

Guía de Estudio N 3 – Profesor Civetta Néstor.

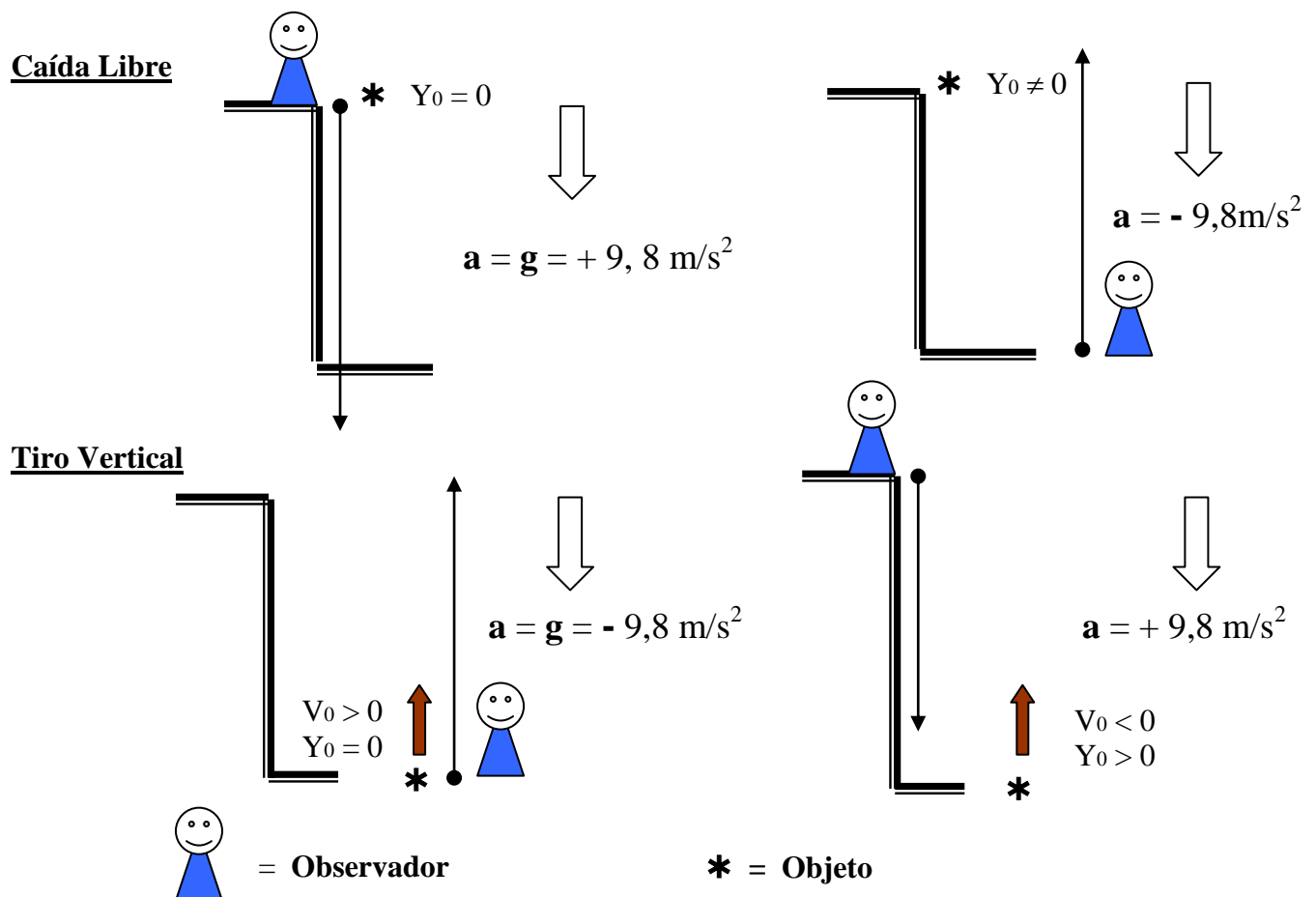
1.- CAIDA LIBRE Y TIRO VERTICAL (En el vacío):

Un caso de **MRUV (vertical)** es el de los cuerpos, objetos o partículas que se dejan caer desde una cierta altura o que se los arroja verticalmente,

En ambos casos estarán sometidos a la atracción gravitatoria (fuerza gravitatoria), que producirá una aceleración que llamaremos **g** y que la supondremos constante, considerando que los movimientos implican variaciones de altura pequeñas comparadas con el radio terrestre. Además consideraremos despreciable el rozamiento con el aire.

Estas aproximaciones NO son aplicables por ejemplo al movimiento de un paracaídas o de una hoja pues actúa con mayor intensidad el rozamiento en el aire (rozamiento en fluidos: gases y líquidos).

El signo de la aceleración y velocidad inicial  $V_0$  (tiro vertical) depende del sistema de referencia adoptado. De esta forma, tendremos para la caída libre y el tiro vertical las siguientes posibilidades:



“Todos los cuerpos caen en el vacío con la misma aceleración”. Esta afirmación corresponde a Galileo y en realidad nos fue posible observar este fenómeno, al nivel de gran audiencia, cuando los astronautas soltaron distintos cuerpos en la LUNA. Si bien en la LUNA la aceleración es del orden de la sexta parte de la que tenemos en la TIERRA (aceleración en la Luna =  $1,6 \text{ [m/s}^2\text{]}$ ) se notó que todos los cuerpos **en el vacío caían igual**. Igual significa que describen un MRUV, cuya aceleración se denomina en particular “aceleración gravitatoria” y se la designa con la letra **g**.

Para distintos lugares de latitud y alturas sobre el nivel del mar, en la superficie de nuestro planeta TIERRA **g** toma valores que van de  $9,80 \text{ [m/s}^2\text{]}$  en el ecuador a  $9,81 \text{ [m/s}^2\text{]}$  en los polos. El llamado valor normal corresponde a  $45^\circ$  de latitud y nivel del mar:  $g = 9,80665 \text{ [m/s}^2\text{]}$

Por razones de practicidad en los cálculos, costumbre originada en épocas donde las posibilidades de calculo no eran las actuales, se acostumbraba a usar  $g = 10 \text{ [m/s}^2\text{]}$

Nosotros **usaremos  $g = [10 \text{ m/s}^2]$**  a pesar de que en algunos cursos de física se acostumbre a usar  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

La forma general de las ecuaciones horarias, será de acuerdo a lo visto en la guía N° 2 MRUV:

$$Y = Y_0 + V_0 \cdot (t - t_0) + a/2 \cdot (t - t_0)^2$$

$$V = V_0 + a \cdot (t - t_0)$$

Para **Tiro Vertical** y **Caída Libre**.

