

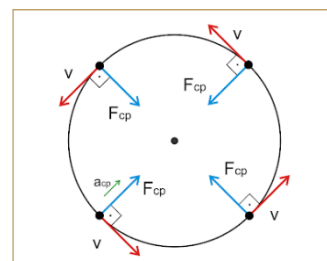
## MOVIMENTO CIRCULAR

O Movimento Circular é aquele em que o corpo descreve uma trajetória em forma de uma circunferência de raio R.

### Movimento circular uniforme (MCU)

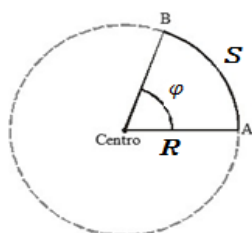
As características do MCU

1. Trajetória circular
2. Velocidade variável (direção), mas de módulo constante.
3. Força resultante (Força centrípeta) perpendicular à velocidade
4. Aceleração (aceleração centrípeta) perpendicular à velocidade



### Grandezas Físicas no MCU

Consideremos o movimento de um corpo que descreve uma trajetória circular



Observando o círculo podemos dizer que:

$$\varphi = \frac{S}{R}$$

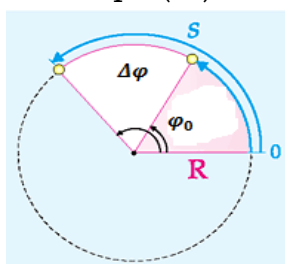
onde:  $\varphi$  – é a posição angular (rad)

S – Distância (m)

R - Raio

#### 1. Velocidade angular ( $\omega$ )

É a grandeza que mede a variação da posição angular ( $\Delta\varphi$ ) em função do tempo ( $\Delta t$ )



$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

(rad/s ou  $\text{rads}^{-1}$ )

A função horária deste movimento será

$$\omega = \frac{\varphi - \varphi_0}{t - t_0} \quad \text{para } t_0 = 0 \quad \text{temos: } \omega = \frac{\varphi - \varphi_0}{t} \quad \rightarrow \quad \boxed{\varphi(t) = \varphi_0 + \omega t}$$

O valor da velocidade angular pode ser negativo ou positivo, em função do sentido escolhido. O sentido convencional, sentido positivo, é o sentido anti-horário.

#### 2. Período (T)

Representa o tempo gasto na realização de uma volta completa.

A unidade de período no SI é o segundo (s)

### 3. Frequência (f)

Indica o numero de voltas dadas na unidade de tempo

$$f = \frac{1}{T} = \frac{n}{t}$$

Hertz)

n – Número de voltas

onde: f – frequência (Hz,

A frequência pode medir-se também em *RPM* (rotações por minutos) ou *RPS* (rotações por segundos)

### 4. Velocidade Linear (v)

É a velocidade do corpo (partícula) tangencial a trajetória

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad m/s$$

#### RELAÇÕES ENTRE AS GRANDEZAS

- Velocidade angular, período e frequência.

Quando o corpo efectua uma volta completa  $\Delta\varphi=2\pi$  e  $t=T$ , então

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

→

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{ou} \quad \omega = 2\pi f$$

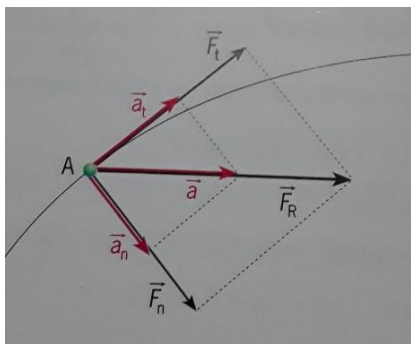
- **Velocidade angular e velocidade linear**

Sabemos que  $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$  e  $\Delta s = 2\pi R$  então

$$v = \frac{2\pi R}{T} \quad \text{ou} \quad v = \omega R$$

### 5. Aceleração Centrípeta (a)

Uma partícula que se move por uma trajetória circular de raio R, a velocidade em qualquer instante é caracterizada por duas componentes da aceleração: uma dirigida tangencialmente,  $a_t$ , e outra dirigida para o centro,  $a_n$ .



$$a_t = \frac{dv}{dt} \quad \text{como} \quad v = \text{const} \quad a_t = 0$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} \quad \text{ou} \quad a_n = \omega^2 R$$

$a_t$  – aceleração tangencial

$a_n$  – aceleração normal ou centrípeta

## Movimento Circular Uniformemente Variado (MCUV)

É aquele em que o módulo da velocidade varia.

Como consequência desta variação da velocidade a velocidade angular ( $\omega$ ) varia e assim aparece uma outra grandeza denominada **aceleração angular** ( $\alpha$ )

A **aceleração angular** é a grandeza física que mede a taxa de variação da velocidade angular por unidade de tempo.

