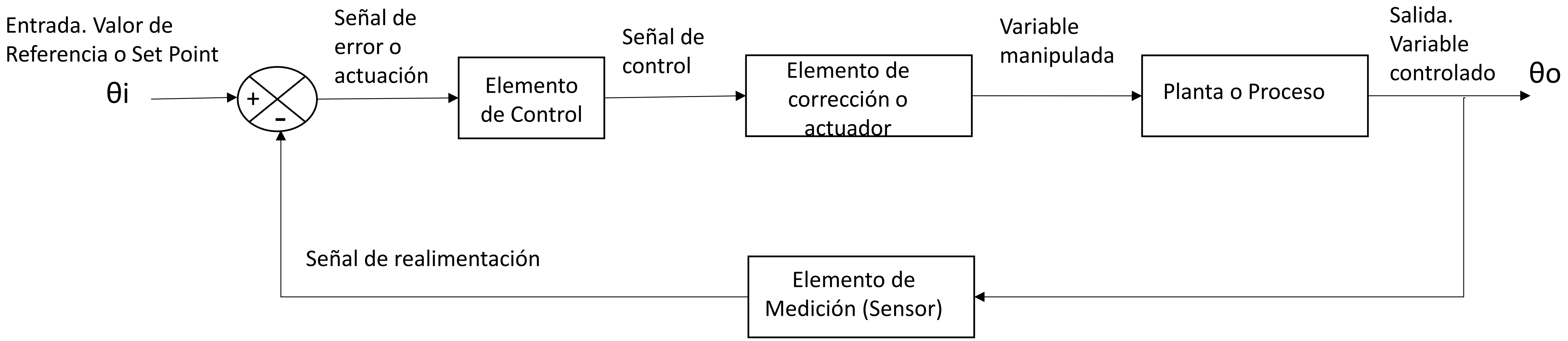
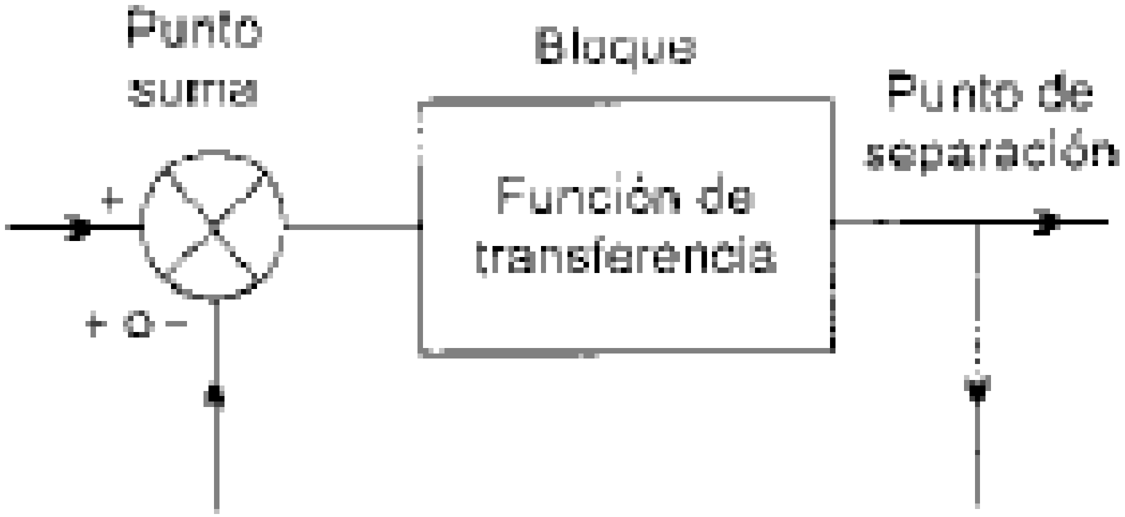
Sistema de Control de Lazo Cerrado



Modelo Mediante Diagramas de Bloques

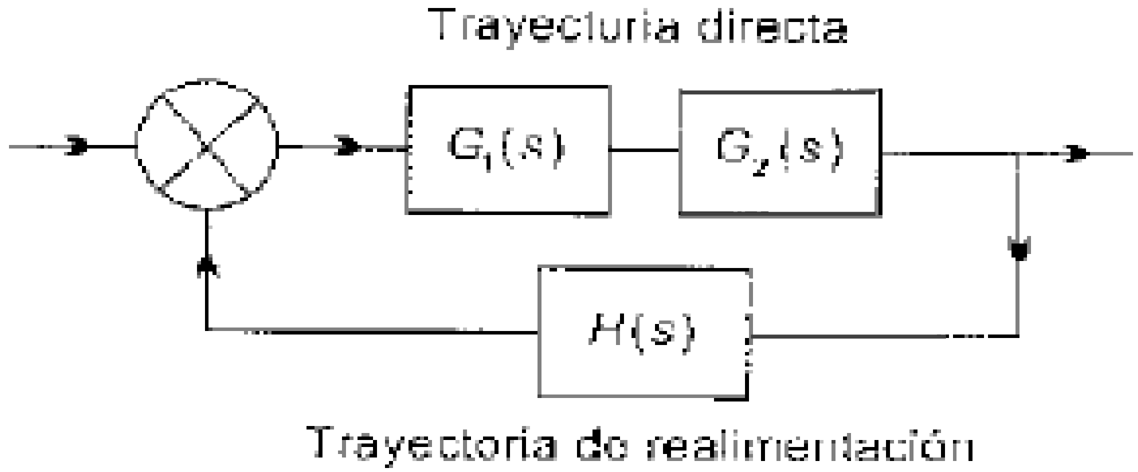
Conceptos y elementos

$$\rightarrow G = \frac{\theta_o}{\theta_i}$$

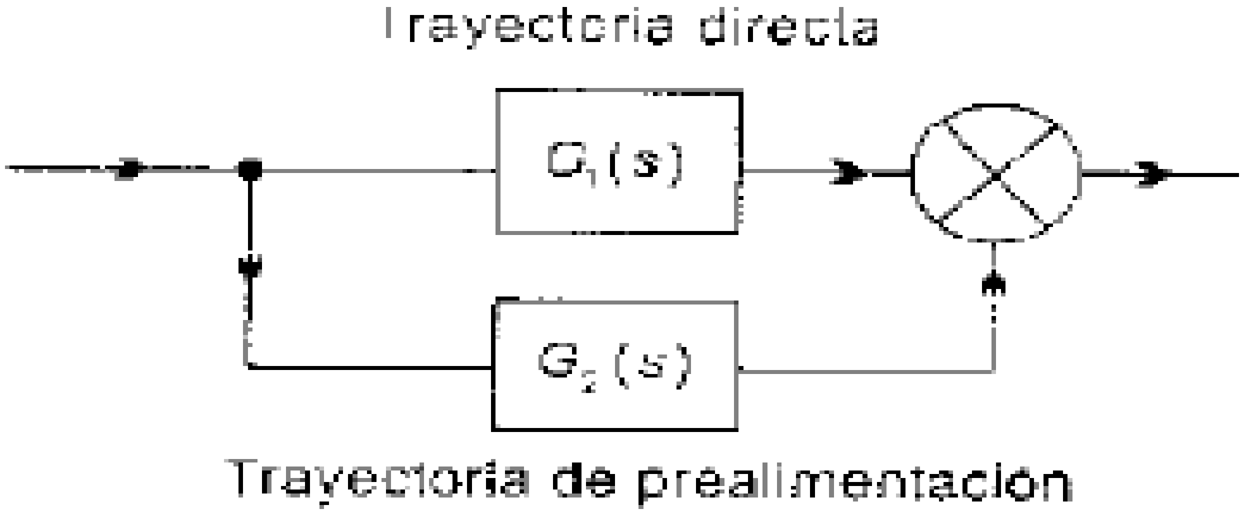


Modelo Mediante Diagramas de Bloques

Conceptos y elementos



a)

