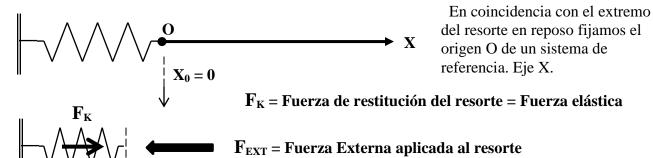
## Guía de Estudio Nº 2

#### 1.- FUERZA EN UN RESORTE:

Se trata de una fuerza NO CONSTANTE que depende de la posición. Se denomina también **fuerza elástica** en un resorte.

Trabajaremos o analizaremos resortes IDEALES. Es decir, su masa es despreciable y sus propiedades elásticas invariables (constantes)



Al aplicar una fuerza externa (de compresión) al resorte este se comprime pero "reacciona" y genera una fuerza llamada elástica o fuerza del resorte que tiende a llevar al mismo a la posición natural de reposo.

Es decir, el extremo comprimido del resorte tiende a volver a la posición O donde fijamos el origen O del sistema de Referencia (Eje X).

La posición extrema del resorte que inicialmente tenia coordenada nula  $X_0=0$  pasa a ocupar una posición negativa:  $X_1<0$ 

El mismo análisis puede hacerse para el caso de tracción o estiramiento del resorte. Y la posición final del extremo del resorte será positiva  $(X_1 > 0)$ .

Pero si analizamos, en ambos casos la fuerza elástica del resorte (de restitución) se opone a la fuerza externa  $F_{EXT}$  de Compresión o Tracción.

La mayor parte de las fuerzas que observamos sobre los objetos macroscópicos son <u>fuerzas de</u> <u>contacto</u> ejercidas por <u>resortes</u>, <u>cuerdas</u> y <u>superficies</u> en contacto directo con el objeto.

<u>Mediante experiencias</u>, midiendo la aceleración del resorte al ejercer una fuerza sobre el mismo, se llega a:

$$\mathbf{F}_{\mathrm{EXT}} = + \ \mathbf{K} \cdot \Delta \mathbf{X}$$
 Siendo:  $\Delta \mathbf{X} = \mathbf{X} \cdot \mathbf{X} \mathbf{o}$   $\Delta \mathbf{X} < 0 \ \mathrm{pues} \ \mathbf{X}_1 < 0 \ \mathbf{y} \ \mathbf{X} \mathbf{o} = \mathbf{0}$ 

La fuerza externa, en este caso, es negativa. Y coincide con nuestro sistema de referencia. Está dirigida hacia la izquierda y el Eje de referencia X indica Positivo hacia la derecha.

La fuerza elástica es positiva. Opuesta siempre a la fuerza externa que "saca" al resorte de su posición natural de equilibrio al querer comprimir (o alargar) al mismo.

Llamamos  $\Delta X$  al desplazamiento del extremo del resorte. Deformación del mismo. Compresión o alargamiento. La aceleración adquirida por el resorte (al soltarlo) y por ende la fuerza ejercida por el mismo es contraria al desplazamiento del resorte. Podemos plantear entonces:

$$\mathbf{F}_{\mathbf{K}} = -\mathbf{K} \cdot \Delta \mathbf{X}$$
 [N] Esta expresión se conoce como "Ley de Hooke"

Donde K = Constante del Resorte. Depende del tipo o características del resorte. Es decir del material del mismo, su forma y sus dimensiones.

<u>Nota:</u> Si tomamos una cuerda flexible, al tirar de ella se deforma ligeramente y ofrecerá una fuerza igual pero de sentido contrario (a menos que la soga se rompa).

Podemos imaginar que la cuerda se comporta como un resorte que posee una constante K tan grande que su alargamiento es despreciable.

$$\mathbf{F}_{soga} = \mathbf{K} \cdot \Delta \mathbf{X} \quad \mathbf{con} \quad \mathbf{K} \to \infty$$
$$\Delta \mathbf{X} \to \mathbf{0}$$

La soga es flexible, no podemos comprimirla, si estirarla (tracción).

### 2.- FUERZA DE ROZAMIENTO SOLIDO:

Es la fuerza de rozamiento ente cuerpos sólidos.

Generada por contacto entre ellos.

Se debe a las fuerzas intermoleculares, es decir, a los enlaces de las moléculas por ejemplo, del cuerpo y del piso sobre el que desliza un cuerpo. Actúa en dirección opuesta a la fuerza aplicada F para mover un cuerpo sobre un piso.

El estudio detallado y más profundo se realiza en base a la estructura atómica y por supuesto no lo veremos en esta materia.

Estudiaremos sobre una base **macroscópica** y <u>no microscópica</u>.