Recuerde que los signos dependerán del sistema de referencia adoptado.

Para caída libre  $V_0 = 0$

**EXPRESIÓN DE LA VARIACIÓN DE POSICIÓN O DESPLAZAMIENTO  $\Delta Y$  EN FUNCION DE LAS VELOCIDADES:**

Combinando las ecuaciones horarias de la velocidad y la posición se puede obtener la expresión indicada en el título de este ítem. (Ver Punto 7.- Guía de estudio N°2)

$$\Delta Y = \frac{V^2 - V_0^2}{2g}$$

Se debe analizar para cada caso (Tiro o Caída) si son NULOS O NO los valores de V y  $V_0$ . Además el signo de g puede ser Positivo o Negativo

**NOTA 1:** Aclaremos que la aceleración en caída libre (aceleración en el campo gravitatorio terrestre), depende de la distancia desde el centro de la Tierra al cuerpo en cuestión como veremos en Gravitación. Si la distancia de la caída es pequeña comparada con el radio de la Tierra (6400 Km) podemos considerar a la aceleración como constante durante la caída.

**NOTA 2:** Usamos la letra Y para indicar la posición en caída libre y tiro vertical. Si esto trae aparejado confusiones, podemos utilizar la letra X. Pero estamos en un MRUV vertical → Eje Y.

**EXPRESIÓN DEL TIEMPO DE CAIDA LIBRE  $\Delta T$  DESDE UNA ALTURA H:**

De la ecuación de la posición, llamando H a la variación de posición  $\Delta Y = (Y - Y_0)$  y con  $V_0 = 0$  se obtiene la expresión:

$$\Delta T = \sqrt{2H/g}$$

En esta expresión se entiende que el sistema de referencia se fija junto a la posición inicial del cuerpo que se deja caer y con sentido hacia abajo. Por ello el signo de la aceleración gravitatoria es positivo

**ENCUENTRO EN CAIDA LIBRE Y TIRO VERTICAL:**

Si dos partículas A y B se desplazan sobre una misma trayectoria rectilínea vertical, podrá en determinadas condiciones producirse el encuentro de los mismos, es decir, se encontraran en un punto de igual ordenada o altura respecto del mismo origen o sistema de referencia en un determinado instante **te** llamado **instante de encuentro**.

La posición o coordenada de encuentro se denomina **posición de encuentro  $Y_e$** .

El encuentro puede ocurrir en los dos casos siguientes:

- Viajando ambas partículas en el mismo sentido, una de ellas alcanzara a la otra por tener mayor velocidad de disparo aunque su instante inicial o de disparo sea posterior a la otra. Y/o por ser distintas las posiciones iniciales de ambas
- Viajando las partículas en sentidos opuestos, ambas se cruzaran. El caso más común de tiro vertical y caída libre con Encuentro.

En todos los casos, se cumplirá:

$$Y_A(t_e) = Y_B(t_e) = Y_e$$

La resolución y análisis de este ítem se completara con los ejercicios de la guía de problemas.

Cabe recordar que se trata de un MRUV Vertical con aceleración de **modulo constante 10 [m/s<sup>2</sup>]**

**NOTA FINAL:** Un **error muy común** es suponer en la resolución de problemas de encuentro de Tiro Vertical y Caída Libre que el Cuerpo o Partícula que cae tiene aceleración positiva porque el Campo gravitatorio o gravedad “lo acelera”. Y el cuerpo que se dispara hacia arriba “es frenado” por la “gravedad”. Por lo tanto tiene aceleración Negativa. Esto lo puede percibir o detectar la Partícula. NO el Observador o Sistema de Referencia en el estudio de la Física que tiene que tener en cuenta la característica Vectorial de **g**.

La aceleración la genera el Planeta Tierra por interacción gravitatoria. Se verá más adelante en el curso y se explicara y demostrara que **es la misma** (en el vacío o aire con ausencia de rozamiento) **en todos los cuerpos independientemente de su masa o peso**.

Además es la misma en el sentido Vectorial. Todos los cuerpos o partículas son “acelerados” HACIA EL CENTRO DEL PLANETA. Cualquier observador “si pudiese ver la aceleración gravitatoria” vería en la representación física UN VECTOR dirigido hacia el centro de la tierra independientemente de si se desplaza la partícula hacia arriba (Tiro Vertical) o hacia abajo (Caída Libre). **El signo lo define el Observador o Sistema de Referencia.**

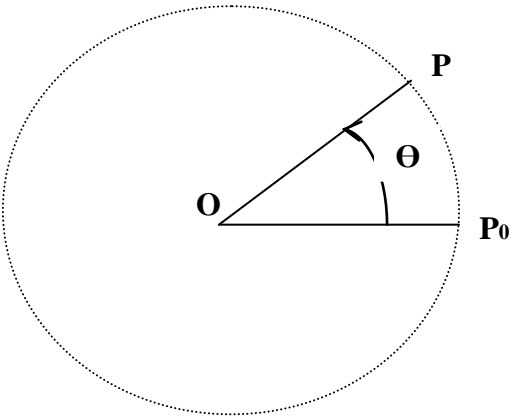
NO lo define el cuerpo o partícula.

2.- MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME (MCU):

2-1) INTRODUCCIÓN:

Si un móvil describe una **trayectoria** a lo largo de una **circunferencia**, el movimiento se llama circular. Vamos a analizar el **movimiento plano**, es decir, aquel que se produce en un único plano de rotación.

Se puede indicar la posición del móvil P mediante el ángulo  $\Theta$  (theta) que forma el segmento OP con el segmento OP<sub>0</sub>, en donde P<sub>0</sub> indica la posición del móvil en el instante inicial t<sub>0</sub>.



