## ФАКТИЧЕСКИЙ КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН ЗАНЯТИЙ по курсу 002214 «Методы вычислений и выч. практикум»

Учебный год 2021/2022, группы 19.Б07—19.Б10. Семестр обучения 5

| Дата       | Темы  |  |
|------------|---|--|
| 06.09.2021 | Лекция 1<br>Организационные вопросы.  |  |
|            | ВВЕДЕНИЕ в предмет.   |  |
|            | Интерполирование как способ приближения функций.  |  |
|            | Интерполирование обобщенными многочленами. Вопрос однозначной разрешимости задачи. Понятие чебышёвской системы функций.   |  |
|            | Примеры чебышёвских систем.   |  |
| 07.09.2021 | <b>Лабораторная работа №1</b> Решение нелинейного уравнения   |  |
| 13.09.2021 | Лекция 2  |  |
|            | Постановка и однозначная разрешимость задачи алгебраического интерполирования. Постановка и однозначная разрешимость задачи тригонометрического интерполирования.   |  |
|            | Представление интерполяционного полинома в форме Лагранжа. Устойчивость вычислений. Функция и постоянная Лебега. Теорема о представлении погрешности алгебраического интерполирования.  |  |
|            | Задача о минимизации погрешности для класса функций в точке.  |  |
| 20.09.2021 | Лекция 3  |  |
|            | Задача о минимизации погрешности для класса функций на отрезке.   |  |
|            | Представление в форме Ньютона. Способы нахождения коэффициентов. Разделенные разности (РР). Определение. Свойство симметрии по аргументам. Пример построения интерполяционного многочлена в форме Ньютона. Пример применения теоремы о погрешности. |  |

|            | Связь РР и производной.<br>РР в случае кратного аргумента.  |  |
|------------|---|--|
| 21.09.2021 | <b>Лабораторная работа №2</b> Решение задачи алгебраического интерполирования                                     |  |
| 27.09.2021 | Лекция 4  |  |
|            | Постановка задачи интерполирования Эрмита.  |  |
|            | Вопрос однозначной разрешимости задачи интерполирования Эрмита.   |  |
|            | Теорема о погрешности интерполирования с кратными узлами.   |  |
|            | О вычислении обобщенных разделенных разностей.  |  |
|            | Пример решения задачи интерполирования Эрмита.  |  |
| 28.09.2021 | Лабораторная работа №3  |  |
| 20.09.2021 | Задача обратного интерполирования Численное дифференцирование   |  |
|            | Задача обратного интерполирования, два способа решения.   |  |
|            | Некорректность задачи дифференцирования в пространстве $\mathbf{C}^1$ .   |  |
|            | Численное дифференцирование. Теорема о погрешности формулы численного дифференцирования (б/д).                    |  |
|            | Простейшие формулы численного дифференцирования (для первой производной). Погрешности простейших формул.          |  |
| 04.10.2021 | Лекция 5  |  |
|            | Простейшие формулы численного дифференцирования (для первой производной). Погрешности простейших формул.          |  |
|            | Метод неопределенных коэффициентов (формула для второй производной).  Неустранимая погрешность формул числ. дифф. |  |
|            | Конечные разности и их свойства.  |  |

