Guía de Estudio N 4 – Profesor Civetta Néstor.

1.- TIRO OBLICUO (En el vacío):

Vamos a analizar este movimiento en el Plano. Además como indica el Titulo se lo resuelve en el vacío o ausencia absoluta del rozamiento en los Fluidos (Gases como el Aire o Líquidos)

En el caso más general, la posición del punto o partícula puede expresarse mediante el Vector Posición r (t) que tendrá dos componentes en las direcciones X e Y.

Además podemos expresar la velocidad y la aceleración de forma análoga o semejante.

POSICION: $\mathbf{r}(t) = X(t)\,\mathbf{i} + Y(t)\,\mathbf{j}$

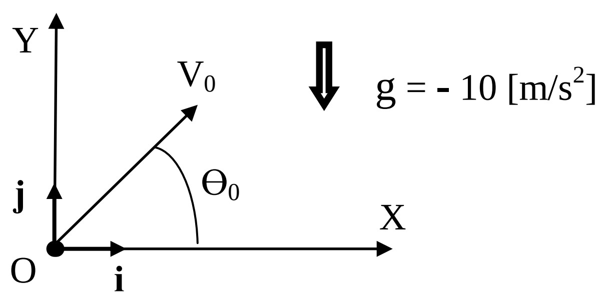
VELOCIDAD: $\mathbf{V}(t) = V_X(t)\,\mathbf{i} + V_Y(t)\,\mathbf{j}$

ACELERACION: $\mathbf{a}(t) = a_X(t)\,\mathbf{i} + a_Y(t)\,\mathbf{j}$

i y **j** son los Versores de modulo unitario que definen el sentido positivo en X e Y

Un tiro Oblicuo consiste básicamente en un disparo de un proyectil (Partícula) con Velocidad Inicial V_0 y con una dirección definida por el ángulo de disparo o Inicial Θ_0

Generalmente se ubicara el Sistema de Referencia ejes X – Y en el punto o posición de Disparo.



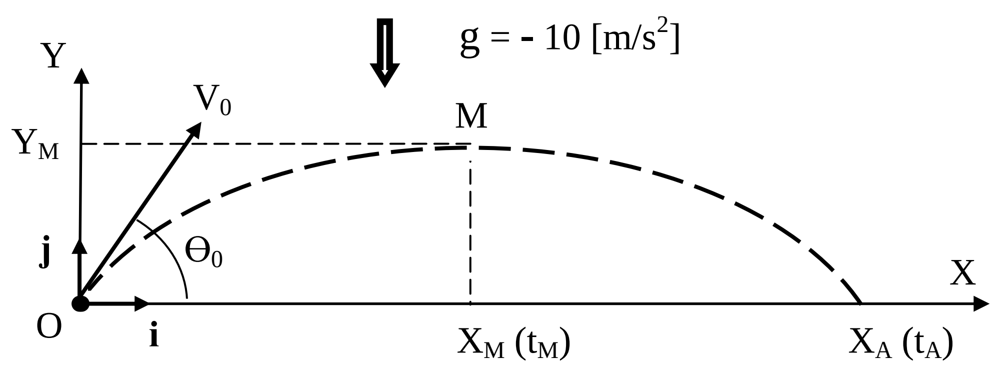
La única aceleración que actúa es la gravitatoria g en Dirección Vertical (eje Y) y sentido negativo.

Para el observador o sistema de referencia establecido, "hacia arriba" es positivo. Todo cuerpo o partícula "tiende a caer" hacia abajo. Esta acelerado hacia abajo. Aunque se mueva hacia arriba.

Las condiciones iniciales serán: $X0 = 0$, $Y_0 = 0$ y $t_0 = 0$

La **Ecuación de la Trayectoria** **Y = Y (X)** que se deducirá más adelante, indica la altura u ordenada **Y** de la partícula en función de la abscisa o posición **X.**

Es una ecuación de segundo grado (cuadrática) con término negativo en X^2, por lo tanto su representación es una parábola con vértice arriba (decreciente) como se indica abajo.



Se cumple:

$X_A = 2.\ X_M$

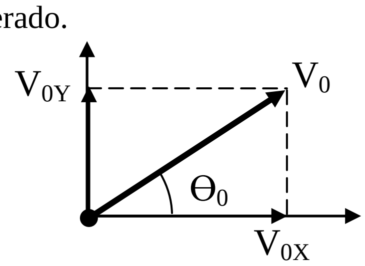
$t_A = 2.\ t_M$

X_A = Alcance (En el instante t_A)

Y_M = Altura Máxima (En el instante t_M)

NOTA1: Todo el análisis se realiza sin tener en cuenta el rozamiento con el aire. En el Laboratorio de Física se realizara un Trabajo Practico ("Estudio de un Movimiento") usando un plano de Packard para simular un disparo de un proyectil y en dicha experiencia se observara la "deformación" de la parábola teórica o ideal, que estamos estudiando, por acción del rozamiento con el piso del plano y con el aire.

NOTA2: Es fundamental tener en cuenta que la Velocidad inicial de disparo tiene una componente Horizontal según el Eje X "SIEMPRE CONSTANTE" y una componente Vertical según el Eje Y "VARIABLE" por acción de la aceleración gravitatoria (Campo Gravitatorio Terrestre) que genera un movimiento desacelerado.



