A single-shot structured light means by encoding both color and geometrical features

Haibo Lin, Lei Nie, Zhan Song

报告人：杨东学

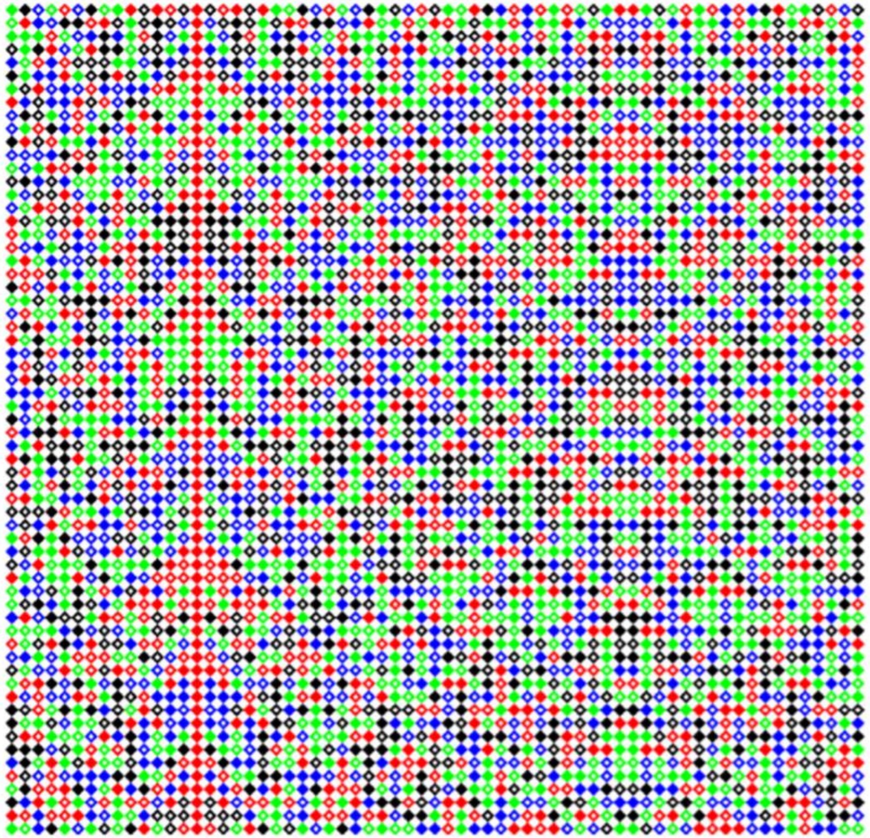
本文贡献

1.提出一种由8种不同的菱形组成的网格编码图案，该图案保证任意2*2区域内的四个菱形只出现一次。

2.基于上述编码图案定义的特征，提出一种鲁棒的特征点检测方法。

3.基于检测出的特征点，提出颜色解码方法和形状解码方法。

1.编码图案生成(图案预览)



Pattern	*R*	*G*	*B*	*K*	*R'*	*G'*	*B'*	*K'*
Element	◆	◆	◆	◆	◇	◇	◇	◇

图案基本信息
含有8种不同菱形
菱形数目：65*63 = 8^4-1 = 4095
背景颜色：白色
任意2*2个菱形只出现一次

1.编码图案生成(理论来源)

本篇文章理论依据来自下面文章：

Macwilliams F J , Sloane N J A . Pseudo-random sequences and arrays[J]. Proceedings of the IEEE, 2005, 64(12):1715-1729.

该文章主要分为三个部分

(1) 长度为$2^{\mathrm{m}}-1$的Pseudo-Random Sequences 的构造及其相关性质

(2) 通过Pseudo-Random Sequences构造Pseudo-Random Arrays

(3) 长度为$\mathrm{q}^{\mathrm{m}}-1$的Pseudo-Random Sequences的构造及其相关性质，其中q为素数幂

1.编码图案生成(基本概念)

(1) 群：设G是定义了一种运算的集合，并且对该运算满足封闭性、结合律、有单位元、有逆元，则G为群，例：加法群Z_n、乘法群U(n)

(2) 环：若加法群G中元素对乘法满足封闭性、结合律、分配律，则G为环(不保证有乘法单位元和逆元)，例：偶数环2Z、整系数多项式环Z[x]、 $Z_n[x]$

(3) 域：若交换环G的每个非零元素都有乘法逆元，则G为域，例Z_p、Q、R、C

1.编码图案生成(基本概念)

(4) 本原多项式：整系数多项式且系数最大公约数为1

(5) 有限域(伽罗瓦域)：由有限多个元素构成的域，有限域的元素个数一定为素数的幂次，记GF(p^m)，有限域在同构的意义下存在且唯一

前面的编码图案由有限域GF(8)构造得到GF(8^4)，图案含有8^4-1个菱形

1.编码图案生成(有限域的构造)

本原多项式有什么用？构造有限域

In field theory, a branch of mathematics, a **primitive polynomial** is the minimal polynomial of a primitive element of the finite extension field GF(p^m). In other words, a polynomial $F(X)$ with coefficients in GF(p) = $\mathbf{Z}/p\mathbf{Z}$ is a primitive polynomial if its degree is m and it has a root α in GF(p^m) such that $\{0, 1, \alpha, \alpha^2, \alpha^3, \ldots, \alpha^{p^m-2}\}$ is the entire field GF(p^m). This means also that α is a primitive (p^m − 1)-root of unity in GF(p^m).

Minimal polynomials are useful for constructing and analyzing field extensions. When α is algebraic with minimal polynomial $a(x)$, the smallest field that contains both F and α is isomorphic to the quotient ring $F[x]/\langle a(x)\rangle$, where $\langle a(x)\rangle$ is the ideal of $F[x]$ generated by $a(x)$. Minimal polynomials are also used to define conjugate elements.