El ángulo  $\Theta$  es entonces una **coordenada angular**, ya que se entiende por coordenada a toda variable apta para indicar unívocamente la posición de un móvil.

Los ángulos se miden habitualmente con dos unidades diferentes: grados sexagesimales y radianes. Esta última es la unidad legal (SIMELA).

Un grado sexagesimal es un ángulo 360 veces más chico que el ángulo de “una vuelta entera” o lo que también se llama “una revolución”.

Un ángulo de una vuelta entera mide **2π radianes**, es decir 6,28 radianes.

360° = 2π radianes

2-2) VELOCIDAD TANGENCIAL Y ANGULAR - UNIDADES:

Atemos en un hilo un objeto pequeño A y a 10 [cm] del mismo otro objeto, también pequeño B. (Ver esquema en próxima pagina)

Hagámoslos girar alrededor de nuestra mano:

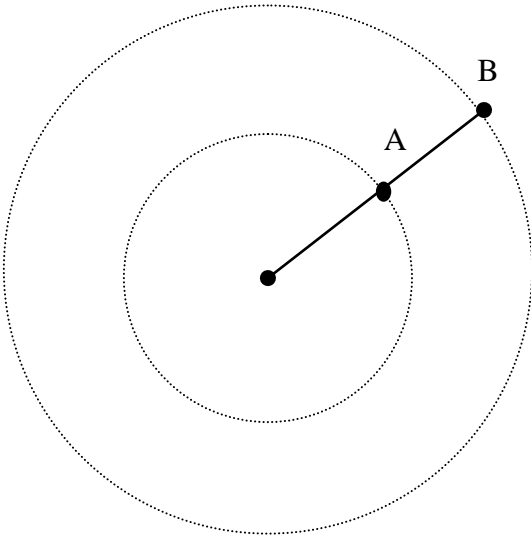
¿Qué trayectoria describen? .....

¿Los dos objetos A y B, se mueven a la misma velocidad?.....

¿Por qué? (justifique la respuesta).....

.....

.....



¿Cómo son entre si las circunferencias que describen ambos móviles?.....

En el esquema indique los arcos y sus ángulos centrales que corresponden a la posición dibujada de los objetos A y B.

¿Cómo son los arcos entre sí?.....

¿Y los ángulos correspondientes?.....

Si tenemos en cuenta los arcos, ¿cómo son sus velocidades? .....

¿Por qué? .....

.....

Si tenemos en cuenta los ángulos centrales que barren los móviles, ¿cómo son sus velocidades? .....

¿Por qué?.....

.....

Tenemos respuestas diferentes si analizamos los arcos y los ángulos. Analizaremos el movimiento de acuerdo a estos dos aspectos:

De acuerdo a los arcos descriptos, definimos la **velocidad lineal o tangencial**:

$$V_{\tau} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

[m/s]

Vτ = = variación de posición (Δs), medida sobre (a lo largo de) la circunferencia, por unidad de tiempo.

**Observación muy importante:** En realidad, la velocidad lineal o tangencial es una velocidad instantánea, es decir definida en un determinado instante. La expresión arriba indicada correspondería a una velocidad media. Como se trata de un movimiento uniforme, es decir con velocidad de modulo constante, el valor de la velocidad (modulo) no varia y es el mismo en **todos los instantes**.

De acuerdo a los ángulos barridos, definimos la **velocidad angular**:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

[radianes/s] = [1/s]

$\omega$  = variación angular de la posición ( $\Delta\theta$ ) por unidad de tiempo. Magnitud vectorial.  
 $\Delta\theta$  = desplazamiento angular.

Cuando  $\Delta s$  es directamente proporcional a  $\Delta t$ , el movimiento es **Uniforme**, es decir:  $V\tau = Cte$ .  
Cuando  $\Delta\theta$  es directamente proporcional a  $\Delta t$ , el movimiento es **Uniforme**, es decir:  $\omega = Cte$ .

UNIDADES:

$[V\tau] = [m / s]; [m / minuto]; [Km / h]; etc.$

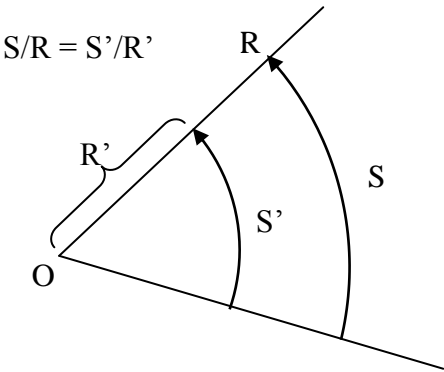
$[\Theta] = [radianes / s]; [grados / s]; [grados / h]; etc.$

2-3) **RELACION ARCO DESCRIPTO - ANGULO BARRIDO . CONCEPTO DE RADIAN:**

En general, dado un ángulo  $\Theta$ , si trazamos un arco  $s$  con un radio  $R$  cualquiera, el cociente entre la longitud del arco  $s$  y el radio  $R$  **es constante** cualquiera sea el valor de  $R$  (para un mismo ángulo).

El cociente  $S / R$  depende solo del ángulo y por lo tanto mide:

$$\Theta = (S / R) \text{ [radianes]}$$



Nótese que **la medida de un ángulo en radianes no tiene dimensión**, ya que se obtiene como el cociente entre dos longitudes  
Realicemos la siguiente experiencia:  
Dibujemos una circunferencia de 8 [cm] de radio, tracemos el radio y un ángulo central de aproximadamente 57° 17' 44" (57,29°).  
Comparemos con un hilo, el radio y el arco correspondiente  
¿Cómo son entre sí?.....

El ángulo que tiene esta característica lo llamamos **Radian**. Es decir:

Llamamos **radian** al ángulo central cuyo arco correspondiente es igual al radio de la circunferencia.

Dicho de otra manera:

La unidad de ángulo, expresado en radianes, es el ángulo que subtiende un arco de longitud igual al radio

Teniendo en cuenta que el número de radianes es igual a la longitud del arco dividida por el radio:

$$N^{\circ} \text{ de radianes} = \text{longitud del arco} / \text{radio}.$$

¿Cuántos radianes entran en una circunferencia? .....  
(Luego, una vuelta o revolución medida en radianes será =  $2\pi$  ).