$V_{0X} = V_0 \cdot \cos \Theta_0$

$V_{0Y} = V_0 \cdot \text{sen}\ \Theta_0$

Analizamos el Tiro Oblicuo mediante la "composición" o "superposición de DOS MOVIMIENTOS:

1) - Un **MRU** según el Eje X con velocidad constante $V_X = V_0 \cdot \cos \Theta_0$

Las ecuaciones serán:

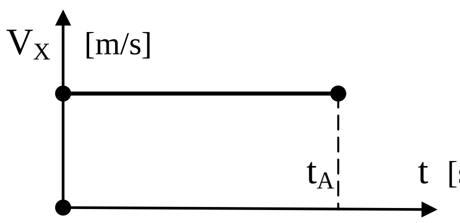
$$a_X = 0$$

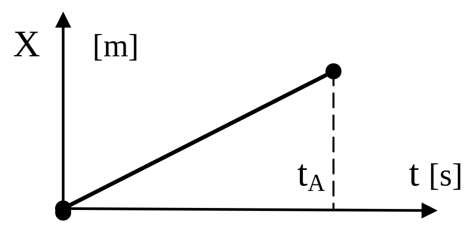
$$V_X = V_0 \cdot \cos \Theta_0 = \text{Constante}$$

$$\mathbf{X = V_0 \cdot \cos \Theta_0 \cdot t}$$

La tercer expresión X = X (t) es la **Ecuación Horaria** de la Posición X

Y los gráficos representativos de la velocidad y la posición en función del tiempo:





2) - Un **MRUV** según el Eje Y con aceleración constante $a_Y = - g = - 10$ [m/s^2]

Las ecuaciones serán:

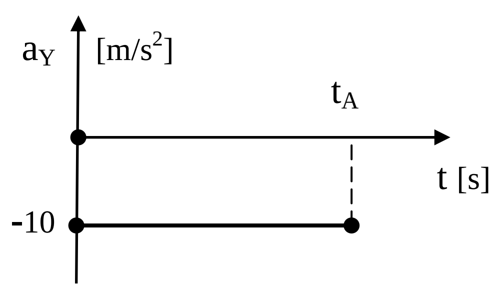
$$a_Y = - g = - 10 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

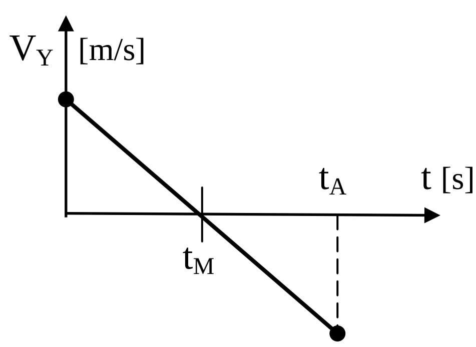
$$\mathbf{V_Y = V_0 \cdot \text{sen}\ \Theta_0 - g \cdot t}$$

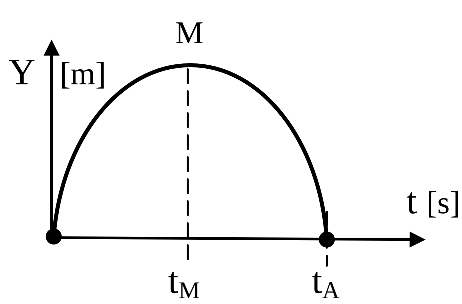
$$\mathbf{Y = V_0 \cdot \text{sen}\ \Theta_0 \cdot t - 1/2 \cdot g \cdot t^2}$$

La 2° y 3° expresión V = V (t) y X = X (t) son las **Ecuaciones Horarias** de la Velocidad V_Y y de la Posición Y.

Y los gráficos representativos de la aceleración, la velocidad y la posición en función del tiempo:







t_M = Instante de maxima altura

t_A = Instante de máximo alcance

Ecuación de la Trayectoria Y = Y (X):

Despejamos de la Ecuación Horaria de la Posición X el Instante t:

$X = V_0 \cdot \cos \Theta_0 \cdot t \rightarrow$ $\mathbf{t = X / V_0 \cdot \cos \Theta_0}$ reemplazamos en la Ecuación Horaria de la Posición Y:

$Y = V_0 \cdot \text{sen}\ \Theta_0 \cdot t - 1/2 \cdot g \cdot t^2 = V_0 \cdot \text{sen}\ \Theta_0 \cdot \mathbf{(X / V_0 \cdot \cos \Theta_0)} - 1/2 \cdot g \cdot (\mathbf{X / V_0 \cdot \cos \Theta_0})^2$

Reemplazando: $\mathbf{\text{sen}\ \Theta_0 / \cos \Theta_0 = \text{tg}\ \Theta_0}$ obtenemos la Ecuación buscada:

$$\boxed{\mathbf{Y = \text{tg}\ \Theta_0 \cdot X - 1/2 \cdot g / (V_0^2 \cdot \cos^2 \Theta_0) \cdot X^2}}$$

Que es una Ecuación de 2° grado en la variable X y su representación, como ya se dijo, es indudablemente una parábola decreciente, por ser NEGATIVO el término de 2° orden

Altura Máxima Y_M:

En el punto M de Máxima altura el cuerpo deja de ascender. En ese instante (T_M) y posición (Y_M) LA VELOCIDAD EN LA DIRECCION **Y** ES NULA. **NO** EN LA DIRECCION **X.**

Podemos plantear entonces que la velocidad en la dirección Y es NULA en el instante $T_M \equiv t_M$.

