

# 3次贝塞尔解析平滑转接

作者：汤凯

分支：dev\_parking\_bezier\_smoothing

对应文件：

modules/planning/parking/common/bezier\_local\_smoother.h

modules/planning/parking/common/bezier\_local\_smoother.cpp

**注：相关功能在search\_based\_planner与arc\_based\_planner中做了测试，可查看对应位置代码。**

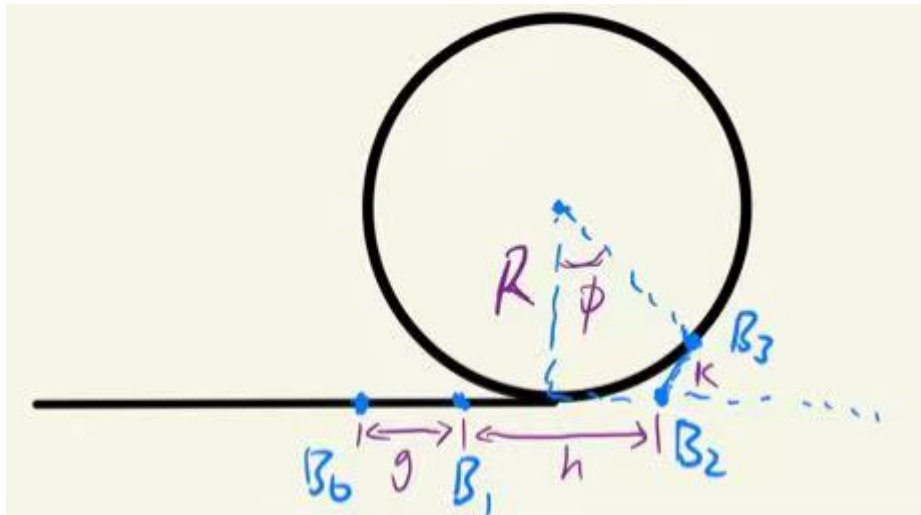
参考文献：

1. Walton, D. J., D. S. Meek, and J. M. Ali. "Planar G2 transition curves composed of cubic Bézier spiral segments." Journal of Computational and Applied Mathematics 157.2 (2003): 453-476.
2. Habib, Zulfiqar, and Manabu Sakai. "Fairing an arc spline and designing with G 2 PH quintic spiral transitions." International Journal of Computer Mathematics 90.5 (2013): 1023-1039.
3. Yang, Kwangjin, and Salah Sukkarieh. "An analytical continuous-curvature path-smoothing algorithm." IEEE Transactions on Robotics 26.3 (2010): 561-568.

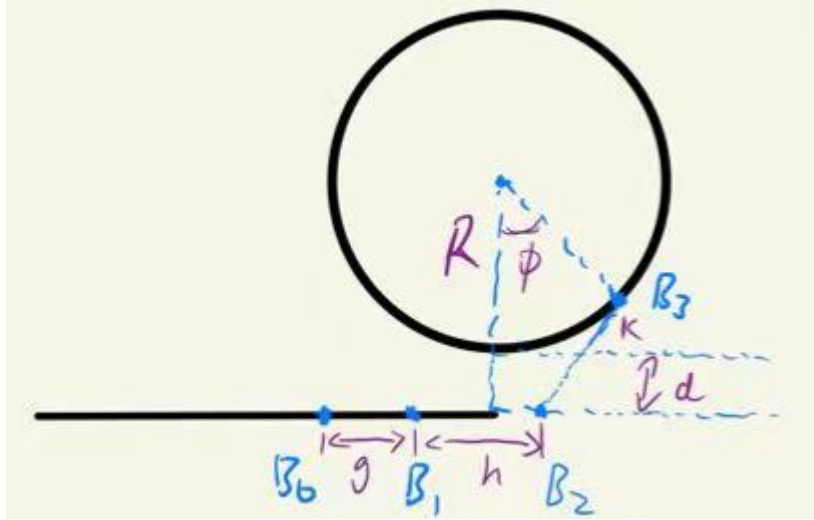
## 1.方案简要说明

可使用的转接情形：

case 1:



case 2:

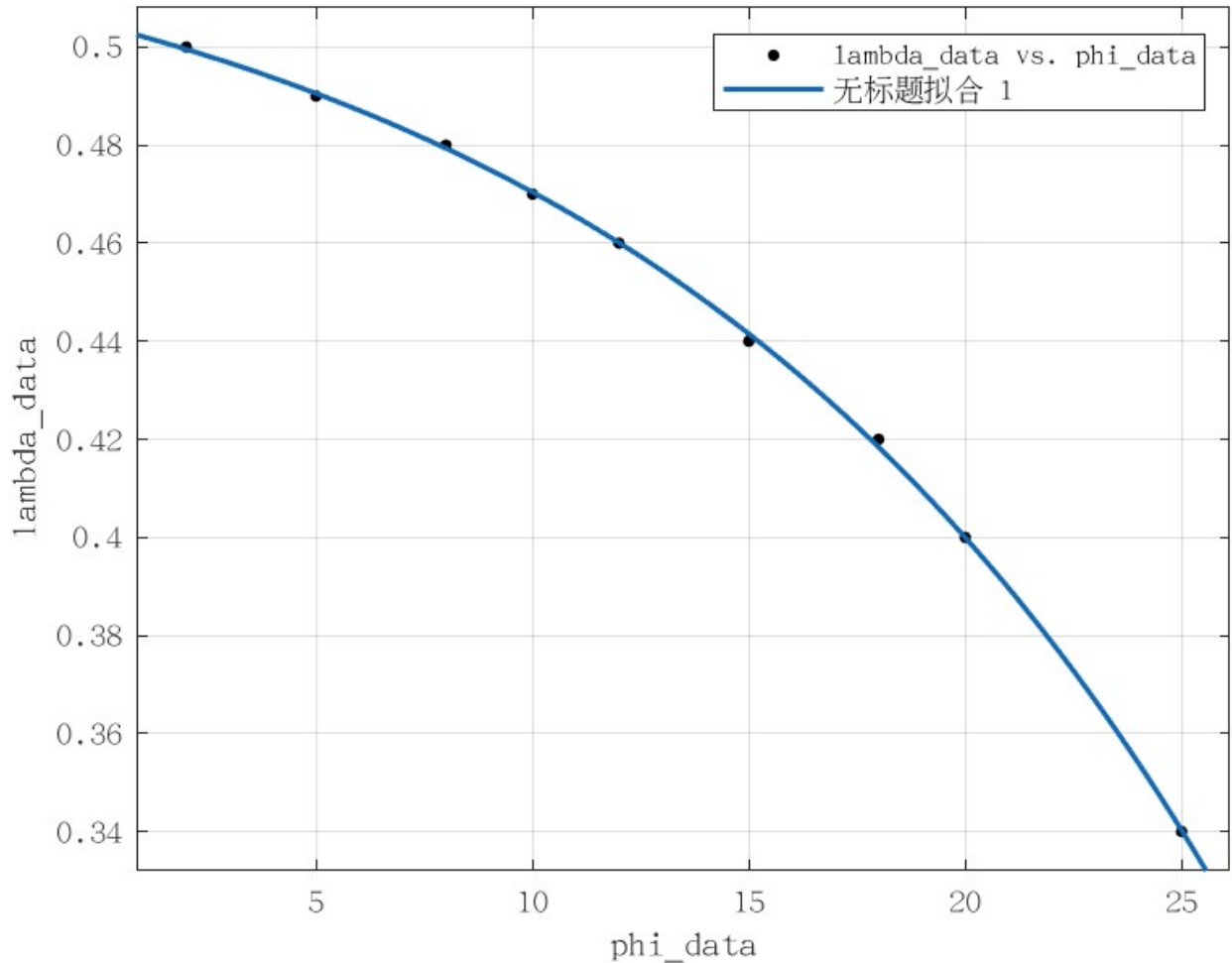


- 定义  $\lambda = g/h$
- 圆弧端曲率:  $\kappa = \frac{2h \sin(\phi)}{3k^2}$
- $k = d \sin(\phi) + R \tan(\phi/2)$

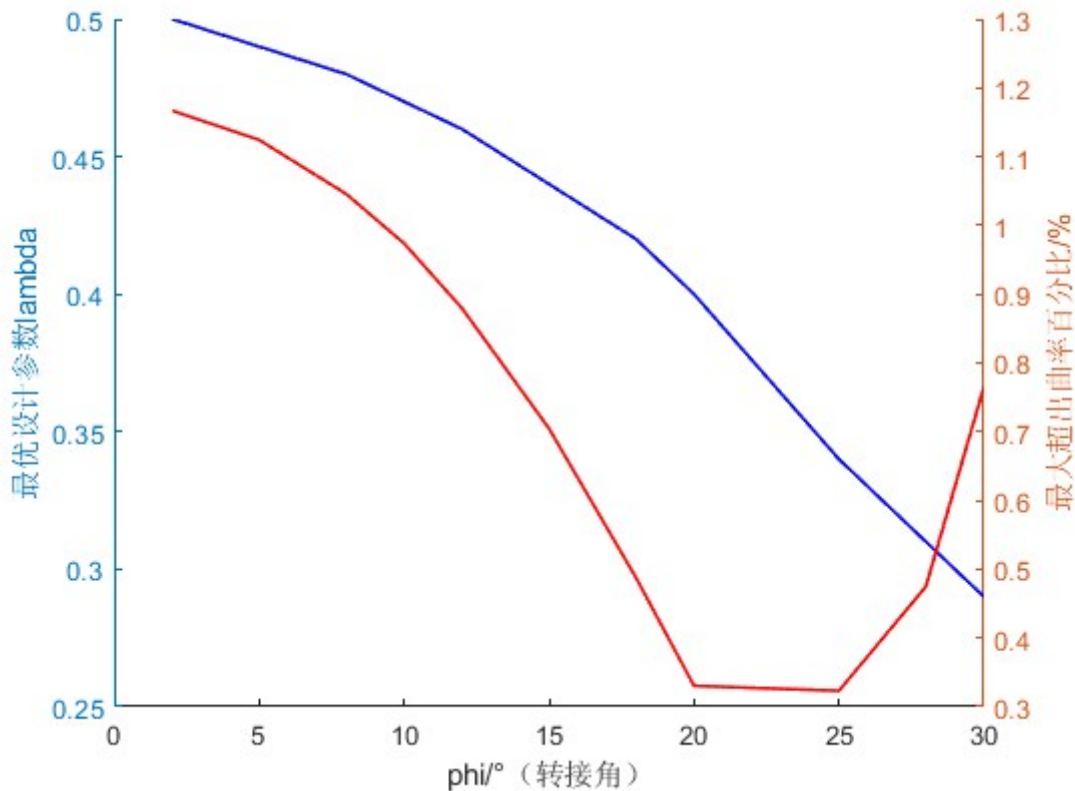
按照以上文献中螺线的构造方法没法满足case 1的需要（曲率超限较大，无法再曲率单调），本人采用以下参数构造方法：

- 通过优化方法找到不同  $\phi$  下最优的（曲率超限百分比最小） $\lambda$ ，做函数拟合，拟合结果：  
 $-0.03205 \exp(0.0725\phi) + 0.5366$
- 之后可通过单参数  $\phi$  确定整条曲线

拟合结果：



设计参数与误差限关系：



最后只要将转接角  $\phi$  设定在0~30度内即可（误差限最多1%左右）

## 2.函数模块说明

### (1) SmootherMathUtils:

功能函数与贝塞尔平滑转接采样函数接口

#### **SmootherMathUtils::BezierLocalSmootherSample**

- 贝塞尔平滑转接采样函数接口
- 输入: **PathSegments**, 规划好的直线圆弧组合（目前只支持连续gear的单对直线-圆弧或圆弧-直线组合）
- 输出: **vector<PathPoint>**, 经平滑后由弧长分辨率决定的均匀弧长点采样（包含曲率等信息）

#### **SmootherMathUtils::linspace**

- 与matlab中linspace函数一致

#### **SmootherMathUtils::SimpsonIntegrator**

- 辛普森积分器，用于构造完贝塞尔曲线后的弧长重参数化

### (2) BezierCurve2d:

## 2维贝塞尔曲线模块

**BezierCurve2d::Eval**

- 输入参数 $u(0\sim 1)$ ，输出对应的点

**BezierCurve2d::GetDiffOnceBezier**

- 返回对参数 $u$ 求一阶导后的贝塞尔曲线类 **BezierCurve2d**

**BezierCurve2d::EvalDerivative**

- 输入参数 $u(0\sim 1)$ ，输出对应的一阶导向量

**BezierCurve2d::GetTau**

- 输入参数 $u(0\sim 1)$ ，输出对应点的切向量

**BezierCurve2d::GetKappa**

- 输入参数 $u(0\sim 1)$ ，输出对应点的曲率（带符号）

**BezierCurve2d::SampleByIncrement**

- 给定弧长分辨率，按均匀弧长采样，返回三元组  $\langle \text{points\_samples}, \text{u\_samples}, \text{s\_samples} \rangle$

**BezierCurve2d::reparam\_samples\_静态成员**

- 弧长重参数化积分时的采样数，默认100

### (3) CubicBezierLineArcSmoother

构造局部3次贝塞尔转接曲线的类

**CubicBezierLineArcSmoother::CubicBezierLineArcSmoother构造函数**

- 输入：
  - `pair<PathSegment ,PathSegment> line_arc_pair`，gear连续的直线-圆弧/圆弧-直线对
  - `bool isSingleTransOnArc`，圆弧是否只与单个直线做转接
  - `bool isSingleTransOnLine`，直线是否只与单个圆弧做转接
  - `init_guess_angle`，初设转接角（越大越好），默认 $25^\circ$ ，允许范围 $0\sim 25^\circ$

**CubicBezierLineArcSmoother::GetLineOccupation**

- 计算转接贝塞尔在直线段上占用的长度

**CubicBezierLineArcSmoother::GetRemainSegments**

- 返回经贝塞尔转接后两边剩余的直线段与圆弧段pair（按照输入时的顺序）

**CubicBezierLineArcSmoother::SamplePathPoints**

- 返回贝塞尔转接曲线上的均匀弧长采样点（按分辨率 `FLAGS_apa_output_trajectory_length_resolution`）

**CubicBezierLineArcSmoother::GetTransitionAngle**

- 返回转接角  $\phi$  (rad)

**CubicBezierLineArcSmoother::SetTransAngle**

- 输入：贝塞尔转接曲线可占用的最大直线段长度
- 输出：满足要求的最大转接角（按本方法，占用直线段长度在0~20度内递减，用二分法查找）

**CubicBezierLineArcSmoother::lookup\_table\_静态成员**

- 上文所说的最优参数表  $\phi - \lambda$

**CubicBezierLineArcSmoother::lookup\_curve\_静态成员**

- 由最优参数表拟合的最优参数查找曲线  $\phi - \lambda$