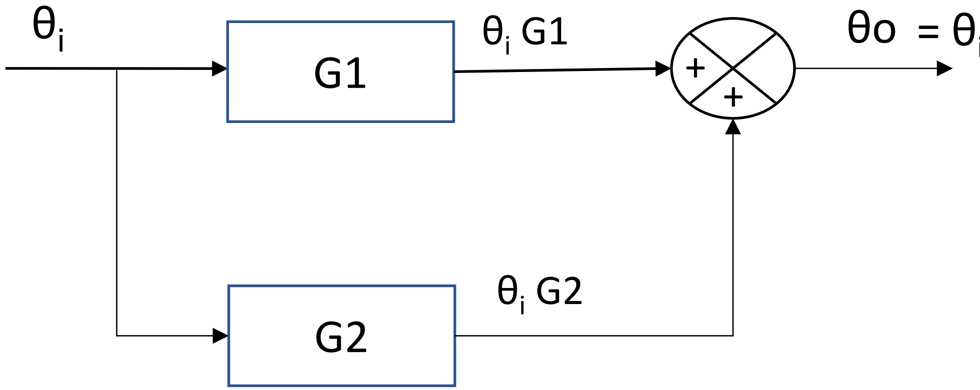


b)

Bloques en serie

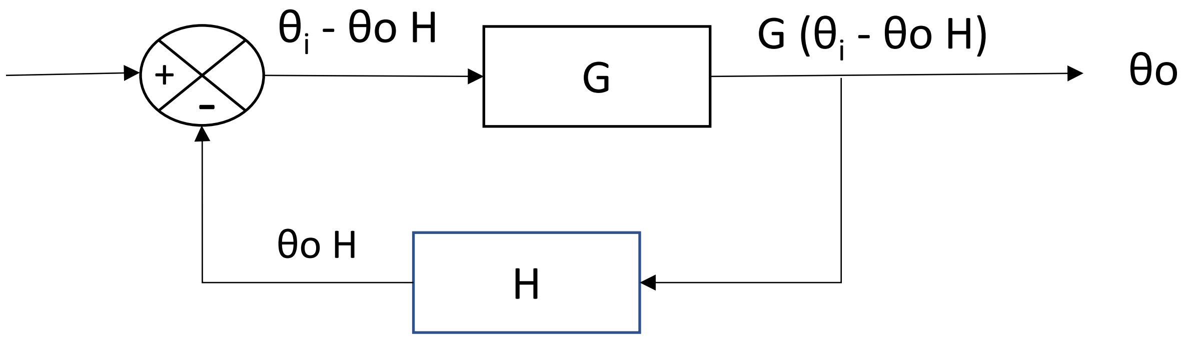
$$\frac{\theta o}{\theta_i} = \frac{\theta o1}{\theta_i} \bullet \frac{\theta o2}{\theta o1} \bullet \frac{\theta o}{\theta o2} \Rightarrow \boxed{G = G1.G2.G3}$$

Bloques en Paralelo – Lazo de Prealimentación



$$\theta o = \theta_i\,(G1+G2) \Rightarrow \boxed{G = G1+G2}$$

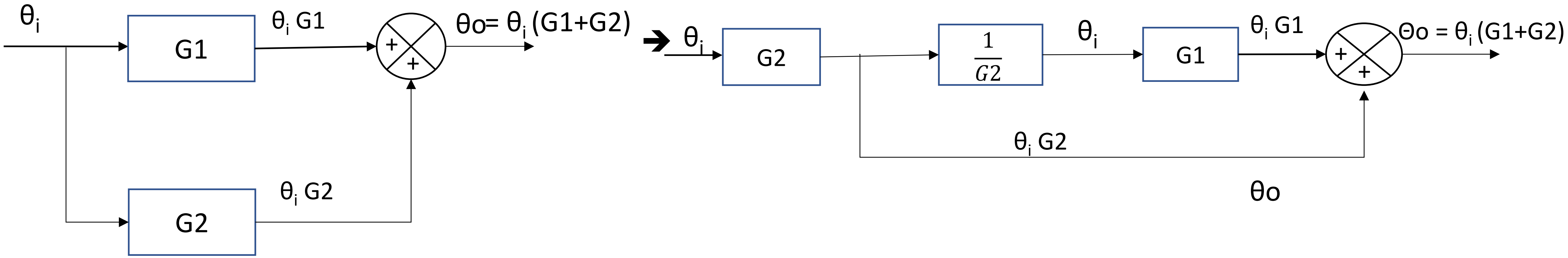
Bloques en Realimentación



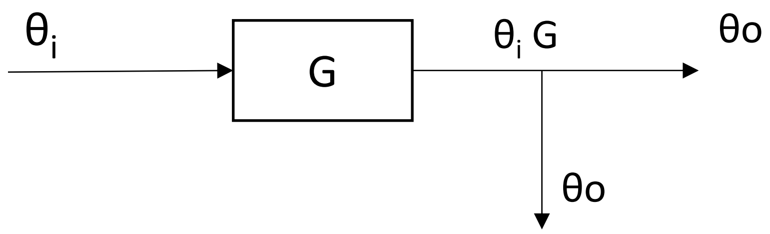
$\rightarrow \Theta o = G\,(\theta_i - \theta o\,H) \rightarrow \Theta o + \theta o\,G\,H = G\,\theta_i$

$\therefore$ $\boxed{G_{\text{Total}} = \dfrac{G}{1+G.H}}$

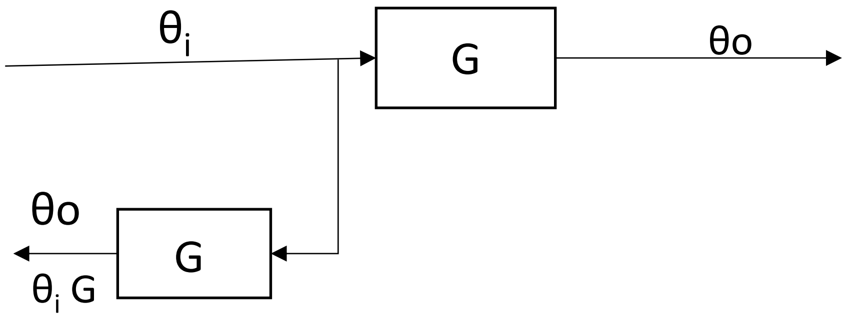
Remoción de un bloque de un lazo de Prealimentación



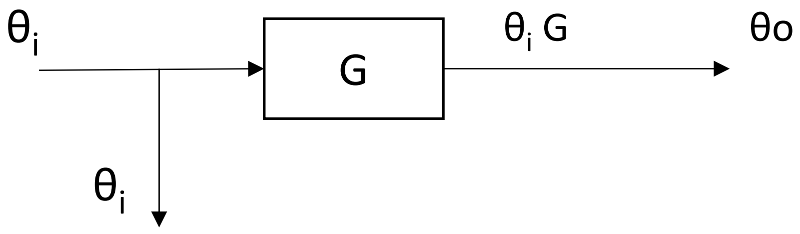
Movimiento de un punto de bifurcación antes de un bloque



