

✓ Лабораторна робота №10

Варіант 19

Новосад Тетяни, ФІТ 2-8

```
import sympy as sp
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Задаємо символну змінну x та функцію f(x)
x = sp.symbols('x')
f = sp.sin(2 * x) - 2 * x

# Знаходимо перші три похідні
f1 = sp.diff(f, x)
f2 = sp.diff(f1, x)
f3 = sp.diff(f2, x)
f4 = sp.diff(f3, x)

# Виводимо похідні
print("f'(x) =", f1)
print("f''(x) =", f2)
print("f'''(x) =", f3)
print("f''''(x) =", f4)

# Знаходимо значення функції та її похідних в точці x=0
x0 = 0
f_x0 = f.subs(x, x0).evalf()
f1_x0 = f1.subs(x, x0).evalf()
f2_x0 = f2.subs(x, x0).evalf()
f3_x0 = f3.subs(x, x0).evalf()

# Обчислюємо значення многочлена Тейлора в точці x=0
T = f_x0 + f1_x0*(x-x0) + (f2_x0/2)*(x-x0)**2 + (f3_x0/6)*(x-x0)**3

# Виводимо значення функції та її наближення за багаточленом Тейлора в точці x=0
print("f(0) =", f_x0.round(3))
print("T(x) =", T.evalf())

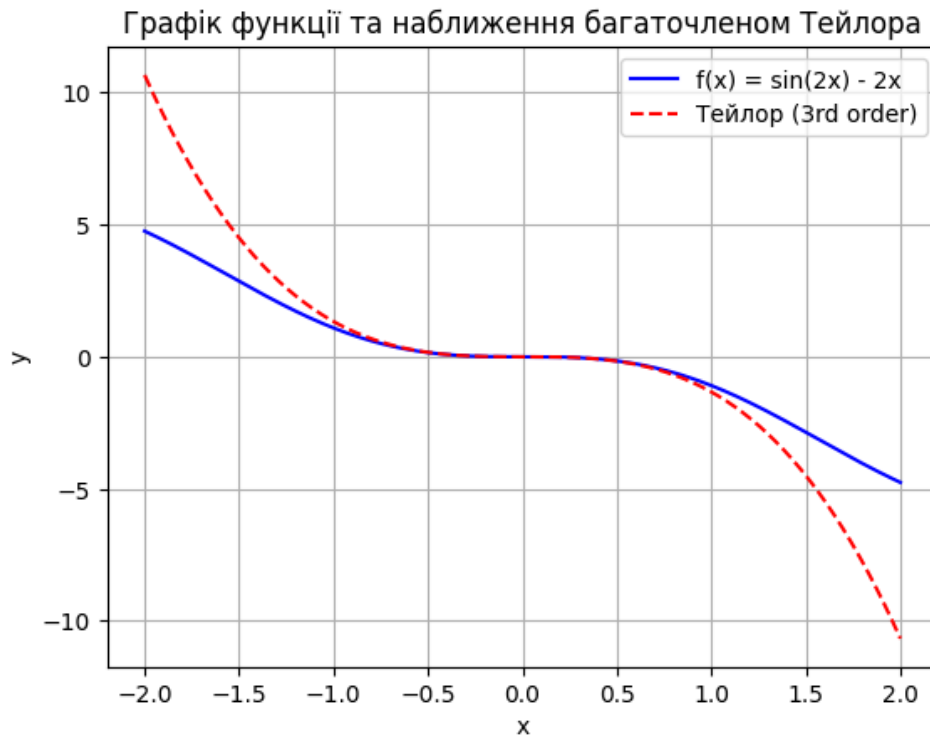
# Будуємо графіки
x_vals = np.linspace(-2, 2, 1000)
f_vals = np.array([f.subs(x, xi).evalf() for xi in x_vals])
T_vals = np.array([T.subs(x, xi).evalf() for xi in x_vals])

fig, ax = plt.subplots()
ax.plot(x_vals, f_vals, label='f(x) = sin(2x) - 2x', color='blue')
ax.plot(x_vals, T_vals, label='Тейлор (3rd order)', color='red', linestyle='--')
ax.legend()
ax.set_xlabel("x")
ax.set_ylabel("y")
ax.set_title("Графік функції та наближення багаточленом Тейлора")
plt.grid(True)
plt.show()
```

```

⇒ f'(x) = 2*cos(2*x) - 2
   f''(x) = -4*sin(2*x)
   f'''(x) = -8*cos(2*x)
   f''''(x) = 16*sin(2*x)
   f(0) = 0
   T(x) = -1.33333333333333*x**3