Si lanzamos un bloque de masa M sobre un piso con una velocidad inicial Vo luego de un intervalo de tiempo  $\Delta T$  se detiene. Llega al estado de "reposo". Su velocidad final es nula V=0

Esto implica que mientras se está moviendo actúa sobre el mismo una aceleración contraria al desplazamiento o velocidad del cuerpo. Esta desacelerado. Y si se manifiesta una aceleración (positiva o negativa) de acuerdo a la Segunda Ley de Newton es por qué actúa una fuerza que en este caso detiene al cuerpo.

Podemos decir que el piso ejerce una fuerza de fricción sobre el bloque cuyo valor promedio es:

$$\mathbf{F} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{a}$$
. ( $\mathbf{F} \cdot \mathbf{y} \cdot \mathbf{a} \cdot \mathbf{s}$  son Vectores)

Aceptamos que la fricción surge de una interacción entre ambos cuerpos sólidos.

Los dos cuerpos ejercen una fuerza de fricción o por rozamiento sobre el otro. Recordar la tercera Ley de Newton o Principio de Acción y Reacción.

La fuerza de fricción o rozamiento en cada cuerpo es de sentido opuesto a su movimiento relativo al otro cuerpo.

Cabe aclarar que aunque no exista movimiento relativo, pueden existir fuerzas de rozamiento entre superficies (rozamiento estático)

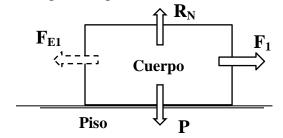
Vamos a considerar en esta primer parte del estudio del rozamiento el deslizamiento de una superficie seca (No lubricada) sobre otra. No veremos por ahora el rozamiento en la rotación (Eso será desarrollado en el análisis del movimiento del Cuerpo Rígido).

Las leyes o formulas a usar en esta materia son de carácter empírico y aproximadas. Sin embargo sirven de base para luego ser ampliadas y utilizadas para situaciones más cercanas a la realidad.

#### 2a) Fuerza de Rozamiento Estático $\mathbf{F}_{rE}$

Consideremos un bloque en reposo sobre una superficie no lubricada como anteriormente dijimos. Ejercemos una fuerza horizontal  $F_1$  (acción) sobre el bloque o cuerpo, pero el mismo no se mueve. Decimos que la fuerza aplicada esta equilibrada por una fuerza de fricción opuesta, ejercida sobre el cuerpo por el piso, que actúa en toda la superficie de contacto. Dicho de otra manera, nos indica que el rozamiento con el piso debe generar una fuerza de igual modulo, dirección pero de sentido opuesto (reacción).

Esta fuerza de reacción será la fuerza de rozamiento estratico (no hay movimiento) que actúa sobre el cuerpo o bloque.



 $\mathbf{F}_{\mathbf{E}\mathbf{1}}$  = fuerza de rozamiento estático

Aumentamos la fuerza aplicada a otro valor  $\mathbf{F_2}$  y vemos que el cuerpo sigue sin moverse. Ello se debe a que esta nueva fuerza es equilibrada por una nueva fuerza de rozamiento estático  $\mathbf{F_{E2}}$ . De igual modulo y dirección pero de sentido contrario

Es decir que al aumentar en magnitud la fuerza aplicada F aumenta la fuerza de rozamiento o fuerzas de contacto por fricción ejercidas por el piso. Hasta que para un determinado valor el cuerpo comienza a deslizar.

En el análisis microscópico de este proceso se dice que se "rompen" las soldaduras en frio o adhesión superficial entre las superficies debidas a las fuerzas intermoleculares (ver página 120 – Física – Resnick/halliday/Krane)

Al <u>valor Máximo</u> de la fuerza de Rozamiento, es decir, el valor que existe inmediatamente antes de producirse el <u>deslizamiento</u> la denominamos **fuerza de rozamiento estático**  $\mathbf{F}_{RE}$ 

Esta fuerza Máxima de fricción estática entre cualquier par de superficies no lubricadas responde a dos leyes empíricas;

- 1) Es aproximadamente independiente del área o superficie de contacto dentro de ciertos límites
- 2) Es proporcional a la Reacción normal a las superficies de contacto.

Fueron descubiertas experimentalmente por Leonardo da Vinci (1542 – 1519).

Las expresiones matemáticas y el concepto del coeficiente de rozamiento que veremos a continuación fueron desarrollados por Charles Coulomb (1736 – 1806).

Se puede plantear entonces:

$$\boxed{F_{RE} = \mu_E . \; R_N}$$

 $\mu_E$  = Coeficiente de rozamiento Estático.

 $\mathbf{R_N}$  = Reacción Normal.

No olvidar que este es el Máximo valor de fuerza de Rozamiento estático (sin movimiento).