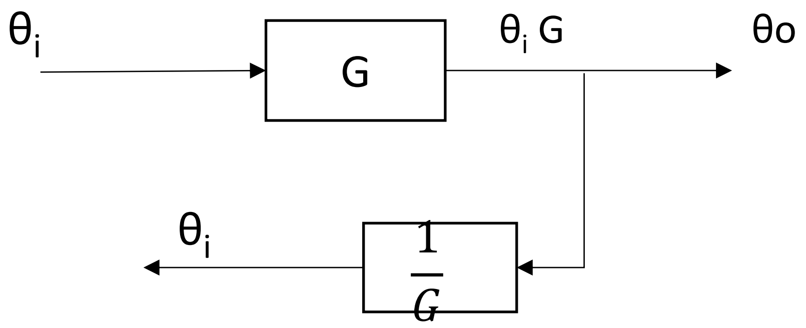
➔



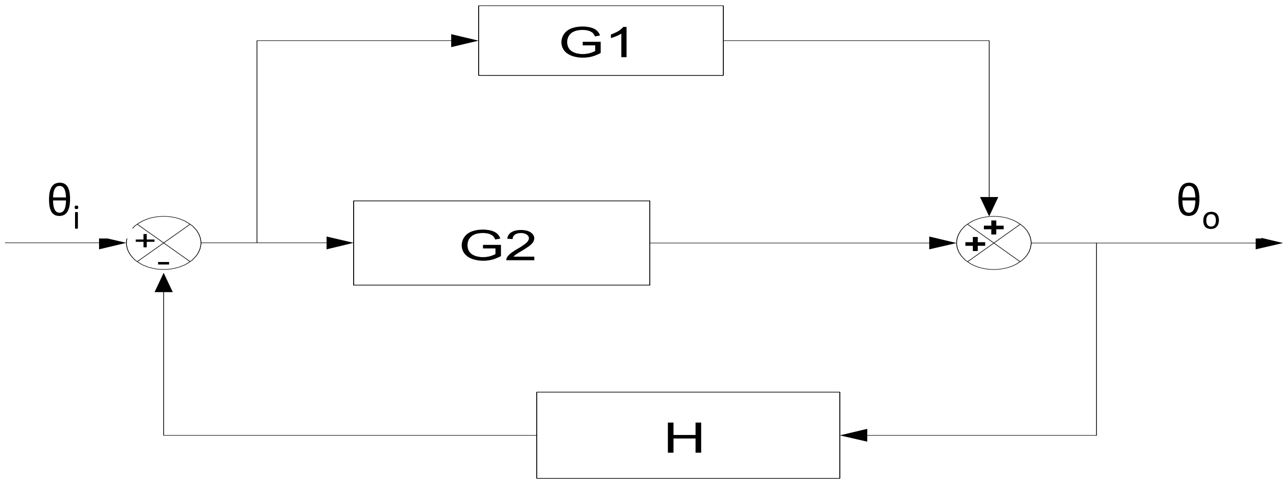
Movimiento de un punto de bifurcación después de un bloque



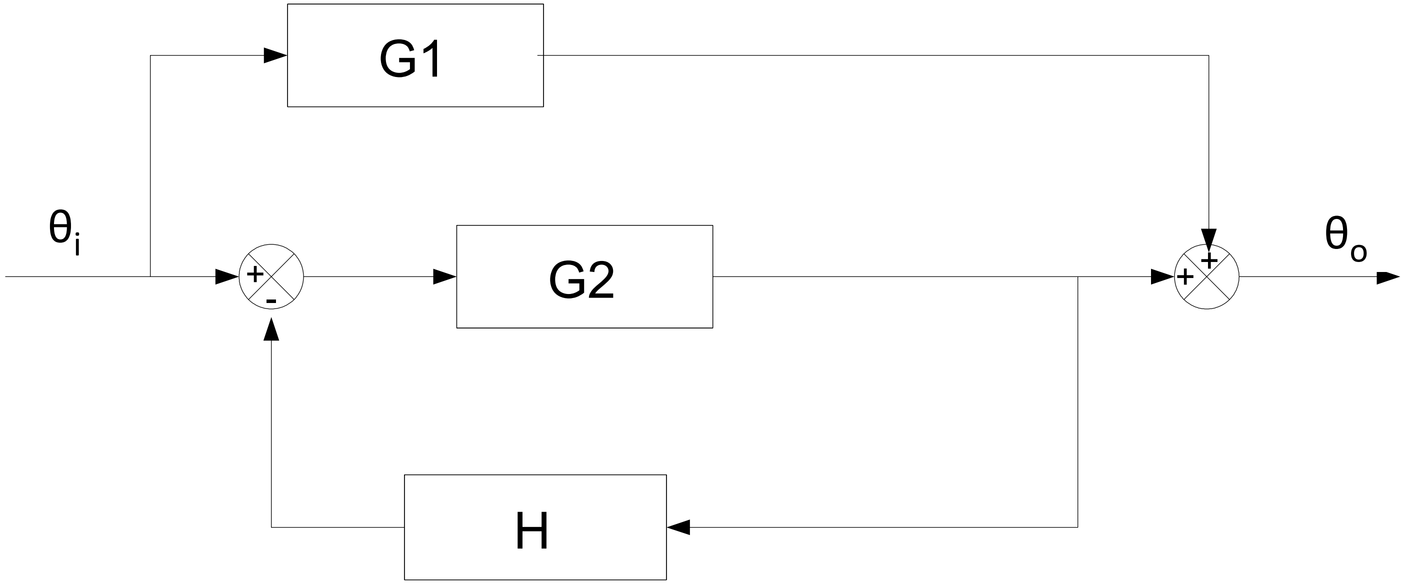
➔



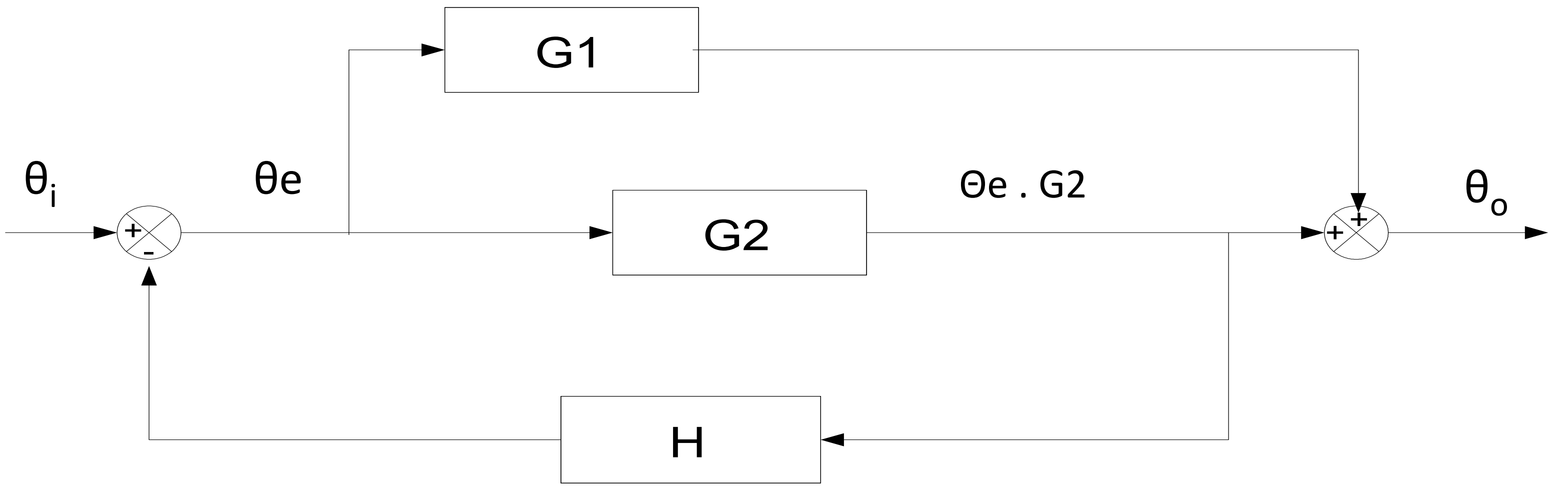
Agrupar los siguientes sistemas a un solo bloque, expresando su función de transferencia global



