

BdG ハミルトニアン

平成 30 年 5 月 24 日

目 次

1 導 入

2

1 導入

ハミルトニアンは以下の式で表される。

$$H = \int \vec{\Psi}^\dagger(x, y) \tilde{H} \vec{\Psi}(x, y) dr \quad (1)$$

$$\int dr = \int dx dy \quad (2)$$

$$\vec{\Psi} = \begin{bmatrix} \psi_\uparrow \\ \psi_\downarrow \\ \psi_\uparrow^\dagger \\ \psi_\downarrow^\dagger \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\tilde{H} = \begin{pmatrix} \hat{h}(r) & \hat{\Delta}(r) \\ -\hat{\Delta}^*(r) & -\hat{h}^*(r) \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$\tilde{H} \in \mathbb{C}^4 \quad (5)$$

$$\hat{\Delta}(r), \tilde{h}(r) \in \mathbb{C}^{2 \times 2} \quad (6)$$

$$\tilde{h} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - \mu_F \right] \hat{\sigma}_0 \quad (7)$$

$\hat{\sigma}_0$: 単位行列

$$\nabla^2 = \partial x^2 + \partial y^2 \quad (8)$$

$$\hat{\Delta}(r) = \begin{cases} \text{(i)} & \Delta_0(i\sigma_2) & s - wave \\ \text{(ii)} & \Delta_0 \frac{i\partial x}{k_F} \hat{\sigma}_1 & p_x - wave \\ \text{(iii)} & \Delta_0 \frac{1}{k_F} (\partial x + i\partial y) \hat{\sigma}_1 & p_x + ip_y \end{cases} \quad (9)$$

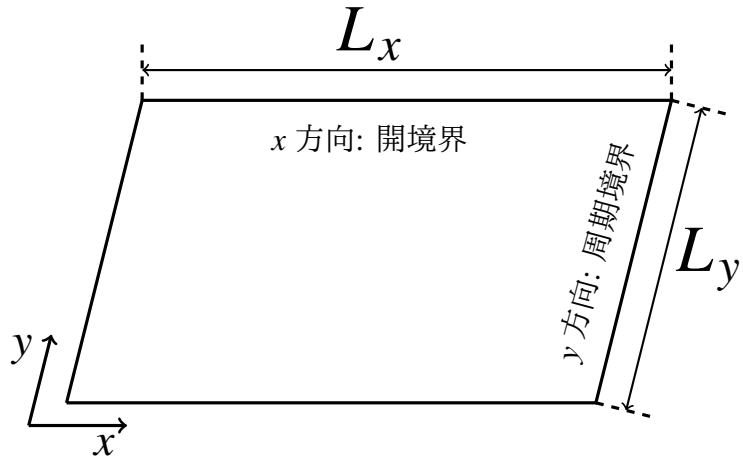


図 1: 考える系

図 1 の系を考える。 y 方向には境界条件が課されている。

$$\vec{\Psi} = \frac{1}{\sqrt{L_y}} \sum_{k_y} \vec{\Psi}_{k_y}(x) e^{ik_y y} \quad (10)$$

1.(i) の $\hat{\Delta}$ を使う

① H をフーリエ変換しましょう！ y を波数に変換して一旦固定して x の関数として考えます。

ヒント: (1) に (2) を代入しましょう。

② 離散化しましょう

$$H \rightarrow \tilde{H} \quad (11)$$

$$\tilde{H} = \vec{\Psi} \tilde{H} \vec{\Psi} \quad (12)$$

$$\vec{\Psi} = \begin{bmatrix} \psi_{1\uparrow} \\ \psi_{1\downarrow} \\ \psi_{1\uparrow}^\dagger \\ \psi_{1\downarrow}^\dagger \\ \psi_{2\uparrow} \\ \psi_{2\downarrow} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\tilde{H} = \begin{pmatrix} \tilde{H} & & & \\ & \tilde{H} & & \\ & & \tilde{H} & \\ & & & \ddots \end{pmatrix} \quad (14)$$

$$\frac{\hbar^2}{2m} = t \quad (15)$$

とする。

③ 差分近似しましょう

$$\partial_x \psi_i \rightarrow ? \quad (16)$$

$$\partial_x^2 \psi_i \rightarrow ? \quad (17)$$

$$(18)$$

刻み幅は 1 ④ \tilde{H} を対角化しましょう。数値計算

2 (ii) の $\hat{\Delta}$ を使う