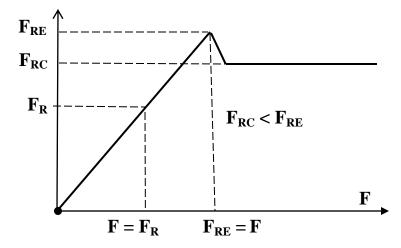
# 2b) Fuerza de Rozamiento Dinámico o Cinemático $F_{rC}$

Llegado a este instante el Bloque se "desprende" de la superficie y se acelera pues pasa del estado de reposo a una determinada velocidad. Y como sabemos, todo cambio de velocidad implica una aceleración.

Al "romper" el equilibrio o reposo del cuerpo, es posible mantener al bloque en movimiento con o sin aceleración. (MRU o MRUV).

Esto se puede observar empíricamente y medir la fuerza de rozamiento **estático** Máxima  $\mathbf{F}_{RE}$  y la fuerza de rozamiento **dinámico o cinemático**  $\mathbf{F}_{RC}$  (en movimiento) la cual puede considerarse constante dentro de cierto rango de velocidades y condiciones como limpieza de superficies, temperatura y humedad

"Aproximadamente" se obtiene experimentalmente una curva de la siguiente forma



Este Grafico es muy aproximado pero el objetivo principal es remarcar que cuando estamos tratando de mover un cuerpo pesado (donde más se nota el rozamiento) nos cuesta. Y ocurre lo siguiente:

a) Al comienzo y hasta cierta situación la fuerza acción  ${\bf F}$  que ejercemos sobre el cuerpo es igual a la reacción o fuerza de rozamiento estático  ${\bf F}_{\bf R}$  que el piso ejerce sobre el bloque. Y entones este NO se mueve

- b) Llegado a un valor de fuerza aplicada ( $F_{RE}$ ) el equilibrio desaparece y el cuerpo comienza a moverse. Se acelera por que pasa del reposo a una cierta velocidad.
- c) Una vez en movimiento actúa una fuerza de **Rozamiento cinemático** que es menor a la anterior y dentro de ciertas condiciones **constante**

Esta fuerza de rozamiento cinético entre superficies secas no lubricadas cumple las mismas leyes 1) y 2) que la de rozamiento estático. Es también dentro de ciertos límites independiente de la velocidad del cuerpo con respecto a la superficie sobre la cual se traslada.

Podemos entonces plantear

$$\mathbf{F_{RC}} = \mu_{C} \cdot \mathbf{R_N}$$

 $\mu_C$  = Coeficiente de rozamiento Cinemático.

 $\mathbf{R_N}$  = Reacción Normal.

## 2c) Coeficientes de Rozamiento Estático y Cinemático ( $\mu_E$ y $\mu_C$ )

Ambos coeficientes son constantes sin dimensiones siendo cada uno el cociente de las magnitudes de dos fuerzas.

Por lo general para todo par de superficies en contacto se cumple:

$$\mu_{\rm C} < \mu_{\rm E} \qquad \rightarrow \qquad F_{\rm RC} < F_{\rm RE}$$

Los valores reales de los coeficientes de Rozamiento dependen de las propiedades características de las superficies en contacto. En la mayoría de los casos podemos considerarlas como constantes (para un par dado de superficies) dentro del rango de fuerzas y velocidades que encontramos comúnmente.

Ambos coeficientes pueden exceder la unidad aunque generalmente son menores de 1.

## **UTN – Profesor CIVETTA Néstor -**

**DINAMICA 2** 

4 de 9.

Por ejemplo Para acero sobre acero $\mu_{\rm C}$	= $0.6$ y $\mu_{\rm E} = 0.7$ .
Para cobre sobre hierro fundido $\mu_{ m C}$	$\mu = 0.3$ y $\mu_{\rm E} = 1.1$ .
Para teflón sobre acero $\mu_{ m C}$ :	$= 0.04 \text{ y } \mu_{\rm E} = 0.04.$
Para caucho sobre hormigón (seco) $\mu_{ m C}$	$\mu_{\rm E} = 0.8 \ {\rm y} \ \mu_{\rm E} = 1.0.$
Para caucho sobre hormigón (húmedo) <b>µ</b> <sub>C</sub>	$\mu_{\rm E} = 0.25 \text{ y } \mu_{\rm E} = 0.30.$

Los valores dados en las tablas son aproximados. Los reales valores para cualquier par de superficies dependen como ya se ha dicho, además de la naturaleza de los materiales en contacto, de condiciones tales como el acabado de las superficies, la limpieza de las mismas, la temperatura y la humedad

#### NOTA:

El tema rozamiento es mucho más complejo. Este es un primer modelo que sirve de base para seguir avanzando en estos estudios. Como comentario final si analizamos microscópicamente el rozamiento entre dos cuerpos haríamos entre otros el siguiente análisis:

Cuando un cuerpo es arrastrado por encima de otro, la resistencia por fricción se asocia con la rotura de los miles de pequeñísimas soldaduras en frio que se generan en los puntos de contactos debido al fenómeno llamado "adhesión superficial". Este fenómeno se estudia teniendo en cuenta las fuerzas intermoleculares que se ejercen entre las superficies en contacto.