```



```

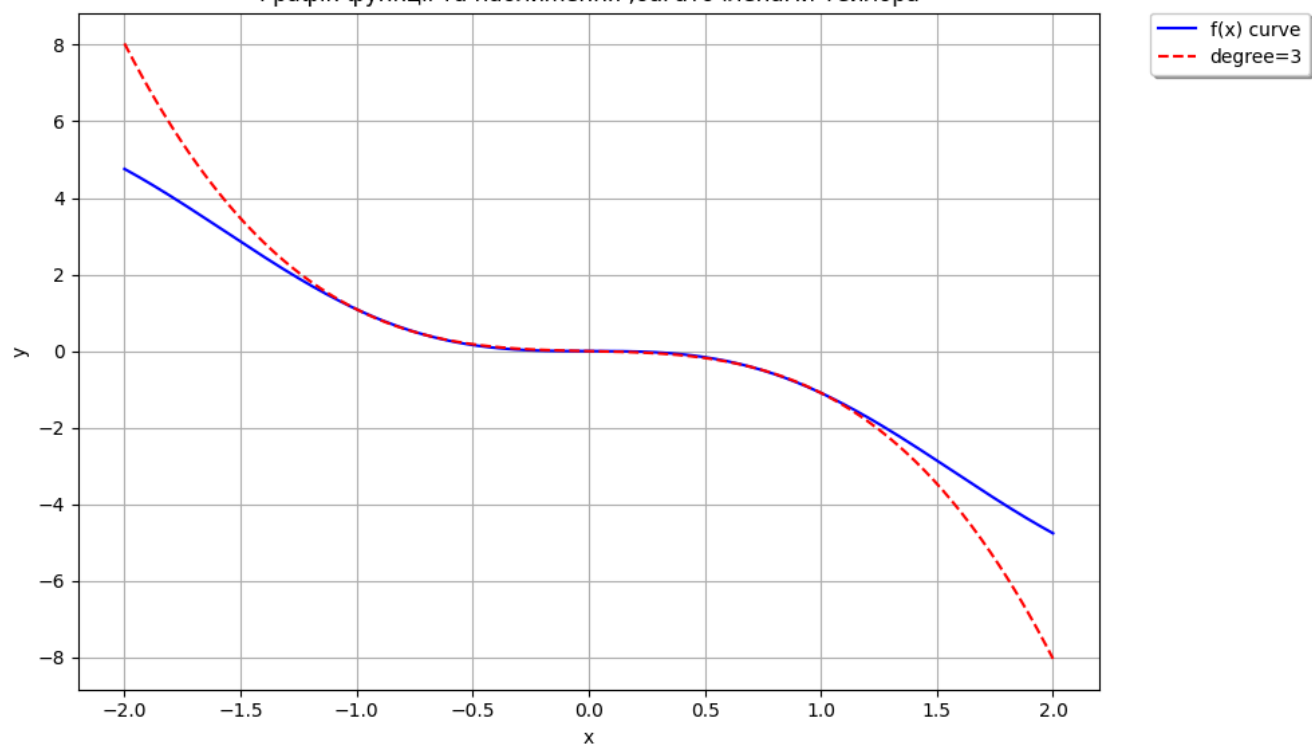
#Побудова багаточлена Тейлора за допомогою approximate_taylor_polynomial
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.interpolate import approximate_taylor_polynomial

# Задана функція
def f(x):
    return np.sin(2 * x) - 2 * x
x = np.linspace(-2, 2, num=400)
plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.plot(x, f(x), label="f(x) curve", color='blue')
degree = 3
taylor = approximate_taylor_polynomial(f, 0, degree, 1)
print('taylor=', taylor)
plt.plot(x, taylor(x), label=f"degree={degree}", color='red', linestyle='--' )
plt.legend(bbox_to_anchor=(1.05, 1), loc='upper left',borderaxespad=0.0, shadow=True)
plt.xlabel("x")
plt.ylabel("y")
plt.title("Графік функції та наближення ,багаточленами Тейлора")
plt.tight_layout()
plt.grid()
plt.show()

```

 $\text{taylor} = -0.9752 x^3 - 4.441e-16 x^2 - 0.1155 x + 4.223e-17$

Графік функції та наближення ,багаточленами Тейлора



Date: / /

$$|R_n| \leq \frac{M}{n!} \left| \int_a^x (t-x)^n dt \right|$$

$$|f^{(n)}(t)| \leq M$$

$$|\sin x| \leq 1$$

$$|R_n| \leq \frac{16}{3!} \cdot \int_0^x (t-x)^3 dt$$

$$|R_n| < \frac{16}{3} (x-a)^{n+1}$$