系数在GF(p)下的m次本原多项式 在GF(p^m)下的根，可以生成GF(p^m)的所有非零元(p为素数, 所以GF(p)与Z_p同构)

1.编码图案生成(有限域的构造)

设 α为本原多项式$h(x)=x^4+x+1$在$GF(2^4)$的根，其中$h(x)$的系数在$GF(2)$内。由于2为素数，所以$GF(2)$与Z_2同构， $GF(2)$内的元素可以表示为非负整数0和1。

α有如下性质：

$$h(\alpha)=\alpha^4+\alpha+1=0$$

1.编码图案生成(有限域的构造)

α

α^2

α^3

$\alpha^4 = -\alpha - 1 = \alpha + 1$

$\alpha^5 = \alpha \cdot \alpha^4 = \alpha \cdot (\alpha + 1) = \alpha^2 + \alpha$

$\alpha^6 = \alpha^3 + \alpha^2$

$\alpha^7 = \alpha^3 + \alpha + 1$

$\alpha^8 = \alpha + 1 + \alpha^2 + \alpha = \alpha^2 + 1$

$\alpha^9 = \alpha^3 + \alpha$

$\alpha^{10} = \alpha^2 + \alpha + 1$

$\alpha^{11} = \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha$

$\alpha^{12} = \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + 1$

$\alpha^{13} = \alpha^3 + \alpha^2 + 1$

$\alpha^{14} = \alpha^3 + 1$

$\alpha^{15} = 1$

$$h(\alpha) = \alpha^4 + \alpha + 1 = 0$$

以上15个元素和0元素在$h(\alpha) = 0$的基础上构成有限域$GF(2^4)$

1.编码图案生成(Pseudo-Random Sequences)

系数	α^3	α^2	α	1
α	0	0	1	0
α^2	0	1	0	0
α^3	1	0	0	0
α^4	0	0	1	1
α^5	0	1	1	0
α^6	1	1	0	0
α^7	1	0	1	1
α^8	0	1	0	1

系数	α^3	α^2	α	1
α^9	1	0	1	0
α^{10}	0	1	1	1
α^{11}	1	1	1	0
α^{12}	1	1	1	1
α^{13}	1	1	0	1
α^{14}	1	0	0	1
α^{15}	0	0	0	1

任意抽出一列收尾相连

1.编码图案生成(Pseudo-Random Sequences)

0 0 1 0 0 1 1 0 1 0 1 1 1 1 0 0

The window property: 任意连续四个数在环中只出现一次

与deBruijn序列的区别：

deBruijn Sequence长为p^m, p无限制, 生成该序列复杂度指数级别

Pseudo-Random Sequence长为p^m-1, p为素数或素数幂, 可线性生成

(线性反馈移位寄存器 linear feedback shift register, LFSR)

1.编码图案生成(Pseudo-Random Sequences)

如何增加序列中元素种类?

(1) 如果想要序列中有p种元素(p为素数), 将前面的2修改为p即可

(2) 如果想要序列中有q种元素(q为素数幂)?

方法：构造m次不可约多项式h(x) (在GF(q)中不可约), 其中h(x)

的系数属于GF(q), 并且h(x)在GF(q^m)中有根α

我们称h(x) primitive over GF(q)

(这么做是因为GF(q)中的元素失去了GCD的概念, 例如Z_4是环, GF(4)

是域。二者不存在同构关系，无法使用最大公约数的概念)

1.编码图案生成(Pseudo-Random Sequences)

文章1724页列举了一些Primitive polynomials over GF(q)

deg	$q = 3$	$q = 4$	$q = 8$
1	$x + 1$	$x + \omega$	$x + \alpha$
2	$x^2 + x + 2$	$x^2 + x + \omega$	$x^2 + \alpha x + \alpha$
3	$x^3 + 2x + 1$	$x^3 + x^2 + x + \omega$	$x^3 + x + \alpha$
4	$x^4 + x + 2$	$x^4 + x^2 + \omega x + \omega^2$	$x^4 + x + \alpha^3$
5	$x^5 + 2x + 1$	$x^5 + x + \omega$	$x^5 + x^2 + x + \alpha^3$
6	$x^6 + x + 2$	$x^6 + x^2 + x + \omega$	$x^6 + x + \alpha$
7	$x^7 + x^6 + x^4 + 1$	$x^7 + x^2 + \omega x + \omega^2$	$x^7 + x^2 + \alpha x + \alpha^3$
8	$x^8 + x^5 + 2$	$x^8 + x^3 + x + \omega$	
9	$x^9 + x^7 + x^5 + 1$	$x^9 + x^2 + x + \omega$	
10	$x^{10} + x^9 + x^7 + 2$	$x^{10} + x^3 + \omega(x^2 + x + 1)$	

Fig. 18. Primitive polynomials over *GF*(*q*).

1.编码图案生成(Pseudo-Random Sequences)

例：$q=4, m=2, h(x)=x^2+x+\omega$， h(x)的系数包含四种元素$\{0,1,\omega,\omega^2\}$，由于$x^2+x+\omega=0$，因此：

$x^2=x+\omega$， $x^3=x^2+\omega x$， $x^4=x^3+\omega x^2$

得到迭代关系：

$x^n=x^{n-1}+\omega x^{n-2}$，即迭代方程： $a_n=a_{n-1}+\omega a_{n-2}$

我们取初始状态0, 1后迭代可得到Pseudo-Random Sequences :

$0,1,1,\omega^2,1,0,\omega,\omega,1,\omega,0,\omega^2,\omega,\omega^2$

1.编码图案生成(Pseudo-Random Array)

Pseudo-Random Array构造方法：

假设有长为15的Pseudo-Random Sequence :

0 0 0 1 0 0 1 1 0 1 0 1 1 1 1

将该序列从左上角向右下方向循环填充到3*5的方阵中：

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

我们得到了一个简单的Pseudo-Random Array ,该数组任意2*2子矩阵只出现一次

1.编码图案生成(Pseudo-Random Array)

通用构造方法：

对于一个已知的长度为$n = 2^m - 1$的Pseudo-Random Sequence，将m分解为$k_1 * k_2$，即$n = 2^{k_1 * k_2} - 1$。令$n_1 = 2^{k_1} - 1, n_2 = n/n_1$, 我们需要使得$n_1$与$n_2$互素。然后将序列从左上向右下循环填充到$n_1 * n_2$的矩阵中即可。该矩阵任意$k_1 * k_2$子矩阵只出现一次。

(为什么n_1需要与n_2互素？)

1.编码图案生成(Pseudo-Random Array)

由序列填充到数组，我们需要找到元素一维下标i与二维(i_1, i_2)下标的一一对应关系。(假设矩阵大小为$n_1 * n_2$)

(1)当i已知，我们可以找到唯一的二元组$(i \ mod \ n_1, i \ mod \ n_1)$

(2)当(i_1, i_2)已知时，解同余方程组：

$$\begin{cases} i \equiv i_1 \ \ (mod n_1) \\ i \equiv i_2 \ \ (mod n_2) \end{cases}$$

定理：一次同余式组可解的充要条件是$(n_1, n_2) | i_1 - i_2$, 且当同余式组可解时对模数$[n_1, n_2]$有唯一解。

(一次同余式组使用中国剩余定理求解)若$[n_1, n_2] = n_1 * n_2$，则二者互素

1.编码图案生成(Pseudo-Random Array)

```
02132333113332312
00133210330123310
03002231331322003
01212032002302121
03320301111030233
03213111221113123
00211320110231120
01003312112133001
02323013003103232
01130102222010311
01321222332221231
00322130220312230
02001123223211002
03131021001201313
02210203333020122
```

Fig. 21. A 15 X 17 pseudo-random array with entries from the field of 4 elements.

$n_1=4^2-1$, $n_2=17$, $n=4^{2*2}-1$

数组window size为2*2

注：0，1，2，3的写法只是为了方便表达，计算时应将2替换为x，3替换为x+1，否则会发生错误

1.编码图案生成(2010图案)

2010年，作者Zhan Song以第一作者身份将该结论应用于结构光编码

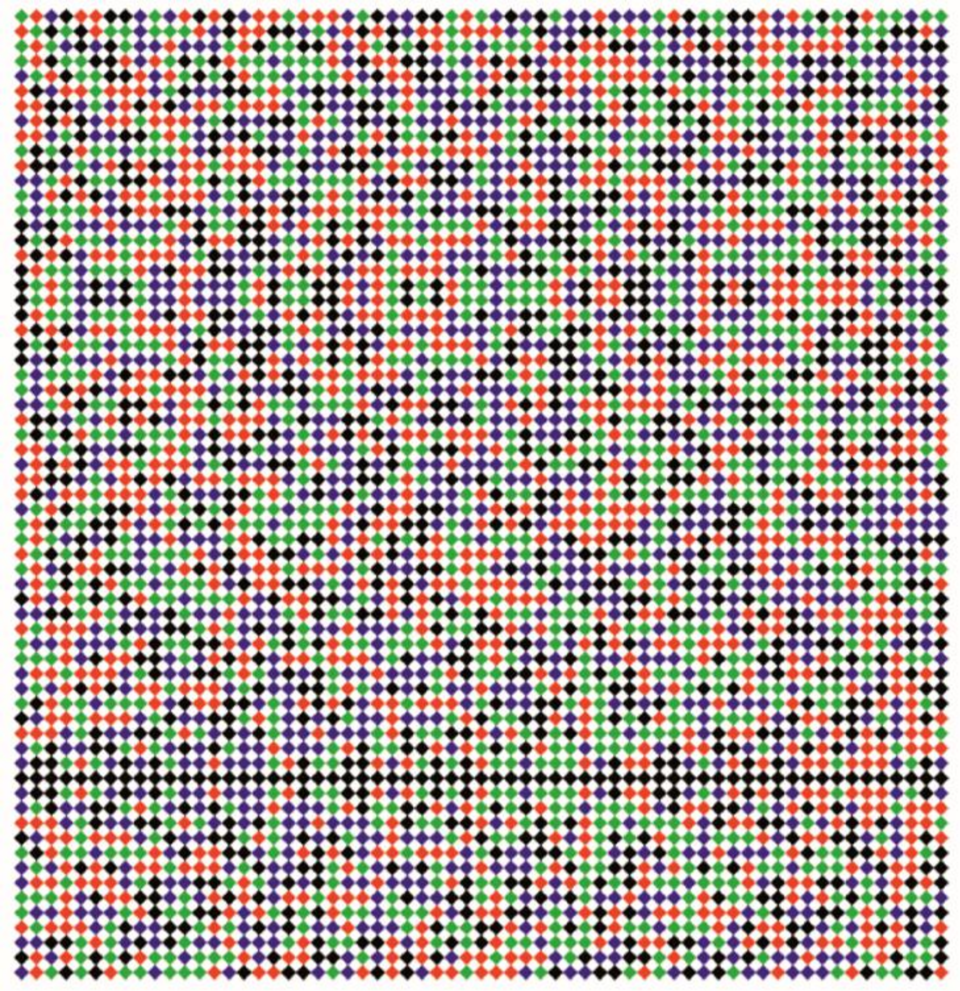
Song Z , Chung C K . Determining both surface position and orientation in structured-light-based sensing.[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, 2010, 32(10):1770-1780.