Igualamos a cero la Ecuación Horaria de la Velocidad en la Dirección Y:

$$V_{YM} = 0 \rightarrow 0 = V_0 \,.\, \text{sen}\, \Theta_0 - g \,.\, t_M \rightarrow$$

$$\boxed{t_M = V_0 \,.\, \text{sen}\, \Theta_0 / g}$$

Reemplazamos ahora $T_M \equiv t_M$ en la Ecuación Horaria de la Posición en la Dirección Y:

$$Y_M = V_0 \,.\, \text{sen}\, \Theta_0 .\, T_M - 1/2 \,.\, g \,.\, T_M^2 \qquad \left\{ \text{Nota: } T_M \equiv t_M \right\}$$

$$Y_M = V_0 \,.\, \text{sen}\, \Theta_0 .\, (V_0 \,.\, \text{sen}\, \Theta_0 / g) - 1/2 \,.\, g \,.\, (V_0 \,.\, \text{sen}\, \Theta_0 / g)^2 \rightarrow$$

$$Y_M = V_0^2 \,.\, \text{sen}^2\, \Theta_0 / g) - 1/2 \,.\, V_0^2 \,.\, \text{sen}^2\, \Theta_0 / g \rightarrow$$

$$\boxed{Y_M = V_0^2 \,.\, \text{sen}^2\, \Theta_0 / 2.\, g}$$

Alcance Máximo X_A:

En el punto A de Máximo alcance el cuerpo hace contacto con el suelo (Eje X). El instante es T_A y la posición X_A.

Podemos plantear que el instante es $T_A = 2 \,.\, T_M$ (Es una parábola simétrica respecto de su Vértice M)

$$T_A = 2 \,.\, T_M = 2 \,.\, V_0 \,.\, \text{sen}\, \Theta_0 / g$$

Reemplazamos en la Ecuación Horaria de la Posición en la Dirección X:

$$X_A = V_0 \,.\, \cos \Theta_0 .\, T_A = V_0 \,.\, \cos \Theta_0 .\, 2 \,.\, V_0 \,.\, \text{sen}\, \Theta_0 / g = (V_0^2 / g).\, 2 \,.\, \cos \Theta_0 .\, \text{sen}\, \Theta_0$$

$$2 \,.\, \cos \Theta_0 .\, \text{sen}\, \Theta_0 = \text{sen}\, (2.\, \Theta_0) \rightarrow \text{Reemplazando:}$$

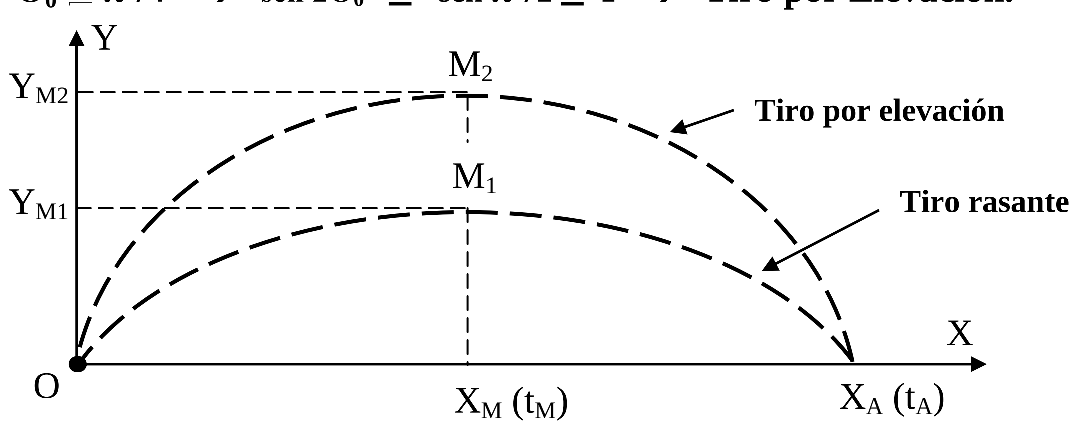
$$\boxed{X_A = (V_0^2 / g).\, \text{sen}\, (2\, \Theta_0)}$$

Tiro Rasante y por Elevación:

Analizando la Ecuación de X_A vemos que el término **sen (2 Θ_0)** nos permite inferir que para alcanzar una misma Posición **(X_A)** con la misma velocidad (Modulo) de disparo **(V_0)** tenemos dos ángulos posibles de disparo:

Si $\Theta_0 \leq \pi / 4 \rightarrow \text{sen}\, 2\Theta_0 \leq \text{sen}\, \pi / 2 \leq 1 \rightarrow$ Tiro Rasante.

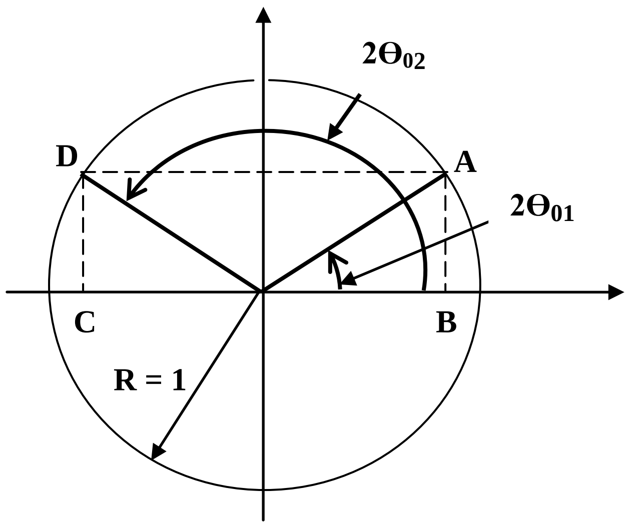
Si $\Theta_0 \geq \pi / 4 \rightarrow \text{sen}\, 2\Theta_0 \geq \text{sen}\, \pi / 2 \geq 1 \rightarrow$ Tiro por Elevación.



