

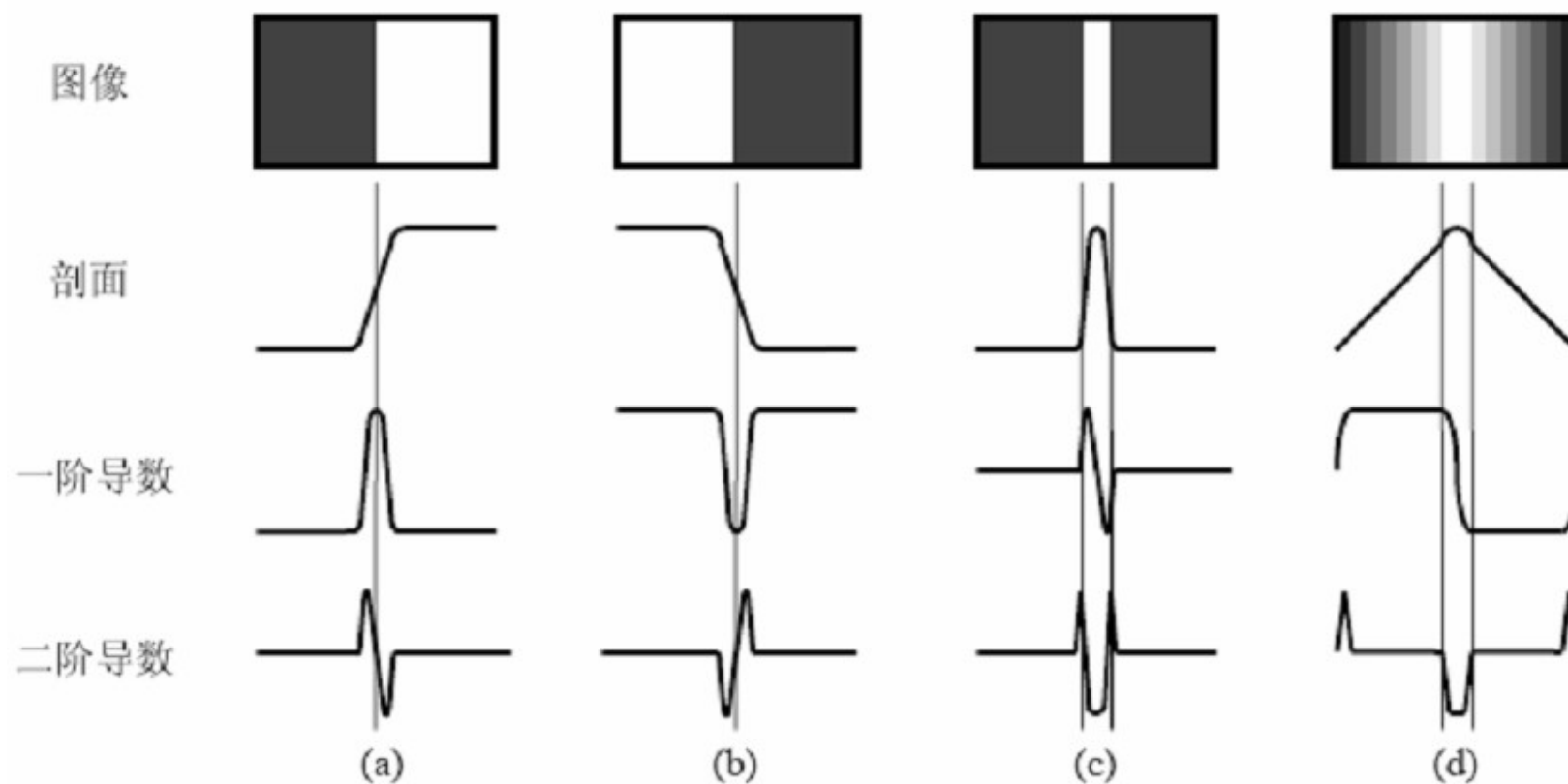
## 第四章 边缘检测 (Edge Detection)

---

边缘是图象中对象的基本的特征之一，  
可以通过检测物体边缘来提取所需物体。

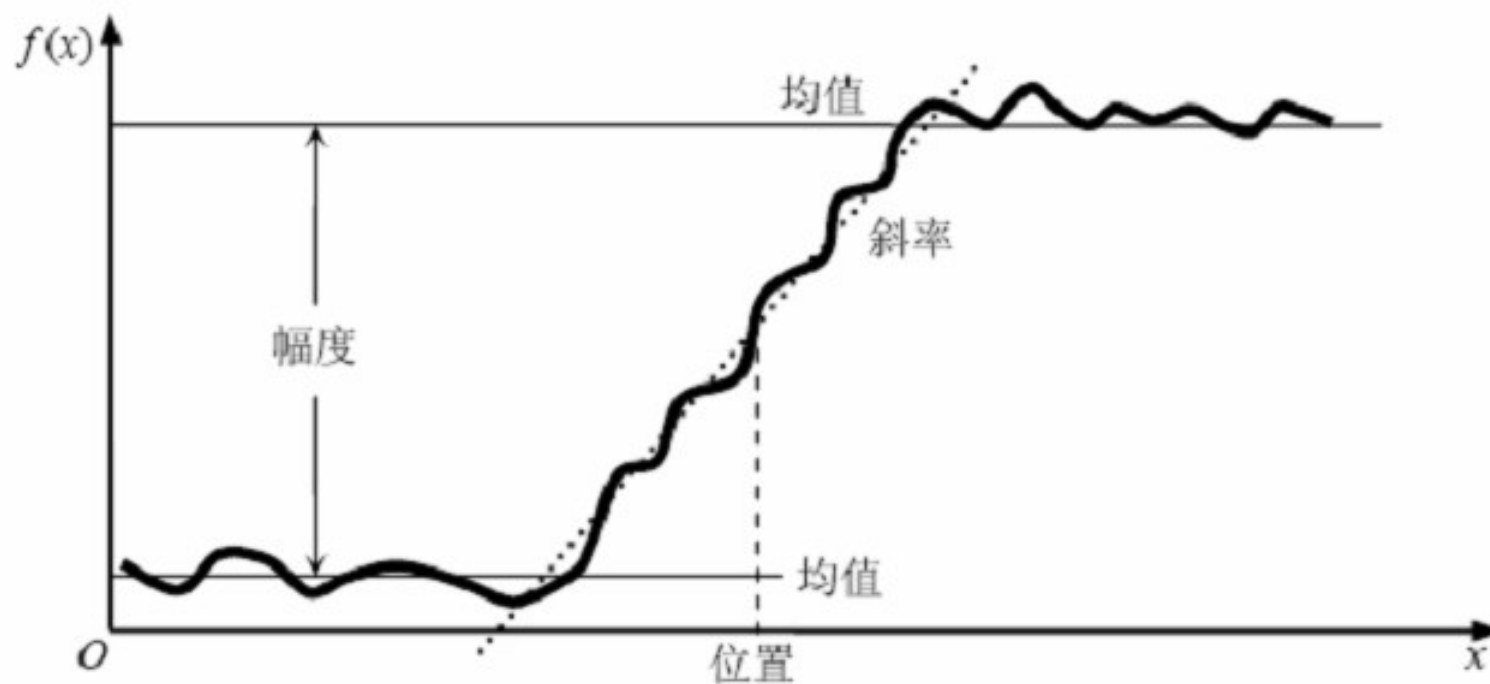
- 4.1 边缘模型
- 4.2 边缘检测算子
- 4.3 边缘拟合
- 4.4 边缘搜索
- 4.5 多尺度边缘检测

## 4.1 边缘模型



图象边缘模型及其一阶、二阶导数

# 描述边缘的参数





# 描述边缘的参数

## □ 位置

- 边缘（等效的）最大灰度不连续处

## □ 朝向

- 跨越灰度最大不连续的方向

## □ 幅度

- 灰度不连续方向上的灰度差

## □ 均值

- 属于边缘的像素的灰度均值

## □ 斜率

- 边缘在其朝向上的倾斜程度



## 4.2 边缘检测算子

- 4.2.1 正交梯度算子
  - 梯度算子
- 4.2.2 方向微分算子
  - Kirsch算子
- 4.2.3 二阶导数算子
  - 拉普拉斯(Laplacian)算子
  - 马尔 (Marr)算子
- 4.2.4 最优边缘检测算子
  - 坎尼(Canny)算子
- 4.2.5 SUSAN 算子



# 正交梯度算子

## 1、梯度算子

一阶差分算子

矢量

$$\nabla f(x, y) = \begin{bmatrix} G_x & G_y \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}^T$$

幅度

$$\text{mag}(\nabla f) = \left[ G_x^2 + G_y^2 \right]^{1/2}$$

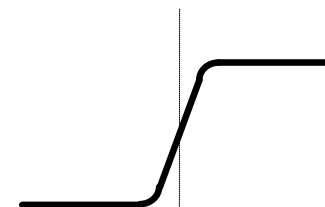
方向角

$$\phi(x, y) = \arctan(G_y / G_x)$$

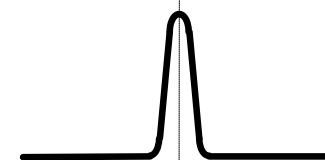
图象



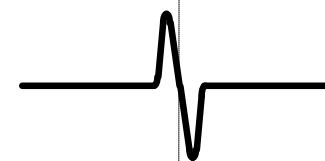
剖面



一阶导数



二阶导数





# 正交梯度算子

## 梯度算子

利用模板（与图象进行）卷积

1	
	-1

	1
-1	

(a) Roberts

-1		1
-1		1
-1		1

1	1	1
-1	-1	-1

(b) Prewitt

-1		1
-2		2
-1		1

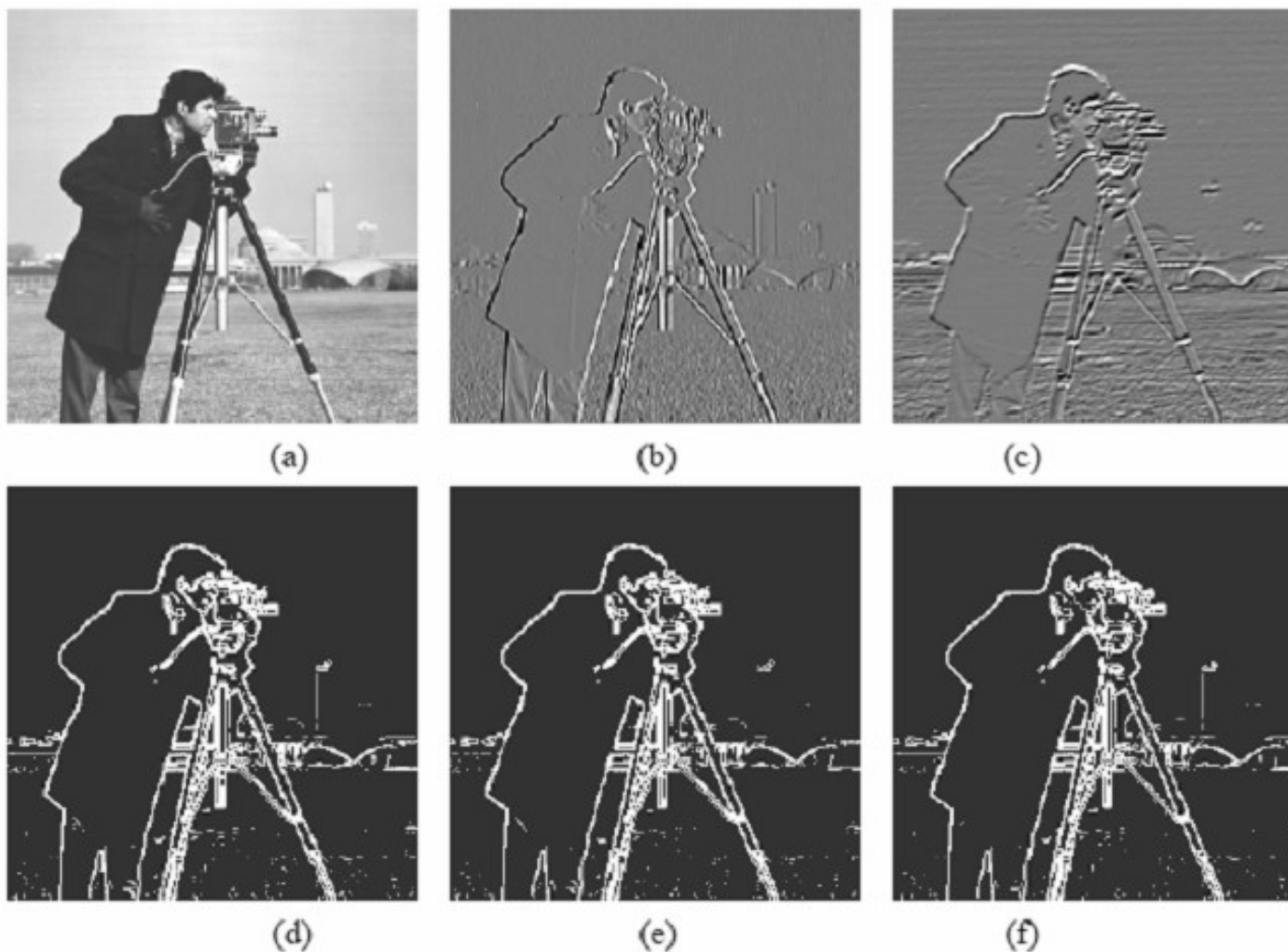
1	2	1
-1	-2	-1

(c) Sobel

## 模板比较

- ① 边缘粗细； ② 方向性

# 梯度图示例



梯度图示例：a)原图；b) Sobel 水平模板；c) Sobel 垂直模板；d) Sobel梯度图（范数2）e) Sobel梯度图（范数1） f) Sobel梯度图（范数 $\infty$ ）





# 方向微分算子

基于特定方向上的微分来检测边缘

八方向Kirsch ( $7 \times 7$ ) 模板

-5	3	3
-5		3
-5	3	3

3	3	3
-5	0	3
-5	-5	3

3	3	3
3	0	3
-5	-5	-5

3	3	3
3	0	-5
3	-5	-5

3	3	-5
3		-5
3	3	-5

3	-5	-5
3	0	-5
3	3	3

-5	-5	-5
3	0	3
3	3	3

-5	-5	3
-5	0	3
3	3	3



# 方向微分算子

边缘强度：卷积值的最大值的绝对值

边缘方向：卷积值的最大值的符号

模板的对称性 → 模板数减半

1.0	1.0	1.0
-1.0	-1.0	-1.0

(a)

1.0	1.0	0.7
0.8		-0.8
-0.7	-1.0	-1.0

(b)

1.0	0.8	-0.7
1.0		-1.0
0.7	-0.8	-1.0

(c)

-1.0		1.0
-1.0		1.0
-1.0		1.0

(d)

-0.7	0.8	1.0
-1.0		1.0
-1.0	-0.8	0.7

(e)

0.7	1.0	1.0
-0.8		0.8
-1.0	-1.0	-0.7

(f)

可将各系数值线性变换到整数值，其中绝对值最小的系数变换为单位值



# 边界闭合

- 有噪声时：边缘像素常孤立/分小段连续
- 封闭边界（轮廓）：连接边缘像素
- 一种具体方法

- 利用像素梯度的幅度和方向：

$$|\nabla f(x, y) - \nabla f(s, t)| \leq T$$

$$|\varphi(x, y) - \varphi(s, t)| \leq A$$

- 像素 $(s, t)$ 在像素 $(x, y)$ 的邻域

# 二阶导数算子

## 1、拉普拉斯算子

### 二阶差分算子

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

0	-1	0
-1	4	-1
0	-1	0

(a)

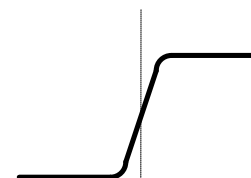
-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

(b)

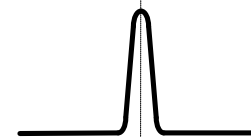
图象



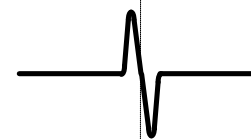
剖面



一阶导数



二阶导数





# 二阶导数算子

## 1、拉普拉斯算子

对图象中的噪声相当敏感

产生双像素宽的边缘

不能提供边缘方向的信息





# 二阶导数算子

## 2、马尔算子

- (1) 用一个2-D的高斯平滑模板与源图象卷积
- (2) 计算卷积后图象的拉普拉斯值
- (3) 检测拉普拉斯图象中的过零点作为边缘点

$$h(x, y) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) \quad g(x, y) = h(x, y) \otimes f(x, y)$$

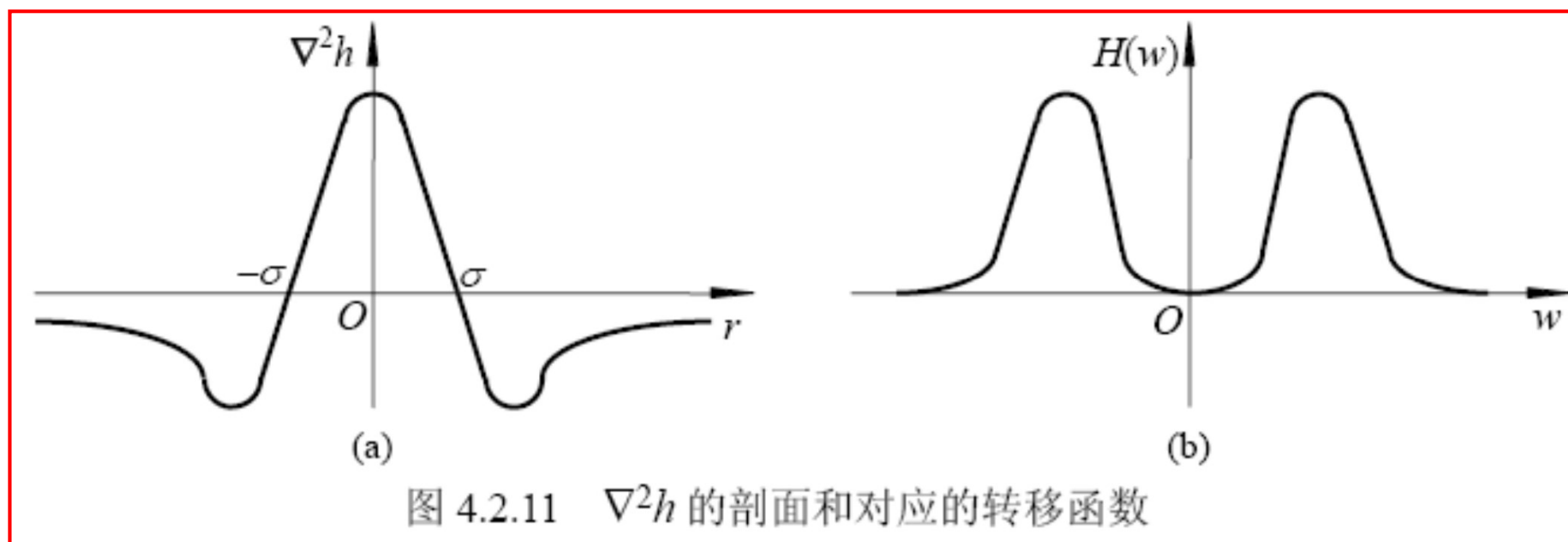
$$\nabla_g^2 = \nabla^2[h(x, y) \otimes f(x, y)] = \nabla^2 h(x, y) \otimes f(x, y)$$

$$= \left(\frac{r^2 - \sigma^2}{\sigma^4}\right) \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \otimes f(x, y)$$

$$\nabla^2 h = h''(r) = \left(\frac{r^2 - \sigma^2}{\sigma^4}\right) \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \quad (LOG)$$

# 二阶导数算子

## 2、马尔算子





# 最优边缘检测算子

## □ 坎尼算子

好的边缘检测算子应具有的三个指标

### ■ 低失误概率

✓ 既要少将真正的边缘丢失也要少将非边缘判为边缘

### ■ 高位置精度

✓ 检测出的边缘应在真正的边界上

### ■ 对每个边缘有唯一的响应

✓ 得到的边界为单像素宽





# 坎尼边缘检测方法

## □ Canny算子近似

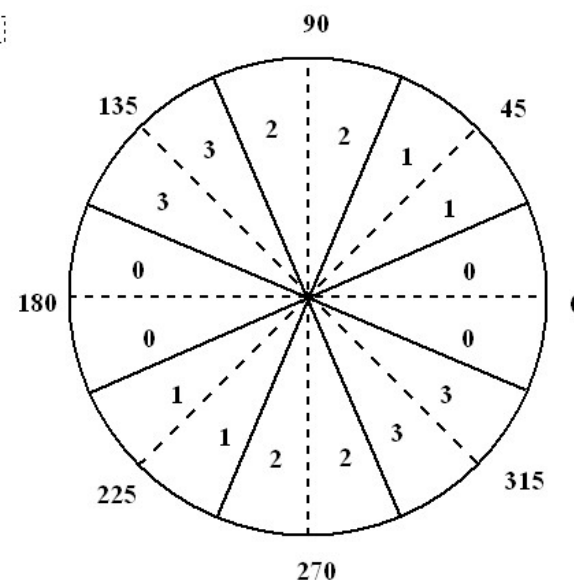
Canny 算子可以用高斯函数的一阶微分算子来近似

做法：

- 高斯滤波平滑
- 计算梯度大小与方向
- 非极大值抑制
- 双阈值检测和连接

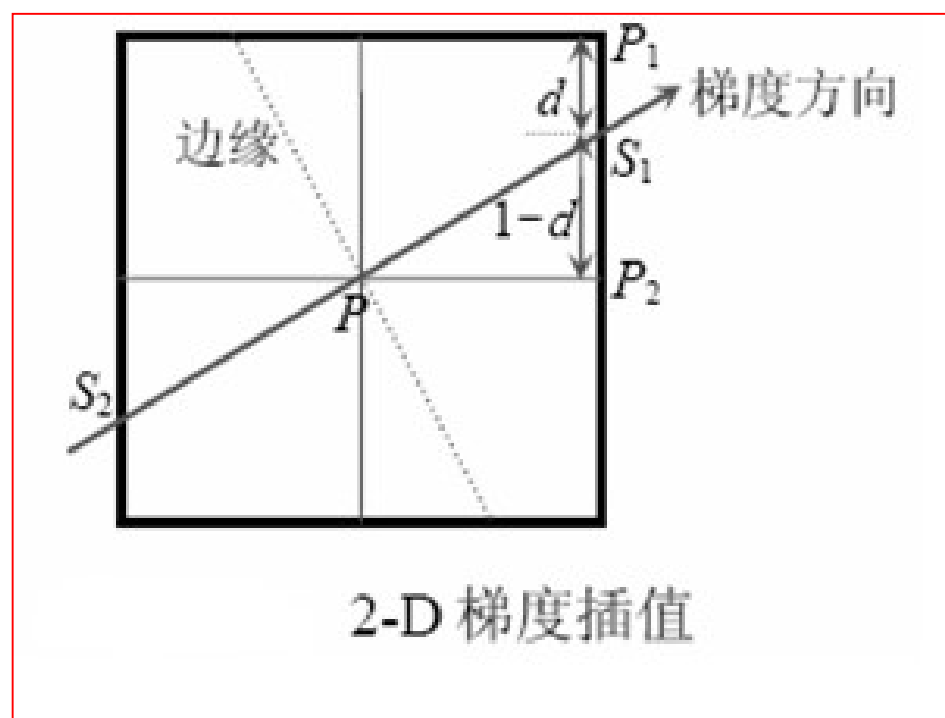
# 非极大值抑制

- 非极大值抑制 (non-maxima suppression, NMS): 细化幅值图像  $M[i,j]$  中的屋脊带(ridge), 只保留幅值局部变化最大的点。
- NMS通过抑制梯度线上所有非屋脊峰值的幅值来细化边缘。
- 将梯度角  $\theta[i,j]$  的变化范围分为四个扇区  $\zeta[i,j] = \text{Sector}(\theta[i,j])$ ;
- 用  $3 \times 3$  邻域作用于幅值图像  $M[i,j]$ , 邻域中心像素  $M[i,j]$  与沿着梯度线方向的两个像素进行比较: 若  $M[i,j]$  不比沿梯度线方向的两个相邻点幅值大, 则  $M[i,j]$  置零。



# 用插值进行非最大消除

- 用插值进行最大值消除：精确但计算量大
- 思路：通过对相邻单元的梯度幅值的插值估计梯度线上的相邻幅值





# 双阈值算法

- 双阈值算法采用两个阈值  $\tau_1$  和  $\tau_2$ ，且  $\tau_2 \approx 2\tau_1$
- 得到两个阈值边缘图像  $T1[i,j]$  和  $T2[i,j]$
- $T2[i,j]$  含有的假边缘少，但有间断点
- 以  $T2[i,j]$  为指导，在  $T1[i,j]$  中相应8邻域点寻找可以连接到轮廓上的点
- 不断在  $T1[i,j]$  收集边缘，直到将  $T2[i,j]$  中所有的间隙连接起来为止



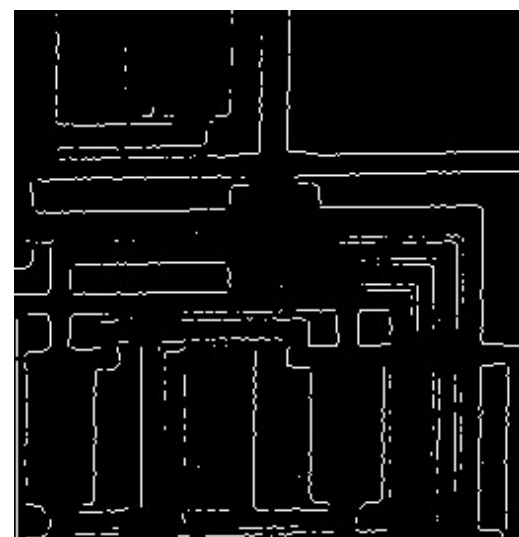
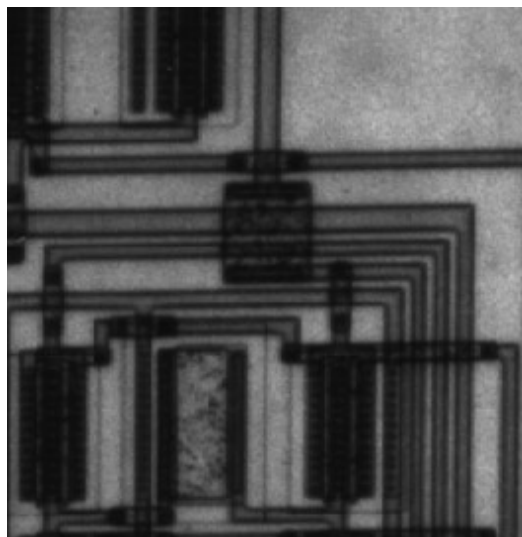
# 双阈值算法