该文章中作者使用Primitive polynomials over GF(4)

$$h(x) = 2x^6 + 2x^5 + x^4 + 3x^3 + 2x^2 + 2x + 1$$ (注意该写法问题)

生成了65*63的数组, window size为2*3。

1.编码图案生成(2010图案)



2010年文章编码图案，将数组元素替换为4种不同颜色的菱形即可。

如果使用正方形网格图案那么图像中会有很大数量的线条，那么在特征检测过程中会增大误差

1.编码图案生成(探索)

63*65有什么特点？

$63 * 65 = 4095 = 2^{12} - 1 = 4^6 - 1 = 8^4 - 1$

$4^6 - 1$意味着可以使用4种颜色生成window size为$3 * 2$的图案

$8^4 - 1$意味着可以使用8种颜色生成window size为$2 * 2$的图案

Window size越小，则菱形间关联性越低，像点世界坐标重建精度越高

但颜色数越多，颜色间的串扰会导致解码生成特征点的像素坐标精度越低

2010年的文章采用$4^6 - 1$表示作者并未解决颜色数量增多带来的串扰问题

1.编码图案生成(2016图案)

2016年，作者Zhan Song指导他的学生发表文章

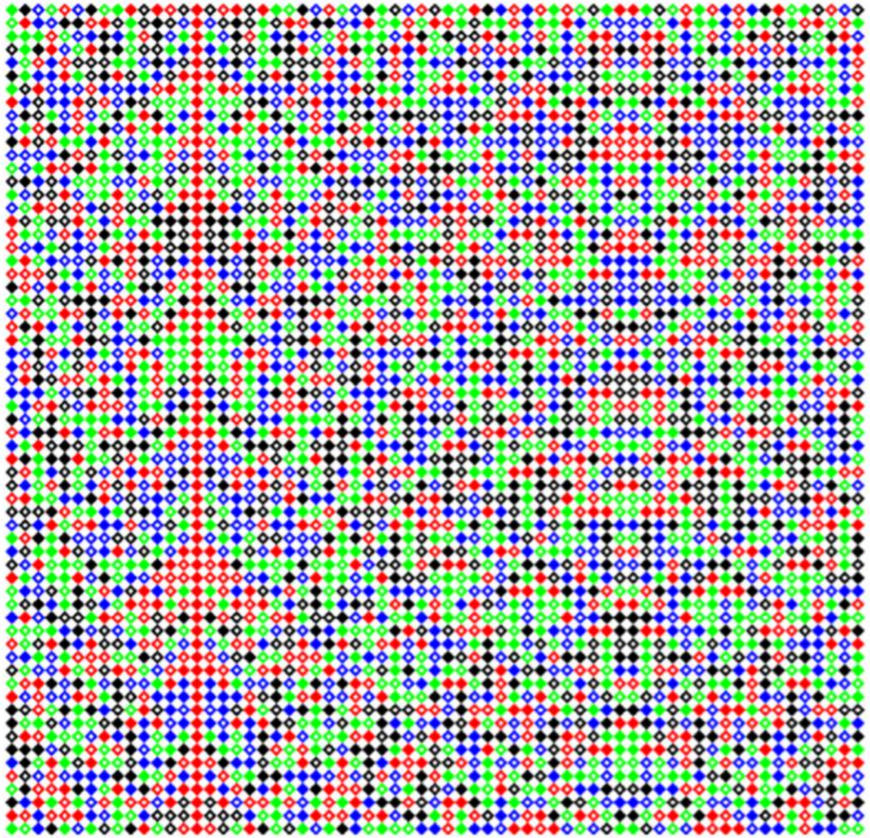
Lin H , Nie L , Song Z . A single-shot structured light means by encoding both color and geometrical features[J]. Pattern Recognition, 2016, 54:178-189.

该文章中作者使用Primitive polynomials over GF(8)

$$h(x) = x^4 + x + \alpha^3$$

生成了65*63的数组, window size为2*2。

1.编码图案生成(2016图案)



Pattern	R	G	B	K	R′	G′	B′	K′
Element	◆	◆	◆	◆	◇	◇	◇	◇

图案基本信息
含有8种不同菱形
菱形数目：$65*63 = 8^4-1 = 4095$
背景颜色：白色
任意2*2个菱形只出现一次

2.解码(重建原理回顾)

相机模型：

$$Z_c\begin{bmatrix}u_c\\ v_c\\ 1\end{bmatrix}=H_c\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\\ 1\end{bmatrix}$$

投影仪模型：

$$Z_P\begin{bmatrix}u_p\\ v_p\\ 1\end{bmatrix}=H_P\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\\ 1\end{bmatrix}$$

单应性矩阵大小3*4，Z为未知参数

两个模型将Z分别约掉，则相机模型得到两个关于(x,y,z)的方程，投影仪模型得到两个关于(x,y,z)的方程，四个方程三个未知数，最小二乘法可求解超定方程组。

实际上我们只需要知道物体特征点在投影仪像素坐标u_p,v_p的其中一个即可。所以编码时可以只编码一个方向。例如常见的黑白纵向条纹(二值编码、格雷码)。

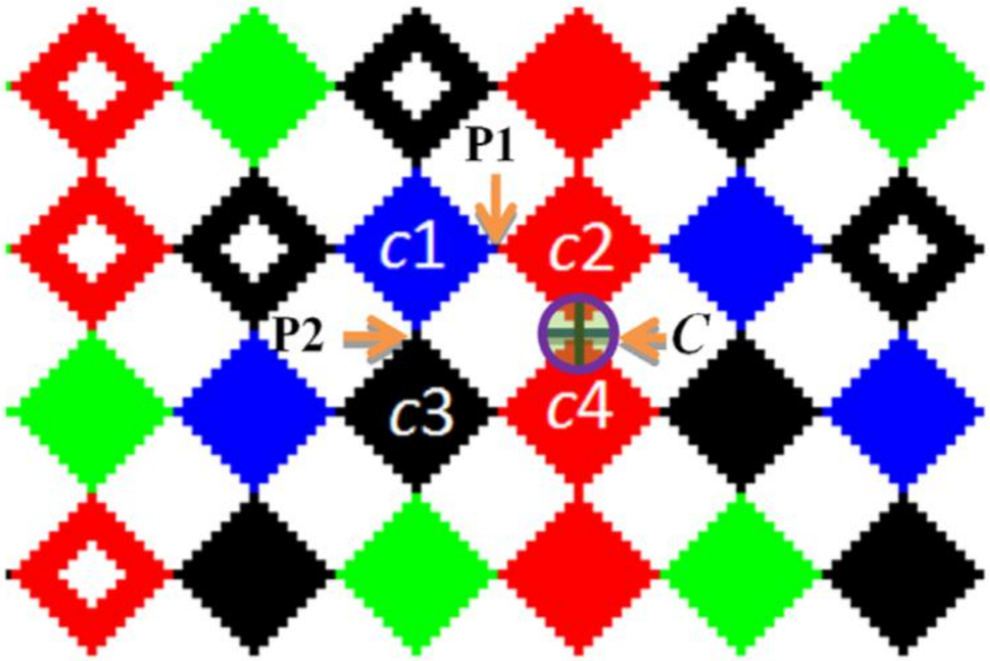
2.解码(特征点选取)

特征点选取时不能选取菱形中心，因为背景也是菱形。

所以作者将菱形之间的交点作为特征点，然后进行特征点检测。

横向交点为1类交点

纵向交点为2类交点



C1-C2-C3-C4作为一组codeword

可以在投影图像中确定P1和P2唯一的像素坐标

P1和P2称为pair-point

2.解码(特征点检测)

(1)确定候选特征点：

$$d_c = \left| \sum_{\alpha=-L}^{L} I_c(i+\alpha, j) - \sum_{\beta=-L}^{L} I_c(i, j+\beta) \right|$$

参数	含义
c	颜色通道
I	色彩强度
L	自定义长度

三个通道分别计算，最终$d(i,j) = \max\{d_r, d_g, d_b\}$，自己选择一个阈值d，保留所有大于阈值的点作为候选特征点

2.解码(特征点检测)

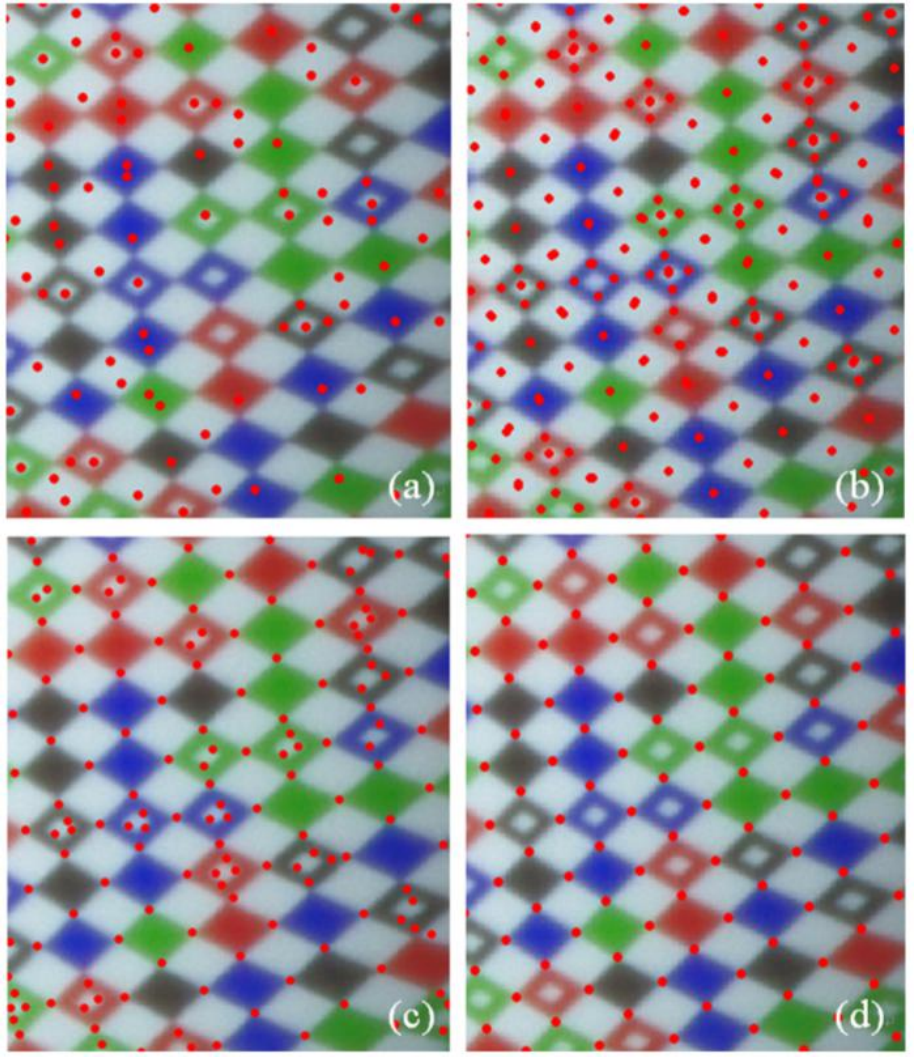
(2)确定最终特征点：

定义对称系数：
$$\rho=\sum_{m}\frac{\sum_{n}\left(C_{mn}-C'_{mn}\right)^{2}}{\sum_{m}\sum_{n}\left(C_{mn}-\overline{C}\right)^{2}}$$