Vemos que tenemos dos alturas distintas Y_{M1} e Y_{M2} para un mismo alcance X_A. La condición del Tiro rasante o por elevación para alcanzar esa Posición con una misma Velocidad V_0 es que la suma de los DOS ángulos de disparo sea 90°. Es decir:

$$\Theta_{01} + \Theta_{02} = \pi/2$$

Esto se puede deducir analizando la Circunferencia Trigonométrica en donde se ve claramente que el seno de dos ángulos Suplementarios (suman 180° = π) tienen el mismo valor



Los ángulos $2\Theta_{01}$ y $2\Theta_{02}$ son suplementarios. Suman π. Ambos tienen valor igual al doble de los ángulos de disparo Rasante Θ_{01} y por Elevación Θ_{02}

Como vemos en la circunferencia:

$$\operatorname{sen} 2\Theta_{01} = \operatorname{sen} 2\Theta_{02} \rightarrow 2\Theta_{01} + 2\Theta_{02} = \pi$$

$$2(\Theta_{01} + \Theta_{02}) = \pi \rightarrow$$

$$(\Theta_{01} + \Theta_{02}) = \pi/2$$

NOTA: BA = sen 2 Θ_{01} = CD = sen 2 Θ_{02}

NOTA FINAL – RESOLUCION DE PROBLEMAS:

MUY IMPORTANTE: Para la resolución de los Problemas no es necesario conocer de memoria las fórmulas de Alcance máximo. O máxima Altura. O ecuación de la trayectoria. U otra.

Planteando la Ecuaciones Horarias de **la Posición en la dirección del Eje X y del Eje Y** más la de **Velocidad en la dirección Y** vamos a poder resolver Todos los Problemas o la mayoría.

Tener presente entonces:

$$\boxed{X = V_0 \cdot \cos\Theta_0 \cdot t}$$

Ecuación Horaria de la Posición **X.**

$$\boxed{Y = V_0 \cdot \operatorname{sen}\Theta_0 \cdot t - 1/2 \cdot g \cdot t^2}$$

Ecuación Horaria de la Posición **Y.**

$$\boxed{V_Y = V_0 \cdot \operatorname{sen}\Theta_0 - g \cdot t}$$

Ecuación Horaria de la Velocidad en la Dirección **Y.**

RECORDAR QUE TODO ESTE PLANTEO SE REALIZO CON AUSENCIA DE ROZAMIENTO Y CON LAS SIGUIENTES CONDICIONES INICIALES DEL TIRO OBLICUO:

$$X_0 = 0 \text{ ------------ } Y_0 = 0 \text{ --------------- } T_0 = 0$$

ES DECIR EL SISTEMA DE REFERENCIA U OBSERVADOR ESTA UBICADO JUNTO AL OBJETO QUE SE DISPARA.

DESDE EL PUNTO DE DISPARO COMIENZAN A MEDIRSE LAS POSICIONES X e Y.

ADEMAS, EN EL INSTANTE DEL DISPARO, COMIENZA A MEDIRSE EL TIEMPO.

ACLARACION: si ocurriese que la altura inicial de disparo no fuese nula, es decir el disparo no se realiza desde el piso, sino desde una cierta altura o elevación, estando el Sistema de Referencia ubicado en el Piso o Suelo, ello hace que $Y_0 \neq 0$. Y en la ecuación Horaria de la Posición en Y se coloca o suma este valor →

$$Y = Y_0 + V_0 \cdot \operatorname{sen}\Theta_0 \cdot t - 1/2 \cdot g \cdot t^2$$

Lo planteado puede presentarse en algunos problemas de la Guía o Exámenes de Tiro Oblicuo.

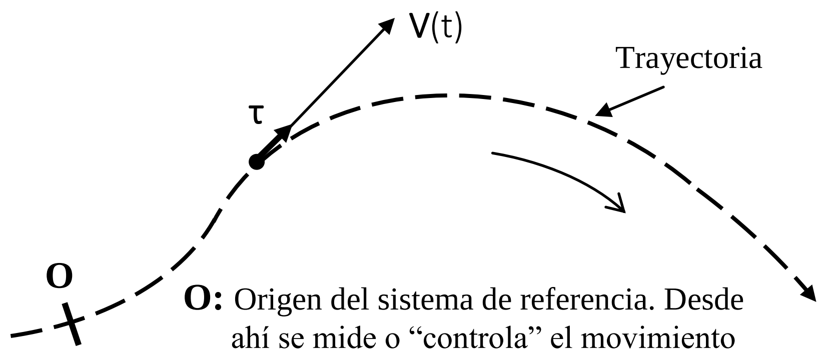
De igual manera, cualquier otro valor inicial NO nulo debe incluirse en la Ecuación Horaria.

2.- COMPONENTES INTRINSECAS DE LA ACELERACION:

Vamos a analizar el movimiento en su forma más completa utilizando vectores. De esta manera podemos decir que la **velocidad vectorial instantánea** de una partícula en una trayectoria curvilínea cualesquiera será un vector tangente a la trayectoria en cada uno de los puntos que va ocupando en su traslación. Si no fuese así el cuerpo o partícula NO seguiría la trayectoria indicada.

Imaginemos un vehículo que se mueve en una carretera o autopista. En un desplazamiento normal sigue en la dirección de la trayectoria instante a instante. Sino "despistaría". Saldría de la carretera. Caso análogo al de un tren que debe seguir sobre la vía férrea o Trayectoria. Sino descarrilaría.

Para definir perfectamente en la Mecánica Vectorial el movimiento se utiliza el **Versor tangente a la trayectoria** τ en cada punto de la misma. Este Versor de modulo unitario puede cambiar en cada instante su dirección y sentido. Pero NO su módulo que siempre es 1. Como todo versor se utiliza para definir la dirección y sentido de una magnitud vectorial



Vectorialmente la velocidad instantánea podemos expresarla de la siguiente manera:

$$V(t) = V\,\tau$$

Siendo V el módulo de la velocidad vectorial instantánea o velocidad escalar instantánea.