La relación entre grados sexagesimales y radianes será:

$360^{\circ} = 2\pi$

$180^{\circ} =$

$90^{\circ} =$

$45^{\circ} =$

Entonces, las unidades de velocidad angular, se pueden expresar como:

$$[\omega] = [radianes / s] = [1 / s] = [s^{-1}]$$

De todo lo expresado, surge la siguiente relación:

( $\Theta$  en radianes)

$$S = R \cdot \Theta$$

Si lo indicamos en función de variaciones:

( $\Delta\Theta$  en radianes)

$$\Delta S = R \cdot \Delta\Theta$$

## 2-4) PERIODO - FRECUENCIA:

Definiremos nuevos conceptos:

**PERIODO T:** Es el tiempo que tarda un móvil en dar una vuelta completa. Magnitud escalar. La unidad de medida en el Sistema Internacional de Unidades (SI) es el Segundo: [**s**]

**FRECUENCIA  $\nu = f$ :** Es el número de vueltas que el móvil da en la unidad de tiempo. Magnitud escalar. La unidad de medida en el Sistema Internacional de Unidades (SI) es el Hertz: [**Hz**]

Por lo tanto:  $\nu = f = 1 / T$

Nota: 1 [rpm] = 1/60 [Hz]

Si un móvil da una vuelta completa y teniendo en cuenta el concepto de radian:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = \omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

Si el radio de la circunferencia descrita es  $r \rightarrow$  Para 1 vuelta completa  $\begin{cases} \Delta S = 2 \pi r \\ \Delta t = T \end{cases}$

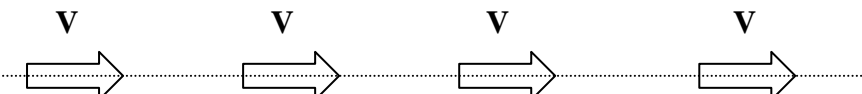
$$V_t = \frac{2 \pi r}{T}$$

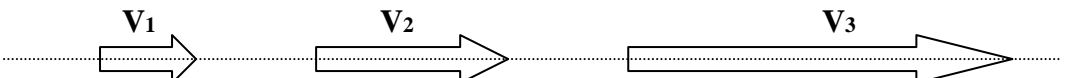
Si observamos la expresión para calcular  $\omega$  puede escribirse  $V_t$  en función de  $\omega$ :

$$V_t = \omega \cdot r$$

## 2-5) ANÁLISIS VECTORIAL - ACELERACIÓN CENTRÍPETA:

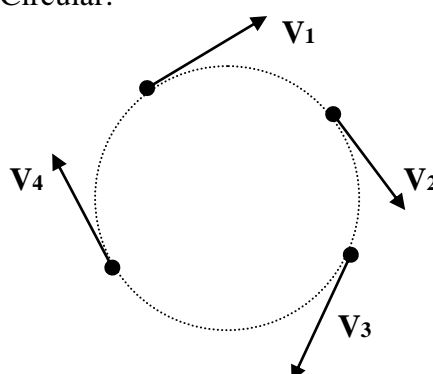
Hasta ahora hemos considerado la velocidad como magnitud escalar, por que no tenia gran influencia en nuestras situaciones problemáticas. Si representamos los vectores velocidad, en las trayectorias rectilíneas:

Movimiento Uniforme: 

M. U. Variado: 

En cambio, en una trayectoria Circular:

Movimiento Uniforme:



¿Qué conclusiones podemos sacar, analizando los vectores de las tres situaciones, comparando **sentido, dirección y módulo**? (como son entre si en cada uno de los casos).

M.R.U. = .....  
M.R.U.V. =.....  
M.C.U. = .....

Por lo tanto en el M.C.U. el vector velocidad tangencial..... Entonces, si hay una variación de velocidad en un determinado intervalo de tiempo, existe una..... denominada **aceleración centrípeta:  $a_c$** .

Es una magnitud vectorial cuya **dirección** coincide con el radio de la circunferencia y el **sentido** es hacia el centro de la misma.

El **módulo** se calcula u obtiene mediante la siguiente expresión:

$$a_c = \omega^2 \cdot r$$

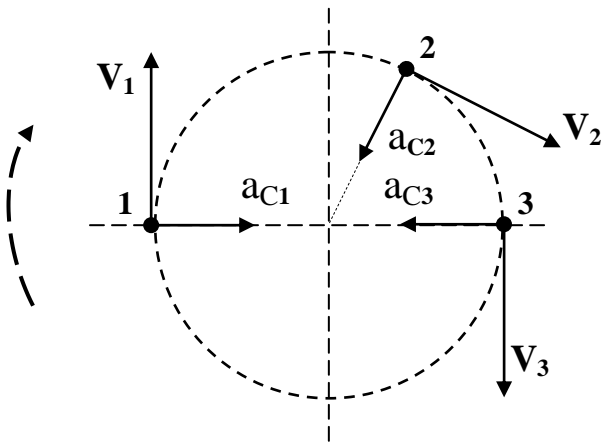
O también, como  $V_t = \omega \cdot r$ , tendremos:

y

$$a_c = V_t \cdot \omega$$

$$a_c = \frac{V_t^2}{r}$$

Se dibujan los vectores  $V_t$  y  $a_c$  en tres puntos 1, 2 y 3:



**NOTA IMPORTANTE:**

$$V = V_t = V_\tau$$

Son tres formas indistintas de escribir la velocidad tangencial o lineal

2-6) **REPRESENTACION O ESQUEMA VECTORIAL:**

Analizaremos a continuación la característica vectorial de la velocidad angular y realizaremos una representación de todas las magnitudes vectoriales que intervienen en este movimiento.