9				8			5
	5				6		4
		9			5		
6			4			7	
	3		6	2		9	
4		6			4		3
		5		2	6		
6	4				7		

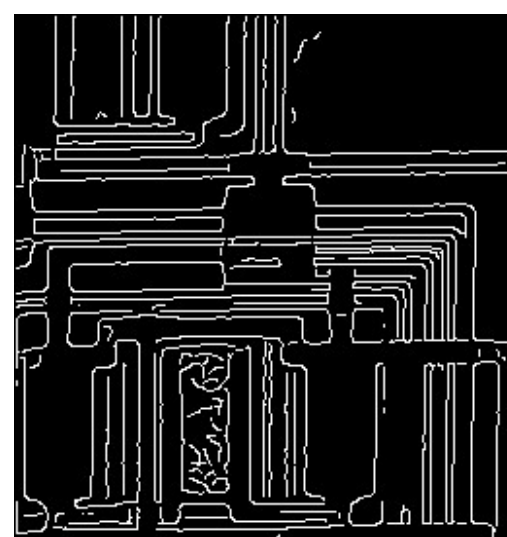
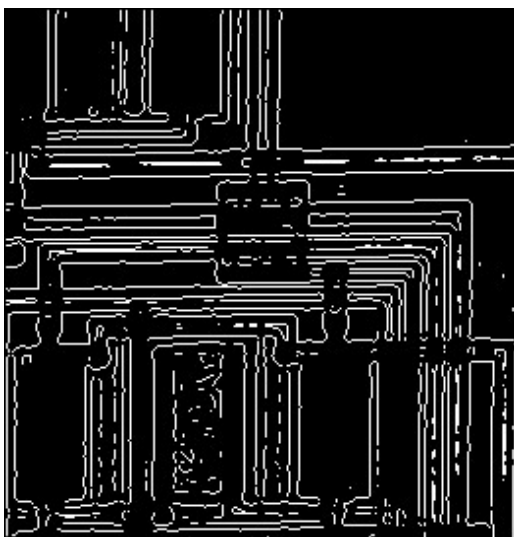
$$\tau_1=4$$

$$\tau_2=7$$

# 边缘检测实例



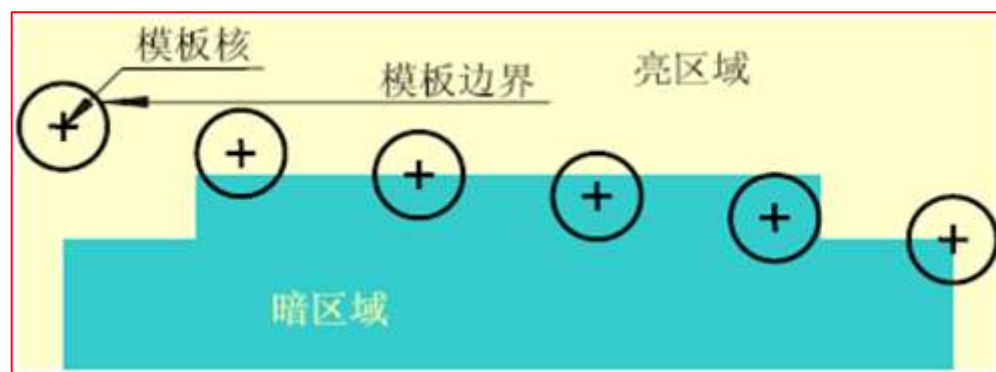
Roberts	Sobel
Log	Canny



# SUSAN算子

## 原理

USAN: Univalve Segment Assimilating Nucleus



核同值区：相对于模板的核，模板中有一定的区域与它有相同的灰度



# SUSAN算子

- USAN面积携带了关于图象中核像素处结构的主要信息
  - 当核像素处在图象中的灰度一致区域，USAN的面积会达到最大。
  - 当核处在直边缘处该面积约为最大值的一半，而当核处在角点处则为最大值的1/4
- 使用USAN面积作为特征起到了增强边缘和角点的效果