对称系数越大代表
C与C’差异越大，菱形交点处的
对称系数应该局部最小
这样通过某一阈值筛选即可确定
最终特征点

参数	含义
C	以候选点为中心圆圈内的色彩强度(灰度)
C’	将C旋转180度圆圈内的色彩强度(灰度)
$\bar{C}$	C内的平均灰度
m,n	圆圈内的像素横纵坐标

2.解码(特征点检测效果)



(a) Harris角点检测方法

(b) SURF检测方法

(c) 参考文献[23]的检测方法

(d) 本文检测方法

2.解码(鲁棒性测试)

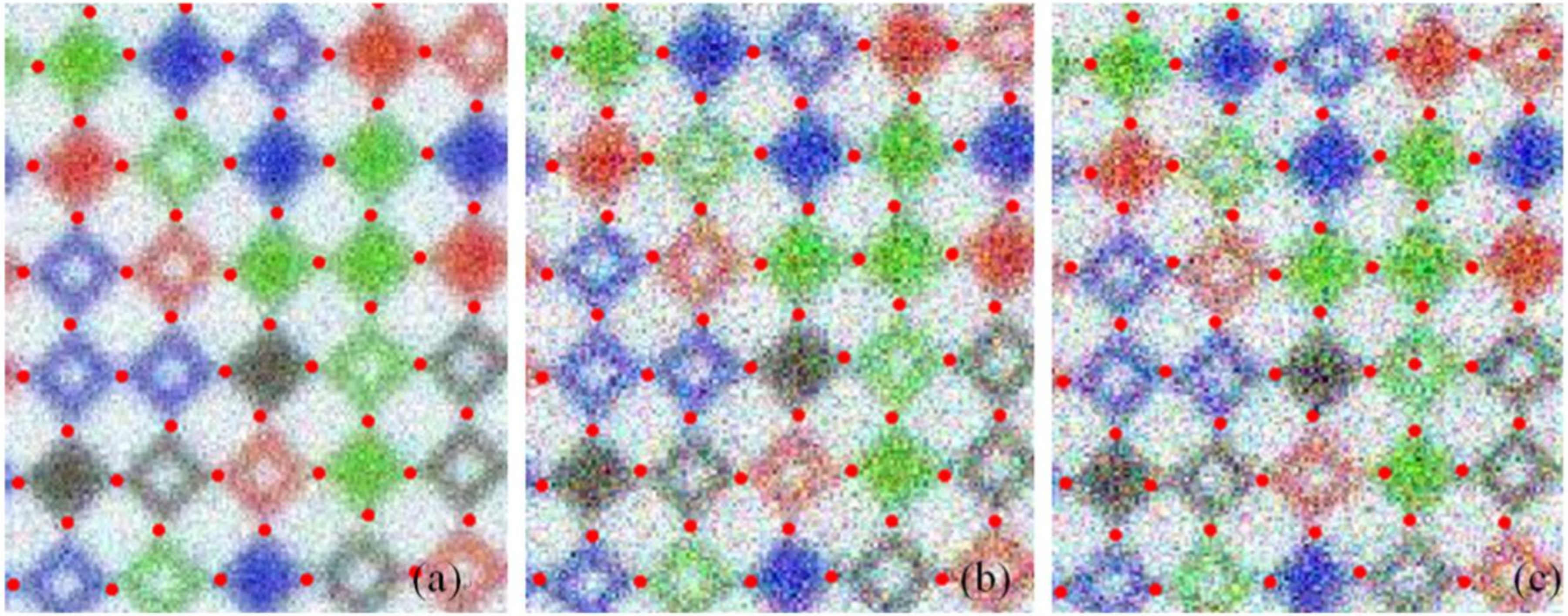


Fig. 6. Robustness test of the proposed grid-point detector with zero-mean Gaussian noise of (a) σ=0.01, (b) σ=0.03, and (c) σ=0.04.

2.解码(shape decoding)

(1)如何确定菱形是solid or embedded？

Shape decoding is to identify whether the pattern element is solid or embedded. In a solid element, gray levels of marginal pixels are larger than that of central pixels due to influence of white background elements. For an embedded element, gray levels of central embedded white diamonds are definitely larger than that of marginal colorized pixels. With this observation, the embedded pattern elements can be recognized by comparing the intensity of central pixels and marginal pixels.