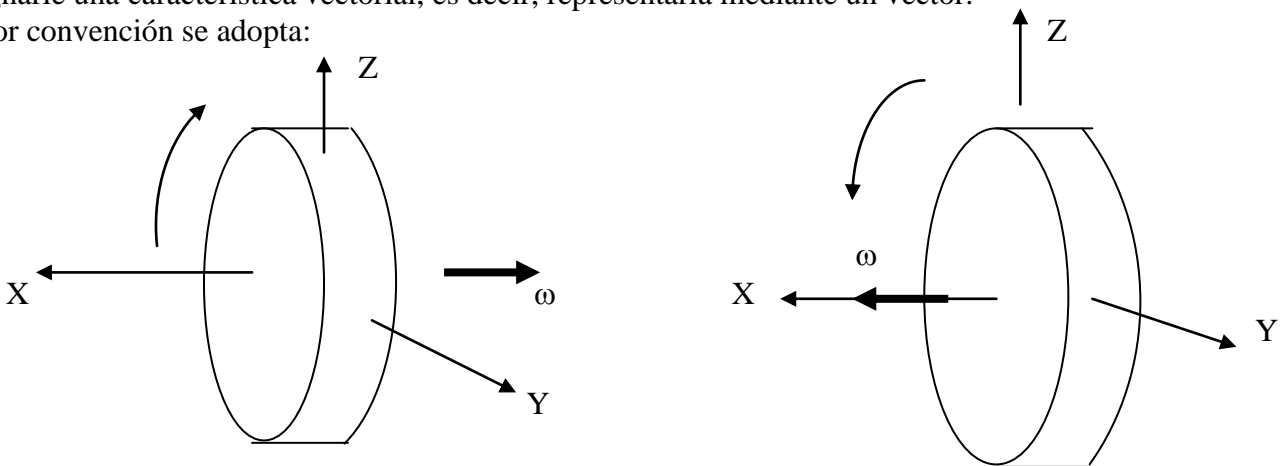
- ¿Cómo distinguimos (representamos) el giro de un disco o partícula en un sentido u en otro?
- ¿Es lo mismo “hacer girar” la puerta en un sentido o en otro? ¿Y una ventana?
- ¿Para dar la “vuelta al mundo” es idéntico salir de Bs As hacia el Este (Rio de La Plata) o hacia el Oeste (cordillera de los Andes)?



*Evidentemente: ¡NO!*

Por ser la velocidad angular  $\omega$  una magnitud en donde el sentido tiene “vital” importancia, debemos asignarle una característica vectorial, es decir, representarla mediante un vector.

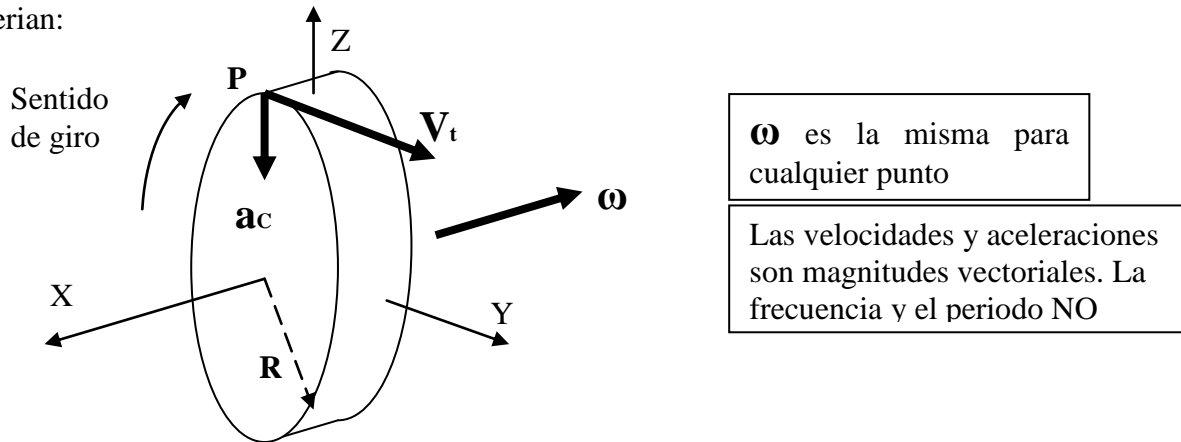
Por convención se adopta:



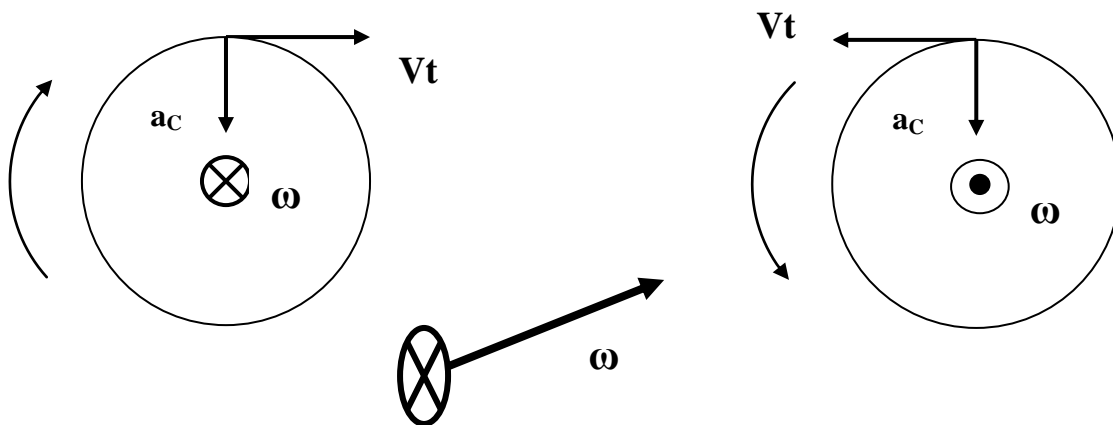
Se utiliza la “Regla de la mano derecha”, también conocida como “regla del tirabuzón” para obtener el sentido del vector velocidad angular  $\omega$ . La dirección es perpendicular al plano de rotación.

La mencionada regla será explicada por el docente en el curso. La misma se halla perfectamente expuesta en diversos textos de Física.

Basándose en todo lo visto, los vectores representativos de las magnitudes velocidad y aceleración en un **punto P** (partícula situada sobre un disco o rueda que gira) para un Movimiento Circular Uniforme serían:



Si lo dibujamos utilizando una vista de frente:



### 3.- MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORMEMENTE VARIADO (MCUV):

#### 3-1) MAGNITUDES ANGULARES:

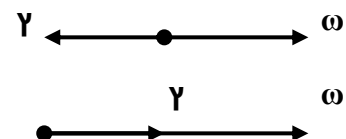
Para el movimiento de rotación de una partícula (o un cuerpo rígido) alrededor de un eje fijo, el movimiento más sencillo es aquel en que la velocidad angular es constante. Lo analizamos en el ítem anterior (Temas 2-1 a 2-6).