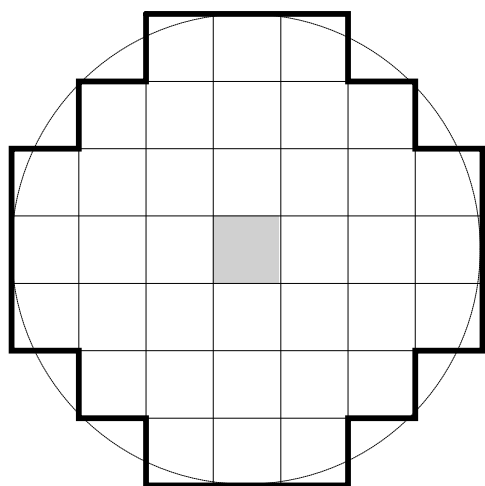




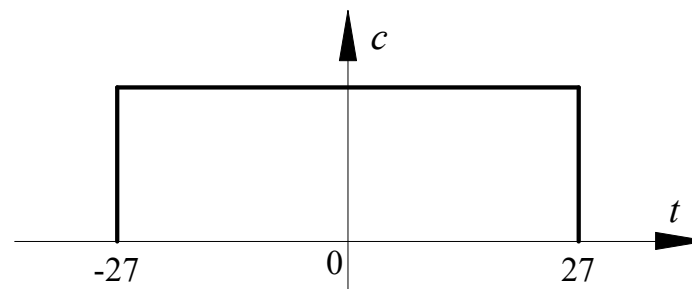
# SUSAN算子

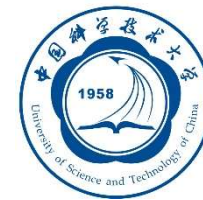
SUSAN: 最小 (Smallest) 核同值区(USAN)

检测模板: 37个像素, 半径为3.4像素



$$C(x_0, y_0; x, y) = \begin{cases} 1 & \text{如果 } |f(x_0, y_0) - f(x, y)| \leq T \\ 0 & \text{如果 } |f(x_0, y_0) - f(x, y)| > T \end{cases}$$





# SUSAN算子

- 检测对模板中的每个像素进行
- 得到输出的游程和（running total）

$$S(x_0, y_0) = \sum_{(x,y) \in N(x,y)} C(x_0, y_0; x, y)$$

- 边缘响应

$$R(x_0, y_0) = \begin{cases} G - S(x_0, y_0) & \text{如果 } S(x_0, y_0) < G \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