首先将图像转化为灰度图

Solid 的中心像素灰度要小于边界，因为背景是白色的

Embedded的中心像素要大于边界，因为边界掺杂颜色

2.解码(color decoding)

(2) 如何确定菱形颜色？

由于物体表面颜色和纹理的影响，直接判断像素点颜色误差较大

定义HSV模型：(与普通HSV颜色空间不太一样？？)

定义饱和度：

$$s = \sqrt{1 - \frac{rg+gb+rb}{r^2+g^2+b^2}}$$

定义色相(hue)：

The hue components in the HSV model are defined as:

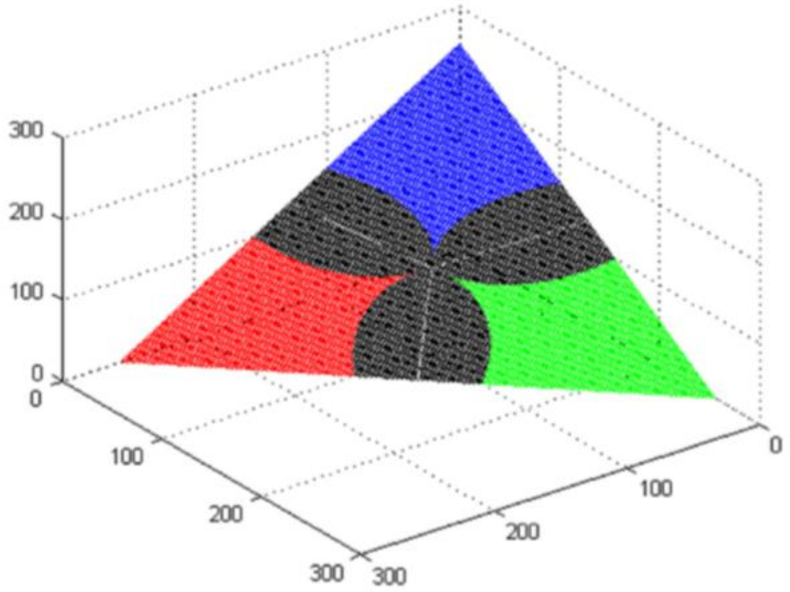
$$h_r = \frac{2r-g-b}{2\sqrt{(r-g)^2+(r-b)(g-b)}}$$

$$h_g = \frac{2g-r-b}{2\sqrt{(g-r)^2+(g-b)(r-b)}}$$

$$h_b = \frac{2b-g-r}{2\sqrt{(b-g)^2+(b-r)(g-r)}}$$

2.解码(color decoding)

(2) 如何确定菱形颜色？



计算色相h_r,h_g,h_b

如果h_r最大，那么该像素属于红色或者黑色

如果h_g最大，那么该像素属于绿色或者黑色

如果h_b最大，那么该像素属于蓝色或者黑色

为了确定是否是黑色

定义：

$$k = s - \sqrt{1 - h_{max}^{2}}$$

其中s为前面计算的饱和度，黑色的k值通常很小，自己选区一个阈值，如果小于阈值则像素为黑色。该阈值通常选则0.2。

3.实验效果(实验环境)

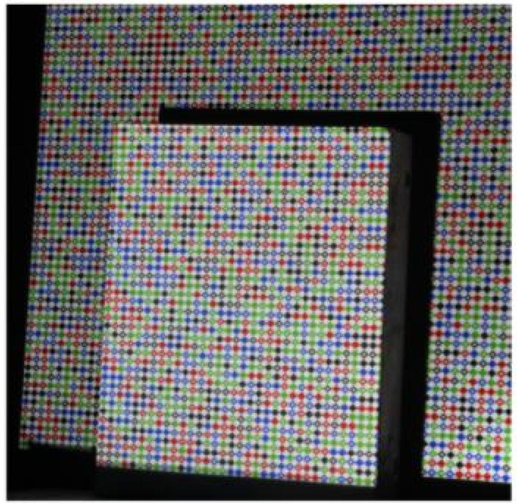
	参数
相机分辨率	3872*2592
投影仪分辨率	1920*1080
工作距离	800mm
代码实现环境	Matlab 2012a

3.实验效果(实验效果)

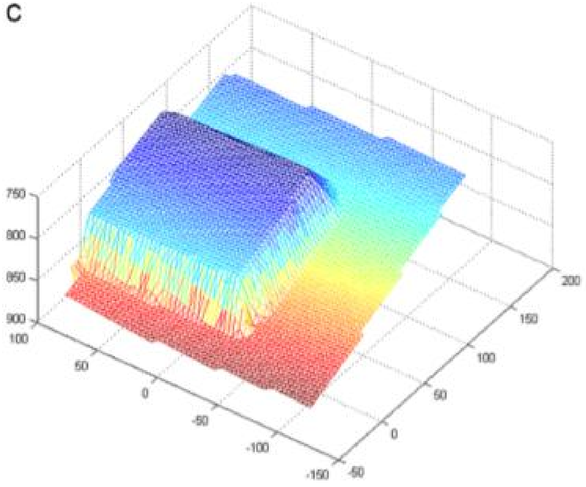
a

1.作者对平面重建点云，使用最小二乘法拟合点云平面，计算标准差为0.102mm(无对比)

b

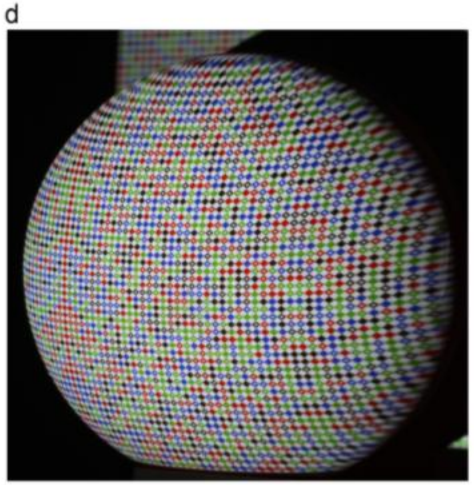


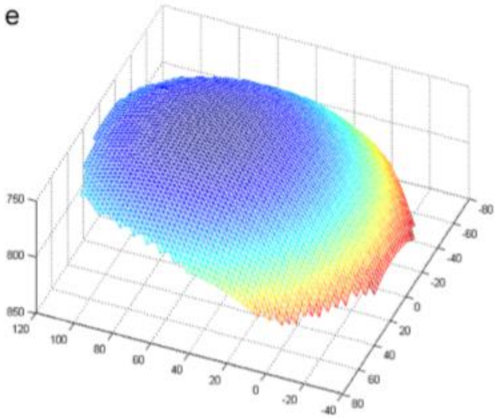
c



2.b图为两平面放在前后放置，平面中间有间距，c为重建结果

3.实验效果(实验效果)





3.球面重建，球的直径205.0mm，重建点云后最小二乘法拟合，计算直径为204.741mm

3.实验效果(实验效果)

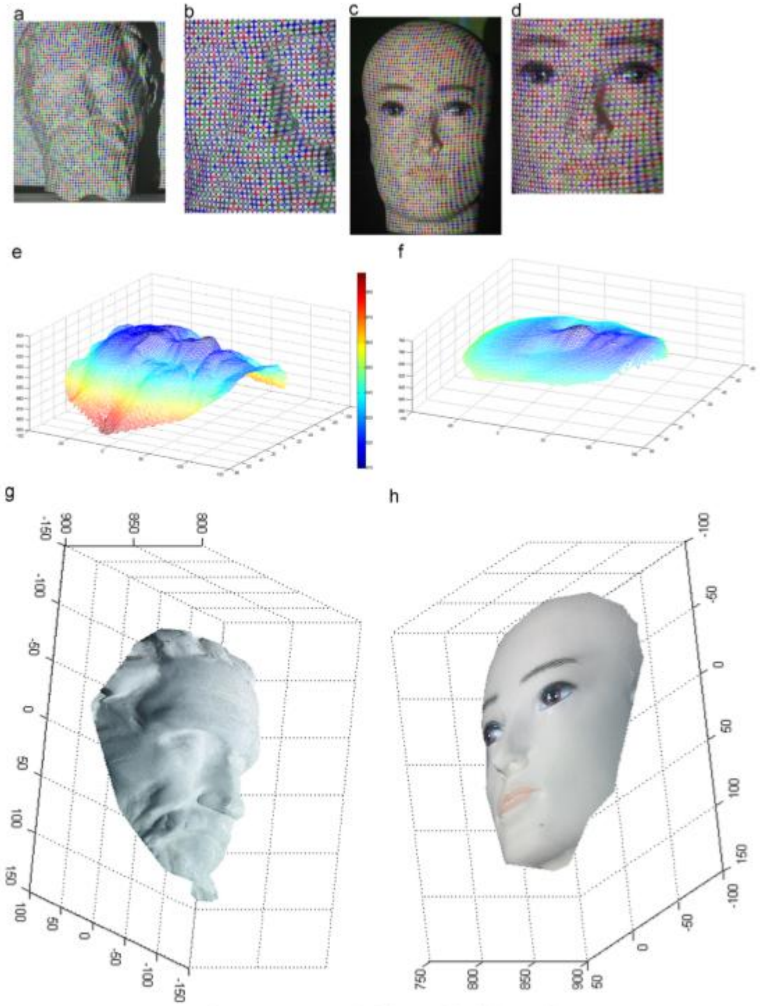


Fig. 7. 3D reconstruction results of a plaster model and a plastic model.

人脸模型重建

3.实验效果(实验效果)

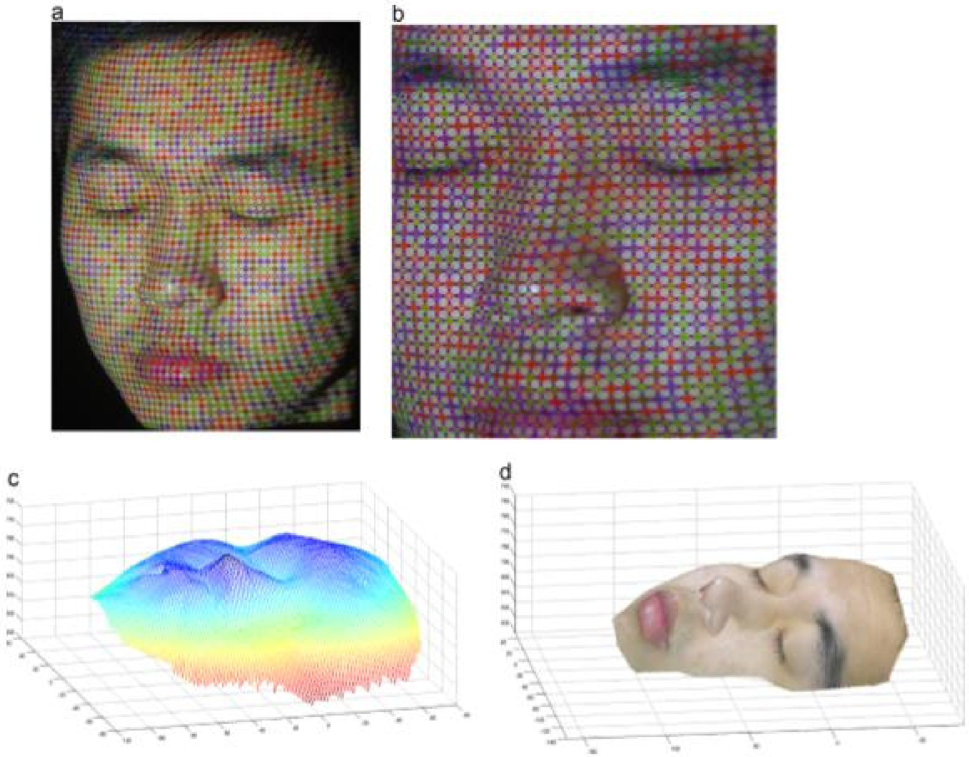


Fig. 8. 3D reconstruction results of human face.

真实人脸重建