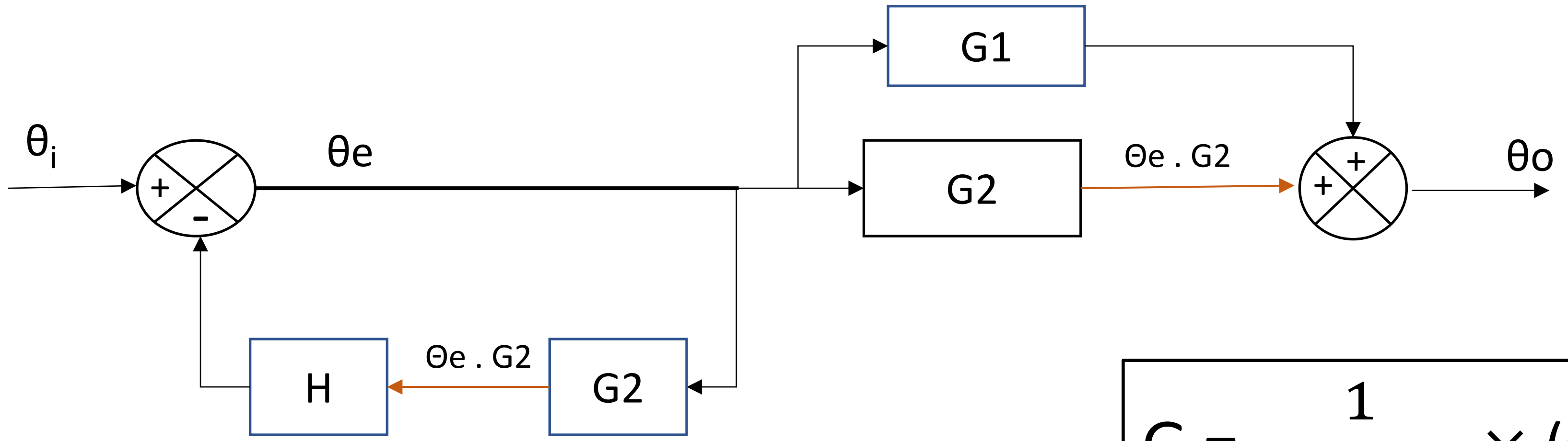
$$G = \frac{(G1+G2)}{1+(G1+G2).H}$$



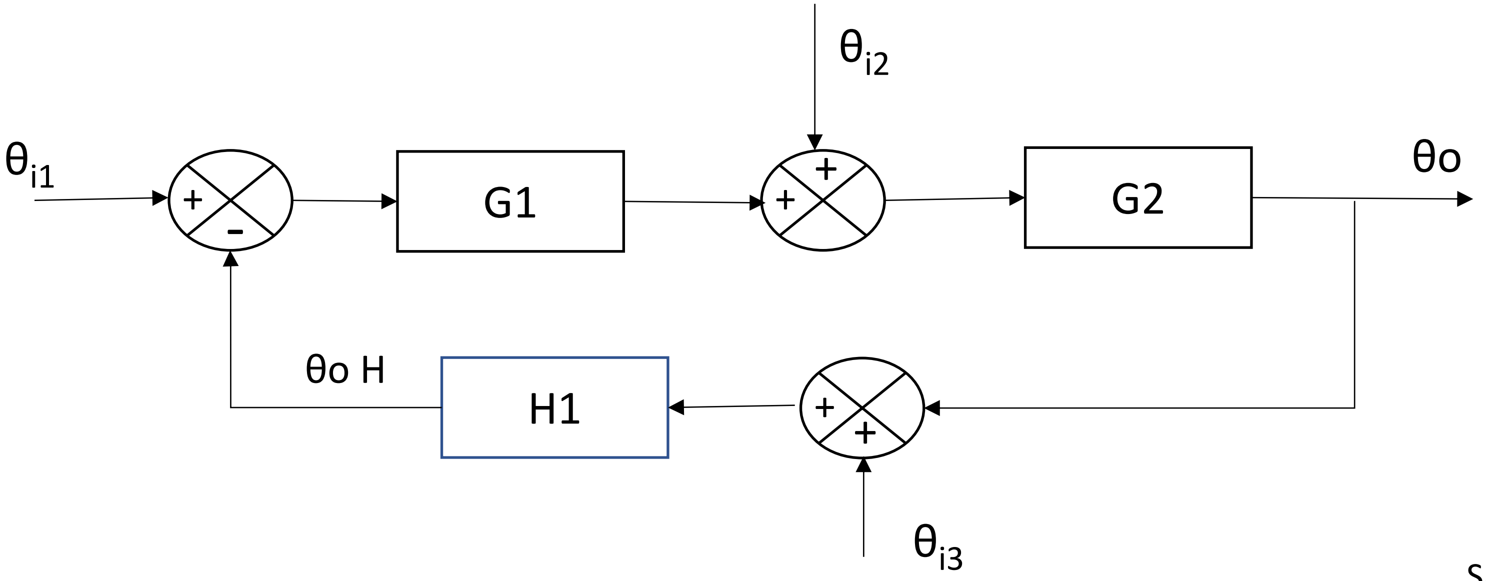
$$G = \frac{G2}{1+G2.H} + G1$$



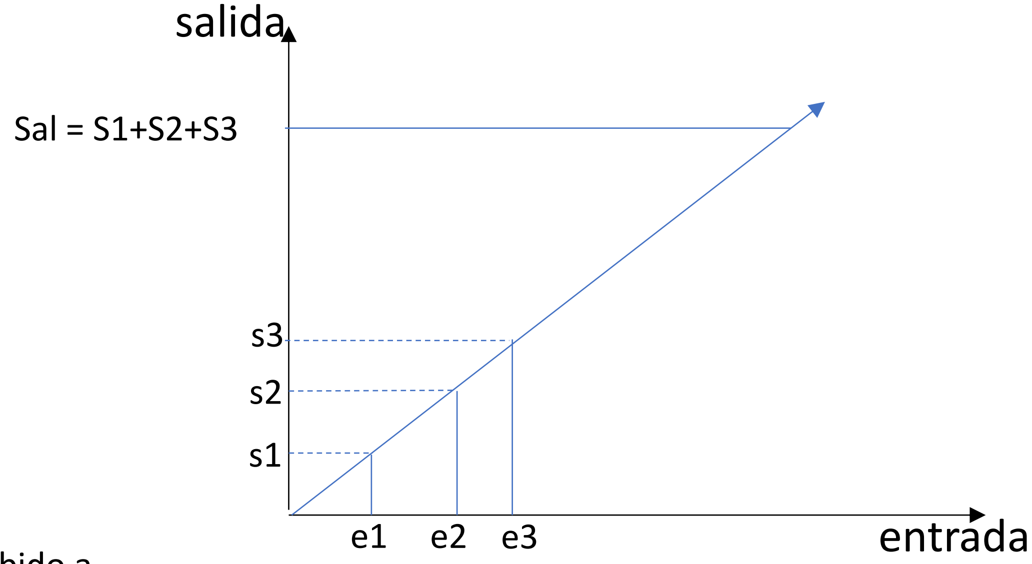
Una posible solución



$$\boxed{G = \frac{1}{1+G2.H} \times (G1+G2)}$$



Sistema lineal



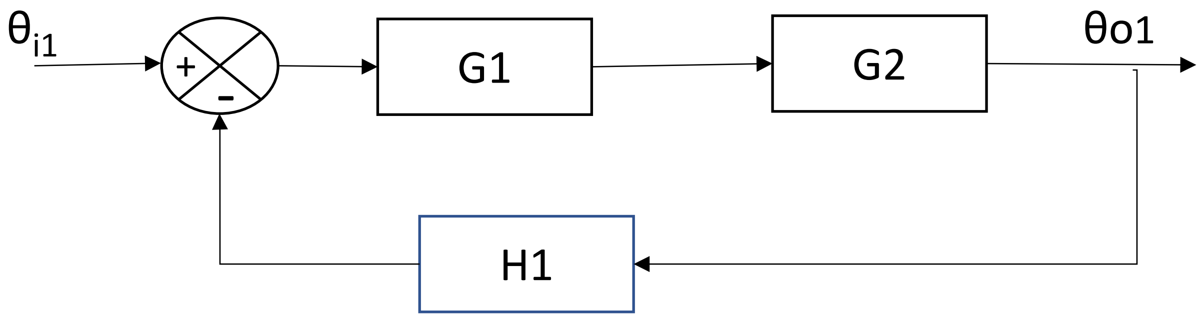
Aplicar el teorema de Superposición

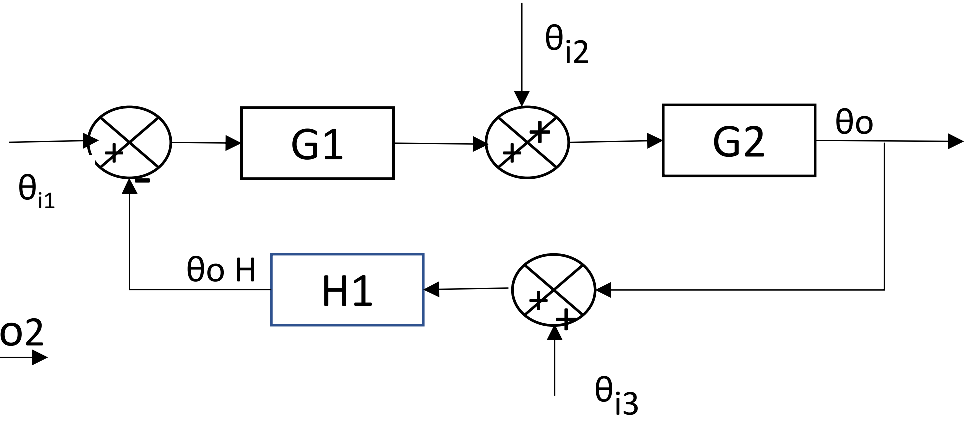
Hallar la salida debida a cada entrada pasivando las restantes

$$\left.\frac{\theta o}{\theta_{i1}}\right|_{\substack{\Theta_{i2}=0\\ \Theta_{i3}=0}} \qquad \left.\frac{\theta o}{\theta_{i2}}\right|_{\substack{\Theta_{i1}=0\\ \Theta_{i3}=0}} \qquad \left.\frac{\theta o}{\theta_{i3}}\right|_{\substack{\Theta_{i1}=0\\ \Theta_{i2}=0}}$$

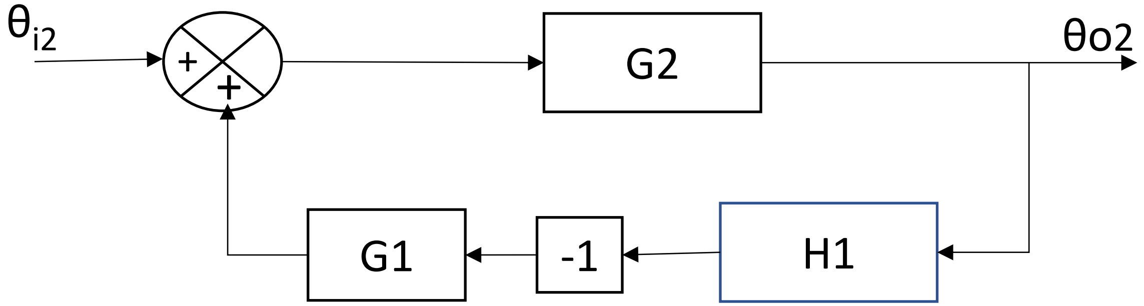
$$\Theta o = \overbrace{\left.\frac{\theta o}{\theta_{i1}}\right|_{\substack{\Theta_{i2}=0\\ \Theta_{i3}=0}} \Theta_{i1}}^{\text{Salida debido a la entrada 1}} + \overbrace{\left.