Si un móvil describe una trayectoria circular plana, pero su velocidad angular varía con respecto al tiempo, la partícula está acelerada (se suele decir que la partícula o móvil se está acelerando) y esta **aceleración angular** (media) vale:

$$\gamma = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Si  $\gamma < 0 \Rightarrow$

Si  $\gamma > 0 \Rightarrow$



Las **Unidades** de la **aceleración angular** son radianes por segundo cuadrado  $[\text{rad/s}^2] = [1/\text{s}^2]$ .

Si la variación de la velocidad angular es positiva (la velocidad angular aumenta), la aceleración también es positiva. En caso contrario (disminución), la aceleración será negativa.

La aceleración angular es evidentemente una magnitud vectorial cuya dirección es coincidente (colineal) con la velocidad angular. Su sentido puede ser el mismo u opuesto. Su módulo dependerá de la relación entre las variaciones de velocidad angular y tiempo.

Si el **módulo** de la **aceleración** angular se mantiene **constante** (MCUV), podemos escribir:

$$\Delta\omega = \gamma\Delta t \rightarrow \omega = \omega_0 + \gamma(t - t_0) \quad (\text{A})$$

Análogamente, se puede demostrar que la variación angular de la posición cuando la aceleración angular es constante se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$\Delta\theta = \varpi_0 \Delta t + \frac{\gamma}{2} \Delta t^2$$

$$\theta - \theta_0 = \varpi_0 (t - t_0) + \frac{\gamma}{2} (t - t_0)^2$$

$$\Theta = \Theta_0 + \omega_0 (t - t_0) + \frac{\gamma}{2} (t - t_0)^2 \quad (B)$$

Como puede verse, las ecuaciones (A) y (B), son análogas a las ecuaciones horarias de la velocidad y posición en los movimientos de traslación rectilínea (dirección fija) que hemos visto. En este caso se trata de movimientos de rotación con *eje fijo*.

NOTA: En este caso, la aceleración centrípeta no se mantiene constante pues la velocidad angular **varia** uniformemente.

### EXPRESIÓN DE LA VARIACIÓN DE POSICIÓN O DESPLAZAMIENTO $\Delta\Theta$ EN FUNCION DE LAS VELOCIDADES:

Combinando las ecuaciones horarias (A) y (B) de la velocidad  $\omega$  y la posición  $\Theta$  se puede obtener la expresión indicada en el título de este ítem. (Ver Punto 7.- Guía de estudio N°2)

$$\Delta\Theta = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\gamma}$$

$$\Delta\Theta = \text{Desplazamiento angular.}$$

Recordar nuevamente que la velocidad angular  $\omega$  varia uniformemente y su valor en un instante dado dependerá de la frecuencia  $f$ .

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

### 3-2) RELACION ENTRE MAGNITUDES ANGULARES Y TANGENCIALES:

Cuando una partícula gira describiendo un radio  $r$  (como en el caso de un punto ubicado sobre el perímetro de una rueda que gira sobre su propio eje), el movimiento puede describirse analizando el desplazamiento circular  $\Delta s$ , su velocidad tangencial y su aceleración tangencial  $a_t$

Estas magnitudes están relacionadas con las angulares que describen la rotación de la partícula (o rueda) a través de las siguientes ecuaciones:

$$\Delta s = \Delta\Theta \cdot r$$

$$V_t = \omega \cdot r$$

$$a_t = \gamma \cdot r$$

La **velocidad tangencial** es la correspondiente a un instante determinado. Su modulo no será constante. Recordar que su dirección varia, es decir, es diferente para cada instante a lo largo de una vuelta completa (ciclo o revolución). Para cada instante la velocidad tangencial o instantánea es tangente a la trayectoria.

La **aceleración tangencial** es constante (en intensidad) y su dirección es colineal con la de la velocidad tangencial. El sentido depende del aumento o disminución de la velocidad tangencial.

Si  $a_t > 0 \rightarrow V_t$  y  $a_t$  serán colineales con igual sentido.

Si  $a_t < 0 \rightarrow V_t$  y  $a_t$  serán colineales con sentido opuesto.

La deducción de la expresión del módulo de la aceleración tangencial es básicamente:

$$a_t = \Delta V / \Delta t \text{ además } V = \omega \cdot r \rightarrow \Delta V = \Delta\omega \cdot r \text{ Entonces } a_t = \Delta\omega / \Delta t \cdot r = \gamma \cdot r$$



**Guía de Problemas N 3 – Profesor Civetta Néstor.****1° Parte: CAIDA LIBRE Y TIRO VERTICAL (En el vacío):**

- 1.- Se lanza una partícula verticalmente hacia arriba con una velocidad de 39,2 [m/s]:
- ¿Cuánto tarda en alcanzar la altura máxima?
  - ¿Cuál es la altura máxima que alcanzo si se arrojó desde el piso?
  - Una vez que cae libremente, ¿cuánto tarda en llegar al suelo?
  - ¿Qué velocidad tiene al llegar al suelo?
  - Representar gráficamente  $Y = Y(t)$ ;  $V = V(t)$  y  $A = A(t)$
- 2.- Un juguete cae desde el balcón de una casa de departamentos. Al pasar frente a una ventana A, su velocidad es de 19,6 [m/s]. Al pasar frente a otra ventana B de un piso inferior su velocidad es 49 [m/s]:
- ¿Cuánto tiempo tardo el juguete desde el balcón hasta la ventana A?
  - ¿Qué distancia hay entre el balcón y la ventana A?
  - ¿Qué distancia hay entre ambas ventanas?
  - Representar gráficamente:  $Y = Y(t)$ ,  $V = V(t)$  y  $A = A(t)$
- 3.- Un cuerpo es arrojado hacia abajo, desde una cierta altura, con una velocidad inicial de 8 [m/s]:
- ¿Cuál es el desplazamiento durante los primeros 4 [s]? y ¿Cuál es su velocidad en ese instante?,
  - Represente gráficamente la posición, velocidad y aceleración en función del tiempo,
  - Resolver el problema si el cuerpo se arroja hacia arriba.
- 4.- Un proyectil se dispara hacia arriba con una velocidad inicial y en ese instante, se pone en marcha un cronometro. Si al alcanzar una altura de 100 [m], respecto del punto de partida su velocidad es 15 [m/s], calcule:
- el instante en el cual se encuentra en esa posición
  - la velocidad inicial
  - altura máxima
  - Representar la posición, velocidad y aceleración en función del tiempo.
- 5.- a) Desde un edificio de 84,9 metros de altura se lanza un cuerpo verticalmente; tres segundos después alcanza el suelo. Calcule la velocidad inicial e indique su sentido. b) Representar la posición, velocidad y aceleración en función del tiempo. c) ¿Cuál sería la respuesta si el cuerpo tarda 4,8 segundos en llegar al piso? d) Represente la posición, velocidad y aceleración en función del tiempo para el ítem c)
- 6.- Un cuerpo se suelta en caída libre y emplea en recorrer la segunda mitad de su desplazamiento 2 segundos. Calcule: a) El desplazamiento total, b) La velocidad con que llega al suelo, c) La velocidad que tenía al pasar por la mitad de su recorrido.

---

**Problemas con “Encuentro” y/o “Persecución”:**

- 7.- Se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba con una velocidad de 39,2 [m/s]. Desde una altura de 19,6 [m] y sobre su vertical se deja caer otro objeto:
- ¿A qué distancia del suelo se produce el encuentro?
  - ¿En qué instante?
  - Represente gráficamente  $Y = Y(t)$ ;  $V = V(t)$  y  $A = A(t)$  de la situación planteada.
- 8.- Se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba con una velocidad de 39,2 [m/s]. Tres segundos más tarde y desde una altura de 83,3 [m] sobre su vertical se deja caer otro cuerpo:
- ¿A qué distancia del suelo se produce el encuentro? ¿En qué instante?
  - Escriba las ecuaciones horarias de ambos cuerpos.
  - Representar gráficamente  $X = X(t)$ ;  $V = V(t)$  y  $A = A(t)$
- 9.- Un cuerpo cae desde una altura H. Un segundo más tarde se dispara verticalmente con velocidad inicial de módulo 50 [m/s] una bala. Si la posición de encuentro es 40 [m] medida desde el suelo:
- Calcule el instante de encuentro.
  - calcular la altura desde la cual cae el cuerpo.
  - Calcular los instantes en que ambos cuerpos llegan al suelo.
  - Representar gráficamente  $Y = Y(t)$ ;  $V = V(t)$  y  $A = A(t)$  para el cuerpo y el proyectil.
- 10.- Desde la base del volcán Arsia Mons en la región Phoenicis Lacus del planeta Marte, se dispara verticalmente hacia arriba un cohete con aceleración 8 [m/s<sup>2</sup>]. Luego de 11 [s] desde la cima del volcán se deja caer un objeto. Gravedad en la superficie del planeta 3,72 [m/s<sup>2</sup>]. Si el cohete y el objeto se encuentran en el instante 60 [s]:
- Calcule la posición de encuentro.
  - Calcule la altura del volcán.
  - Representar gráficamente  $Y = Y(t)$ ,  $V = V(t)$  y  $A = A(t)$ .
  - Calcular el instante en que el objeto llega al suelo.
  - Velocidad de ambos en el instante de encuentro.

Guía de Problemas N 3 – Profesor Civetta Néstor.**2° Parte: MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME (MCU).**

**11.-** Un móvil da 40 vueltas en 20 segundos, calcular:

- a) La velocidad angular en  $[\text{grados} / \text{s}] = [^\circ / \text{s}]$  y  $[\text{radianes} / \text{s}] = [1 / \text{s}]$ .  
El periodo y la frecuencia.
- b) La velocidad tangencial, si describe una circunferencia de 15 [cm] de radio.
- c) La aceleración centrípeta.

**12.-** Un punto material describe una circunferencia de 2 [Km] de radio y recorre 7,2 [Km] en 2 minutos.

- a) ¿Cuál es su aceleración centrípeta?
- b) ¿Tendrá la misma aceleración si la circunferencia que describe es de 1,5 [Km] de radio? Calcule y analice el resultado.

**13.-** Un móvil recorre una trayectoria circular de 5 [m] de radio con una velocidad de 3 [1/s].

- a) ¿Cuál es su velocidad tangencial en [m/s] y [km/h]?
- b) ¿Cuánto se desplazó en 1 minuto? ¿Cuántas vueltas realizó en ese minuto?
- c) ¿Cuál es el modulo de la aceleración en  $[\text{m/s}^2]$  y  $[\text{km/h}^2]$ .

**14.-** Calcula la velocidad tangencial de la Tierra en su orbita alrededor del Sol, teniendo en cuenta que el radio de la orbita terrestre, supuesta circular, es 150.000.000 [Km]. Esquema vectorial.

**15.-** Un movimiento tiene una aceleración centrípeta de  $720 [\text{cm} / \text{s}^2]$  y frecuencia 0,25 [1/ s].

- a) Calcule el radio de giro en metros y Kilómetros.
- b) Calcule la velocidad lineal, la angular y el periodo.
- c) Represente gráficamente la velocidad lineal, la angular y la aceleración centrípeta en función del radio.

**16** Un auto debe tomar una curva circular de radio 400 [m] con una velocidad, que la quiere mantener constante, igual a 100 [Km/h]. Calcule:

- a) La aceleración centrípeta que hay que imprimirle, b) La velocidad angular en la curva en [rad/s], c) La frecuencia en [rpm], d) Esquema vectorial.

**17.-** Un punto de un disco esta situado a 15 [cm] del eje de rotación. Determine la velocidad tangencial, la aceleración angular y la aceleración centrípeta de dicho punto cuando el disco gira a una velocidad angular constante de  $3,49 [\text{rad/s}] = [1/\text{s}]$ .

