Übung zur Vorlesung BeKo 2013/14

Berechenbarkeit und Komplexität / Theoretische Informatik

Sie können für die 4 Aufgaben auf diesem Übungszettel insgesamt bis zu **20** Punkte erhalten. Genauere Angaben zur Abgabe der Übungszettel finden Sie auf der letzten Seite nach den Aufgaben.

Aufgabe 26 *Franz der Frisör (Diagonalisierung reloaded)* (6 Punkte)

Schon einfache Aussagen wie „Der Frisör ist ein Mann aus dem Dorf“ und „Der Frisör rasiert genau die Männer im Dorf, die sich nicht selbst rasieren“, können zu massiven Problemen führen. Um diese Probleme zu veranschaulichen, sollte man folgender Frage nachgehen: „Wer rasiert den Frisör?“. Zeigen Sie durch ein Diagonalisierungs-Verfahren, das es für die Aussage „Wer rasiert den Frisör?“ keine Antwort gibt, wenn die beiden Aussagen:

- „Der Frisör ist ein Mann aus dem Dorf“
- „Der Frisör rasiert genau die Männer im Dorf, die sich nicht selbst rasieren“

gelten sollen. (6 Punkte)

(*Hinweis:* Der Beweis lässt sich analog zum Beweis führen, dass es keine TM gibt, die das spezielle Halteproblem entscheidet.)

Aufgabe 27 *Reduktionen* (3 Punkte)

Es sei $\Sigma = \{a, b\}$, $\Gamma = \{c, d\}$ und wir betrachten die folgenden Sprachen:

$$A := \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}_0\} \subseteq \Sigma^*, \quad \text{und} \quad B := \{c^n d^{2n} c^n \mid n \in \mathbb{N}_0\} \subseteq \Gamma^* .$$

Zeigen Sie (durch eine geeignete Reduktion), dass sich A auf B reduzieren lässt. Zeigen Sie auch, dass Ihre Reduktion korrekt ist. (3 Punkte)

Aufgabe 28 *Ein neues Halteproblem* (6 Punkte)

Sie haben in der Vorlesung bereits die Nicht-Entscheidbarkeit von einigen Halteproblemen bewiesen. In dieser Aufgabe sollen Sie zeigen, dass das folgende Problem *nicht* entscheidbar ist.

$$H_{\mathit{Zahl}} = \{w \in \{0,1\}^* \mid \text{es gibt genau eine natürliche Zahl } n, \text{ so dass } M_w \text{ auf der Eingabe } n \text{ hält}\} .$$

Dabei ist n in Dezimalkodierung gegeben. (6 Punkte)
(*Hinweis:* Um die Nicht-Entscheidbarkeit von H_{Zahl} zu zeigen, sollten Sie ein geeignetes, nicht-entscheidbares Problem auf H_{Zahl} reduzieren.)

Aufgabe 29 *Abgeschlossenheit bezüglich Reduktionen* (5 Punkte)

Es sei Σ ein Alphabet und $E \subseteq \Sigma^*$ die Menge aller entscheidbaren Sprachen über Σ^*.

(a) Zeigen Sie, dass sich jedes Problem aus $E \setminus \{\emptyset, \Sigma^*\}$ auf jedes andere Problem aus E reduzieren lässt. Formal: $\forall A, B \in E \setminus \{\emptyset, \Sigma^*\} \colon A \leq B$. (4 Punkte)

(b) Begründen Sie, warum man in Teil (a) die leere Sprache und die Sprache aller Wörter ausschließen muss. (1 Punkt)

(*Hinweis:* Ein Problem ist genau dann entscheidbar, wenn die charakteristische Funktion berechenbar ist.)

Hinweise zur Abgabe

Die Hausaufgaben zu diesem Übungsblatt müssen bis spätestens Montag, den 16. Dezember 2013 um 12:00 Uhr abgegeben werden. Eine Bearbeitung der Übungsaufgaben *zu zweit* ist möglich. In diesem Fall geben Sie bitte *nur eine Abgabe (auch bei Moodle!)* ab und schreiben Sie den *Namen* und die *Matrikelnummern beider Personen* auf Ihre Abgabe bzw. in das PDF-Dokument. Ihr Name, Ihre Matrikelnummer, Ihre Gruppennummer und das Fach (BeKo 2013/14) müssen deutlich sichtbar auf die Hausaufgabe geschrieben sein. Sie können Ihre Aufgaben an folgenden Stellen abgeben:

Campus Duisburg:
Der mit *Berechenbarkeit und Komplexität / Theoretische Informatik* beschriftete Briefkasten neben Raum LF259.

Moodle:
Sie können ihre Hausaufgaben auch gerne per MOODLE[1] abgeben. Achten Sie aber darauf, dass Sie ihre Hausaufgaben als eine einzelne pdf-Datei hochladen. Wenn ein Betreuer Ihre Abgabe nicht öffnen kann (Formate wie docx o.ä.), bringt das nur unnötige Verzögerungen mit sich.

---

[1] http://moodle2.uni-due.de/course/view.php?id=1338