\frac{\theta o}{\theta_{i2}}\right|_{\substack{\Theta_{i1}=0\\ \Theta_{i3}=0}} \Theta_{i2}}^{\text{Salida debido a la entrada 2}} + \overbrace{\left.\frac{\theta o}{\theta_{i3}}\right|_{\substack{\Theta_{i1}=0\\ \Theta_{i2}=0}} \Theta_{i3}}^{\text{Salida debido a la entrada 3}}$$

$$\left.\frac{\theta o}{\theta_{i1}}\right| \begin{matrix} \Theta_{i2}=0 \\ \Theta_{i3}=0 \end{matrix}$$

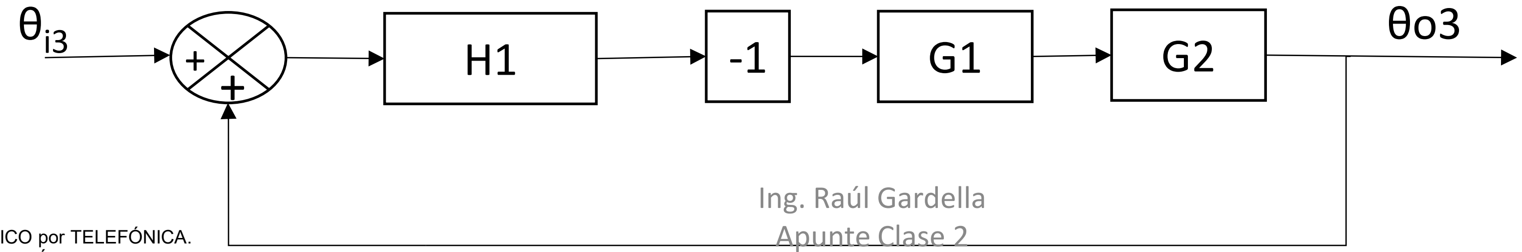




$$\left.\frac{\theta o}{\theta_{i2}}\right| \begin{matrix} \Theta_{i1}=0 \\ \Theta_{i3}=0 \end{matrix}$$



$$\left.\frac{\theta o}{\theta_{i3}}\right| \begin{matrix} \Theta_{i1}=0 \\ \Theta_{i2}=0 \end{matrix}$$

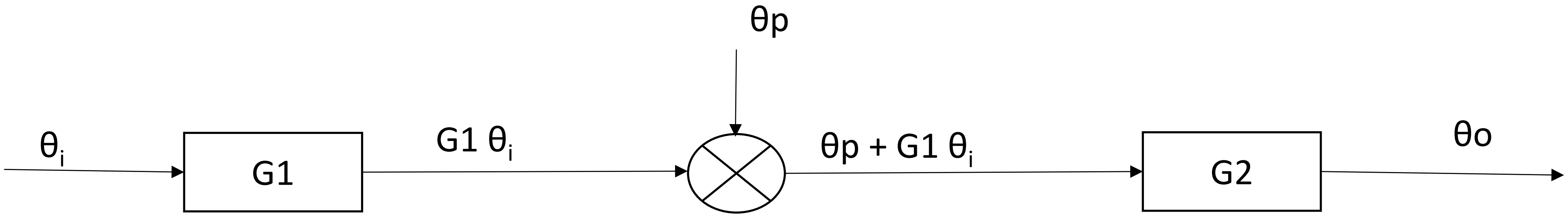


$$\Theta o = \frac{G1.G2}{1+G1.G2.H1}\,\theta i1 + \frac{G2}{1+G1.G2.H1}\,\theta i2 + \frac{(-G1.G2.H1)}{1+G1.G2.H1}\,\theta i3$$

Efecto de las perturbaciones

Cuando un sistema de lazo cerrado es sometido a una perturbación presenta cierto nivel de rechazo a la misma a diferencia de un sistema de lazo abierto. Esta es una manera de limitar el efecto de las perturbaciones o ruido ya sean externas o internas.

