第 I 部

BdG モデルハミルトニアンについて

1　定義

BdG モデルハミルトニアン $\mathcal{H}$ は以下のように表される。

$$\mathcal{H} = \int \vec{\Psi}^\dagger \tilde{H} \vec{\Psi} dr \tag{1}$$

$$\int dr = \int dxdy \tag{2}$$

$$\vec{\Psi} = \begin{bmatrix} \Psi_\uparrow \\ \Psi_\downarrow \\ \Psi_\uparrow^\dagger \\ \Psi_\downarrow^\dagger \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$\tilde{H} = \begin{bmatrix} \hat{h}(r) & \hat{\Delta}(r) \\ -\hat{\Delta}^*(r) & -\hat{h}^*(r) \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$\hat{h} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - \mu_F \right] \hat{\sigma}_0 \tag{5}$$

$$(\hat{\sigma}_0 : \text{単位行列}) \tag{6}$$

$$\hat{\Delta}(r) = \begin{cases} \Delta_0 \left(i\hat{\sigma}_2 \right) & \text{s-wave} \\ \Delta_0 \frac{i\partial x}{k_F} \hat{\sigma}_1 & p_x\text{-wave} \\ \Delta_0 \frac{1}{k_f} \left(\hat{\sigma}_1 + i\hat{\sigma}_2 \right) & p_x + ip_y \end{cases} \tag{7}$$

$$\vec{\Psi} = \frac{1}{\sqrt{L_y}} \sum_{k_y} \vec{\Psi}_{k_y}(x) e^{ik_y y} \tag{8}$$

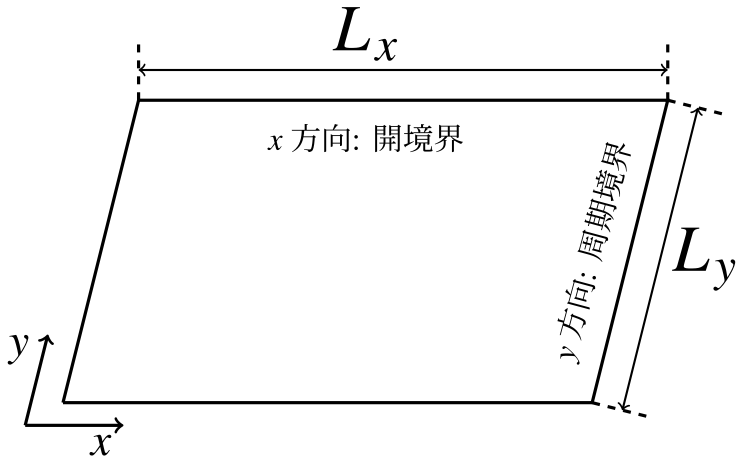

図 1　考える系

2　問題

2.1　ハミルトニアン $\mathcal{H}$ をフーリエ変換せよ

式 (1) に式 (8) を代入して計算していく。
ここで

$$\hat{\sigma}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \hat{\sigma}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \hat{\sigma}_2 = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \hat{\sigma}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \tag{9}$$

とする。

2.1.1　s-wave のとき

このとき、$\hat{\Delta}(r) = \Delta_0 \left(i\hat{\sigma}_2\right)$ となるため、

$$\mathcal{H} = \int\int \left(\frac{1}{\sqrt{L_y}} \sum_{k_y} \vec{\Psi}^\dagger_{k_y}(x) e^{-ik_y y} \right) \tilde{H} \left(\frac{1}{\sqrt{L_y}} \sum_{k'_y} \vec{\Psi}_{k'_y}(x) e^{ik'_y y} \right) dxdy \tag{10}$$

よって、ハミルトニアン $\mathcal{H}$ は、

$$\mathcal{H} = \begin{bmatrix} -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 - \mu_F & 0 & 0 & \Delta_0 \\ 0 & -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 - \mu_F & -\Delta_0 & 0 \\ 0 & -\Delta_0^* & \frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + \mu_F & 0 \\ \Delta_0^* & 0 & 0 & \frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + \mu_F \end{bmatrix} \tag{11}$$

これを、式 (10) に代入して計算していく。
このとき、

$$
\begin{aligned}
\vec{\Psi}^\dagger_{k_y}(x)e^{-ik_y y}\tilde{H}\vec{\Psi}_{k'_y}(x)e^{ik'_y y} = & e^{-ik_y y}\left[\Psi^\dagger_\uparrow\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2-\mu_F\right)+\Psi^\dagger_\downarrow\Delta_0^*\right]\Psi_\uparrow e^{ik'_y y} \\
& +e^{-ik_y y}\left[\Psi^\dagger_\downarrow\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2-\mu_F\right)-\Psi^\dagger_\uparrow\Delta_0^*\right]\Psi_\downarrow e^{ik'_y y} \\
& +e^{-ik_y y}\left[-\Psi_\downarrow\Delta_0+\Psi_\uparrow\left(\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2+\mu_F\right)\right]\Psi^\dagger_\uparrow e^{ik'_y y} \\
& +e^{-ik_y y}\left[\Psi_\uparrow\Delta_0+\Psi_\downarrow\left(\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2+\mu_F\right)\right]\Psi^\dagger_\downarrow e^{ik'_y y}
\end{aligned}
\tag{12}
$$

また、

$$
\begin{aligned}
&\int\left(\sum_{k_y}\sum_{k'_y}\Psi^\dagger(k)e^{-ik_y y}\Psi(k')e^{ik'_y y}\right)dy \\
&= L_y\sum_{k_y}\sum_{k'_y}\Psi^\dagger(k)\Psi(k')\delta\left(k-k'\right) \\
&= L_y\sum_{k_y}\Psi^\dagger(k)\Psi(k)
\end{aligned}
\tag{13}
$$

$$
\nabla^2\left[\Psi_\uparrow e^{ik'_y y}\right]=\frac{\hbar^2}{2m}\left(-k_y^2\Psi e^{ik'_y y}+e^{ik'_y y}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Psi\right)
\tag{14}
$$

から、式 (10) は、

$$
\begin{aligned}
\mathcal{H}=\int dx\sum_{k_y}\Bigg[&\Psi^\dagger_\uparrow\left(\frac{\hbar^2k_y^2}{2m}-\mu_F\right)\Psi_\uparrow+\Psi^\dagger_\uparrow\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\Psi_\uparrow+\Psi^\dagger_\downarrow\Delta_0^*\Psi_\uparrow \\
&+\Psi^\dagger_\downarrow\left(\frac{\hbar^2k_y^2}{2m}-\mu_F\right)\Psi_\downarrow+\Psi^\dagger_\downarrow\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\Psi_\downarrow-\Psi^\dagger_\uparrow\Delta_0^*\Psi_\downarrow\cdots\Bigg]
\end{aligned}
\tag{15}
$$

2.1.2 P_x-wave のとき

今度は、$\hat{\Delta}(r)=\Delta_0\frac{1}{k_f}\left(\partial x+i\partial y\right)\hat{\sigma}_1$ のときを考える。

ハミルトニアンの式は、

$$
\mathcal{H}=\begin{bmatrix}
-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2-\mu_F & 0 & 0 & \Delta_0\frac{i\partial x}{k_F} \\
0 & -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2-\mu_F & \Delta_0\frac{i\partial x}{k_F} & 0 \\
0 & \Delta_0^*\frac{i\partial x}{k_F} & \frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2+\mu_F & 0 \\
\Delta_0^*\frac{i\partial x}{k_F} & 0 & 0 & \frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2+\mu_F
\end{bmatrix}
\tag{16}
$$

これを、式 (10) に代入して計算していく。

以下

$$\eta = \Delta_0 \frac{i\partial x}{k_F} \tag{17}$$

$$\eta^{'} = \Delta_0^* \frac{i\partial x}{k_F} \tag{18}$$

とする。

最初のものと同様に計算し、

$$\begin{aligned}\mathcal{H} = \int dx \sum_{k_y} \Bigg[&\Psi_\uparrow^\dagger \left(\frac{\hbar^2 k_y^2}{2m} - \mu_F \right) \Psi_\uparrow + \Psi_\uparrow^\dagger \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \Psi_\uparrow + \Psi_\downarrow^\dagger \eta \Psi_\uparrow \\ &+\Psi_\downarrow^\dagger \left(\frac{\hbar^2 k_y^2}{2m} - \mu_F \right) \Psi_\downarrow + \Psi_\downarrow^\dagger \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \Psi_\downarrow - \Psi_\uparrow^\dagger \eta \Psi_\downarrow \cdots \Bigg]\end{aligned} \tag{19}$$

2.1.3 $P_x + iP_y$ のとき

今度は、$\hat{\Delta}(r) = \Delta_0 \frac{1}{k_f} \left(\partial x + i\partial y \right) \hat{\sigma}_1$ のときを考える。

ハミルトニアンの式は、

$$\mathcal{H} = \begin{bmatrix} -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 - \mu_F & 0 & 0 & \Delta_0 \frac{1}{k_f} \left(\partial x + i\partial y \right) \\ 0 & -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 - \mu_F & \Delta_0 \frac{1}{k_f} \left(\partial x + i\partial y \right) & 0 \\ 0 & -\Delta_0^* \frac{1}{k_f} \left(\partial x - i\partial y \right) & \frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + \mu_F & 0 \\ -\Delta_0^* \frac{1}{k_f} \left(\partial x - i\partial y \right) & 0 & 0 & \frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + \mu_F \end{bmatrix} \tag{20}$$

以下

$$\xi = \Delta_0 \frac{1}{k_f} \tag{21}$$

$$\xi^{'} = \Delta_0^* \frac{1}{k_f} \tag{22}$$

とする

最初のものと同様に計算し、

$$\begin{aligned}\mathcal{H} = \int dx \sum_{k_y} \Bigg[&\Psi_\uparrow^\dagger \left(\frac{\hbar^2 k_y^2}{2m} - \mu_F \right) \Psi_\uparrow + \Psi_\uparrow^\dagger \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \Psi_\uparrow + \Psi_\downarrow^\dagger \xi \left(\partial x - k_y \right) \Psi_\uparrow \\ &+\Psi_\downarrow^\dagger \left(\frac{\hbar^2 k_y^2}{2m} - \mu_F \right) \Psi_\downarrow + \Psi_\downarrow^\dagger \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \Psi_\downarrow + \Psi_\uparrow^\dagger \xi \left(\partial x - k_y \right) \Psi_\downarrow \cdots \Bigg]\end{aligned} \tag{23}$$

2.2 差分近似をしよう

刻み幅を 1 として、差分近似をする。微小変化 h 周りにマクローリン展開を行うと、

$$\Psi \left(x + h \right) = \Psi \left(x \right) + h \frac{\partial}{\partial x} \Psi \left(x \right) + \frac{h^2}{2!} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Psi \left(x \right) \tag{24}$$

$$\Psi\left(x-h\right)=\Psi\left(x\right)-h\frac{\partial}{\partial x}\Psi\left(x\right)+\frac{h^2}{2!}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Psi\left(x\right) \tag{25}$$

よって、差分近似は式 (24), 式 (25) の方程式で求めることができ、刻み幅 $h=1$ とすると、

$$\frac{\partial}{\partial x}\Psi\left(x\right)=\frac{\Psi\left(x+1\right)-\Psi\left(x-1\right)}{2} \tag{26}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Psi\left(x\right)=\Psi\left(x+1\right)-2\Psi\left(x\right)+\Psi\left(x-1\right) \tag{27}$$

2.3　x を離散化せよ

式 (27) を式 (15)、(19)、(23) に代入して、行列で表す。このとき、離散化した波動関数を以下の式に定義する。

$$\vec{\Psi}=\begin{bmatrix}\Psi_{1\uparrow}\\ \Psi_{1\downarrow}\\ \Psi_{1\uparrow}^{\dagger}\\ \Psi_{1\downarrow}^{\dagger}\\ \Psi_{2\uparrow}\\ \cdot\\ \cdot\end{bmatrix},\Psi_{n\pm1\uparrow}=\Psi_{n\uparrow}\left(x\pm1\right) \tag{28}$$

2.3.1　s-wave のとき

代入した式は、

$$\mathcal{H}=\sum_{i=1}^{N}\sum_{k_y}\left[\Psi_{i\uparrow}^{\dagger}\left(\frac{\hbar^2k_y^2}{2m}-\mu_F\right)\Psi_{i\uparrow}+\Psi_{i\uparrow}^{\dagger}\left(\Psi_{i+1\uparrow}\left(x\right)-2\Psi_{i\uparrow}\left(x\right)+\Psi_{i-1\uparrow}\left(x\right)\right)+\Psi_{i\downarrow}^{\dagger}\Delta_0^*\Psi_{i\uparrow}\cdots\right] \tag{29}$$

$N=3$ と置くとき、ハミルトニアンを 2 次形式で表すと、

$$\mathcal{H}=\begin{bmatrix}\Psi_{1\uparrow}^{\dagger}\\ \Psi_{1\downarrow}^{\dagger}\\ \Psi_{1\uparrow}\\ \Psi_{1\downarrow}\\ \Psi_{2\uparrow}^{\dagger}\\ \Psi_{2\downarrow}^{\dagger}\\ \Psi_{2\uparrow}\\ \Psi_{2\downarrow}\\ \Psi_{3\uparrow}^{\dagger}\\ \Psi_{3\downarrow}^{\dagger}\\ \Psi_{3\uparrow}\\ \Psi_{3\downarrow}\end{bmatrix}^T\begin{bmatrix}
\varepsilon_{k_y} & 0 & 0 & \Delta_0 & -\mathit{\Lambda} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & \varepsilon_{k_y} & -\Delta_0 & 0 & 0 & -\mathit{\Lambda} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & -\Delta_0^* & -\varepsilon_{k_y} & 0 & 0 & 0 & \mathit{\Lambda} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
\Delta_0^* & 0 & 0 & -\varepsilon_{k_y} & 0 & 0 & 0 & \mathit{\Lambda} & 0 & 0 & 0 & 0\\
-\mathit{\Lambda} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{k_y} & 0 & 0 & \Delta_0 & -\mathit{\Lambda} & 0 & 0 & 0\\
0 & -\mathit{\Lambda} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{k_y} & -\Delta_0 & 0 & 0 & -\mathit{\Lambda} & 0 & 0\\
0 & 0 & \mathit{\Lambda} & 0 & 0 & -\Delta_0^* & -\varepsilon_{k_y} & 0 & 0 & 0 & \mathit{\Lambda} & 0\\
0 & 0 & 0 & \mathit{\Lambda} & \Delta_0^* & 0 & 0 & -\varepsilon_{k_y} & 0 & 0 & 0 & \mathit{\Lambda}\\
0 & 0 & 0 & 0 & -\mathit{\Lambda} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{k_y} & 0 & 0 & \Delta_0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mathit{\Lambda} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{k_y} & -\Delta_0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathit{\Lambda} & 0 & 0 & -\Delta_0^* & -\varepsilon_{k_y} & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathit{\Lambda} & -\Delta_0^* & 0 & 0 & -\varepsilon_{k_y}
\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Psi_{1\uparrow}\\ \Psi_{1\downarrow}\\ \Psi_{1\uparrow}^{\dagger}\\ \Psi_{1\downarrow}^{\dagger}\\ \Psi_{2\uparrow}\\ \Psi_{2\downarrow}\\ \Psi_{2\uparrow}^{\dagger}\\ \Psi_{2\downarrow}^{\dagger}\\ \Psi_{3\uparrow}\\ \Psi_{3\downarrow}\\ \Psi_{3\uparrow}^{\dagger}\\ \Psi_{3\downarrow}^{\dagger}\end{bmatrix} \tag{30}$$

ここで

$$\varepsilon_{k_y} = \frac{\hbar^2}{2m}(k_y^2 + 2) - \mu_F \tag{31}$$

$$\varLambda = \frac{\hbar^2}{2m} \tag{32}$$

とおく

2.3.2 P_x-wave のとき

代入した式は、

$$\mathcal{H} = \sum_{i=1}^{N} \sum_{k_y} \left[\Psi_{i\uparrow}^{\dagger} \left(\frac{\hbar^2 k_y^2}{2m} - \mu_F \right) \Psi_{i\uparrow} + \Psi_{i\uparrow}^{\dagger} \left(\Psi_{i+1\uparrow}(x) - 2\Psi_{i\uparrow}(x) + \Psi_{i-1\uparrow}(x) \right) + \Psi_{i\downarrow}^{\dagger} \Delta_0^{*} \Psi_{i\uparrow} \cdots \right] \tag{33}$$

このとき、η のなかの微分を考慮する。$N = 3$ と置くとき、ハミルトニアンを 2 次形式で表すと、

$$\mathcal{H} = \begin{bmatrix} \Psi_{1\uparrow}^{\dagger} \\ \Psi_{1\downarrow}^{\dagger} \\ \Psi_{1\uparrow} \\ \Psi_{1\downarrow} \\ \Psi_{2\uparrow}^{\dagger} \\ \Psi_{2\downarrow}^{\dagger} \\ \Psi_{2\uparrow} \\ \Psi_{2\downarrow} \\ \Psi_{3\uparrow}^{\dagger} \\ \Psi_{3\downarrow}^{\dagger} \\ \Psi_{3\uparrow} \\ \Psi_{3\downarrow} \end{bmatrix}^{T} \begin{bmatrix} \varepsilon_{k_y} & 0 & 0 & 0 & -\varLambda & 0 & 0 & \zeta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{k_y} & 0 & 0 & 0 & -\varLambda & \zeta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\varepsilon_{k_y} & 0 & 0 & \zeta^{'} & \varLambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{k_y} & \zeta^{'} & 0 & 0 & \varLambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\varLambda & 0 & 0 & -\zeta & \varepsilon_{k_y} & 0 & 0 & 0 & -\varLambda & 0 & 0 & \zeta \\ 0 & -\varLambda & -\zeta & 0 & 0 & \varepsilon_{k_y} & 0 & 0 & 0 & -\varLambda & \zeta & 0 \\ 0 & -\zeta^{'} & \varLambda & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{k_y} & 0 & 0 & \zeta^{'} & \varLambda & 0 \\ -\zeta^{'} & 0 & 0 & \varLambda & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{k_y} & \zeta^{'} & 0 & 0 & \varLambda \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\varLambda & 0 & 0 & -\zeta & \varepsilon_{k_y} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varLambda & -\zeta & 0 & 0 & \varepsilon_{k_y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\zeta^{'} & \varLambda & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{k_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\zeta^{'} & 0 & 0 & \varLambda & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{k_y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{1\uparrow} \\ \Psi_{1\downarrow} \\ \Psi_{1\uparrow}^{\dagger} \\ \Psi_{1\downarrow}^{\dagger} \\ \Psi_{2\uparrow} \\ \Psi_{2\downarrow} \\ \Psi_{2\uparrow}^{\dagger} \\ \Psi_{2\downarrow}^{\dagger} \\ \Psi_{3\uparrow} \\ \Psi_{3\downarrow} \\ \Psi_{3\uparrow}^{\dagger} \\ \Psi_{3\downarrow}^{\dagger} \end{bmatrix} \tag{34}$$

ここで

$$\varepsilon_{k_y} = \frac{\hbar^2}{2m}(k_y^2 + 2) - \mu_F \tag{35}$$

$$\varLambda = \frac{\hbar^2}{2m} \tag{36}$$

$$\zeta = \frac{\Delta_0}{2k_F} i \tag{37}$$

$$\zeta^{'} = \frac{\Delta_0^{*}}{2k_F} i \tag{38}$$

$$\mu = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} \tag{39}$$

とおく

2.3.3 $P_x + iP_y$ のとき

微分を考慮する。$N = 3$ と置くとき、ハミルトニアンを 2 次形式で表すと、

$$\mathcal{H} = \begin{bmatrix} \Psi^\dagger_{1\uparrow} \\ \Psi^\dagger_{1\downarrow} \\ \Psi_{1\uparrow} \\ \Psi_{1\downarrow} \\ \Psi^\dagger_{2\uparrow} \\ \Psi^\dagger_{2\downarrow} \\ \Psi_{2\uparrow} \\ \Psi_{2\downarrow} \\ \Psi^\dagger_{3\uparrow} \\ \Psi^\dagger_{3\downarrow} \\ \Psi_{3\uparrow} \\ \Psi_{3\downarrow} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \varepsilon_{k_y} & 0 & 0 & -k_y\xi & -\Lambda & 0 & 0 & \zeta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{k_y} & -k_y\xi & 0 & 0 & -\Lambda & \zeta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_y\xi^{'} & -\varepsilon_{k_y} & 0 & 0 & -\zeta^{'} & \Lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_y\xi^{'} & 0 & 0 & -\varepsilon_{k_y} & -\zeta^{'} & 0 & 0 & \Lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\Lambda & 0 & 0 & -\zeta & \varepsilon_{k_y} & 0 & 0 & -k_y\xi & -\Lambda & 0 & 0 & \zeta \\ 0 & -\Lambda & -\zeta & 0 & 0 & \varepsilon_{k_y} & -k_y\xi & 0 & 0 & -\Lambda & \zeta & 0 \\ 0 & \zeta^{'} & \Lambda & 0 & 0 & -k_y\xi^{'} & -\varepsilon_{k_y} & 0 & 0 & -\zeta^{'} & \Lambda & 0 \\ \zeta^{'} & 0 & 0 & \Lambda & -k_y\xi^{'} & 0 & 0 & -\varepsilon_{k_y} & -\zeta^{'} & 0 & 0 & \Lambda \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\Lambda & 0 & 0 & -\zeta & \varepsilon_{k_y} & 0 & 0 & -k_y\xi \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\Lambda & -\zeta & 0 & 0 & \varepsilon_{k_y} & -k_y\xi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \zeta^{'} & \Lambda & 0 & 0 & -k_y\xi^{'} & -\varepsilon_{k_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \zeta^{'} & 0 & 0 & \Lambda & -k_y\xi^{'} & 0 & 0 & -\varepsilon_{k_y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{1\uparrow} \\ \Psi_{1\downarrow} \\ \Psi^\dagger_{1\uparrow} \\ \Psi^\dagger_{1\downarrow} \\ \Psi_{2\uparrow} \\ \Psi_{2\downarrow} \\ \Psi^\dagger_{2\uparrow} \\ \Psi^\dagger_{2\downarrow} \\ \Psi_{3\uparrow} \\ \Psi_{3\downarrow} \\ \Psi^\dagger_{3\uparrow} \\ \Psi^\dagger_{3\downarrow} \end{bmatrix} \tag{40}$$

ここで

$$\varepsilon_{k_y} = \frac{\hbar^2}{2m}(k_y^2 + 2) - \mu_F \tag{41}$$

$$\Lambda = \frac{\hbar^2}{2m} \tag{42}$$

$$\zeta = \frac{\Delta_0}{2k_F} \tag{43}$$

$$\zeta^{'} = \frac{\Delta_0^*}{2k_F} \tag{44}$$

$$\mu = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} \tag{45}$$

$$\xi = \Delta_0 \frac{1}{k_f} \tag{46}$$

$$\xi^{'} = \Delta_0^* \frac{1}{k_f} \tag{47}$$

とおく

3 結果

$\mathcal{H}$ を数値計算で対角化した。$N = 100$、k_y を横軸、固有値を縦軸として分散関係をプロットした。結果は以下のとおりである。

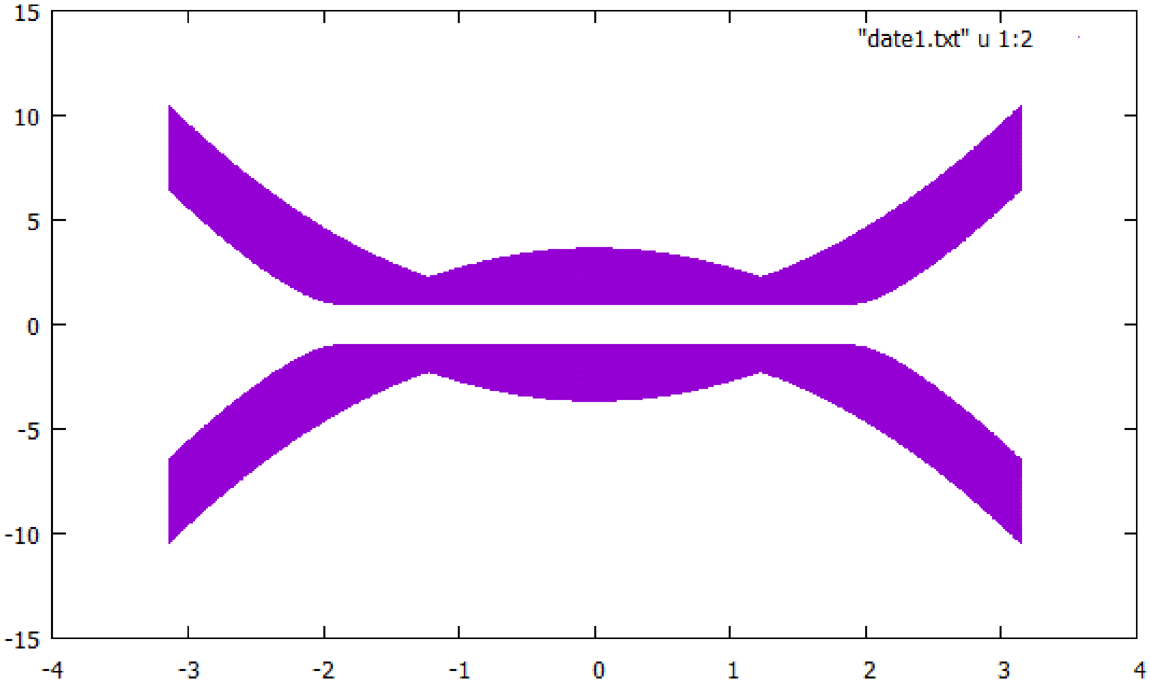

図 2　分散関係

次に、グリーン関数を用いて状態密度を求める。グリーン関数

$$G = (E + i\delta - H)^(- 1) \tag{48}$$

式 (48) を用いると、表面の状態密度は

$$\rho = -\frac{1}{\pi} Im(G_{11} + G_{22}) \tag{49}$$

で表される。E を -3 から 3 の範囲で動かし、ρ をプロットした。このとき $\delta = 10^{-3}$ とした。結果を以下に示す。

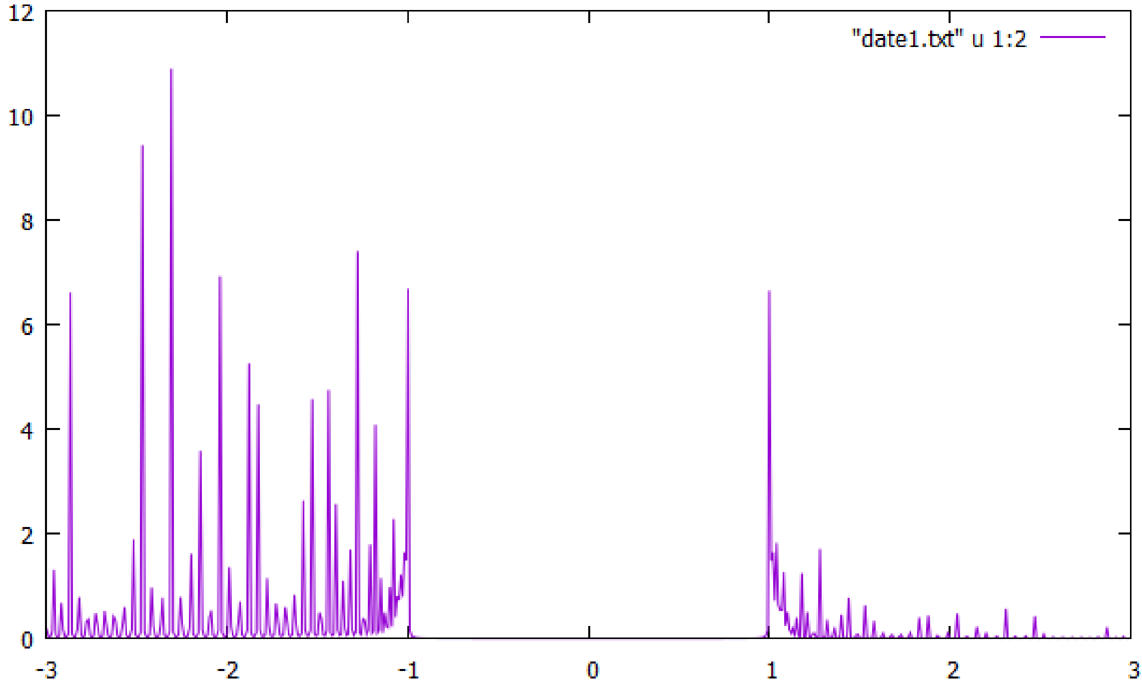

図 3　状態密度

図 (3) から、エネルギーが -1 から 1 の範囲では状態がないことが分かる。