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad (\text{rad/s}^2)$$

A aceleração angular pode tomar valores positivos ou negativos.

### Posição e velocidade angular no MCVU

Tal como no MRUV a posição e a velocidade no MCVU são dadas por:

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha t$$

### Relação entre aceleração tangencial e aceleração angular

Sabemos que:  $v = \omega R$  velocidades em função de tempo, temos

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} R \quad \rightarrow \quad a_t = \alpha R$$

## EXERCÍCIOS

- Um ponto material percorre uma circunferência de 20 cm de diâmetro efetuando 12 rpm. Determine:
  - a frequência em hertz;
  - o período;
  - a velocidade angular;
  - a velocidade escalar linear;
  - a aceleração centrípeta.
- Um corpo gira com MCU completando uma volta em cada 4 s. O raio é 5 cm. Determine:
  - o período;
  - a velocidade angular;
  - o módulo da aceleração centrípeta.
- Um movimento circular uniforme de raio 2 m tem função horária  $s = 4 + 2t$  (unidades do SI). Determine:

- a) o espaço angular inicial e a velocidade angular;  
b) a função horária angular do movimento;  
c) o período e a frequência do movimento.
4. As pás de um ventilador giram em torno de seu eixo com frequência de 120 rpm. Determine para dois pontos de uma das pás, situados respectivamente a 15 cm e 10 cm do centro:  
a) a frequência em hertz e o período em segundos;  
b) a velocidade angular em radianos por segundo;  
c) a velocidade escalar linear em metros por segundo.
5. Um carro percorre uma circunferência de raio 500 m com velocidade escalar constante de 20 m/s. Qual é o ângulo que o carro descreve em 40 s?
6. O raio da Terra é de aproximadamente 6.400 km. Calcule a velocidade linear e o módulo da aceleração centrípeta de um ponto do equador que se desloca devido à rotação da Terra. Dê a resposta da velocidade em km/h e do módulo da aceleração em  $\text{m/s}^2$ . Considere  $\pi=3$ .
7. A órbita da Terra em torno do Sol pode ser considerada aproximadamente circular e de raio  $1,5 \times 10^8$  km. Determine nestas condições, a velocidade linear e o módulo da aceleração centrípeta da terra em torno do Sol. Dê a resposta da velocidade em km/s e do módulo da aceleração em  $\text{m/s}^2$ . Considere 1 ano aproximadamente  $3,1 \times 10^7$  s e use  $\pi=3,1$ .
8. O ponteiro dos minutos de um relógio mede 50 cm.  
a) Qual é a velocidade angular do ponteiro?  
b) Calcule a velocidade linear da extremidade do ponteiro.
9. Um ponto material, partindo do repouso, percorre uma circunferência de raio 50 cm em movimento uniformemente variado de aceleração linear  $2 \text{ m/s}^2$ . Determine:  
a) a aceleração angular do movimento;  
b) a velocidade angular e a velocidade linear 10 s após o ponto ter partido.
10. Um ponto descreve um MCV na periferia de um disco de diâmetro 10 cm, partindo do repouso. Após 10 s, sua velocidade angular é  $20 \text{ rad/s}$ . Determine quantas voltas o ponto realizou nesse intervalo de tempo.
11. Uma roda cujo raio é igual a 60 cm percorre uma trajetória retilínea com velocidade de  $86,4 \text{ km/h}$ , sem escorregar. Calcule os valores da velocidade angular e da frequência dessa roda.

12. O relógio da Estação Ferroviária Central do Brasil, no Rio de Janeiro, tem ponteiros de minutos e de horas que medem, respectivamente, 7,5 m e 5,0 m de comprimento. Qual a razão  $v_a/v_b$ , entre as velocidades lineares dos pontos extremos dos ponteiros de minutos e de horas?  
a) 10    b) 12    c) 18    d) 24    e) 30
13. Um ponto na borda de um disco de 0,20 m de raio tem sua velocidade escalar alterada de 6,0 m/s para 8,0 m/s em 2,0 s. A aceleração angular constante (em  $\text{rad/s}^2$ ) é:  
a) 3,0    b) 5,0    c) 2,0    d) 1,0    e) 4,0
14. Um disco inicia um movimento uniformemente acelerado a partir do repouso e, depois de 10 revoluções, a sua velocidade angular é de 20  $\text{rad/s}$ . Podemos concluir que a aceleração angular da roda em  $\text{rad/s}^2$  é aproximadamente igual a:  
a) 3,5    b) 3,2    c) 3,0    d) 3,8    e) nenhuma das anteriores