| 11 10 2021 | П  |  |
|------------|--|--|
| 11.10.2021 | <b>Лекция 6</b> Интерполирование по равноотстоящим узлам.    |  |
|            | 1 1 F youann   |  |
|            | Интерполяционные формулы Ньютона для                         |  |
|            | начала и конца таблицы. Их погрешности.                      |  |
|            | Формула Гаусса для середины таблицы с ша-                    |  |
|            | гом вперед.  |  |
|            |  |  |
|            | ТЕСТ_1 (время выполнения 30 минут)                           |  |
| 18.10.2021 | Лекция 7   |  |
|            | Наилучшее равномерное приближение, поли-                     |  |
|            | ном наилучшего равномерного приближения                      |  |
|            | (ПНРПр).   |  |
|            | Существование ПНРПр.<br>±точки. Альтернанс.                  |  |
|            | Теорема Чебышева.  |  |
|            | Примеры построения $P_0^*$ и $P_1^*$ .                       |  |
| 25.10.2021 | Лекция 8   |  |
| 23.10.2021 | Лекция о   |  |
|            | Общая схема построения P <sub>n</sub> *.                     |  |
|            | Единственность ПНРПр.  |  |
|            | Теорема о чётности/нечётности ПНРПр.                         |  |
|            |  |  |
|            | Определение многочлена Чебышёва первого                      |  |
|            | рода. Свойства (трехчленное соотношение,                     |  |
|            | старший коэффициент, норма в С[-1;1], корни,                 |  |
|            | точки экстремума, их геометрическая интер-                   |  |
|            | претация). Построение графика.                               |  |
|            | Пять форм записи многочлена Чебышева, их                     |  |
|            | преимущества и недостатки.                                   |  |
|            |  |  |
|            | Многочлены НУ от нуля. Критерий. Мн-н, НУ от нуля в С[-1;1]. |  |
|            | 1411-11, 113 OI 11900 D C[-1,1].                             |  |
| 19.10.2021 | Лабораторная работа 4.1                                      |  |
| 26.10.2021 | Приближенное вычисление интеграла по КФ                      |  |
|            | Рассмотрены следующие вопросы:                               |  |
|            | • КФ, основные понятия                                       |  |
|            | • ИКФ, построение; критерий ИКФ                              |  |
|            | • АСТ КФ, АСТ ИКФ (оценка снизу)                             |  |
|            | • Оценка сверху для АСТ в случае знакопосто-                 |  |
|            | янного веса  |  |
|            | <ul><li>Подобные КФ</li><li>Свойства КФ</li></ul>            |  |
|            | • Своиства КФ • Простейшие КФ (КФ прямоугольника) (опре-     |  |
|            | деление, узлы, коэфф-ты, АСТ)                                |  |

| <ul> <li>КФ Ньютона-Котеса (определение, узлы, коэфф-ты, АСТ)</li> <li>Погрешности КФ левого, правого и среднего прямоугольника</li> </ul>   |   |
|--|---|
| • Погрешности КФ трапеции и КФ Симпсона  |   |
| Лекция 9 Многочлены НУ от нуля. Критерий. Мн-н, НУ от нуля в С[-1;1]. Связь с задачей о min погрешности алгебр. интерполирования. Оптимальные узлы для класса МС <sup>n+1</sup> [-1;1] и оценка погрешности. Оптимальные узлы для класса МС <sup>n+1</sup> [a;b] и оценка погрешности. |   |
| Пример построения $P^*_{1}(x)$ для $f(x)=e^x$ на [-1,0] Пример построения $P^*_{n-1}(x)$ для $f(x)=x^n$ на [-1,1] Сведения о сходимости интерполяционных процессов.  |   |
| Функция и постоянная Лебега (определения).   |   |
| Лекция 10 Функция и постоянная Лебега (оценки). Пример приближения f(x)=e <sup>x</sup> на [-1;1] частичной суммой ряда Тейлора и интерполяционным многочленом по оптимальным узлам.  |   |
| Примеры роста постоянных Лебега для равномерных и для оптимальных узлов  |   |
| Задача тригонометрического интерполирования. Постановка и однозначная разрешимость.  |   |
| C/1_1 (Bpcm// Bbinosincin// 40 Many1)  |   |
| Лабораторная работа 4.2 и 4.3 Приближенное вычисление интеграла по составным КФ. Принцип Рунге-Ромберга.   |   |
| Рассмотрены следующие вопросы:   |   |
|  | <ul> <li>эфф-ты, АСТ)</li> <li>Погрешности КФ левого, правого и среднего прямоугольника</li> <li>Погрешности КФ трапеции и КФ Симпсона</li> <li>Лекция 9  Многочлены НУ от нуля. Критерий. Мн-н, НУ от нуля в С[-1;1]. Связь с задачей о min погрешности алгебр. интерполирования. Оптимальные узлы для класса МС<sup>n+1</sup>[-1;1] и оценка погрешности. Оптимальные узлы для класса МС<sup>n+1</sup>[a;b] и оценка погрешности.</li> <li>Пример построения Р*₁(x) для f(x)=e<sup>x</sup> на [-1,0] Пример построения P*n-1(x) для f(x)=x<sup>n</sup> на [-1,1]</li> <li>Сведения о сходимости интерполяционных процессов.</li> <li>Функция и постоянная Лебега (определения).</li> <li>Лекция 10</li> <li>Функция и постоянная Лебега (оценки).</li> <li>Пример приближения f(x)=e<sup>x</sup> на [-1;1] частичной суммой ряда Тейлора и интерполяционным многочленом по оптимальным узлам.</li> <li>Примеры роста постоянных Лебега для равномерных и для оптимальных узлов</li> <li>Задача тригонометрического интерполирования. Постановка и однозначная разрешимость.</li> <li>С/Р_1 (время выполнения 40 минут)</li> <li>Лабораторная работа 4.2 и 4.3</li> <li>Приближенное вычисление интеграла по составным КФ. Принцип Рунге-Ромберга.</li> <li>Рассмотрены следующие вопросы:</li> <li>Составные КФ, определение, построение</li> <li>Теорема об АСТ СКФ</li> <li>Простейшие составные КФ и их погрешности</li> </ul> |