Los experimentos han demostrado que en el proceso de rotura, pequeños fragmentos de una superficie pueden ser cortados y adherirse a la otra superficie. Si la velocidad relativa de las dos superficies es suficientemente grande, puede haber fusión local en ciertas áreas de contacto aun cuando la superficie, como un total, pueda sentirse solo moderadamente tibia. El fenómeno de "pegarse y resbalar" es el causante de los ruidos que hacen las superficies secas cuando se deslizan una contra otra como, por ejemplo, el chirrido de la tiza contra el pizarrón.

## 3.- FUERZA GRAVITATORIA

# 3a) <u>INTRODUCCIÓN A LA LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL – ANTECEDENTES.</u>

Desde la antigua Grecia dos problemas constituían el centro de búsqueda del conocimiento:

- a) La tendencia de objetos tales como las piedras a regresar a la Tierra al dejarlos caer.
- b) Los movimientos de los planetas dentro de los cuales incluían al Sol y la Luna.

Los primeros intentos serios para explicar la cinemática del sistema solar fueron llevados a cabo por los antiguos griegos. Existe una gran diversidad de teorías y esquemas.

Se puede citar a **Aristarco de Samos** (siglo III ac) quien afirmó que además del movimiento de rotación de la Tierra (utilizado un siglo antes por **Heraclides** para explicar la sucesión de los días y las noches) existe un movimiento de rotación alrededor del Sol. ¡Todo un Copérnico de la antigüedad!.

Podemos decir que previo al sistema heliocéntrico, existieron <u>dos sistemas geocéntricos</u> muy importantes.

<u>El primero</u> atribuido a **Eudoxus**, fue mejorado por otro astrónomo griego llamado **Callippus** y recibió los toques finales de manos de <u>Aristóteles</u> (384 a 322 ac). Es el sistema conocido como de las "esferas concéntricas". En él se considera a la tierra inmóvil y ubicada en el centro de un Universo finito y esférico; cada planeta, el Sol y la Luna fijos en los ecuadores de distintas esferas que giran alrededor de sus ejes. Mientras cada esfera gira, los extremos del eje de rotación están fijos a otra esfera que también rota, pero con distinto periodo y alrededor de un eje cuya orientación difiere de la correspondiente al eje de la esfera interior. Las estrellas eran arrastradas por otra esfera para poder realizar su revolución diaria. Más allá del último caparazón, la que contiene a las estrellas, no hay nada, ni espacio, ni materia.

Algunos planetas podían tener varias esferas, cada una incluida dentro de la siguiente, resultando de esa combinación una gran variedad de movimientos. Para asegurar el correcto funcionamiento de su universo, Aristóteles debió emplear 56 esferas.

Producida la decadencia de Grecia, la ciencia quedo en manos de los astrónomos islámicos. Algunos de ellos perfeccionaron el sistema de Euduxus y Aristóteles e introdujeron muchas otras esferas que se concebían como hechas de cristal, por lo cual el sistema recibió la denominación de "esferas cristalinas"

Nota: Aristóteles trabajó con Filipo rey de Macedonia y padre de Alejandro Magno de quien fue instructor de ciencias. Sostenía, erróneamente, que para que un objeto se mueva es necesario aplicarle continuamente una fuerza. Se apoyaba en el hecho de que al lanzar un objeto sobre una superficie horizontal, se detiene luego de deslizarse una cierta distancia.

<u>El segundo</u> expuesto en el famoso libro "Almagesto" (muy grande), su autor <u>Ptolomeo</u> Claudio (100 – 170 dc) astrónomo y matemático greco – egipcio desarrolla un esquema con la Tierra ubicada en el centro de un Universo alrededor del cual giraban los planetas incluidos el Sol y la Luna en pequeños

Círculos (epiciclos) y cuyos centros viajaban a lo largo de grandes círculos (deferentes). También utilizaba otros "recursos" tales como el ecuante (punto interior a una circunferencia y que no coincide con su centro) para explicar la distinta velocidad de los planetas sobre la trayectoria circular pero con el mismo ángulo central (medido con centro en el ecuante) y tiempo empleado en recorrer distintos tramos de la circunferencia. Se basaba en cierta medida en conceptos introducidos por el geómetra **Apolonio de Perga** y el astrónomo **Hiparco de Nicea.** 

<u>Nota 1:</u> Ptolomeo descendía de la dinastía de los Tolomeo (Tolomeo XII y XIII hermanos de Cleopatra con la que se casaron. Tolomeo XIII fue envenenado por Cleopatra). El último Tolomeo (XIV) murió el año 30 ac. Lo mato Octavio Augusto primer emperador de Roma luego de la Republica.

Nota 2: Según se dice, Alfonso X, soberano de León y de Castilla, llamado Alfonso el Sabio, quien en el siglo XIII auspicio la preparación de una famosa serie de tablas astronómicas, no podía creer que el sistema del universo fuese tan intrincado. Al aprender el sistema tolemaico, exclamo, según la leyenda: "Si el Todopoderoso me hubiera consultado antes de embarcarse en la tarea de la creación, le habría recomendado algo más sencillo".

Posteriormente se instaura el <u>sistema heliocéntrico</u> a partir de la obra "De revolutionibus orbium caelestim" (Sobre las revoluciones de los cuerpos celestes) publicada en **1543**, cuyo autor **Copérnico** (1473 – 1543) astrónomo polaco, propone un esquema, alrededor de cuyo centro (el Sol) (Ver <u>Nota</u>) describían trayectorias circulares los planetas. Todavía se buscaban los movimientos "puros" o "divinos" como el circular. Pero las observaciones no concordaban totalmente con el sistema. Para hacerlo más exacto, Copérnico se vio en la obligación de introducir una serie de recursos que recuerdan a los empleados en el sistema tolemaico, por ello tuvo que usar también los epiciclos y otros esquemas auxiliares del movimiento.

Puede decirse que la *revolución científica* reconoce el año 1543 como fecha de iniciación.

**Nota**: Era evidente para Copérnico, por ejemplo, que la Tierra no puede moverse de manera uniforme siguiendo una circunferencia con centro en el Sol. En consecuencia, desplazo al mismo del centro de la órbita terrestre. En su sistema, el centro del sistema solar y del universo no era el Sol, sino un "sol medio". Por ello es preferible calificar el sistema copernicano de **heliostatico**. Copérnico se opuso firmemente al sistema del ecuante introducido por Ptolomeo; para él era necesario, como lo había sido para los astrónomos griegos, que los planetas se desplazasen con movimiento uniforme, en orbitas circulares.

**Tycho de Brahe** (1546 – 1601) astrónomo danés fue un gran observador. Aumento considerablemente la precisión en las mediciones astronómicas. Con sus observaciones **Kepler** (1571 – 1630) astrónomo alemán, encontró importantes irregularidades en el movimiento de los planetas, lo cual lo condujo a desarrollar 3 leyes que rigen el movimiento de los mismos.

Antes de 1609 el sistema copernicano parecía a los hombres una mera especulación matemática, una proposición planteada para "salvar las apariencias".

<u>En 1609</u>" el hombre comenzó a usar el <u>telescopio</u> para el estudio sistemático del cielo. Sus revelaciones demostraron que Tolomeo había cometido errores específicos e importantes, que el sistema copernicano parecía concordar con las nuevas observaciones y que la Luna y los Planetas eran, en realidad, muy parecidos a la Tierra en una gran diversidad de aspectos y eran a todas luces distintos de las estrellas.

<u>Después de 1609</u> toda discusión sobre los méritos respectivos de los dos grandes sistemas del mundo estaba (por fuerza) obligada a referirse a los fenómenos que escapaban al saber e incluso a la imaginación de Tolomeo o de Copérnico. La comprobación de que el sistema heliocéntrico tenía una posible base en la realidad, acicateo la búsqueda de una física aplicable con igual exactitud a una Tierra en movimiento y a toda le extensión del Universo.

El hombre de ciencia a quien se debe fundamentalmente la <u>introducción del telescopio</u> como instrumento científico y que <u>estableció los fundamentos de la nueva física</u> fue <u>Galileo</u> (1564 – 1642) astrónomo, físico y matemático italiano.

Mediante el uso del telescopio Galileo realizo innumerables descubrimientos que permitieron rebatir objeciones que aun existían contra el sistema copernicano.

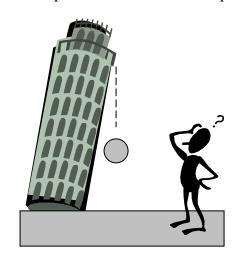
En su obra "Sistemas del Mundo" escribe "Probaremos que la Tierra es un cuerpo viajero cuyo esplendor sobrepasa al de la Luna y no el sumidero de todos los rezagos del universo, apoyaremos esta prueba con infinitos argumentos extraídos de la naturaleza". Aquí Galileo introduce un descubrimiento sorprendente: el resplandor terrestre, es decir, la reflexión solar sobre la superficie terrestre. Recordemos que antes de1609 era todavía incierto si los planetas brillaban debido a una luz propia, como el Sol y las estrellas, o solo reflejaban la luz, como la Luna. La publicación de la obra antes mencionada sufrió muchos años de demora y cuando por fin se publicó, le costó su proceso ante la Inquisición romana.

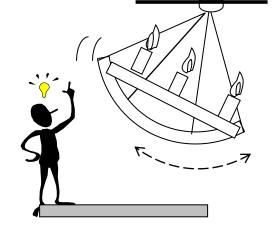
Otro de los tantos descubrimientos de Galileo fueron los primeros satélites (cuatro, que llamo "estrellas Mediceas") girando alrededor de Júpiter y todos juntos describiendo una gran revolución

alrededor del Sol en un lapso de 12 años. Con esto se rebatía una de las principales objeciones contra el sistema copernicano. Galileo no podía a esta altura de sus conocimientos, explicar por qué Júpiter describe su órbita sin perder sus cuatro acompañantes, tal como nunca pudo hacerlo con la Luna y la Tierra. Sin embargo, conociese o no la razón, era perfectamente evidente que, en todos los sistemas del mundo concebidos hasta entonces, se consideraba a Júpiter moviéndose en su órbita y si podía hacerlo y no perder sus cuatro lunas, ¿por qué no podía moverse la Tierra sin perder una sola luna? Además, si Júpiter tiene cuatro lunas, difícilmente puede la Tierra, con su único satélite, ser un objeto singular en el cielo.

Sería imposible describir aquí los importantísimos aportes de Galileo al desarrollo de las nuevas ideas que fueran posterior y magistralmente plasmadas por Newton.

Voy a comentar finalmente que Galileo puso en evidencia mediante sus observaciones y mediciones la existencia de una magnitud que era invariable (la aceleración gravitatoria). La historia de la ciencia se refiere entre otros hechos a la torre de Pisa, el plano inclinado con el reloj de agua o clepsidra y/o la catedral de Pisa donde Galileo observo que las "lámparas" en su oscilación tardaban prácticamente lo mismo para realizar un ciclo completo (oscilación) en el comienzo de su movimiento y posteriormente.



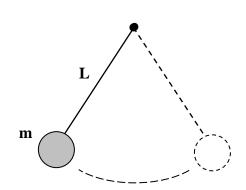


Lámpara

Galileo en la torre de Pisa.

Galileo en la catedral de Pisa.

La biografía sobre Galileo, escrita por Viviani ha sido motivo de desdén por parte de muchos historiadores del siglo XX en razón de que contiene inexactitudes, por caso, la hoy llamada "lámpara de Galileo" existente en la catedral de Pisa fue instalada en 1587 pese a lo cual Viviani afirma que años antes su maestro había descubierto en sus oscilaciones la **ley del péndulo**. Más ello no basta para invalidar cuanto Viviani haya escrito en su libro; "como si no hubiese habido otras lámparas (de catedrales) antes de esa" señalan otros autores.



#### Ley del péndulo matemático:

 $T = 2 . \pi . (L/g)^{1/2}$ 

Longitud del péndulo: L (medida al centro de la esfera). Periodo del péndulo: T (tiempo utilizado en realizar un ciclo u oscilación completa)

**m** = esfera de dimensiones despreciables

g = aceleración gravitatoria en el lugar de la experiencia

<u>Newton</u> (1642 – 1727), científico inglés, introdujo la noción de fuerza que estimo actuaba entre cada planeta y el Sol y también entre la Tierra y la Luna.

**NOTA:** La publicación de los *Principia* de Isaac Newton en 1687 constituye uno de los acontecimientos más notables en toda la historia de la física. En esa obra se encuentra la culminación de milenios de esfuerzos para comprender el sistema del mundo, los principios de fuerza y movimiento y la física de los cuerpos que se mueven en distintos medios. Es un testimonio de la vitalidad del genio científico de Newton ya que si bien la física de los *Principia* ha sido alterada, mejorada y objetada, todavía encaramos la resolución de la mayoría de los problemas de mecánica celeste y la física de los cuerpos macroscópicos, tal como lo hizo Newton hace unos 300 años. Y por si eso no bastara para satisfacer los cánones de genialidad, Newton fue igualmente grande como matemático puro. Invento el cálculo diferencial e integral (descubierto simultanea e independientemente por el filósofo alemán Leibniz) que constituye el lenguaje de la física; desarrolló el teorema del binomio y diversas propiedades de las series finitas, etc. En óptica

comenzó el estudio experimental del análisis y composición de la luz demostrando que la luz blanca es una mezcla de muchos colores, cada uno con un índice de refracción característico. De estas investigaciones han surgido la ciencia de la espectroscopia y los métodos de análisis del color. Construyo un telescopio de reflexión y con ello mostró a los astrónomos como trascender las limitaciones de los telescopios sobre la base de lentes. La suya constituye en conjunto una fantástica realización científica, de una categoría nunca igualada.

("El nacimiento de una nueva física" – Bernard Cohen – Eudeba).

### 3b) <u>LEYES DE KEPLER:</u>

Utilizando los datos de **Brahe**, Johanes **Kepler**, después de muchos tanteos, descubrió que las trayectorias reales de los planetas alrededor del Sol eran elipses. También demostró que los planetas no se movían con velocidad constante, sino más rápidamente cuando estaban más cerca del Sol que cuando estaban más lejos. Finalmente, desarrollo una relación matemática precisa entre el periodo de un planeta y su distancia media al Sol. Kepler estableció sus resultados en tres leyes empíricas del movimiento planetario. Finalmente estas leyes proporcionaron la base del descubrimiento de la ley de gravedad de Newton.

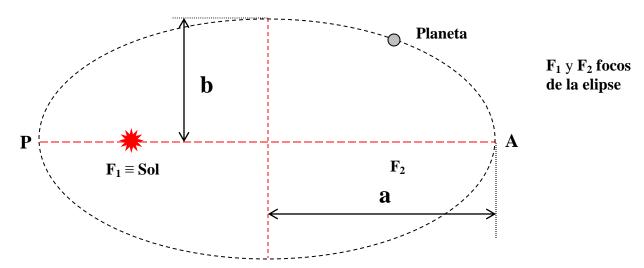
Las leyes de Kepler, publicadas en su obra "Astronomía nova" (1609) son:

<u>Ley 1.</u> Todos los planetas se mueven en orbitas elípticas con el Sol situado en un foco.

<u>Ley 2.</u> La recta que une cualquier planeta con el Sol barre áreas iguales en tiempos iguales.

<u>Ley 3.</u> El cuadrado del periodo de cualquier planeta es proporcional al cubo de la distancia media del Planeta al Sol.

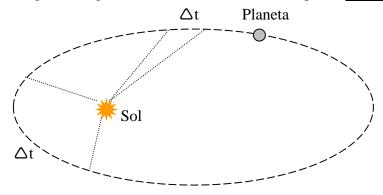
El esquema correspondiente a la 1º ley o ley de las orbitas seria:



La distancia  $\mathbf{a}$  es el semieje mayor y  $\mathbf{b}$  el semieje menor. Uno de los focos  $\mathbf{F_1}$  es ocupado por el Sol. Si los focos se aproximan, la elipse comienza a parecerse a un círculo. Realmente un círculo es un caso especial de una elipse en la que coinciden los focos. El punto  $\mathbf{P}$ , en el cual el planeta se encuentra más próximo al Sol se llama **perihelio**, mientras que el punto  $\mathbf{A}$ , la posición más alejada, se llama **afelio**.

La orbita de la Tierra es casi circular, siendo la distancia al Sol en el perihelio de 147,2 millones de kilómetros y en el afelio de 152,1 millones de kilómetros. El <u>semieje mayor</u> (a), que es la semisuma de estas distancias, vale 149,6 millones de kilómetros para la órbita de la Tierra. Este valor es, por tanto, la distancia media de la Tierra al Sol durante su órbita.

La siguiente figura ilustra la segunda ley de Kepler o ley de las áreas.



Un planeta <u>se mueve más rápidamente</u> <u>cuando está más próximo al Sol</u> que cuando está más alejado. Esta ley de las áreas iguales está relacionada con la ley de conservación del momento angular como veremos en próximos temas.

Las áreas barridas en un intervalo de tiempo determinado  $\Delta t$  son iguales.

La tercera ley de Kepler o <u>ley de los periodos</u> relaciona el periodo de un planeta con su distancia media al Sol que es igual al semieje mayor de su órbita elíptica. En forma algebraica, si r es la distancia media entre un planeta y el Sol y T es el periodo de revolución del planeta, es decir, el tiempo que tarda en dar una vuelta completa alrededor del Sol, la tercera ley establece que:

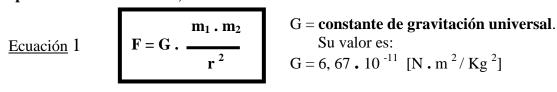
$$T^2 = C \cdot r^3$$

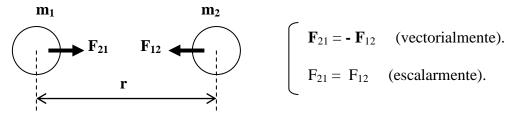
En esta expresión, la constante C tiene el mismo valor para todos los planetas.

## 3c) <u>LEY DE GRAVITACIÓN DE NEWTON:</u>

Aunque las leyes de Kepler constituyeron un importante paso en la comprensión de los movimientos planetarios, fueron realmente simples leyes empíricas obtenidas a partir de las observaciones astronómicas de Brahe. Fue Newton quien dio un gigantesco paso al atribuir la aceleración de un planeta en su órbita a una fuerza ejercida sobre él por el Sol, la cual variaba en razón inversa al cuadrado de la distancia entre el Sol y el planeta. Otros científicos habían propuesto la existencia de tal fuerza, pero solo Newton fue capaz de probar que una fuerza que variase inversamente con el cuadrado de la separación era compatible con las orbitas elípticas observadas por Kepler. Hizo además la atrevida hipótesis de que tal fuerza existía entre dos objetos cualesquiera en el universo. (Antes de Newton no se aceptaba generalmente que las leyes de la física observables en la Tierra fueran aplicables a los cuerpos celestes).