Perturbación en un
sistema de lazo abierto

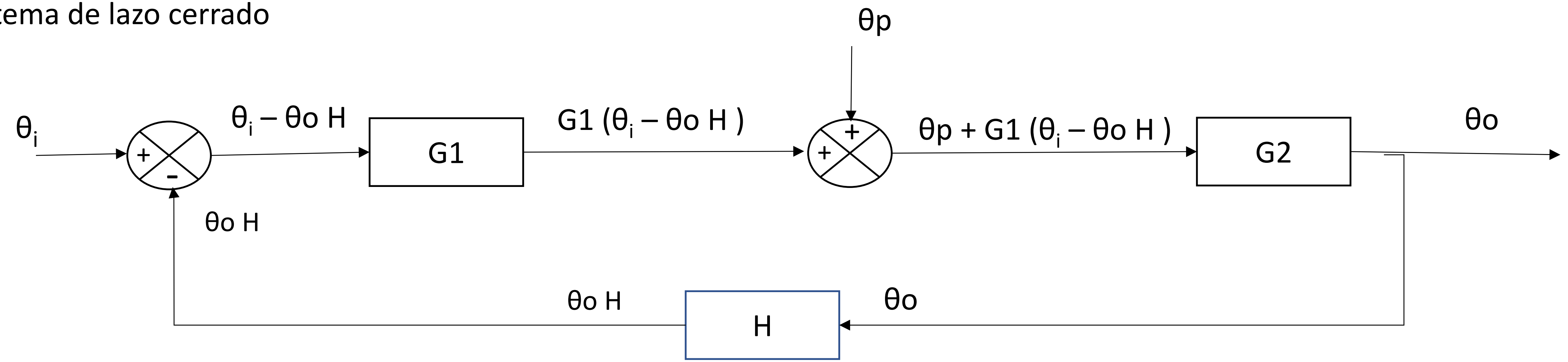


$\theta o = G2\ [\theta p + G1\ \theta_i\ ]$ $\Rightarrow$ $\theta o = G1\ G2\ \theta i + G2\ \theta p$

Error adicionado = G2 θp

Perturbación en un
sistema de lazo cerrado

$\Rightarrow$



$\theta o = G2\ [\theta p + G1\ (\theta_i - \theta o\ H\ )]$ $\Rightarrow$ $\theta o + G1\ G2\ \theta o\ H = G2\ \theta p + G1\ G2\ \theta_i$ $\theta o\ (1 + G1\ G2\ H) = G1\ G2\ \theta_i + G2\ \theta p$

$$\therefore \quad \boxed{\Theta o = \frac{G1.G2}{1+G1.G2.H}\,\theta i1 + \frac{G2}{1+G1.G2.H}\,\theta p} \quad \Rightarrow$$

Error adicionado en lazo cerrado = $\frac{G2}{1+G1.G2.H1}\,\theta p$

Error adicionado en lazo abierto= G2 θp

Comparando este error adicionado con respecto al adicionado en el sistema de lazo abierto surge la siguiente reducción

$$\boxed{\frac{1}{1+G1.G2.H}}$$

Factor de Reducción de la perturbación

Algunas consideraciones

$$\boxed{\Theta o = \frac{G1.G2}{1+G1.G2.H}\,\theta i + \frac{G2}{1+G1.G2.H}\,\theta p}$$

Teniendo en cuenta las siguientes condiciones: $|G1\ G2\ H| >> 1$ y $|G1\ H| >> 1$ ➔

- ✓ En el efecto en la perturbación

$$\boxed{\frac{G2}{1+G1.G2.H}\,\theta p \approx 0}$$

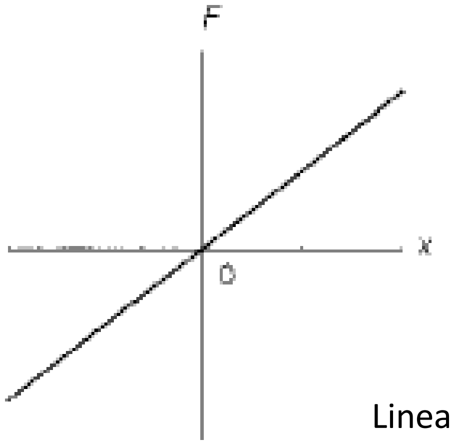
- ✓ También en la transferencia de lazo cerrado :

$$\boxed{\frac{G1.G2}{1+G1.G2.H} \approx \frac{1}{.H}}$$

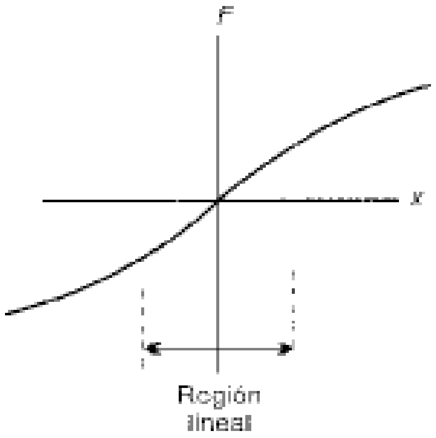
De manera que las variaciones de G1 y G2 no afectan la función de transferencia de lazo cerrado

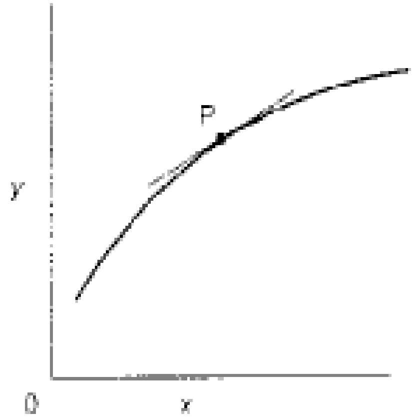
Modelos de sistemas

- Para analizar los sistemas de control se necesitan modelos matemáticos de los elementos que se emplean en esos sistemas.
- Estos modelos son ecuaciones que representan la relación entre la entrada y la salida del sistema.
- Las bases de cualquier modelo provienen de las leyes físicas fundamentales que gobiernan el comportamiento del elemento.
- Los sistemas dinámicos, que son lineales y están constituidos por componentes concentrados e invariantes en el tiempo, pueden ser descriptos por <u>ecuaciones diferenciales lineales, invariantes en el tiempo</u>. Estos sistemas reciben el nombre de lineales de coeficientes constantes.



Linealidad

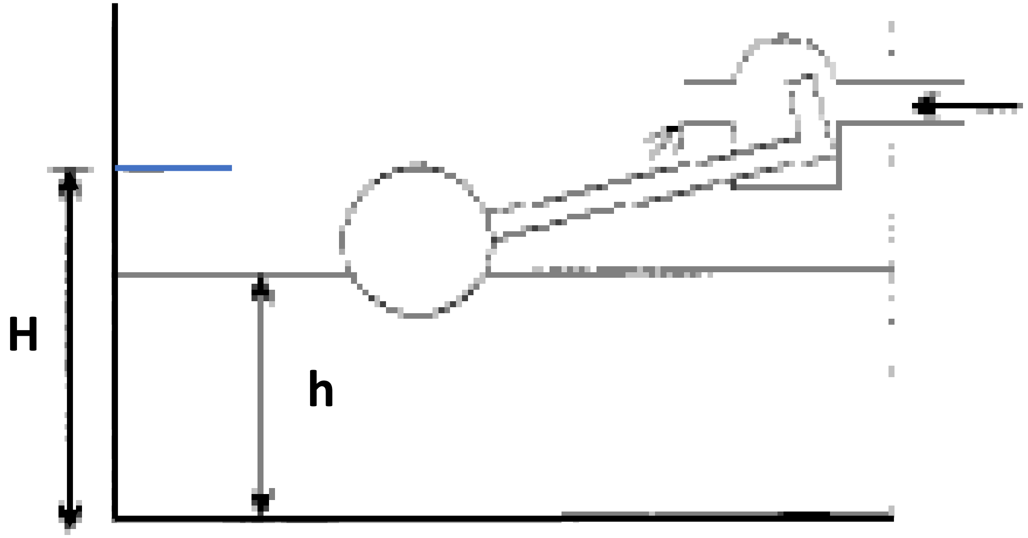




Relación no lineal

Modelos y respuestas de los sistemas

Ejemplo tanque de agua



Q: Caudal ($M^3/_{Seg}$)

