（2）前回までに行った計算を $p_x - wave$ に対して行う。すなわち $\hat{\Delta}(r)$ を以下のようにする。

$$\hat{\Delta}(r) = \Delta_0 \frac{i\partial x}{k_F} \hat{\sigma}_1 \tag{1}$$

このとき

$$\hat{\sigma_1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{2}$$

である。従って

$$\tilde{H} = \begin{pmatrix} (-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 - \mu_F)\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \frac{\Delta_0}{k_F}\begin{pmatrix} 0 & i\partial x \\ i\partial x & 0 \end{pmatrix} \\ -\left(\frac{\Delta_0}{k_F}\right)^* \begin{pmatrix} 0 & -i\partial x \\ -i\partial x & 0 \end{pmatrix} & (\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + \mu_F)\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \tag{3}$$

$$= \begin{pmatrix} \xi & 0 & 0 & \eta \\ 0 & \xi & \eta & 0 \\ 0 & \eta^{'} & -\xi & 0 \\ \eta^{'} & 0 & 0 & -\xi \end{pmatrix} \tag{4}$$

となる。ここで

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 - \mu_F = \xi \tag{5}$$

$$\frac{\Delta_0}{k_F} i\partial x = \eta \tag{6}$$

$$\left(\frac{\Delta_0}{k_F}\right)^* i\partial x = \eta^{'} \tag{7}$$

とおいた。前回との違いは η とその中に x の微分が入っていることなので、この項を検討していく。例えば

$$\psi_{\downarrow} e^{-ik_y^{'}y} \eta \psi_{\uparrow} e^{ik_y^{'}y} \tag{8}$$

は

$$\psi_{\downarrow} e^{-ik_y^{'}y} \eta \psi_{\uparrow} e^{ik_y^{'}y} = \psi_{\downarrow} e^{-ik_y^{'}y} \frac{\Delta_0}{k_F} i\partial x \psi_{\uparrow} e^{ik_y^{'}y} \tag{9}$$

$$= \psi_{\downarrow} e^{-ik_y^{'}y} \frac{\Delta_0}{k_F} i e^{ik_y^{'}y} \partial x \psi_{\uparrow} \tag{10}$$

となる。$\partial x \psi_{\uparrow}$ を中心差分を用いて離散化していく。

$$\frac{\partial}{\partial x} f(x) = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} \tag{11}$$

刻み幅 1 で x を i で書けば

$$\frac{\partial}{\partial x} f(i) = \frac{f(x+i) - f(x-i)}{2} \tag{12}$$

であるから これより $\mathcal{H}$ は

$$\mathcal{H} = \sum_{i=1}^{L_y+1} \sum_{k_y} \Big[\{ \frac{\hbar^2}{2m}(k_y^2+2) - \mu \} \psi_{i\uparrow}^\dagger \psi_{i\uparrow} - \Lambda \psi_{i\uparrow}^\dagger \psi_{i+1\uparrow} - \Lambda \psi_{i\uparrow}^\dagger \psi_{i-1\uparrow} + \frac{\Delta_0}{2k_F} i \psi_{i\uparrow}^\dagger \psi_{i+1\uparrow}^\dagger - \frac{\Delta_0}{2k_F} i \psi_{i\uparrow}^\dagger \psi_{i-1\uparrow}^\dagger \cdots \Big] dx \tag{13}$$

ここで

$$\Lambda = \frac{\hbar^2}{2m} \tag{14}$$

とおいた。

$$\varepsilon_{k_y} = \frac{\hbar^2}{2m}(k_y^2+2) - \mu \tag{15}$$

$$\frac{\Delta_0}{2k_F} i = \zeta \tag{16}$$

$$\left(\frac{\Delta_0}{k_F} \right)^* i = \zeta^{'} \tag{17}$$

とすると全体の $\mathcal{H}$ は行列で書けて三つ分書くと

$$\mathcal{H} = \begin{bmatrix} \psi_{1\uparrow}^\dagger \\ \psi_{1\downarrow}^\dagger \\ \psi_{1\uparrow} \\ \psi_{1\downarrow} \\ \psi_{2\uparrow}^\dagger \\ \psi_{2\downarrow}^\dagger \\ \psi_{2\uparrow} \\ \psi_{2\downarrow} \\ \psi_{3\uparrow}^\dagger \\ \psi_{3\downarrow}^\dagger \\ \psi_{3\uparrow} \\ \psi_{3\downarrow} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \varepsilon_{k_y} & 0 & 0 & 0 & -\Lambda & 0 & 0 & -\zeta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{k_y} & 0 & 0 & 0 & -\Lambda & -\zeta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\varepsilon_{k_y} & 0 & 0 & -\zeta^{'} & \Lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{k_y} & -\zeta^{'} & 0 & 0 & \Lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\Lambda & 0 & 0 & \zeta & \varepsilon_{k_y} & 0 & 0 & 0 & -\Lambda & 0 & 0 & -\zeta \\ 0 & -\Lambda & \zeta & 0 & 0 & \varepsilon_{k_y} & 0 & 0 & 0 & -\Lambda & -\zeta & 0 \\ 0 & -\zeta^{'} & \Lambda & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{k_y} & 0 & 0 & -\zeta^{'} & \Lambda & 0 \\ -\zeta^{'} & 0 & 0 & \Lambda & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{k_y} & -\zeta^{'} & 0 & 0 & \Lambda \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\Lambda & 0 & 0 & \zeta & \varepsilon_{k_y} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\Lambda & \zeta & 0 & 0 & \varepsilon_{k_y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \zeta^{'} & \Lambda & 0 & 0 & -0 & -\varepsilon_{k_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \zeta^{'} & 0 & 0 & \Lambda & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{k_y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{1\uparrow} \\ \psi_{1\downarrow} \\ \psi_{1\uparrow}^\dagger \\ \psi_{1\downarrow}^\dagger \\ \psi_{2\uparrow} \\ \psi_{2\downarrow} \\ \psi_{2\uparrow}^\dagger \\ \psi_{2\downarrow}^\dagger \\ \psi_{3\uparrow} \\ \psi_{3\downarrow} \\ \psi_{3\uparrow}^\dagger \\ \psi_{3\downarrow}^\dagger \end{bmatrix} \tag{18}$$

となる。ここから $\mathcal{H}$ を数値計算で対角化していく。また k_F は

$$\mu = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} \tag{19}$$

から求める。