La <u>lev de gravitación de Newton</u> postula que todo cuerpo ejerce una fuerza de atracción sobre otro cuerpo que es proporcional al producto de las masas de ambos cuerpos e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa. La ley puede escribirse como una simple ecuación escalar (en realidad se debe plantear vectorialmente).





Las fuerzas que actúan sobre ambos cuerpos tienen la misma dirección, determinada por la recta que une las partículas (o cuerpos), el mismo modulo y sentido contrario. Constituyen un par de fuerzas acción y reacción (tercera ley de la dinámica).

m<sub>1</sub> y m<sub>2</sub> son las masas de ambos cuerpos o puntos materiales.

Newton publica su teoría de gravitación en 1686 pero recién en 1798 H. Cavendish determino con exactitud el valor de G.

La hipótesis de que la Tierra y la Luna pueden tratarse como partículas puntuales en el cálculo de la fuerza sobre la Luna es razonable pues esta se encuentra lejos de la Tierra en comparación con los radios terrestre o lunar, pero esta hipótesis es cuestionable cuando se aplica a la fuerza ejercida por la Tierra sobre un objeto próximo a su superficie. Después de un esfuerzo considerable, Newton consiguió probar que la fuerza ejercida por un objeto de simetría esférica sobre una masa puntual situada sobre su superficie o exteriormente, es la misma que tendría lugar si toda la masa del objeto estuviera concentrada en su centro. La comprobación exige el uso del cálculo integral que Newton desarrolló para resolver este problema.

La fuerza ejercida por nuestro planeta sobre cualquier masa  $\mathbf{m}$  situada a la distancia  $\mathbf{r}$  de su centro está dirigida hacia dicho centro y posee la magnitud dada por la <u>Ecuación</u> 1 con  $\mathbf{m}_1$  igual a la masa de la Tierra  $M_T$  y  $\mathbf{m}_2$  reemplazado por  $\mathbf{m}$ .

$$\mathbf{F} = \mathbf{G} \quad \frac{\mathbf{MT} \cdot \mathbf{M}}{\mathbf{r}^2} \qquad \underline{\text{Ecuación 2}}$$

Como se mencionó en el punto 2 de la Guía N° 1 (DINAMICA 1), la fuerza gravitatoria que actúa sobre una masa, dividida por dicha masa, representa la **intensidad del campo gravitatorio** en ese punto donde está ubicada la masa. El campo gravitatorio a una distancia **r** (siendo r mayor que el radio terrestre) apunta hacia la Tierra (su centro) y tiene una magnitud **g** (**r**) dada por:

# **UTN – Profesor CIVETTA Néstor -**

**DINAMICA 2** 

9 de 9.

$$g(r) = \frac{F}{m} = G \cdot \frac{M_T}{r^2}$$

### Intensidad del campo gravitatorio terrestre

La fuerza ejercida por la Tierra sobre un cuerpo de masa m sobre su superficie (o próximo) viene dada por la Ecuación 2 sustituyendo  ${\bf r}$  por  ${\bf R}_T$ :

$$F = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{{R_T}^2}$$

Si esta es la única fuerza que actúa sobre el cuerpo, este cae libremente con una aceleración:

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{\mathbf{m}} = \mathbf{G} \cdot \frac{\mathbf{M}_{\mathrm{T}}}{\mathbf{R}_{\mathrm{T}}^{2}} = \mathbf{g} = 9,81 \text{ m/s}^{2} \qquad \underline{\text{Ecuación}} \ 3$$

Como g se mide fácilmente (por ejemplo, usando un péndulo y la ecuación matemática dada en el ítem 3a: Introducción) y el radio de la Tierra es conocido, la Ecuación 3 puede utilizarse para determinar la constante G o la masa de la Tierra  $M_T$  si se conoce uno de estos valores. Newton calculó (según algunos autores) el valor de G a partir de una estimación de la masa de la Tierra.

En realidad, basándose en su 2º ley, considerando la 3º ley de Kepler, teniendo la distancia Tierra – Luna, el periodo de rotación de esta última con respecto a la Tierra, Newton habría prescindido del uso de G.

Cuando Cavendish determino G unos 100 años más tarde, midiendo la fuerza entre esferas de pequeñas masas y separación conocida, decía que su objetivo era "pesar la Tierra".

$$M_T = g \cdot \frac{R_T}{G}$$

### **NOTA FINAL:**