h: Altura real del agua en el tanque

H: Altura de referencia en la que deja de entrar agua al tanque

$$\frac{dQ}{dt} \approx \frac{dh}{dt}$$

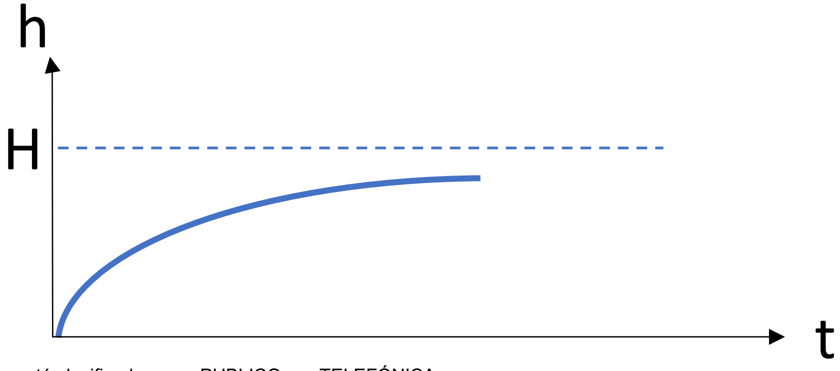
Depende de la diferencia de altura H-h

$$\rightarrow \frac{dh}{dt} \approx (\mathrm{H} - \mathrm{h}) \qquad \therefore \qquad \boxed{\frac{dh}{dt} = \mathrm{K}\ (\mathrm{H} - \mathrm{h})}$$

La solución a esta ecuación diferencial que describe como varía la altura h es:

$$\boxed{h_{t)} = \mathrm{H}\ (1 - e^{-kt})}$$

$\therefore$



Modelos y respuestas de los sistemas

Modelo eléctrico

Ejemplo circuito eléctrico con capacitor y resistor

Elementos pasivos

Inductor

$$L = \frac{\Phi}{I} \rightarrow \frac{d\Phi}{dt} = L \cdot \frac{dI}{dt}$$

$$\therefore \boxed{v_{L(t)} = L \cdot \frac{dI}{dt}}$$

Capacitor

$$C = \frac{Q}{V} \rightarrow \frac{dQ}{dt} = C \cdot \frac{dV}{dt}$$

$$\therefore \boxed{I_{(t)} = C \cdot \frac{dv(c)}{dt}}$$

$$\Rightarrow \boxed{I_{L(t)} = \frac{1}{L} \cdot \int v_{L(t)}\, dt}$$

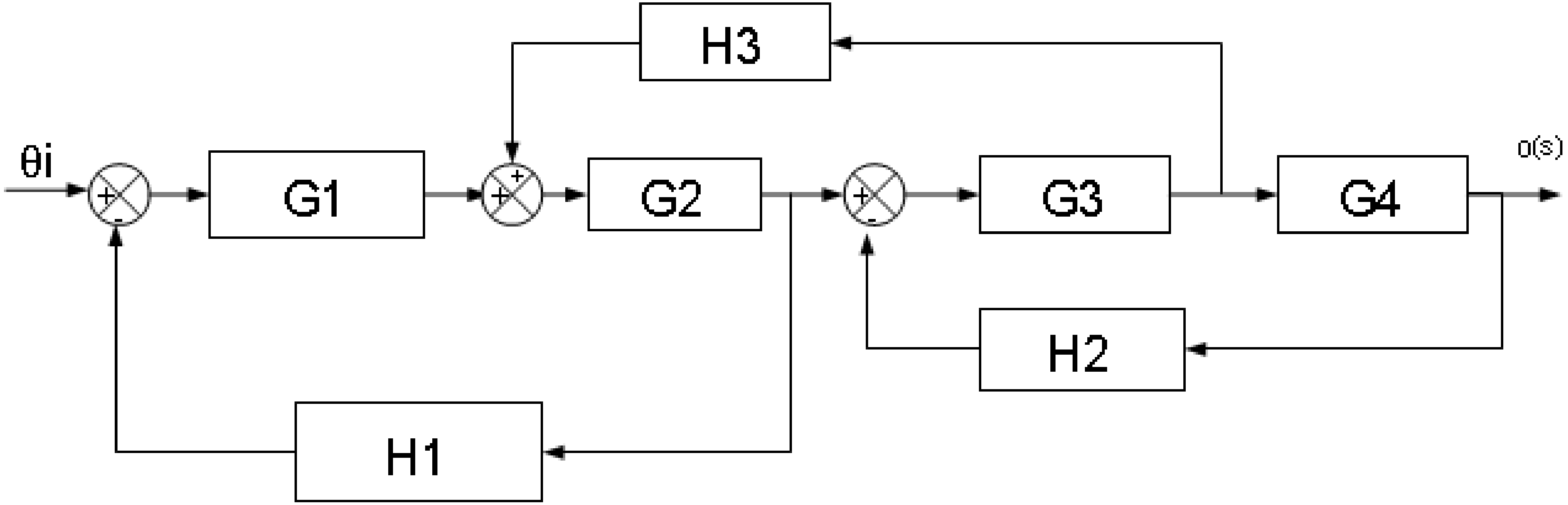
$$\boxed{v_{c(t)} = \frac{1}{C} \cdot \int I_{C(t)}\, dt}$$

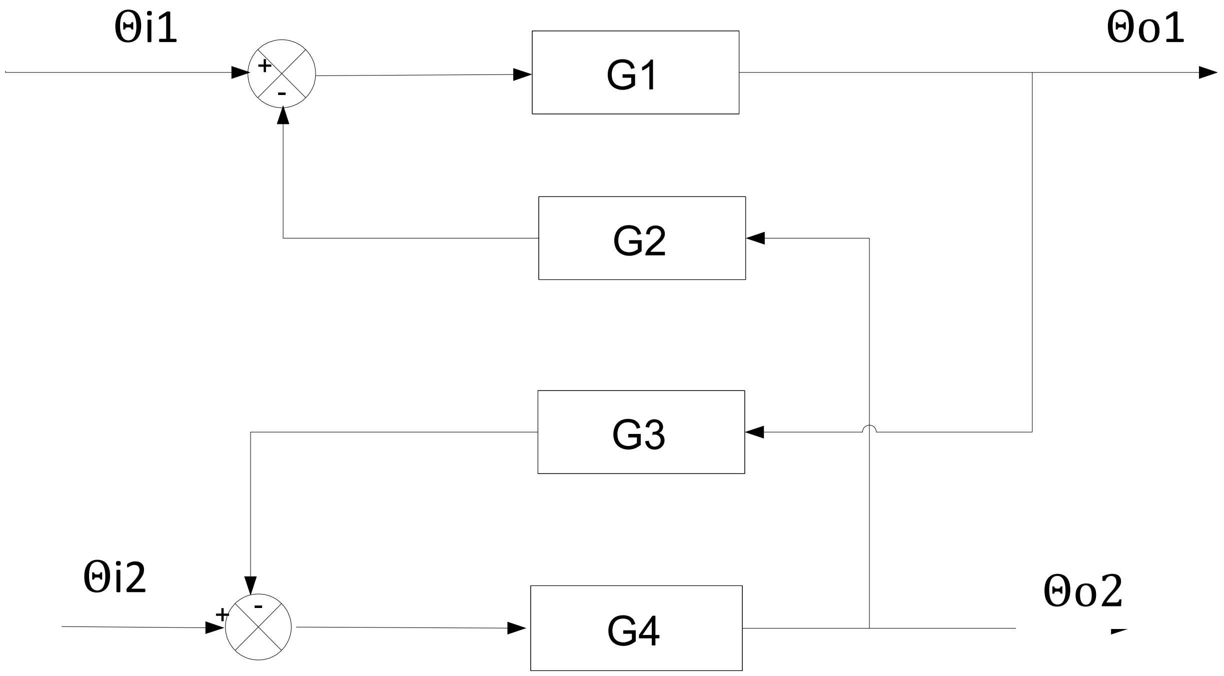
- Ley de Ohm → V [volt]= I [amp]. R [Ω]
- Primera ley de Kirchhoff → La suma algebraica de corrientes que convergen a un nodo es nula

$$\sum_{k=1}^{m} Ik_{(t)} = 0$$

- Segunda ley de Kirchhoff → La tensión aplicada a un circuito serie cerrado es igual a la suma de las caídas de tensión $\sum_{k=1}^{m} Vk_{(t)} = 0$