| 15.11.2021 | Лекция 11         Наилучшее приближение в гильбертовом пространстве.         Процесс ортогонализации Грама-Шмидта  |  |
|------------|--|--|
| 22.11.2021 | Лекция 12         Общие свойства ортогональных многочленов (продолжение).         Уравнение Пирсона. Классические ортогональные многочлены.         Формула Родрига.   |  |
|            | Частные случаи веса Якоби и соответствующие ортогональные многочлены   |  |
| 23.11.2021 | Лабораторная работа 5 КФ Гаусса, ее узлы и коэффициенты Вычисление интегралов при помощи КФ Гаусса КФ Мелера, ее узлы и коэффициенты Вычисление интегралов при помощи КФ Мелера Рассмотрены следующие вопросы: • КФНАСТ (определение) • Теорема (критерий КФНАСТ) • Существование и единственность КФНАСТ • Теорема о погрешности КФНАСТ • КФ Гаусса и многочлены Лежандра • Погрешность КФ Гаусса • КФ Мелера и многочлены Чебышёва 1-го рода • Погрешность КФ Мелера |  |
| 29.11.2021 | <b>Лекция 13</b> Пример построения наилучшего среднеквадратичного приближения  |  |
|            | Устранение/выделение особенностей интегрируемых функций  |  |
|            | Оценка погрешности КФ  |  |
|            | Сходимость последовательности КФ   |  |
|            | Поведение коэффициентов КФ Ньютона-Котеса  |  |
|            | Свойство положительности коэфф-тов<br>КФНАСТ   |  |

|            | Теорема о сходимости КФНАСТ на конечных<br>отрезках   |
|------------|---|
| 06.12.2021 | Лекция 14 Задача тригонометрического интерполирования. ДПФ. ОДПФ.   |
|            | Сплайны (построение и базисное представление $S_{1,1}(x)$ )   |
|            | Сплайны (построение и базисное представление $S_{3,2}(x)$ )   |
|            | С/Р_2 (время выполнения 30 минут)   |
| 07.12.2021 | <b>Лабораторная работа 6</b> Построение КФ НАСТ для веса  |
|            | Построение составной КФ Гаусса с N узлами.  |
|            | Алгоритм построения КФНАСТ для веса ρ(x) и (a,b).   |
| 13.12.2021 | <b>Лекция 15 (проект)</b> Интегрирование периодических функций  |
|            | Тригонометрическая степень точности   |
|            | КФ наивысшей ТСТ  |
|            | ТЕСТ_2 (время выполнения 30 минут)  |
| 20.12.2021 | Лекция 16   |
|            | Решение Задачи Коши для ОДУ первого порядка Метод разложения в ряд Тейлора Методы Эйлера Метод Рунге-Кутты 4-го порядка Методы Адамса Разностные формы методов Адамса ЭМА 4-го порядка ИМА 4-го порядка, схема predictor- corrector |
| 23.12.2021 | Зачет   |
| 23.12.2021 | Ориентировочно 20 минут на человека (теоретическая часть для тех, кто не имеет «автомата» по теории; сдача ЛР для тех, кто не имеет зачета по практике, но имеет зачет по теории; те, кто не сдал все 100% ЛР и должен              |

| сдавать теорию,- выбирает сам, что сдает в этот раз: теорию или практику). |  |
|--|--|
| раз: теорию или практику).   |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |