（2）前回までに行った計算を $p_x - ip_y wave$ に対して行う。すなわち $\hat{\Delta}(r)$ を以下のようにする。

$$\hat{\Delta}(r) = \Delta_0 \frac{\partial x + i\partial y}{k_F}\hat{\sigma}_1 \tag{1}$$

このとき

$$\hat{\sigma_1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{2}$$

である。従って

$$\tilde{H} = \begin{pmatrix} (-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 - \mu_F)\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \frac{\Delta_0}{k_F}\begin{pmatrix} 0 & \partial x + i\partial y \\ \partial x + i\partial y & 0 \end{pmatrix} \\ -\left(\frac{\Delta_0}{k_F}\right)^* \begin{pmatrix} 0 & \partial x - i\partial y \\ \partial x - i\partial y & 0 \end{pmatrix} & (\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + \mu_F)\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \tag{3}$$

$$= \begin{pmatrix} \xi & 0 & 0 & \eta \\ 0 & \xi & \eta & 0 \\ 0 & \eta' & -\xi & 0 \\ \eta' & 0 & 0 & -\xi \end{pmatrix} \tag{4}$$

となる。ここで

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 - \mu_F = \xi \tag{5}$$

$$\frac{\Delta_0}{k_F}(\partial x + i\partial y) = \eta \tag{6}$$

$$\left(\frac{\Delta_0}{k_F}\right)^*(-\partial x + i\partial y) = \eta' \tag{7}$$

とおいた。前回との違いは η とその中に x の微分が入っていることなので、この項を検討していく。例えば

$$\psi_\uparrow^\dagger e^{-ik_y' y}\eta\psi_\downarrow^\dagger e^{ik_y' y} \tag{8}$$

は

$$\psi_\uparrow^\dagger e^{-ik_y' y}\eta\psi_\downarrow^\dagger e^{ik_y' y} = \psi_\uparrow^\dagger e^{-ik_y' y}\frac{\Delta_0}{k_F}(\partial x + i\partial y)\psi_\downarrow^\dagger e^{ik_y' y} \tag{9}$$

$$= \left(\psi_\uparrow^\dagger e^{-ik_y' y} e^{ik_y' y}\frac{\partial}{\partial x}\psi_\downarrow^\dagger - k_y \psi_\uparrow^\dagger e^{-ik_y' y} e^{ik_y' y}\psi_\downarrow^\dagger\right)\frac{\Delta_0}{k_F} \tag{10}$$

となる。$\partial x \psi_\uparrow$ を中心差分を用いて離散化していく。

$$\frac{\partial}{\partial x}f(x) = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} \tag{11}$$

刻み幅 1 で x を i で書けば

$$\frac{\partial}{\partial x}f(i) = \frac{f(x+i) - f(x-i)}{2} \tag{12}$$

であるからこれより $\mathcal{H}$ の前回からの変更点は例えば

$$\mathcal{H} = \int \sum_{i=1}^{L_y+1} \sum_{k_y} \frac{\Delta_0}{k_F} \{ \psi_{i\uparrow}^{\dagger} \frac{1}{2} (\psi_{i+1\downarrow}^{\dagger} - \psi_{i-1\downarrow}^{\dagger}) - k_y \psi_{i\uparrow}^{\dagger} \psi_{i\downarrow}^{\dagger} \} \tag{13}$$

ここで

$$\Lambda = \frac{\hbar^2}{2m} \tag{14}$$

$$\varepsilon_{k_y} = \frac{\hbar^2}{2m}(k_y^2 + 2) - \mu \tag{15}$$

$$\frac{\Delta_0}{2k_F} = C \tag{16}$$

$$\tag{17}$$

とすると全体の $\mathcal{H}$ は行列で書けて三つ分書くと

$$\mathcal{H} = \begin{bmatrix} \psi_{1\uparrow}^{\dagger} \\ \psi_{1\downarrow}^{\dagger} \\ \psi_{1\uparrow} \\ \psi_{1\downarrow} \\ \psi_{2\uparrow}^{\dagger} \\ \psi_{2\downarrow}^{\dagger} \\ \psi_{2\uparrow} \\ \psi_{2\downarrow} \\ \psi_{3\uparrow}^{\dagger} \\ \psi_{3\downarrow}^{\dagger} \\ \psi_{3\uparrow} \\ \psi_{3\downarrow} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \varepsilon_{k_y} & 0 & 0 & -2Ck_y & -\Lambda & 0 & 0 & C & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{k_y} & -2Ck_y & 0 & 0 & -\Lambda & C & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2Ck_y^* & -\varepsilon_{k_y} & 0 & 0 & -C^* & \Lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2Ck_y^* & 0 & 0 & -\varepsilon_{k_y} & -C^* & 0 & 0 & \Lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\Lambda & 0 & 0 & -C & \varepsilon_{k_y} & 0 & 0 & -2Ck_y & -\Lambda & 0 & 0 & C \\ 0 & -\Lambda & -C & 0 & 0 & \varepsilon_{k_y} & -2Ck_y & 0 & 0 & -\Lambda & C & 0 \\ 0 & C^* & \Lambda & 0 & 0 & -2Ck_y^* & -\varepsilon_{k_y} & 0 & 0 & -C^* & \Lambda & 0 \\ C^* & 0 & 0 & \Lambda & -2Ck_y^* & 0 & 0 & -\varepsilon_{k_y} & -C^* & 0 & 0 & \Lambda \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\Lambda & 0 & 0 & -C & \varepsilon_{k_y} & 0 & 0 & -2Ck_y \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\Lambda & -C & 0 & 0 & \varepsilon_{k_y} & -2Ck_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C^* & \Lambda & 0 & 0 & -2Ck_y^* & -\varepsilon_{k_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C^* & 0 & 0 & \Lambda & -2Ck_y^* & 0 & 0 & -\varepsilon_{k_y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{1\uparrow} \\ \psi_{1\downarrow} \\ \psi_{1\uparrow}^{\dagger} \\ \psi_{1\downarrow}^{\dagger} \\ \psi_{2\uparrow} \\ \psi_{2\downarrow} \\ \psi_{2\uparrow}^{\dagger} \\ \psi_{2\downarrow}^{\dagger} \\ \psi_{3\uparrow} \\ \psi_{3\downarrow} \\ \psi_{3\uparrow}^{\dagger} \\ \psi_{3\downarrow}^{\dagger} \end{bmatrix} \tag{18}$$

となる。ここから $\mathcal{H}$ を数値計算で対角化していく。また k_F は

$$\mu = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} \tag{19}$$

から求める。