Ejercicios para presentar





$\theta o1 = G11 \cdot \Theta i1 + G12 \cdot \Theta i2$

$\theta o2 = G21 \cdot \Theta i1 + G22 \cdot \Theta i2$

Modelos y respuestas de los sistemas

Modelo eléctrico

Ejemplo circuito eléctrico con capacitor y resistor

Elementos pasivos

Inductor

$$L = \frac{\Phi}{I} \rightarrow \frac{d\Phi}{dt} = L \cdot \frac{dI}{dt}$$

$$\therefore \boxed{v_{L(t)} = L \cdot \frac{dI}{dt}}$$

Capacitor

$$C = \frac{Q}{V} \rightarrow \frac{dQ}{dt} = C \cdot \frac{dV}{dt}$$

$$\therefore \boxed{I_{(t)} = C \cdot \frac{dv(c)}{dt}}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{I_{L(t)} = \frac{1}{L} \cdot \int v_{L(t)}\, dt} \qquad \boxed{v_{c(t)} = \frac{1}{C} \cdot \int I_{C(t)}\, dt}$$

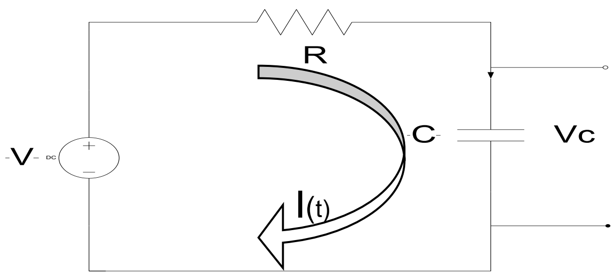
- Ley de Ohm ➔ V [volt]= I [amp]. R [Ω]
- Primera ley de Kirchhoff ➔ La suma algebraica de corrientes que convergen a un nodo es nula

$$\sum_{k=1}^{m} Ik_{(t)} = 0$$

- Segunda ley de Kirchhoff ➔ La tensión aplicada a un circuito serie cerrado es igual a la suma de las caídas de tensión $\sum_{k=1}^{m} Vk_{(t)} = 0$

Modelos y respuestas de los sistemas

Ejemplo de un circuito RC



$$V = v_{r(t)} + v_{c(t)} \Rightarrow V = R.I_{(t)} + v_{c(t)} \Rightarrow V = R.\,C\,.\,\frac{dv(c)}{dt} + v_{c(t)}$$

$$\Rightarrow \frac{dv(c)}{dt} = \frac{1}{RC}\,[\,V - v_{c(t)}\,]$$

del modelo hidraulico $\frac{dh}{dt} = K\,(H - h)$

$\therefore$ *Podemos decir que todos los sistemas de primer orden tienen la característica que la razón de cambio de alguna variable es proporcional a la diferencia entre esa variable y algún valor de referencia de la misma*

$$\boxed{v_{c(t)} = V\,(\,1 - e^{-\frac{t}{RC}}\,)}$$

$\Rightarrow$

$$\therefore \quad v_{c(t)} = \overbrace{V}^{\text{Componente forzado}} - \overbrace{V\,.\,e^{-\frac{t}{RC}}}^{\text{Componente libre}}$$

RC: Constante de tiempo del sistema

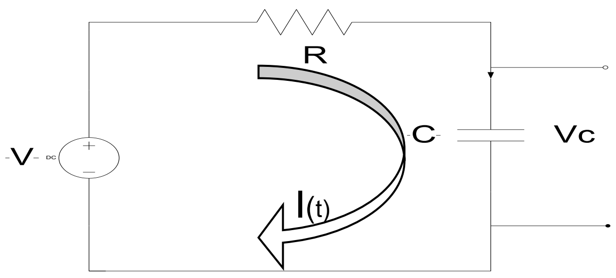
τ = RC [Seg]

$\Rightarrow$

t (tiempo)	$e^{-\frac{t}{RC}}$	**V (1 -** $e^{-\frac{t}{RC}}$ **)**
τ	0,368	V . 0,632
$2.\tau$	0,135	V . 0,865
$3.\tau$	0,050	V . 0,950
$4.\tau$	0,018	V . 0,982
$5.\tau$	0,007	V . 0,993

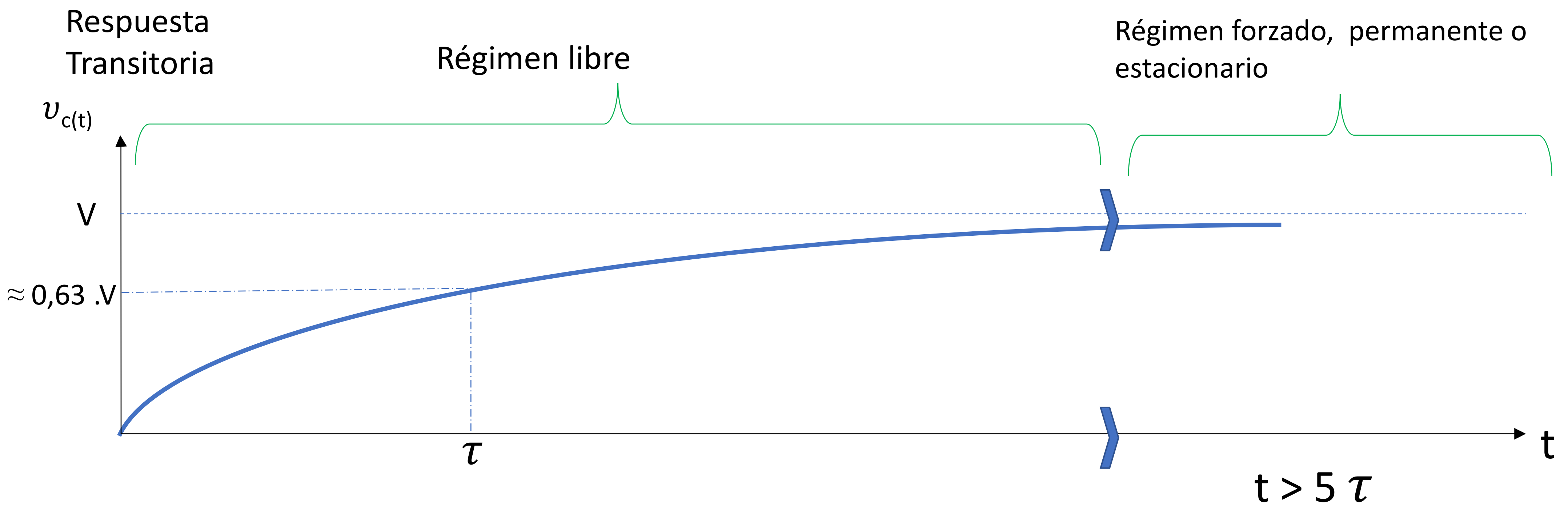
Modelos y respuestas de los sistemas

Ejemplo de un circuito RC



$$v_{c(t)} = \underbrace{V}_{\text{Componente forzado}} - \underbrace{V \,.\, e^{-\frac{t}{RC}}}_{\text{Componente libre}}$$

Respuesta Transitoria



***Este documento está clasificado como PUBLICO por TELEFÓNICA.
***This document is classified as PUBLIC by TELEFÓNICA.