

Übung zur Vorlesung BeKo 2013/14
Berechenbarkeit und Komplexität / Theoretische Informatik

Sie können für die 4 Aufgaben auf diesem Übungszettel insgesamt bis zu **20** Punkte erhalten. Genauere Angaben zur Abgabe der Übungszettel finden Sie auf der letzten Seite nach den Aufgaben.

Aufgabe 12 *Lineare Bandbeschränkung* (5 Punkte)

In der Vorlesung haben Sie linear bandbeschränkte Turingmaschinen als Modell für Chomsky-1 Sprachen kennengelernt. Man könnte versuchen, eine neue Klasse von Turingmaschinen vorzustellen, die $c \cdot n$ Stellen des Bandes besuchen dürfen. Dabei ist n die Länge der Eingabe und c eine natürliche Zahl. Um zu verdeutlichen, dass man damit gegenüber den linear bandbeschränkten Turingmaschinen keine zusätzliche Rechenkraft gewonnen hat, geben Sie bitte eine (*möglichst einfache*) Konstruktion an, wie man eine Bandbeschriftung, die $c \cdot n$ Zellen des Bandes benutzt in eine Beschriftung umbaut, die mit n Zellen auskommt. Bitte geben Sie auch an, um welchen Faktor sich das Bandalphabet bei dieser Konstruktion vergrößern wird. (5 Punkte)

Aufgabe 13 *LOOP-Programme* (5 Punkte)

Gegeben sind die folgenden drei LOOP-Programme. Welches Programm berechnet die Funktion $|x_1 - x_2|$ (den Absolutbetrag der Differenz von x_1 und x_2)? Die Ausgabe des Programms ist immer die Variable x_0 . Begründen Sie Ihre Antwort und geben Sie auch für alle Programme, die nicht $|x_1 - x_2|$ berechnen an, welche Funktion sie berechnen! (5 Punkte)

LOOP-Programm A

```
LOOP  $x_1$  DO
   $x_2 := x_2 - 1$ 
END
 $x_0 := x_2$ 
```

LOOP-Programm B

```
LOOP  $x_2$  DO
   $x_1 := x_1 - 1$ 
END
 $x_0 := x_1$ 
```

LOOP-Programm C

```
 $x_3 := x_1$ 
LOOP  $x_2$  DO
   $x_3 := x_3 - 1$ 
END
 $x_4 := x_2$ 
LOOP  $x_1$  DO
   $x_4 := x_4 - 1$ 
END
LOOP  $x_4$  DO
   $x_3 := x_3 + 1$ 
END
 $x_0 := x_3$ 
```

Aufgabe 14 GOTO-Programme (5 Punkte)

Schreiben Sie für folgende Funktionen jeweils ein GOTO-Program und kommentieren Sie jede Zeile. Die Eingaben für das Program werden in den Variablen $x_1 \dots x_n$ in der entsprechenden Reihenfolge übergeben, das Ergebnis soll am Ende in der Variablen x_0 stehen.

- (a) $f_1 : \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0, f_1(a, b) = a + b$ (1 Punkt)
- (b) $f_2 : \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0, f_2(a, b) = a - b$ (falls a kleiner ist als b soll das Ergebnis 0 sein) (1 Punkt)
- (c) $f_3 : \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0, f_3(a, b) = \min(a, b)$ (1 Punkt)
- (d) $f_4 : \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0, f_4(a, b) = a \bmod b$ (1 Punkt)
- (e) $f_5 : \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0, f_5(a, b) = a \operatorname{DIV} b$ (1 Punkt)

(*Hinweis:* Sie dürfen bereits gelöste Teilaufgaben danach als Makro verwenden)

Aufgabe 15 WHILE-Programme (5 Punkte)

Gegeben sei folgendes WHILE-Programm:

```
1: WHILE  $x_2 \neq 0$  DO
2:    $x_3 := x_1$ ;
3:   WHILE  $x_3 \neq 0$  DO
4:      $x_1 := x_1 + 1$ ;
5:      $x_3 := x_3 - 1$ 
6:   END;
7:    $x_2 := x_2 - 1$ ;
8: END;
9:  $x_0 := x_1$ 
```

(*Hinweis:* Die Zeilennummern sind nur angegeben, damit Sie später besser auf den Code Bezug nehmen können.)

- (a) Welcher Wert wird in x_0 ausgegeben, wenn das Programm mit $x_1 = 3$ und $x_2 = 2$ gestartet wird? (1 Punkt)
- (b) Wie lautet die durch das Programm berechnete Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, für die am Ende eines Programm-Durchlaufs gilt: $x_0 = f(x_1, x_2)$? (4 Punkte)

Bitte geben Sie auch an, wie die Rechnung durchgeführt wird, also was die einzelnen Schleifen/Strukturen berechnen.

Hinweise zur Abgabe

Die Hausaufgaben zu diesem Übungsblatt müssen bis spätestens Montag, den 18. November 2013 um 12:00 Uhr abgegeben werden. Eine Bearbeitung der Übungsaufgaben *zu zweit* ist möglich. In diesem Fall geben Sie bitte *nur eine Abgabe (auch bei Moodle!)* ab und schreiben Sie den *Namen* und die *Matrikelnummern beider Personen* auf Ihre Abgabe bzw. in das PDF-Dokument. Ihr Name, Ihre Matrikelnummer, Ihre Gruppennummer und das Fach (BeKo 2013/14) müssen deutlich sichtbar auf die Hausaufgabe geschrieben sein. Sie können Ihre Aufgaben an folgenden Stellen abgeben:

Campus Duisburg:

Der mit *Berechenbarkeit und Komplexität / Theoretische Informatik* beschriftete Briefkasten neben Raum LF259.

Moodle:

Sie können ihre Hausaufgaben auch gerne per MOODLE¹ abgeben. Achten Sie aber darauf, dass Sie ihre Hausaufgaben als eine einzelne pdf-Datei hochladen. Wenn ein Betreuer Ihre Abgabe nicht öffnen kann (Formate wie docx o.ä.), bringt das nur unnötige Verzögerungen mit sich.

¹<http://moodle2.uni-due.de/course/view.php?id=1338>