Si queremos obtener la aceleración vectorial instantánea debemos derivar el vector velocidad instantánea **(Análisis Matemático 1)** Es decir hallar la variación de la velocidad vectorial para un cambio infinitesimal del tiempo. (Seria "equivalente" a detener el tiempo para obtener el valor instantáneo)

Como es el producto de dos magnitudes una escalar y otra vectorial, **las reglas de las derivadas** establecen que al derivar un producto, ello es igual a la derivada de la 1° magnitud (dV/dt) por la 2° sin derivar (τ) MAS la 1° magnitud (V) por la 2° derivada ($d\tau/dt$). Es decir:

$$A(t) = a(t) = \text{Aceleración vectorial instantánea.}$$

$$\mathbf{A(t) = dV(t)} / dt = d/dt\,[V\,.\,\tau] = dV/dt.\,\tau + V.\,d\tau/dt$$

ETC. ETC…

Ver: <u>RELACION ENTRE MAGNITUDES ESCALARES Y VECTORIALES</u> PAGINA 50 DEL APUNTE DE FISICA I – "CINEMATICA DEL PUNTO MATERIAL" – UDB FISICA – BF1AT1.

El hecho o necesidad de derivar aparece porque estamos calculando valores instantáneos.

Si hacemos $A = (\Delta V / \Delta T)$ estamos calculando un valor medio de aceleración. El intervalo de tiempo puede ser segundos, minutos, horas, días y más tiempo también. El usar "cociente" de dos Diferenciales dV y dT o lo que se conoce como derivar, calculamos el cambio de la velocidad para un cambio o variación del tiempo dT MUY PEQUEÑO es conceptualmente equivalente a "detener el Tiempo". Esto me permite obtener valores instantáneos, Un instante NO es una variación de instantes o tiempo transcurrido.

Todo esto se verá en Análisis Matemático para una mayor comprensión.

Operando obtenemos la aceleración vectorial instantánea en cualquier punto de una trayectoria curvilínea. Este valor puede analizarse como la suma de dos aceleraciones Vectoriales. Ambas perpendiculares entre sí

.

Una de ellas llamada **<u>aceleración tangencial instantánea</u>** → A_T.

Su dirección es tangente a la trayectoria. Tiene el sentido de la velocidad instantánea si es un movimiento acelerado. Y sentido contrario si es un movimiento desacelerado.

Es la que genera el movimiento a lo largo de la trayectoria. Acelera o desacelera a la partícula a lo largo de la trayectoria (carretera o autopista hablando en lenguaje cotidiano y NO científico) por la que avanza el móvil. Veremos en el próximo Tema **Dinámica de la Partícula** que la aceleración no se genera expontáneamente, **Debe existir la acción de una fuerza externa sobre la partícula o cuerpo**.

Otra perpendicular a la anterior llamada **aceleración normal o centrípeta** → An = Ac.

Su dirección perpendicular en cada instante a la tangente a la trayectoria o lo que es lo mismo, a la aceleración tangencial. Su sentido está dirigido hacia el lado cóncavo de la trayectoria.

Es la que genera el giro de la partícula cuando la trayectoria no es rectilínea y el móvil "debe doblar". Sin ella los autos, los trenes, los camiones etc solo podrían moverse a lo lardo de carreteras o vías siempre rectas. Ante la presencia de una curva el móvil o partícula seguiría de largo.

Se verá un poco más en detalle en Dinámica donde se puede ver claramente que fuerzas actúan para Generar esta aceleración fundamental para que un móvil o partícula o tren o auto o etc doble.

Se termina deduciendo que la aceleración vectorial instantánea en cada instante se puede expresar:

$$\mathbf{A(t)} = \mathbf{A_T}(t) + An(t). \quad (I)$$

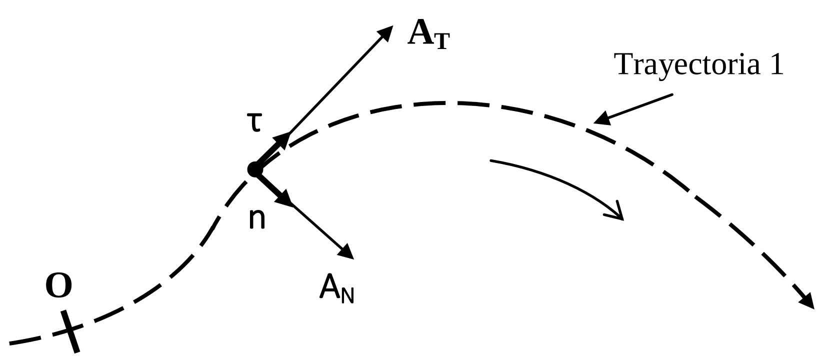
Dónde:

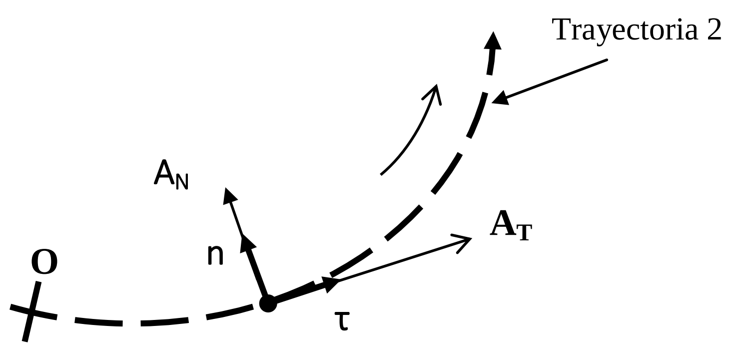
$$\boxed{\mathbf{A_T}(t) = dV(t)/dt \; . \; \tau(t)}$$

