$$\mathcal{H} = \int \vec{\Psi}^\dagger(x,y)\hat{H}\vec{\Psi}(x,y)dr \tag{1}$$

に

$$\vec{\Psi} = \frac{1}{\sqrt{L_y}}\sum_{k_y}\vec{\Psi}_{k_y}(x)e^{ik_y y} \tag{2}$$

を代入していく。ここで

$$\vec{\Psi}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{L_y}}\sum_{k_y}\vec{\Psi}^\dagger_{k_y'}(x)e^{-ik_y' y} \tag{3}$$

であるから

$$\mathcal{H} = \int \frac{1}{\sqrt{L_y}}\sum_{k_y}\vec{\Psi}^\dagger_{k_y}(x)e^{-ik_y y}\hat{H}\frac{1}{\sqrt{L_y}}\sum_{k_y}\vec{\Psi}_{k_y}(x)e^{ik_y y}(x,y)dr \tag{4}$$

$$= \frac{1}{L_y}\underline{\int\sum_{k_y}\vec{\Psi}^\dagger_{k_y}(x)e^{-ik_y y}\hat{H}\sum_{k_y}\vec{\Psi}_{k_y}(x)e^{ik_y y}(x,y)dr} \tag{5}$$

となる。下線部について計算していく。

$$\tilde{H} = \begin{pmatrix} \hat{h}(r) & \hat{\Delta}(r) \\ -\hat{\Delta}^*(r) & -\hat{h}^*(r) \end{pmatrix} \tag{6}$$

$$= \begin{pmatrix} (-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 - \mu_F)\hat{\sigma}_0 & \Delta_0(i\sigma_2) \\ -\Delta_0^*(\sigma_2^*) & (\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + \mu_F)\hat{\sigma}_0^* \end{pmatrix} \tag{7}$$

ここで $\hat{\sigma}_0$、$\hat{\sigma}_2$ はパウリ行列であり、

$$\hat{\sigma_0} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{8}$$

$$\hat{\sigma_2} = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \tag{9}$$

である。

$$\tilde{H} = \begin{pmatrix} (-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 - \mu_F)\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \Delta_0 i\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \\ -\Delta_0^*\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} & (\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + \mu_F)\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \tag{10}$$

$$= \begin{pmatrix} \nabla' & 0 & 0 & \Delta_0 \\ 0 & \nabla' & -\Delta_0 & 0 \\ 0 & -\Delta_0^* & -\nabla' & 0 \\ \Delta_0^* & 0 & 0 & -\nabla' \end{pmatrix} \tag{11}$$

ここで

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2-\mu_F=\nabla^{'} \tag{12}$$

とした。式 5 の下線部は

$$\begin{aligned}&\int\sum_{k_y}\sum_{k_y^{'}}\begin{pmatrix}\psi_\uparrow^\dagger e^{-ik_y^{'}y} & \psi_\downarrow^\dagger e^{-ik_y^{'}y} & \psi_\uparrow e^{-ik_y^{'}y} & \psi_\downarrow e^{-ik_y^{'}y}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\nabla^{'} & 0 & 0 & \Delta_0\\ 0 & \nabla^{'} & -\Delta_0 & 0\\ 0 & -\Delta_0^* & -\nabla^{'} & 0\\ \Delta_0^* & 0 & 0 & -\nabla^{'}\end{pmatrix}\begin{bmatrix}\psi_\uparrow e^{ik_y y}\\ \psi_\downarrow e^{ik_y y}\\ \psi_\uparrow^\dagger e^{ik_y y}\\ \psi_\downarrow^\dagger e^{ik_y y}\end{bmatrix}dxdy\\ &=\int\sum_{k_y}\sum_{k_y^{'}}\psi_\uparrow^\dagger e^{-ik_y^{'}y}(\nabla^{'}\psi_\uparrow e^{ik_y y}+\Delta_0\psi_\downarrow^\dagger e^{ik_y y})+\psi_\downarrow^\dagger e^{-ik_y^{'}y}(\nabla^{'}\psi_\downarrow e^{ik_y y}-\Delta_0\psi_\uparrow^\dagger e^{ik_y y})\\ &\quad+\psi_\uparrow e^{-ik_y^{'}y}(-\Delta_0^*\psi_\downarrow^* e^{ik_y y}-\nabla^{'}\psi_\uparrow^* e^{ik_y y})+\psi_\downarrow e^{-ik_y^{'}y}(\Delta_0^*\psi_\uparrow^* e^{ik_y y}-\nabla^{'}\psi_\downarrow^* e^{ik_y y})\end{aligned} \tag{13}$$