre, para la fuerza gravitacional:

$$W_P = - [M \cdot g \cdot H_F - M \cdot g \cdot H_0] = - [U_{GF} - U_{G0}]$$

Donde llamamos:

U_{GF} = Energía Potencial Gravitatoria Final

U_{G0} = Energía Potencial Gravitatoria Inicial

Finalmente:

$$W_P = - \Delta U_G$$

NOTA 1: Para más detalles o profundidad del Tema se pueden ver el capítulo 8. Volumen 1 del Libro Física de "Resnick - Halliday - Krane".

O también: capítulo 6. Tomo 1 del Libro Física de "Tipler".

O también: capítulo 7. Volumen 1 del Libro Física Universitaria de "Young - Freedman".

NOTA 2: No olvidar que se cumple el Teorema trabajo energía. Si en un Tiro vertical solo actúa la fuerza gravitacional Peso el trabajo desde la posición de disparo ($Y_0 = H_0 = 0$ y $V_0 =$ positiva, no nula) hasta una posición tomada como final $V \neq 0$ e $Y = H$ es:

$$W_P = 1/2 M (V^2 - V_0^2) = - M \cdot g \cdot H$$

El trabajo obtenido no se ve afectado por ningún movimiento horizontal que pueda darse. Solo depende de la diferencia de altura entre dos puntos o posiciones.

Si se trata de un tiro oblicuo también se cumple. Tener en cuenta que la velocidad no tiene una única dirección vertical, sino dos componentes en la dirección de los Ejes X e Y en todo el recorrido, salvo en la posición de máxima altura. Pero la energía Potencial y su cambio solo dependen de la altura H .

8.- ENERGIA POTENCIAL:

Hemos visto para este curso en base a los temas a desarrollar, la existencia de dos fuerzas conservativas. Al serlo puede asociarse a las mismas una energía Potencial.

Recordemos entonces:

a) Para la Fuerza elástica de restitución en un **Resorte** \rightarrow

$$W_K = - \Delta U_K$$

Siendo:

W_K = Trabajo de la fuerza elástica de un Resorte.

U_K = Energía Potencial Elástica \rightarrow

$$U_K = 1/2 \cdot K \cdot X^2$$

b) Para la Fuerza gravitatoria \rightarrow

$$W_P = - \Delta U_G$$

Siendo:

W_P = Trabajo de la fuerza Peso.

U_G = Energía Potencial Gravitatoria \rightarrow

$$U_G = M \cdot g \cdot H$$

9.- TEOREMA GENERALIZADO TRABAJO – ENERGIA. (Ley de Conservación)

Si sobre un Sistema o sobre una Partícula actúan fuerzas conservativas y no conservativas el trabajo de TODAS las fuerzas actuantes W será de acuerdo a lo visto en el Teórico 3:

$$W = W_{FC} + W_{FNC} = \Delta E_C \quad (\text{por el Teorema Trabajo – Energía: } W = \Delta E_C)$$

Pero $W_{FC} = -(\Delta U_K + \Delta U_G) = -\Delta U$ Donde $U = U_K + U_G$

Reemplazando:

$$-(\Delta U_K + \Delta U_G) + W_{FNC} = \Delta E_C \rightarrow$$

$$W_{FNC} = \Delta E_C + \Delta U_K + \Delta U_G = \Delta E$$

Teorema Generalizado del Trabajo-Energía

En donde:

$$E_C + U_K + U_G = E = \text{Energía Mecánica total del sistema.}$$

El trabajo realizado por fuerzas no conservativas W_{FNC} que actúan sobre una partícula es igual a la variación de energía mecánica total ΔE del sistema

Recordemos $\rightarrow E_C = 1/2 \cdot M \cdot V^2 = \text{Energía Cinética}$

$$U_K = 1/2 \cdot K \cdot X^2 = \text{Energía Potencial Elástica}$$

$$U_G = M \cdot g \cdot H = \text{Energía Potencial Gravitatoria}$$

Si: $W_{FNC} < 0 \rightarrow E_C + U_K + U_G \neq \text{Constante} \rightarrow$ Disminuye. Podría ser el caso en que solo actúen fuerzas de rozamiento.

Si: $W_{FNC} > 0 \rightarrow E_C + U_K + U_G \neq \text{Constante} \rightarrow$ Aumenta. Podría ser el caso en que solo actúen fuerzas de contacto.

Finalmente si: $W_{FNC} = 0 \rightarrow \Delta E = 0 \rightarrow E = \text{Constante} \rightarrow$ No aumenta ni disminuye la energía Mecánica E durante el movimiento de la partícula.

Esto se conoce como la “Ley de conservación”.

Solo actúan fuerzas conservativas: