风险价值方法在金融风险度量中的应用

马超群[1]， 李红权[1]， 张银旗[2]
(1.湖南大学 国际商学院，湖南 长沙 410082；2.湘财证券有限责任公司，湖南 长沙 410005)

摘 要：风险价值方法(Value-at-Risk)是近年来发展起来的用于测量和控制金融风险的量化模型。本文提出了计算风险价值的一种新方法——完全参数方法，它本质上是参数方法和极值理论的结合运用，在证券市场上的实证研究表明该方法优于目前流行的RiskMetrics这种参数方法。

关键词：风险价值；风险管理；完全参数方法
中图分类号：F830.9　　**文献标识码：**A　　**文章编号：**1003-5192(2001)02-0034-04

Value-at-Risk Methodolgy and its Application in Risk Measurement of Financial Market

MA Chao-qun[1], LI Hong-quan[1], ZHANG Yin-qi[2]
(1.The Business School, Hunan University, Changsha 410082 China; 2.Xiang Cai Securities Co., Changsha 410005 China)

Abstract: Value-at-Risk model developed recently is a mathematical model to measure and monitor market risk. This article puts forward a new model called total-parametric method to calculate VaR, which is in essence the mixture of parametric method and extreme value theory. Positive Research in stock market show this new model gains an advantage over RiskMetrics which is a popular parametric method.

Key words: Value-at-Risk; risk management; total-parametric method

1 引言

风险价值VaR作为一概念，最先起源于80年代末交易商对金融资产风险测量的需要；作为一种市场风险测定和管理的新工具，则是由J.P.摩根最先提出的。VaR指的是，在一定置信度内，由于市场波动而导致整个资产组合在未来某个时期内可能出现的最大损失值。

由于VaR方法能简单清晰地表示市场风险的大小，又有严谨系统的概率统计理论作依托，因而得到了国际金融界的广泛支持和认可。国际性研究机构30人小组和国际掉期交易商协会(ISDA)及国际清算银行/巴塞尔委员会(BIS/Basel)等团体一致推荐，将VaR方法作为市场风险测量和控制的最佳方法。目前，越来越多的金融机构，如银行、证券机构、保险公司、信托公司、投资基金等纷纷采用VaR方法来测量，控制其市场风险，尤其在衍生工具投资领域，VaR方法的应用更加广泛。

2 风险价值的本质及基本算法

VaR方法简言之是用来测量给定投资工具或组合在未来资产价格波动下可能或潜在的损失，Jorion[1]给出的权威说法是："在正常的市场条件下，给定置信区间的一个持有期内的最坏的预期损失。"在数学上，它表示为投资工具或组合的损益分布(P&L distribution)的α分位数(αquartile)，表达式为：

$$Pr(\triangle p\triangle t \leqslant -VaR)=\alpha \qquad (1)$$

$\triangle p\triangle t$ 表示组合 p 在 $\triangle t$ 持有期内在置信度 $(1-\alpha)$ 下的市场价值变化。等式(1)说明了损失值等于或大于VaR的概率为α或者可以说，在概率α下，损失值是大于VaR的。在后一种解释中，我们其实把VaR看做是α的函数，若以 $F(\triangle p\triangle t)$ 表示资产组合收益的概率分布函数，那么有：

$$VaR=F^{-1}(\alpha) \qquad (2)$$

或者，直接由其定义出发，可以以下式来计算风

收稿日期：2000-08-24
基金项目：国家自然科学基金"九五"重点资助项目(G79790130)

险价值：

$$\begin{aligned} VaR &= E(w) - w^* \\ &= w_0(1+E(R)) - w_0(1+R^*) \\ &= w_0(E(R) - R^*) \\ &= -w_0 R^* \text{（设 } E(R)=0\text{）} \end{aligned} \tag{3}$$

其中，$E(w)$ 为投资工具或组合在持有期末的期望价值；w_0 为持有期初资产组合的价值；w^* 为一定置信度 C 下的最低资产组合价值；$E(R)$ 为在整个持有期间的期望收益率；R^* 为一定置信度 C 下的最低资产收益率。

由此可知，风险价值方法的核心在于如何确定 $F(\triangle p \triangle t)$ 即资产组合收益的概率分布函数，亦即如何确定 R^* 或 w^*。围绕这一问题的解决产生了两大类方法：参数方法和模拟方法（可分为历史模拟法和蒙特卡罗模拟法）。

2.1 模拟方法

历史模拟法（Historical Simulation method，简称 HS 法）是借助于计算过去一段时间内的资产组合风险收益的频率分布，通过找到历史上一段时间内的平均收益，以及既定置信水平下的最低收益水平，推算 VaR 的值，其隐含的假定是历史变化在未来可以重现。

从以上可知，历史模拟方法（HS）是基于历史数据的经验分布，它不需对资产组合价值变化的分布作特定假设，简单，直观，易于操作。

但同时 HS 法也有很多缺陷，具体表现在：第一，收益分布在整个样本时限内是固定不变的，如果历史趋势发生逆转时，基于原有数据的 VaR 值会和预期最大损失发生较大偏离（a bad estimator）。第二，HS 不能提供比所观察样本中最小收益还要坏的预期损失。第三，样本的大小会对 VaR 值造成较大的影响，产生一个较大的方差。第四，HS 不能作极端情景下的敏感性测试。

Monte Carlo 方法与 HS 十分类似，它们的区别在于前者是基于历史数据或既定分布假定下的参数特征，借助随机方法模拟出大量的资产组合数值，从中推出 VaR 值，这种方法有广阔的应用前景。

2.2 参数法（亦称方差——协方差法，Variance-Covariance method）

这种方法的核心是基于对资产报酬的方差——协方差矩阵进行估计。其中最具代表性的是目前流行使用的 J.P.Morgan 银行的 RiskMetrics™ 方法，它的重要假设是线性假设和正态分布假设，详见文献[2，3]。即 $\frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$，且设 $\mu=0$，即 $X \sim N(0,\sigma^2)$

获取方差 σ 可以通过两种方式，一种是等权重方式（equally moving average approach），它度量的是无条件波动（unconditional volatility），即

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n}(R_t-\mu)^2}$$

另一种是指数权重计算方式（exponentially weighted moving average approach），它度量的是有条件波动（conditional volatility），这种方法被 RiskMetrics 所采用，表达式如下：

$$\sigma = \sqrt{(1-\lambda)\sum_{t=1}^{n}\lambda^{n-t}(R_t-\mu)^2} \tag{4}$$

$$VaR = Z_\alpha \cdot w_0 \cdot \sigma \tag{5}$$

其中，Z_α 为标准正态分布的 α 分位数。即对距离现在时点较近的数据赋予较大的权重。它能较好地反映金融时间序列波动的一些特性，如集丛行为（clustering behaviour）。对每日数据，$\lambda=0.94$；对每月数据，$\lambda=0.97$，它本质上是 GARCH 模型，$h_t=\lambda h_{t-1}+(1-\lambda)\varepsilon_{t-1}^2$，即方差是滞后项与过去误差的函数，较好地解决了条件异方差现象，对预测正常的、温和的波动很有价值，但在预测极端事件或突变方面仍不尽人意。

3 风险价值方法的改进——完全参数方法（Total-parametric method）

VaR 分析是针对下偏风险的，即损失边，因而极端收益情景的准确预测对 VaR 的计算有着极其重大的意义。然而，历史模拟法或参数法虽对概率分布函数的中间部位即对正常的、温和的波动有着较好的预测能力，但对极端收益情景提供的信息极有限。而极值理论（Extreme Value Theory，简称 EVT）恰恰弥补了这一重大缺陷。极值理论研究的重点就是极端情况下收益波动的特征及分布形态，对极端情景有很好的预测能力。所以，将极值理论和历史模拟方法或参数方法结合运用应该对风险价值将有更好的估测能力。本文着重介绍一下 EVT 和参数法（unconditional）①综合运用的情况。

3.1 极值理论与尾部估计量

限于篇幅，本文只介绍极值理论最新的发展成果[4,5]。

（1）Hill（1975）提出 $F(x)$ 可以近似由一阶展开式模拟

$$F(x) = Pr(X>x) = ax^{-\alpha} \quad a>0, x\to\infty \tag{6}$$

Hill 还给出了 α 的一阶矩估计量：

①参数法（unconditional）对方差的处理是运用等权重方法。

$$\hat{\alpha}=\left\{\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}\ln X_{(i)}-\ln X_{(M+1)}\right\}^{-1}$$

$$X_{(i)}>X_{(M+1)} \tag{7}$$

其中,$X_{(i)}$ 为样本中第 i 个降序统计量,M 为临界样本序号,其意义在于,当 $X>X_{(M+1)}$ 时,$ax^{-\alpha}$近似地等于 $P_r(X>x)$。

(2) Daniellsson(1997)提出了确定 α、X_p、P 的新方法

$$\frac{1}{\alpha}=\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}\ln\frac{X_i}{X_{M+1}} \tag{8}$$

$$\hat{X_p}=X_{M+1}\left(\frac{M}{np}\right)^{\frac{1}{\alpha}} \tag{9}$$

$$\hat{P}=\frac{M}{n}\left(\frac{X_{M+1}}{X_p}\right)^{\alpha} \tag{10}$$

由上面可知,关键问题在于如何确定 X_M,这一临界值的含义是从第 M 个统计量开始,X_1、X_2……X_M 这些数据(降序统计量)用来估计 α。选择 M、X_M 值的方法有二种,一种是作图法(做 $\alpha-M$ 图);另一种是计算机优化方法。本文采用简单有效、易于操作的第一种方法。

3.2 完全参数方法

其核心思想是:在收益率序列下尾部的变量 $X<X_{M\text{lower}+1}=X_S$ 时,我们用极值理论所提出的分布函数 $F(x)=\frac{M}{n}(\frac{X_S}{X})^{\alpha}$来近似描述 $P_r(X>x)$;对于上尾部而言,也存在着一个临界值 $X_{S'}$,当 $X>X_S$ 时 $P(X>x)$ 近似等于$\frac{M}{n}\left(\frac{X_S}{X}\right)^{\alpha'}$;对于处于两者中间的部分,即 $X_S<X<X_S$ 时,用正态分布去做。考虑到收益率的均值可能不为 0,本文释放了 RiskMetrics™ 中 $\mu=0$ 的假设条件。该方法的概率分布函数为:

$$F(x)=\begin{cases}\frac{M}{n}\left(\frac{X_{M^{\text{lower}}+1}}{X}\right)^{\alpha} & X<X_{M^{\text{lower}}+1}\\ \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) & X_{M^{\text{lower}}+1}\le X\le X_{M^{\text{upper}}+1}\\ 1-\frac{M}{n}\left(\frac{X_{M^{\text{upper}}+1}}{X}\right)^{\alpha'} & X>X_{M^{\text{upper}}+1}\end{cases} \tag{11}$$

X_p——P 函数关系式为:

$$X_p=\begin{cases}X(M^{\text{lower}}+1)\cdot\left(\frac{M^{\text{lower}}}{np}\right)^{\frac{1}{\alpha}} & P<\frac{M^{\text{lower}}+1}{n}\\ \mu+Z_p\sigma & \frac{M^{\text{lower}}+1}{n}\le P\le 1-\frac{M^{\text{upper}}+1}{n}\\ X(M^{\text{upper}}+1)\cdot\left(\frac{M^{\text{upper}}}{n-np}\right)^{\frac{1}{\alpha'}} & P>1-\frac{M^{\text{upper}}+1}{n}\end{cases} \tag{12}$$

其中,ϕ为标准正态分布函数表达式的简写,Z_p 为标准正态分布的 p 分位数,$X_{(np)}$ 为收益序列 X 的第 np 个升序统计量,$X_{(M^{\text{upper}}+1)}$、α'、M^{upper}均是描述上尾部的统计量。

分布函数的性质

性质 1 $F(+\infty)=\lim_{x\to+\infty}1-\frac{M}{n}\left(\frac{X_{M^{\text{upper}}+1}}{X}\right)^{\alpha'}=1 \qquad (13)$

性质 2 $F(-\infty)=\lim_{x\to-\infty}\frac{M}{n}\left[\frac{X_{M^{\text{lower}}+1}}{M}\right]^{\alpha}=0 \qquad (14)$

性质 3 $F(x)$ 有两个间断点,$X_1=X_{M^{\text{lower}}+1}$,$X_2=X_{M^{\text{upper}}+1}$,如果 X 是收益率序列,则 X_p 就是所要求的 R^*。

投资工具或组合的 VaR 表达式为:

$$VaR_{(c)}=-W_oX_p \qquad P=1-c \tag{15}$$

4 实证研究

本文以证券市场为应用研究的对象,取上证综指(IA0001)作为样本②。原始样本,即用来预测 VaR 值的母样本。取 1997 年 1 月 2 日到 1998 年 12 月 31 日,样本数 $n_1=494$;检验样本③,即用来检验,比较各种模型准确性的样本,取 1998 的 7 月 7 日到 2000 年 7 月 7 日,样本数 $n_2=484$。由于上证综指已经包含了除权信息,所以投资工具的收益率可简单地表示为:

$$R_t=\frac{P_t-P_{t-1}}{P_{t-1}} \tag{16}$$

由于正态分布假定是 RiskMetrics™ 的一个重要前提条件,也是争论比较多的假设[1,4,6,7]。本文先进行正态分布为原假设的检验。结果如下:

表 1 正态分布检验表

	偏斜度(S)	峰态值(K)	统计量(L)	H_0:正态分布
原始样本	−0.0153	10.604	1187.78	拒绝
检验样本	0.00496	9.095	746.103	拒绝

注:$L\sim X^2(2)$,临界值 $L^*=5.99$(95%置信度),$L^*=10.579$(99.5%置信度)。

所以,本文有充分的把握认为正态分布的假定不够贴近现实收益波动状况。另外,从 S 值上看,收益分布基本上无偏,而 K 值较大,说明收益分布有典型的"细腰"、厚尾之特征(正态分布,$K=3$)。全样本 1997 年 1 月 2 日到 2000 年 7 月 7 日的收益率频率直方图见图 1。

②在这里,我们实际上将上证综指作为一种投资工具,或是一种"虚拟"的股票的价格。

③原则上,检验样本应是一种全新数据样本,但由于本文数据来源有限,故有所重叠,但这并不影响结论的正确性。

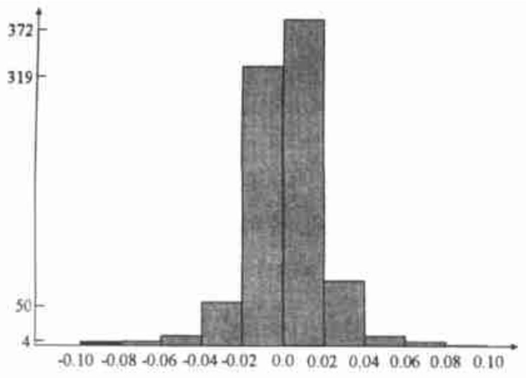

图 1

正是因为 RiskMetrics™的基本假设与实际不符,所以才会产生较大误差,特别是在置信度较大的情况下。

本文介绍的新方法可弥补这一缺陷。如前所述,该方法关键问题是如何选择 α值。当 m 较小时,用(7)式计算出的 α估计量方差较大;当 m 较大时,$\hat{\alpha}$ 的方差较小,但偏差较大。在做出 α—m 图后,选择一个适当的 m 值,使两类偏差总和较小。另外,还可参考国外同类市场的信息。Jorion[1]提供了美国市场的 α值,见表 2。

表 2

资产	美国长期债券	期限三个月的美国国库券	美国股票	德国马克/美元汇率	德国马克/英磅汇率
$\hat{\alpha}$	4.4	4.5	6.8	8.0	4.6

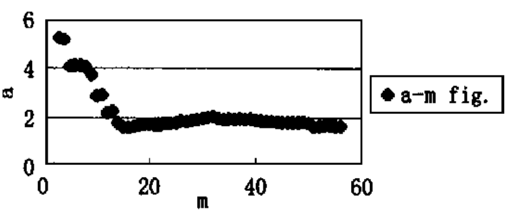

图 2 α—m 图

综上,本文取 α=4.08④,对应的 $m=8$,$R_{(m+1)}=-0.0562$,$P^{*}=\frac{m+1}{n}=0.018$;亦即:在 $P<0.018$ 时,

$$X_p=-0.0562\left(\frac{8}{494\times P}\right)^{\frac{1}{4.08}} \qquad (17)$$

本文取资产原值 $W_0=100$(万元),得到的风险价值额如下表。

表 3 不同置信度下 VaR 值的比较 (万元)

	95%	97.5%	99%	99.5%	99.75%	S
真实值	2.39	2.99	4.34	7.58	8.38	
风险矩阵方法(RiskMetrics™)	1.75	2.09	2.48	2.75	3.00	4.357
完全参数方法	2.90	3.46	5.35	7.49	8.88	0.766

注:真实值是在检验样本期间实际发生的真实损失额;S 为剩余标准离差。

$$S=\sqrt{\sum_{j=1}^{n}\frac{(X_{ij}-X_{1j})^2}{n-2}} \qquad n=5$$

为了能够更清晰、明了地看出每种方法预测的精度,本文将列出误差比较分析表,如表 4。

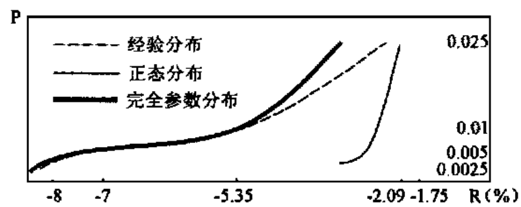

图 3 几种分布的下尾部(局部)比较图

根据各表、图可知:

由表 3,完全参数方法的剩余标准离差 $S=0.766<4.357$,说明此方法提供的 VaR 预测值与实际损失值差异较小,对现实波动情形拟合要比 RiskMetrics™为好。

由表 4,RiskMetrics™均低估了实际损失值,特别是在置信度较高时,低估倾向愈大。而完全参数方法在高置信度时表现尤佳,这说明极值分布对现实拟合较好。而 RiskMetrics™的较差表现是与其正态分布的假设密切相连的,这造成了必然的低估倾向,这一点在图 3 的下尾部分布比较图上一目了然。之所以 RiskMetrics™是流行使用的方法,部分是因为国外许多银行用这一模型来决定存款准备金的数额,它们普遍不希望存款准备金过多,因而青睐这种低估 VaR 值的方法。因此,许多银行都低估了自身面临的风险,一旦某些高风险投资项目失败,较低的

表 4 不同计算方法的误差比较分析 (%)

方法 \ U_{ij} \ 置信度	95%	97.5%	99%	99.5%	99.75%	$\overline{\mu^{*}}$
风险矩阵法	−26.8	−30.1	−42.9	−63.7	−64.2	45.5
完全参数方法	21.3	15.7	23.3	−1.2%	6.0	13.5

注:U_{ij} 为误差,$U_{ij}=\frac{X_{ij}-X_{1j}}{X_{1j}}$;$\overline{\mu^{*}}$ 为离差均值,$\overline{\mu^{*}}=\frac{\sum|U_{ij}|}{n}$。

(下转 25 页)

④本文 α值的确定虽然比较简便易行,还仍具有一定主观性,其计算机优化确定方法详见 Danielsson[5]。

$$\dot{\lambda}_1=\tilde{\delta}_1\lambda_1-a_{21}\lambda_2-a_{31}\lambda_3,\quad \lambda_1(T)=p_1(T)$$
$$\dot{\lambda}_2=\tilde{\delta}_2\lambda_2-a_{12}\lambda_1-a_{32}\lambda_3,\quad \lambda_2(T)=p_2(T) \qquad (3)$$
$$\dot{\lambda}_3=\tilde{\delta}_3\lambda_3-a_{13}\lambda_1-a_{23}\lambda_2,\quad \lambda_3(T)=p_3(T)$$

如果设:

$$\bar{A}=\begin{pmatrix}\bar{\delta}_1 & -a_{21} & -a_{31}\\ -a_{12} & \bar{\delta}_2 & -a_{32}\\ -a_{13} & -a_{23} & \bar{\delta}_3\end{pmatrix},\quad \lambda=\begin{pmatrix}\lambda_1\\ \lambda_2\\ \lambda_3\end{pmatrix}$$

则有 $\lambda=e^{\bar{A}(t-T)}\lambda(T),\quad t<T$

而这里 $\bar{A}=-A^{\mathrm{T}}$,因此,只要求出 A 的矩阵指数,则它的转置的逆矩阵便是 $e^{\bar{A}t}$。为说明问题起见,这里仍设 $a_{21}=a_{31}=0, a_{23}=a_{32}=0$,因此,方程(3)化为:

$$\dot{\lambda}_1=\delta_1\lambda_1,\qquad \lambda_1(T)=p_1(T)$$
$$\dot{\lambda}_2=\tilde{\delta}_2\lambda_2-a_{12}\lambda_1,\quad \lambda_2(T)=p_2(T)$$
$$\dot{\lambda}_3=\tilde{\delta}_3\lambda_3-a_{13}\lambda_1,\quad \lambda_3(T)=p_3(T)$$

由此可得:

$$\lambda_1(t)=p_1(T)e^{\delta_1(t-T)}$$
$$\lambda_2(t)=\left[p_2(T)+\frac{a_{12}}{\tilde{\delta}_2+\delta_1}p_1(T)\right]e^{\tilde{\delta}_2(T-t)}-\frac{a_{12}}{\tilde{\delta}_2+\delta_1}p_1(T)e^{\delta_1(t-T)}$$
$$\lambda_3(t)=\left[p_3(T)+\frac{a_{13}}{\tilde{\delta}_3+\delta_1}p_1(T)\right]e^{\tilde{\delta}_3(T-t)}-\frac{a_{13}}{\tilde{\delta}_3+\delta_1}p_1(T)e^{\delta_1(t-T)}$$

从而可以推知,在上述这种情况下,$u_i=\beta_i(i=1,2,3)$,即应采用招聘的方法保持合理的人员配置。

如果假定 $\tilde{\delta}_1=\tilde{\delta}_2=0, \tilde{\delta}_3=0.2, a_{12}=a_{21}=a>0, a_{13}=a_{31}=0, a_{23}=a_{32}=0$,则可求出:

$$\lambda_1=p_1(T)ch(at)-p_2(T)sh(at)$$
$$\lambda_2=-p_1(T)sh(at)+p_2(T)ch(at)$$
$$\lambda_3=e^{\tilde{\delta}_3(t-T)}p_3(T)$$

因此,当 t 满足 $th(at)>\max\left\{\frac{p_1(T)}{p_2(T)},\frac{p_2(T)}{p_1(T)}\right\}$ 时,$\lambda_i<0(i=1,2)$,故 $u_i=\alpha_i(i=1,2)$。而 $u_3=\beta_3$。它的实际意义是,在这种情形下,企业对管理人员与科技人员应采用解聘的管理方式,对普通员工则采用招聘的手段,以满足企业生产的实际需要。

5 结论

本文使用现代控制理论方法研究了企业人力资源规划模型的动态预测问题。研究结果表明,任何一个企业都可通过建立自己的人力资源规划模型来预测企业自身的人力资源配置情况及最优人力资源规划方案。显然,本文的结果并不仅仅限于企业,对其它类似的经济活动可以用同样的方法处理。由于本文的计算主要涉及的是矩阵指数,因此使用计算机会很容易将本文的结果应用于实际问题中去。

参 考 文 献:

[1] Clark R. Human resources management[M]. 2nd ed. McGraw-Hill Book Company Australia Pty Limited, 1992.43-94.

[2] 谢绪恺.现代控制理论基础[M].沈阳:辽宁人民出版社,1980.283-326.

(上接 37 页)

存款准备金将使银行无法应付这种危险局面,从而可能引发破产危机。

完全参数方法的分布函数在下尾部是光滑连续的,这有利于敏感性分析等。此外,这种方法还有超越样本作出准确预测的优点。

5 结论

本文引入了计算 VaR 的一种新的方法,并对极值理论做了深入、全面的讨论。实证研究的结果表明这种新方法要优于 RiskMetrics™方法。新方法能准确地反映金融机构面临的市场风险,有利于深层次、全面地管理金融风险。就 VaR 方法本身而言,还有非线性问题处理、扩展到其它比如信用风险管理领域等问题。此外,每一种预测方法都是有限的,我们不能排除高于 VaR 值的巨大亏损发生的可能性;而且 VaR 方法也仅仅是考虑了概率问题,其它有关风险管理的深层问题、机制问题都尚未涉及,所以金融机构要采用全面的风险管理方法,防患于未然。

参 考 文 献:

[1] Jorion P. Risk:measuring the risk in Value at Risk[J]. Financial Analysts Journal, 1996, November/Decemker:45-47.

[2] Morgan J P. RiskMetrics technical document[M], New York, 1996.

[3] 马超群,李红权.VaR 方法及其在中国金融风险管理中的应用[J].系统工程,2000,(2):56-59.

[4] Danielsson J. Beyond the sample:extreme quantile and probability estimation[R/OL]. http://www,hag.Hi.Is/~jond/,1997.

[5] Danielsson J. Value-at-Risk and extreme returns[R/OL]. http//www. Hag. Hi. Is/~jond/,1997.

[6] Beder T S. VaR:seductive but dangerous[J]Financial Analysts Journal,1995,51(5):12-24.

[7] 王春峰,万海晖,张维.金融市场风险测量模型-VaR[J].系统工程学报,2000,(1):67-75.