# 3次贝塞尔解析平滑转接

作者: 汤凯

分支: dev\_parking\_bezier\_smoothing

# 对应文件:

modules/planning/parking/common/bezier\_local\_smoother.h modules/planning/parking/common/bezier\_local\_smoother.cpp

注:相关功能在search\_based\_planner与arc\_based\_planner中做了测试,可查看对应位置代码。

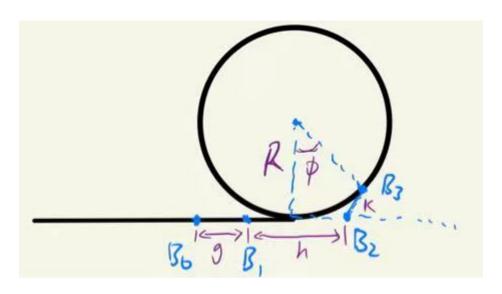
# 参考文献:

- 1. Walton, D. J., D. S. Meek, and J. M. Ali. "Planar G2 transition curves composed of cubic Bézier spiral segments." Journal of Computational and Applied Mathematics 157.2 (2003): 453-476.
- 2. Habib, Zulfiqar, and Manabu Sakai. "Fairing an arc spline and designing with G 2 PH quintic spiral transitions." International Journal of Computer Mathematics 90.5 (2013): 1023-1039.
- 3. Yang, Kwangjin, and Salah Sukkarieh. "An analytical continuous-curvature path-smoothing algorithm." IEEE Transactions on Robotics 26.3 (2010): 561-568.

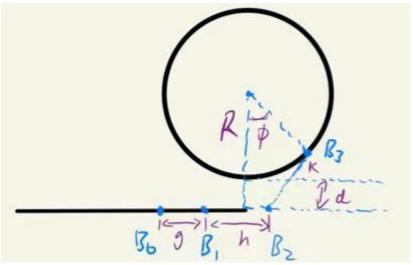
# 1.方案简要说明

# 可使用的转接情形:

case-1:



case-2:



• 定义  $\lambda = g/h$ 

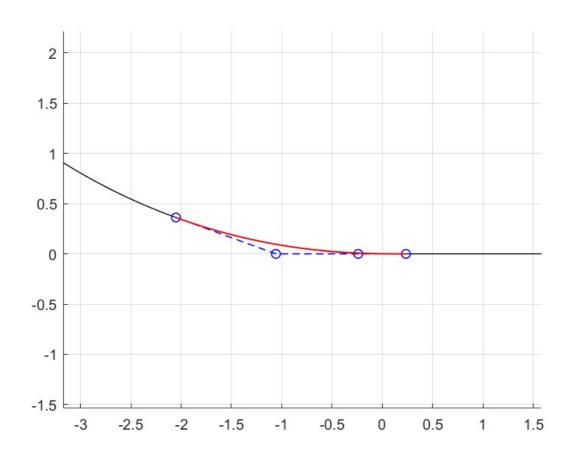
• 圆弧端曲率:  $\kappa = \frac{2h\sin(\phi)}{3k^2}$ 

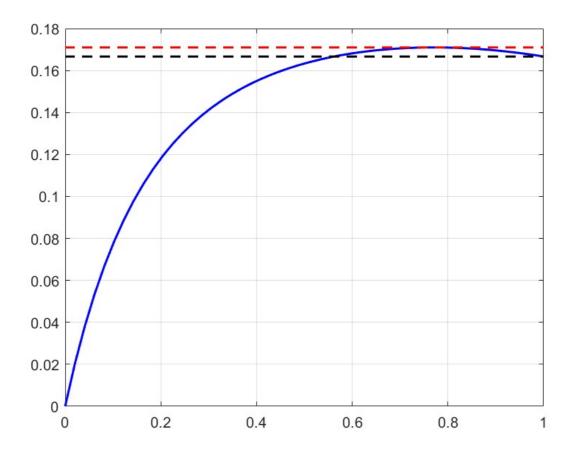
•  $k = d\sin(\phi) + R\tan(\phi/2)$ 

# 整体构造流程:

- 1. 给定  $\phi$  (通过误差限约束、实际圆弧段的最大圆心角来确定)
- 2. 由  $\phi$  计算切线段 k
- 3. 由圆弧段曲率  $\kappa$ ,  $\phi$ , k 计算出 h
- 4. 选取合适的  $\lambda$
- 5. 最后计算  $g = \lambda h$ ,构造完毕

按照以上文献中螺线的构造方法没法满足case-1的需要(曲率超限较大,无法再曲率单调):(如以下例子,取  $\lambda=0.58$ ,**曲率超限 2.60%**)

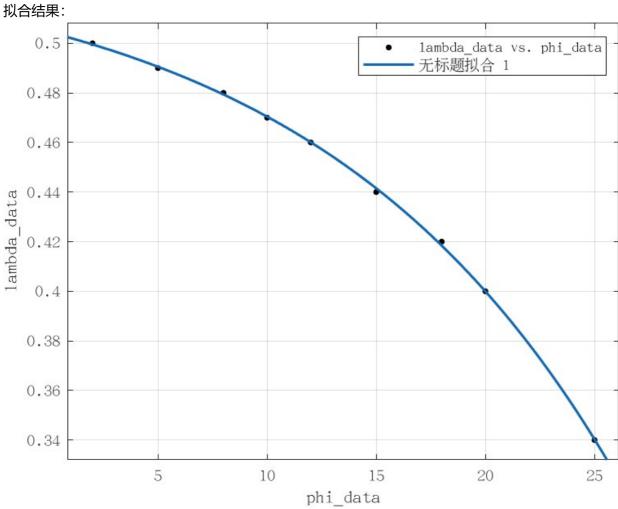




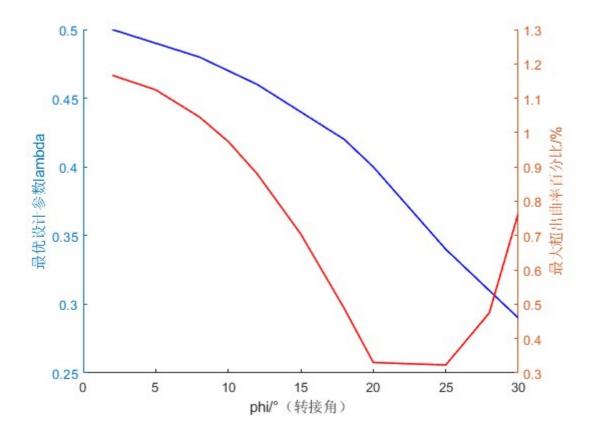
Kappa Overshoot: % 2.60

# 针对该问题,本人采用以下参数构造方法:

- 通过优化方法找到不同  $\phi$  下最优的(曲率超限百分比最小)  $\lambda$  ,做函数拟合,拟合结果:  $\lambda(\phi) = -0.03205 \exp(0.0725\phi) + 0.5366$
- 之后可通过单参数  $\phi$  确定整条曲线



# 设计参数与误差限关系:



最后只要将转接角 ♦ 设定在0~30度内即可(误差限最多1%左右)

性质:

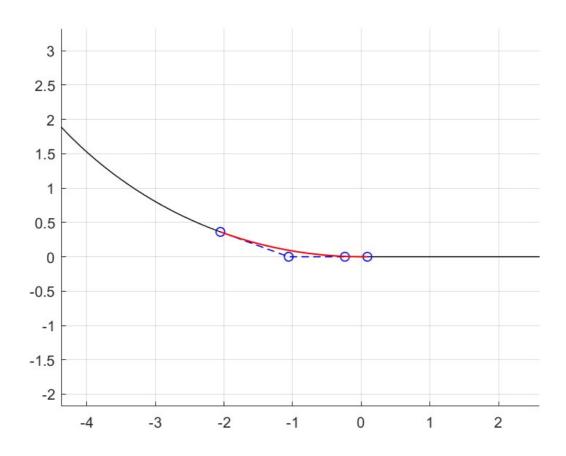
几何相似性:对于case-1 (相切情形)而言,对于任意半径圆弧,贝塞尔曲线参数随半径 R 缩放,该方法构造转接曲线的  $\epsilon$  (最大曲率超出百分比)都是一致的。

# 仿真效果示例

# (1) 用于case-1的效果示例

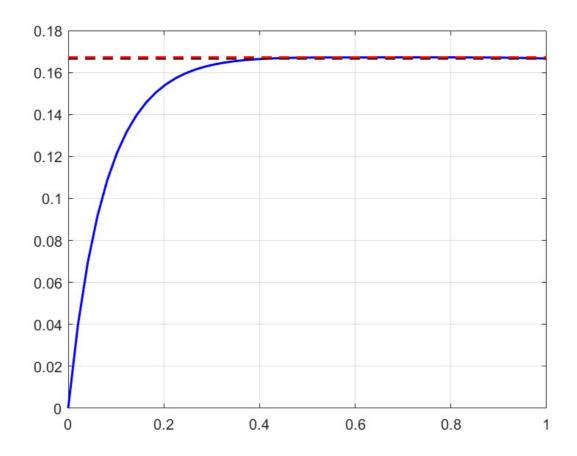
圆弧半径 R=6m, 选取  $\phi=20^{\circ}$ 

转接效果:



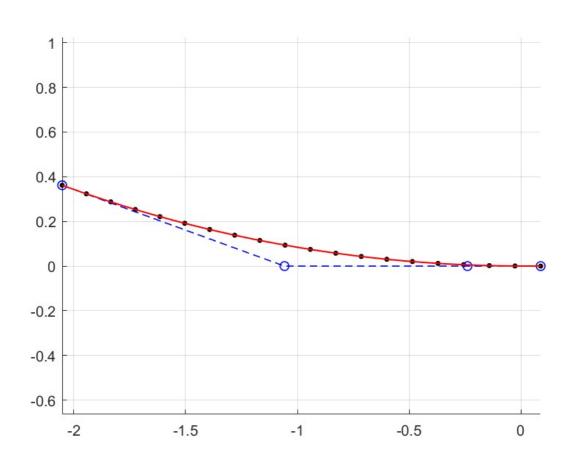
smoothing length: 2.1817 m

曲率变化:



Kappa Overshoot: % 0.33

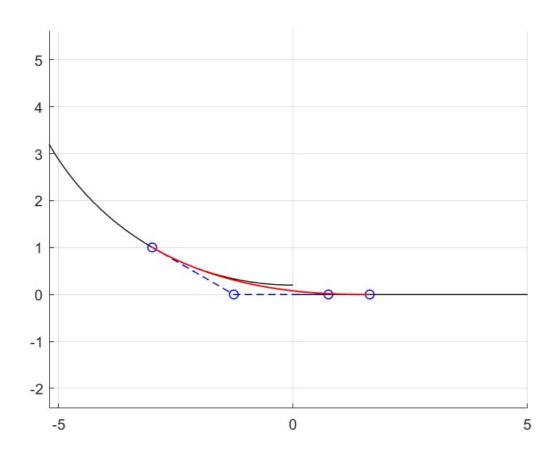
# 弧长等距重采样:



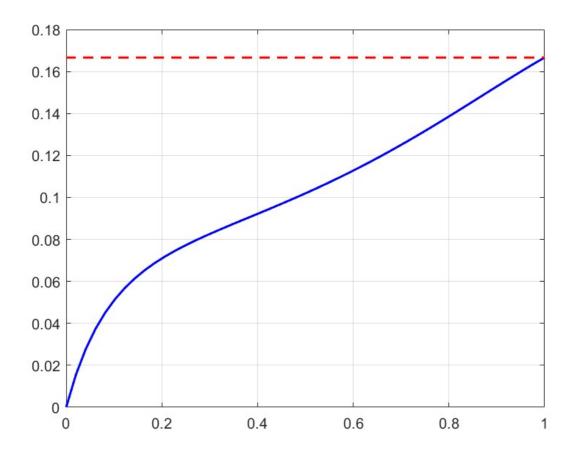
# (2) 用于case-2的效果示例 (螺线)

圆弧半径 R=6m, 与直线间隔 d=0.2m 选取  $\phi=30^\circ$ 

转接效果:



smoothing length: 4.7989 m



Kappa Overshoot: % 0.0, 单调递增, 呈螺线性质

# 2.函数模块说明

# (1) SmootherMathUtils:

功能函数与贝塞尔平滑转接采样函数接口

# SmootherMathUtils::BezierLocalSmootherSample

- 贝塞尔平滑转接采样函数接口
- 输入: PathSegments, 规划好的直线圆弧组合(目前只支持连续gear的单对直线-圆弧或圆弧-直线组合)
- 输出: vector<PathPoint>, 经平滑后由弧长分辨率决定的均匀弧长点采样(包含曲率等信息)

# SmootherMathUtils::linspace

• 与matlab中linspace函数一致

# SmootherMathUtils::SimpsonIntegrator

• 辛普森积分器,用于构造完贝塞尔曲线后的弧长重参数化

# (2) BezierCurve2d:

2维贝塞尔曲线模块

#### BezierCurve2d::Eval

• 输入参数u(0~1),输出对应的点

#### BezierCurve2d::GetDiffOnceBezier

• 返回对参数u求一阶导后的贝塞尔曲线类BezierCurve2d

#### BezierCurve2d::EvalDerivative

• 输入参数u(0~1),输出对应的一阶导向量

#### BezierCurve2d::GetTau

• 输入参数u(0~1),输出对应点的切向量

#### BezierCurve2d::GetKappa

• 输入参数u(0~1), 输出对应点的曲率 (带符号)

#### BezierCurve2d::SampleByIncrement

• 给定弧长分辨率,按均匀弧长采样,返回三元组<points\_samples, u\_samples, s\_samples>

#### BezierCurve2d::reparam\_samples\_静态成员

• 弧长重参数化积分时的采样数,默认100

# (3) CubicBezierLineArcSmoother

构造局部3次贝塞尔转接曲线的类

### CubicBezierLineArcSmoother::CubicBezierLineArcSmoother构造函数

- 输入:
  - pair<PathSegment ,PathSegment> line\_arc\_pair, gear连续的直线-圆弧/圆弧-直线对
  - bool isSingleTransOnArc, 圆弧是否只与单个直线做转接
  - bool isSingleTransOnLine, 直线是否只与单个圆弧做转接
  - o init\_guess\_angle, 初设转接角(越大越好), 默认25°, 允许范围0~25°

#### CubicBezierLineArcSmoother::GetLineOccupation

• 计算转接贝塞尔在直线段上占用的长度

#### CubicBezierLineArcSmoother::GetRemainSegments

• 返回经贝塞尔转接后两边剩余的直线段与圆弧段pair (按照输入时的顺序)

# CubicBezierLineArcSmoother::SamplePathPoints

• 返回贝塞尔转接曲线上的均匀弧长采样点(按分辨率 FLAGS\_apa\_output\_trajectory\_length\_resolution)

# CubicBezierLineArcSmoother::GetTransitionAngle

• 返回转接角  $\phi$  (rad)

# CubicBezierLineArcSmoother::SetTransAngle

• 输入: 贝塞尔转接曲线可占用的最大直线段长度

• 输出:满足要求的最大转接角(按本方法,占用直线段长度在0~20度内递减,用二分法查找)

# CubicBezierLineArcSmoother::lookup\_table\_静态成员

• 上文所说的最优参数表  $\phi - \lambda$ 

# CubicBezierLineArcSmoother::lookup\_curve\_静态成员

• 由最优参数表拟合的最优参数查找曲线  $\phi - \lambda$