$\mathbf{A_T}$ (t) = aceleración tangencial instantánea.
V(t) = velocidad (modulo) tangencial instantánea.
τ(t) = Versor tangente a la trayectoria en el instante (t)

$$\boxed{An(t) = [V^2(t) / \rho(t)] \; . \; n(t)}$$

An (t) = aceleración normal instantánea.
V(t) = velocidad (modulo) tangencial instantánea.
ρ(t) = radio de curvatura en el instante (t).
n(t) = Versor normal a la trayectoria. Es perpendicular al versor tangente en el instante (t)





En las trayectorias curvilíneas 1 y 2 se observa como la aceleración centrípeta A_N hacia el lado cóncavo de la trayectoria genera en la partícula el movimiento curvo.

No el rectilíneo que es o se puede entender generado por la aceleración tangencial A_T.

En la trayectoria 1 la A_N es la responsable que la partícula doble hacia la derecha y en la trayectoria 2 hacia la izquierda

Resumiendo, **en todo instante** y para **cualquier trayectoria** la aceleración vectorial instantánea puede expresarse como la suma de sus dos componentes intrínsecas:

$$\mathbf{A(t) = A_T\,(t) + A_N\,(t)}$$

<u>APLICACION 1</u> - MCU

Lo analizado puede servir para entender más claramente la existencia de una aceleración centrípeta en un MCU a pesar que el MODULO de la velocidad tangencial es constante

Analizando los términos de la expresión **(I):**

$\mathbf{A_T}(t) = dV(t)/dt \; . \; \tau(t) = 0$ El módulo de la velocidad V (t) NO varia, es constante, no existe ningún cambio con el tiempo. Por lo tanto:

$$dV(t)/dt = 0 \;\rightarrow\; \boxed{A_T = 0}$$

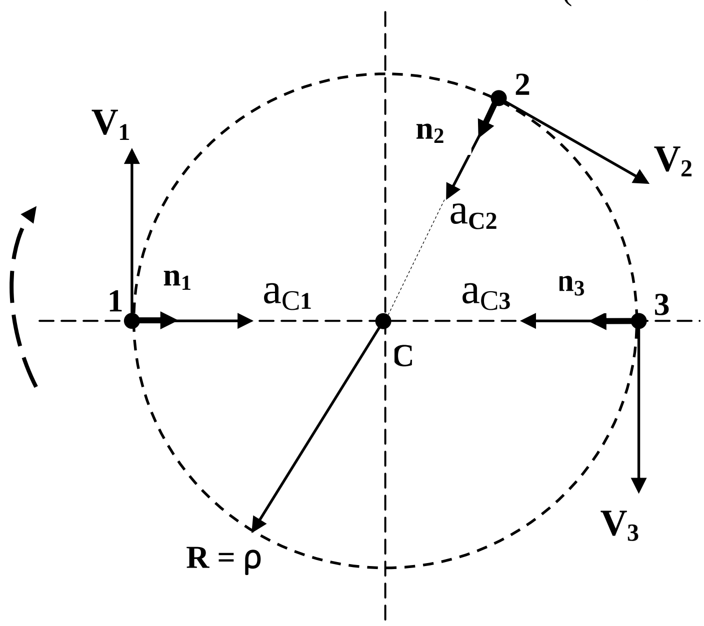
Guía de Estudio N 4 – Profesor Civetta Néstor.

$An(t) = [V^2(t) / \rho(t)] \, . \, n(t) = (V^2/R) \, . \, n(t)$ Existe una aceleración Centrípeta en cada instante.

Su Modulo es constante por que el Modulo de la velocidad lo es en TODO Movimiento Uniforme (MCU 0 MRU). Además el modulo del radio de curvatura o giro $\rho(t) = R$ = Constante en Todo instante o posición y su valor o modulo es el radio R de la Circunferencia.

$$\boxed{A_C(t) = An(t) = V^2 / R}$$

Recordemos de la Guía N° 3 de Cinemática (Tiro Vertical y Caída Libre + MCU + MCUV)

