# BdG ハミルトニアン

平成 30 年 6 月 28 日

## 目 次

# 1　導入

ハミルトニアンは以下の式で表される。

$$\mathcal{H} = \int \vec{\Psi}^\dagger(x,y)\hat{H}\vec{\Psi}(x,y)dr \tag{1}$$

$$\int dr = \int dxdy \tag{2}$$

$$\vec{\Psi} = \begin{bmatrix} \psi_\uparrow \\ \psi_\downarrow \\ \psi_\uparrow^\dagger \\ \psi_\downarrow^\dagger \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} \hat{h}(r) & \hat{\Delta}(r) \\ -\hat{\Delta}^*(r) & -\hat{h}^*(r) \end{pmatrix} \tag{4}$$

$$\hat{H} \in \mathbb{C}^{4\times4} \tag{5}$$

$$\hat{\Delta}(r), \hat{h}(r) \in \mathbb{C}^{2\times2} \tag{6}$$

$$\hat{h} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 - \mu_F\right]\hat{\sigma}_0 \tag{7}$$

$\hat{\sigma}_0$: 単位行列

$$\nabla^2 = \partial x^2 + \partial y^2 \tag{8}$$

$$\hat{\Delta}(r) = \begin{cases} (\,\mathrm{i}\,) \quad \Delta_0(i\sigma_2) & s\text{-wave} \\ (\,\mathrm{ii}\,) \quad \Delta_0\dfrac{i\partial x}{k_F}\hat{\sigma}_1 & p_x\text{-wave} \\ (\,\mathrm{iii}\,) \quad \Delta_0\dfrac{1}{k_F}(\partial x + i\partial y)\hat{\sigma}_1 & p_x + ip_y\text{-wave} \end{cases} \tag{9}$$

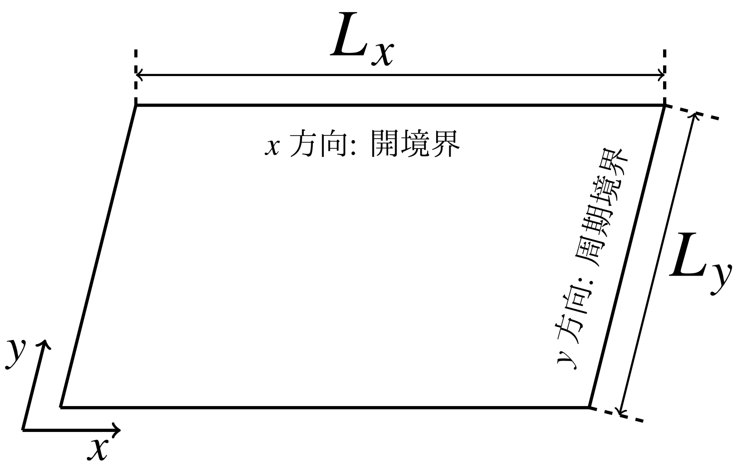


図 1: 考える系

図 1 の系を考える。$y$ 方向には境界条件が課されている。

$$\vec{\Psi} = \frac{1}{\sqrt{L_y}} \sum_{k_y} \vec{\Psi}_{k_y}(x) e^{ik_y y} \tag{10}$$

1.(i) の $\hat{\Delta}$ を使う
①$H$ をフーリエ変換しましょう！$y$ を波数に変換して一旦固定して $x$ の関数として考えます。
ヒント: (1) に (2) を代入しましょう。
② 離散化しましょう

$$\mathcal{H} \to \tilde{\mathcal{H}} \tag{11}$$

$$\tilde{\mathcal{H}} = \vec{\Psi} \hat{H} \vec{\Psi} \tag{12}$$

$$\vec{\Psi} = \begin{bmatrix} \psi_{1\uparrow} \\ \psi_{1\downarrow} \\ \psi^\dagger_{1\uparrow} \\ \psi^\dagger_{1\downarrow} \\ \psi_{2\uparrow} \\ \psi_{2\downarrow} \\ \vdots \end{bmatrix} \tag{13}$$

$$\tilde{H} = \begin{pmatrix} \hat{H} & & & \\ & \hat{H} & & \\ & & \hat{H} & \\ & & & \ddots \end{pmatrix} \tag{14}$$

$$\frac{\hbar^2}{2m} = t \tag{15}$$

とする。
③ 差分近似しましょう

$$\partial_x \psi_i \to ? \tag{16}$$
$$\partial_x^2 \psi_i \to ? \tag{17}$$
$$\tag{18}$$

刻み幅は 1
④$\tilde{H}$ を対角化しましょう。数値計算
2 (ii) の $\hat{\Delta}$ を使う