**3° Parte: MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORMEMENTE VARIADO (MCUV).**

**18.-** Un disco gira con aceleración angular constante  $\gamma = 2 [\text{rad/s}^2]$  Si el disco parte del reposo, a) ¿cuántas revoluciones dará en 10 [s]?, b) ¿cuál será la velocidad angular luego de 10 segundos?, c) Realice un esquema indicando las magnitudes vectoriales en un punto ubicado sobre el perímetro.

**19.-** a) ¿Cuál sería la aceleración angular del punto del problema 17 si el disco se detiene en 2,5 segundos?, b) ¿Cuántas vueltas describen el disco y el punto hasta detenerse?, c) Calcule la aceleración tangencial, d) Indique la velocidad tangencial inicial y final del punto, e) Realice un esquema indicando las magnitudes vectoriales en el punto durante el proceso de frenado.

**20.-** Partiendo del reposo, una piedra abrasiva (piedra de amolar) tiene una aceleración angular constante de  $3,2 [\text{rad/s}^2]$  Halle 2,7 segundos después: a) el desplazamiento angular de un punto ubicado a 5 [cm] del eje o centro de la misma, b) la velocidad angular de la piedra, c) La velocidad y aceleración tangencial del punto, d) Realice un esquema indicando las magnitudes vectoriales en el punto.

**21.-** Si el motor que mueve la amoladora del problema 20 se detiene cuando la piedra gira con velocidad angular de  $8,6 [1/\text{s}]$  y la misma llega al reposo al cabo de 192 [s] calcule: a) La aceleración angular, b) La rotación angular y numero de vueltas durante la desaceleración, c) Esquema durante el frenado indicando las magnitudes vectoriales en un punto ubicado sobre el perímetro de la piedra de amolar.

**22.-** Un lavarropa gira a 900 [rpm], disminuye uniformemente a 300 [rpm] mientras efectúa 50 revoluciones o vueltas (giros). Determinar: a) La aceleración angular y b) El tiempo requerido para completar las 50 revoluciones.

**Guía de Problemas N 3 – Profesor Civetta Néstor.**

**Respuestas a los Problemas (Orientadoras, no están chequeadas todas).**

- 1.- a) 4 [s] b) 78,4 [m] c) 4 [s] d) – 39,2 [m/s] e) Gráficos.
- 2.- a) 2 [s] b) 19,6 [m] c) 102,9 [m] d) Gráficos.
- 3.- a) 110,4 [m] y 47,2 [m/s] b) Gráficos c) 46 [m] y 31 [m/s] (sistema referencia hacia abajo) + Gráficos
- 4.- a) 3, 24 [s] b) 46, 74 [m/s] c) 111,47 [m] ( $t_m = 4,77$  [s]) d) Gráficos.
- 5.- a)  $V_o = 13,6$  m/s hacia abajo b) Gráficos c) 5,83 m/s hacia arriba d) Gráficos
- 6.- a) 228,5 [m] b) 66,9 [m/s] c) 47,3 [m/s] → **Resultados con  $g = 9,8$  [m/s<sup>2</sup>]**  
 a) 232,9 [m] b) 68,25 [m/s] c) 48,25 [m/s] → **Resultados con  $g = 10$  [m/s<sup>2</sup>]**
- 7.- a) 18,375 [m] b) 0,5 [s] c) Gráficos.
- 8.- a) 4 [s] y 78,4 [m] b) Ecuaciones horarias c) Gráficos
- 9.- a) 1,87 [s] y 10,33 [s] b) 57,13 [m] y 562,87 [m] c) Con  $H = 57,13$  [m]: 3,4 [s] y 11,2 [s] –  
 Con  $H = 562,87$  [m]: 10,7 [s] y 11,2 [s] d).....
- 10.- a)  $Y_e = 14400$  [m] b) Altura = 18866 [m] c)... d) 111,7 [s] e) 480 [m/s] y - 182,3 [m/s]
- 11.- a) 720 [°/s] y 12,56 [1/s] b) 0,5 [s] y 2 [1/s] c) 1,884 [m/s] d) 23,66 [m/s<sup>2</sup>]
- 12.- a)  $1,8$  [m/s<sup>2</sup>] = 23328 [Km/h<sup>2</sup>] b) distinto radio → distinta aceleración → da 2,4 [m/s<sup>2</sup>]
- 13.- a)  $15$  [m/s] = 54 [km/h] b) 900 [m] = 0,9 [km] y 28,66 [vueltas] c)  $45$  [m/s<sup>2</sup>] = 583200 [km/h<sup>2</sup>].
- 14.-  $107.589$  [Km/h]  $\approx 29.886$  [m/s]  $\approx 30$  [km/s].
- 15.- a)  $2,92$  [m] =  $2,92 \cdot 10^{-3}$  [km] b)  $V = 4,58$  [m/s]  $\omega = 1,57$  [1/s]  $T = 4$  [s] c).....
- 16.- a)  $1,92$  [m/s<sup>2</sup>] b) 0,07 [rad/s] c) 0,6 [r.p.m]. d) Esquema vectorial.
- 17.-  $V = 0,524$  [m/s]  $\gamma = 0$  [rad/s<sup>2</sup>] y  $a_c = 83$  [m/s<sup>2</sup>]
- 18.- a) 15,9 [revoluciones], b) 20 [rad/s] = 20 [1/s], c) Gráfico
- 19.- a) - 1,396 [rad/s<sup>2</sup>] b) 0,695 [vueltas] (4,363 rad), c) - 0,209 [m/s<sup>2</sup>], d)  $V_{to} = 0,524$  [m/s] y  $V_{tf} = 0$ ,  
 e) Dibujo.
- 20.- a)  $11,7$  [rad] = 1,9 [rev] = 670 [°] b)  $8,6$  [rad/s] = 1,4 [rev/s] c) 0,43 [m/s] y 0,16 [m/s<sup>2</sup>]  
 d) Gráfico
- 21.- a) - 0,045 [rad/s<sup>2</sup>] b) 826 [rad] = 131 [rev] = 47350,32 [°] c) Grafico.
- 22.- a)  $-4,15 \pi$  [rad/s<sup>2</sup>] =  $-13$  [rad/s<sup>2</sup>] = [1/s<sup>2</sup>] b)  $\Delta t = 5$  [s]