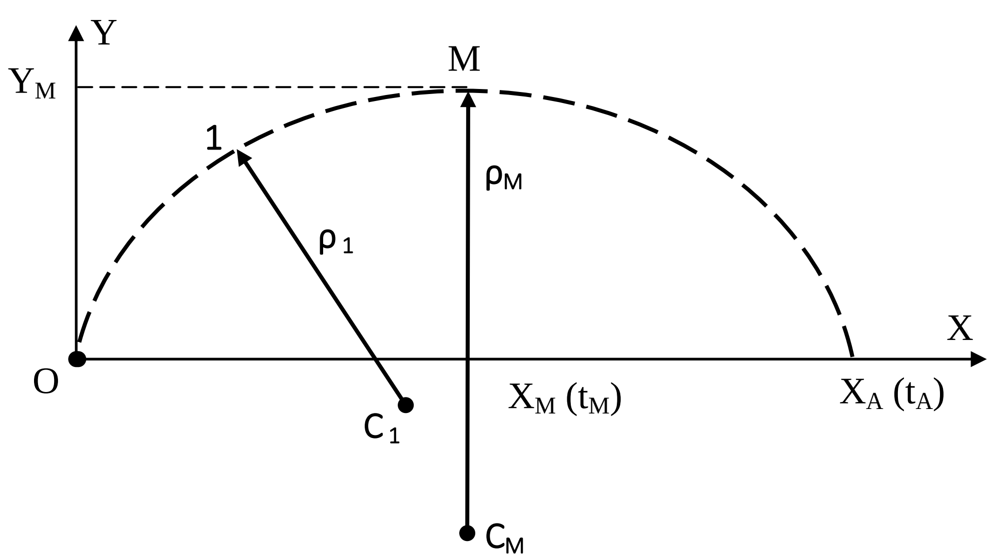


NOTA IMPORTANTE:
En este grafico similar al trazado en el punto 2-5) de la guía N°3 se indican los tres versores normales $\mathbf{n_1}$, $\mathbf{n_2}$ y $\mathbf{n_3}$ dirigidos al centro de Rotación **C.**
La única aceleración es la centrípeta dirigida en Todo momento hacia el Centro instantáneo de Rotación que NO varia, Es decir es el mismo en todo instante. Pero ello no ocurre en otros movimientos como en el caso del Tiro Oblicuo.
El modulo del radio de Curvatura ρ será constante e igual a R = Radio de giro del MCU

APLICACION 2 – TIRO OBLICUO.

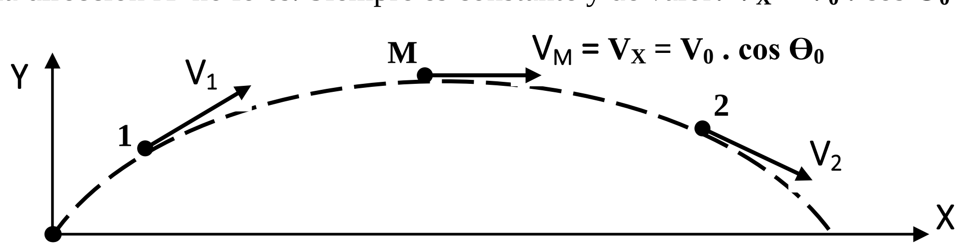
En los Problemas 69 y 70 de la Guía de Estudio "Cinemática del Punto material" de la UTN. frba – U.D.B. Física – BF1AT1 se aplica el concepto a desarrollar aquí.
En ambos problemas se pide el radio de curvatura en la altura máxima en el disparo de un proyectil.
Para resolver este tema deben quedar en claro varios conceptos:

a) Para cada instante o posición el radio de curvatura varia. Una parábola es la trayectoria seguida por un tiro Oblicuo en el Vacío.



$\mathbf{C_1}$ es el centro de curvatura para la posición 1.
ρ_1 es el radio de curvatura para ese instante o posición 1.
$\mathbf{C_M}$ es el centro de curvatura para la posición M = Máxima altura.
ρ_M es el radio de curvatura para ese instante o posición M.

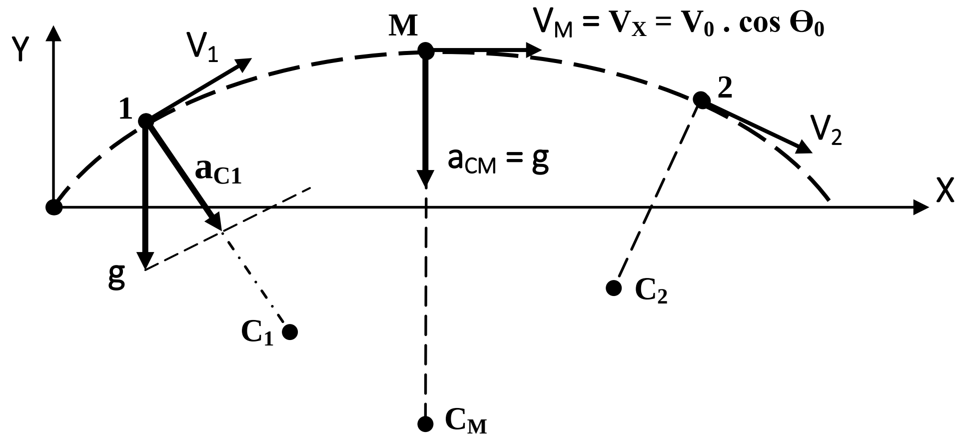
b) La velocidad en el punto más alto **M** de la trayectoria o parábola en la dirección Y es Nula.
En la dirección X no lo es. Siempre es constante y de valor: $\mathbf{V_X = V_0 \, . \, cos\, \Theta_0}$



c) La aceleración en el punto de Máxima altura M es la gravitatoria $a_M = - g = - 10$ [m/s^2]

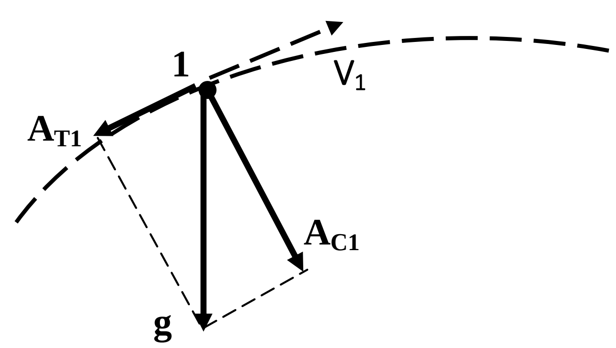
Está dirigida hacia el Centro instantáneo de Rotación C_M y es evidentemente la aceleración Centrípeta en ese Punto. Es decir:

$$|a_{CM}| = g = 10 \text{ [m/s}^2\text{]} = \text{módulo de la aceleración centrípeta en } M.$$



NOTA: la aceleración centrípeta en el punto 1 de la trayectoria es a_{C1} y es un porcentaje o parte de la gravitatoria g como se muestra en el dibujo. En ese punto esta aceleración centrípeta dirigida hacia el centro instantáneo de rotación C_1 produce o genera una rotación instantánea alrededor de C_1

La componente tangencial de g es en 1 la aceleración tangencial A_{T1} opuesta a V_1 y por lo tanto va deteniendo o desacelerando a la partícula en su avance tangencial.



Aplicamos lo desarrollado al problema 69:

En el punto M la aceleración centrípeta es de modulo $|a_C| = g = 10$ [m/s^2]

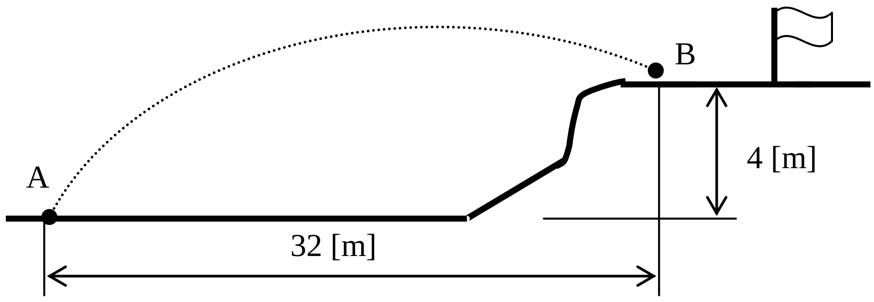
La velocidad tangencial en M (máxima altura) es $V = V_{0X} = V_0 \cdot \cos \Theta_0 = 30$ [m/s] . cos 45° = 21,21[m/s]

Si vemos la fórmula de componente Normal o Centrípeta de la aceleración (Hoja 6 de 8) y tenemos en cuenta que vamos a calcular solamente un módulo o valor del radio de curvatura ρ:

$$A_C = An = V^2 / \rho = 10 \rightarrow \rho = V^2 / A_C = (21{,}21)^2 / 10 \rightarrow \boxed{\rho = 45 \text{ [m]}}$$

Guía de Problemas N 4 – Profesor Civetta Néstor.

1.- Un jugador de golf practica un tiro a partir del punto A del esquema adjunto. La pelota parte y se mueve libremente durante 2 [s]. Hallar, despreciando el rozamiento con el aire:



a) La velocidad de la pelota en el punto más alto de su trayectoria.
b) ¿Qué altura máxima por encima de A alcanza?
c) La velocidad con que llega al punto B (modulo y dirección)

Respuesta: a) $V_M = V_{0X} = 16$ [m/s] ($V_0 = 20$ [m/s]) b) $Y_M = 7{,}2$ [m] c) $V_B = 17{,}9$ [m/s] y $\Theta_B = -\ 26{,}6°$ Medidos desde horizontal en B en sentido horario. (Negativo). Además $V_{YB} = -\ 8$ [m/s] y $V_{XB} = 16$ [m/s]

2.- Desde lo alto de un edificio de 20 [m] de altura se arroja una piedra en dirección horizontal con velocidad inicial **Vo**. La piedra golpea la calle a una distancia de 6 metros del pie del edificio. Calcular:
a) Cuanto tiempo tardó la piedra en golpear la calle y cuál fue la velocidad inicial **Vo** de la piedra.
b) La velocidad inicial en modulo, dirección y sentido que debe tener la piedra para llegar en 1 segundo al piso y a la misma posición anterior.

Respuesta: a) $V_0 = 3$ [m/s] y T = 2 [s] b) $V_0 = 16{,}16$ [m/s] con ángulo de disparo $\Theta_0 = -\ 68{,}2°$ Medidos desde la horizontal en sentido horario. (Negativo). Además $V_{0X} = +\ 6$ [m/s] y $V_{0Y} = -\ 15$ [m/s]

3.- Se lanza un proyectil desde el suelo y formando un ángulo de 37° con la horizontal. Tres segundos después de lanzado pasa rozando una elevación (montículo) de 30 metros de altura y va a hacer impacto en el fondo de un barranco a 320 [m] del punto de lanzamiento. Calcule:
a) El módulo de la velocidad inicial, b) La distancia del origen del lanzamiento a la elevación de 30 [m] (montículo), c) Profundidad del barranco.

Respuesta: a) $V_0 = 41{,}7$ [m/s] b) $X_1 = 100$ [m] c) $Y_2 = -\ 220{,}8$ [m]

4.- Se lanza un proyectil en forma oblicua desde una altura de 25 [m] sobre el piso, a los dos segundos de haber sido lanzado, se encuentra ascendiendo con una velocidad de módulo 40 [m/s] y formando un ángulo de 40° con la horizontal. Calcule:
a) El módulo de la velocidad inicial.
b) Velocidad con que alcanza el piso. Modulo y dirección (ángulo de impacto).

Respuesta: a) $V_0 = 55{,}03$ [m/s] con ángulo de disparo $\Theta_0 = 56{,}2°$ b) $|V_S| = 59{,}4$ [m/s] con ángulo de impacto en el suelo $\Theta_S = -\ 58{,}95°$ Medidos desde la horizontal en sentido horario. (Negativo). Además $V_{XS} = +\ 30{,}64$ [m/s] y $V_{YS} = -\ 58{,}95$ [m/s]

<u>AGREGAR A ESTOS PROBLEMAS</u>: Los de Tiro Oblicuo de la Guía de "Cinemática del Punto Material" UTN – FRBA.BF1AT1.
<u>Números</u> 47 A 62.

En particular no dejar de hacer los números 47, 48, 49 50, 54 y 56. Muy extensos pero útiles en la ejercitación de este Tema.