几何阈值  $G = 3S_{\max}/4$ （为了达到最佳信噪比），其中  $S_{\max}$  是  $S$  所能取的最大值，即模版面积。

# SUSAN算子



图 5.1.5 用 SUSAN 算子检测到的角点



# SUSAN边缘检测

## □ 特点

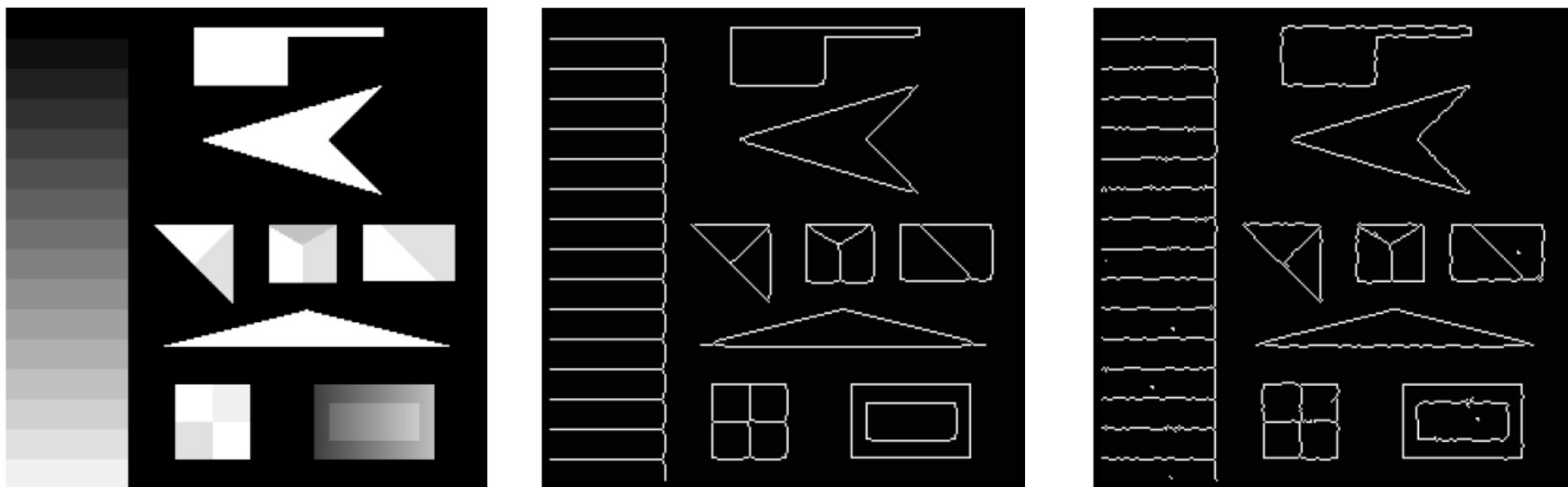
### ■ 有噪声时的性能较好

- ✓ 不需要计算微分
- ✓ 对面积计算中的各个值求和（积分）
- ✓ 非线性响应特点

### ■ 易自动化实现

- ✓ 控制参数的选择简单
- ✓ 参数的任意性较小

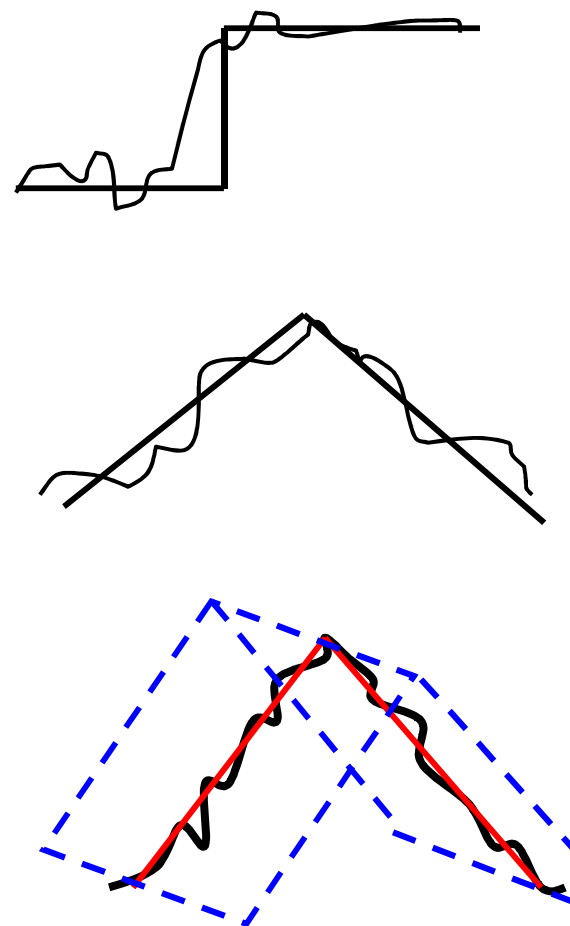
# SUSAN算子检测实例



左：原图。中：SUSAN检测结果。右：含高斯白噪声的结果。(SNR=0.5)

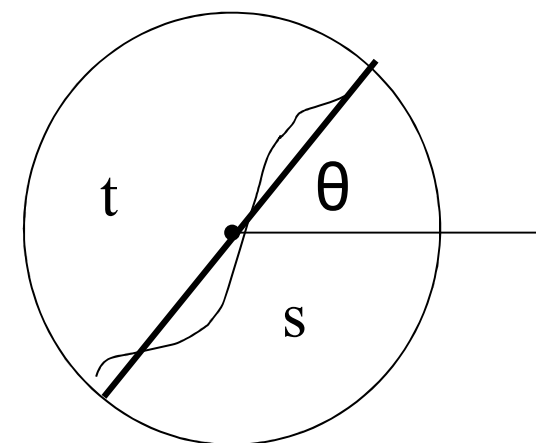
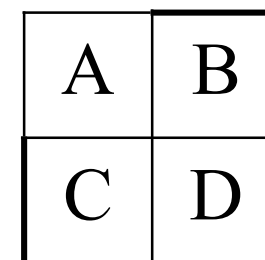
## 4.3 边缘拟合(Edge Fitting)

- 对图象中一个子区域，用理想灰度**阶跃**或**斜变**去拟合实际图象数据，从而求出拟合的理想模型参数，如阶跃幅度、斜变倾角等，并以此为这个子区域的边缘强度和方向度量
- 从某种意义上说，拟合是匹配滤波，旨在从失真和噪声中检测出理想边缘来。因此，有较强的**抗噪声**能力



## 4.3.1 灰度阶跃的拟合

- 构造原图象（或子图、小区域）的拟合曲面，再在拟合曲面上利用曲面的参数检测出边缘
- 如：灰度阶跃边缘拟合。  
用理想灰度阶跃模型去拟合一个 $2 \times 2$ 的子图。将子图 $f(x, y)$ 展开成基函数表达式。由均方误差最小求边缘幅度和角度





## 4.3.1 灰度阶跃的拟合

$$H(x, y) = \begin{cases} s & x \sin \theta > y \cos \theta \\ t & \text{其他} \end{cases}$$

A	B
C	D

当  $\theta$  在第一象限:

$$\theta = \frac{\pi}{4} \left( 1 - \frac{B-C}{A-D} \right)$$

$$s = \frac{B}{4} - \frac{A-D}{2}$$

$$t = \frac{B}{4} + \frac{A-D}{2}$$

边缘幅度:  $|s-t| = |A-D|$

当  $\theta$  在第二象限:

边缘幅度:  $|s-t| = |B-C|$

整副图象边缘幅度:

$$\max\{|A-D|, |B-C|\}$$

与Roberts算子的结果相同





## 4.3.2 基于斜面模型的边缘检测

### □ 拟合模型

□ 将 $M \times N$ 的数字图象划分为相连接的区域集合 $P$ ,  
 $P = (P_1, P_2, \dots, P_i, \dots)$

$P_i$ 的大小设为 $R \times C$  (通常为 $3 \times 3$ )

$$\hat{f}(x, y) = \alpha x + \beta y + \gamma$$

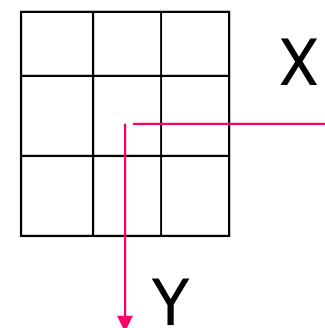
□ 对每一个小区域，用一个斜平面来近似

□ 拟合误差 
$$e^2 = \sum_R \sum_{\times C} [\alpha x + \beta y + \gamma - f(x, y)]^2$$



## 2. 斜面拟合

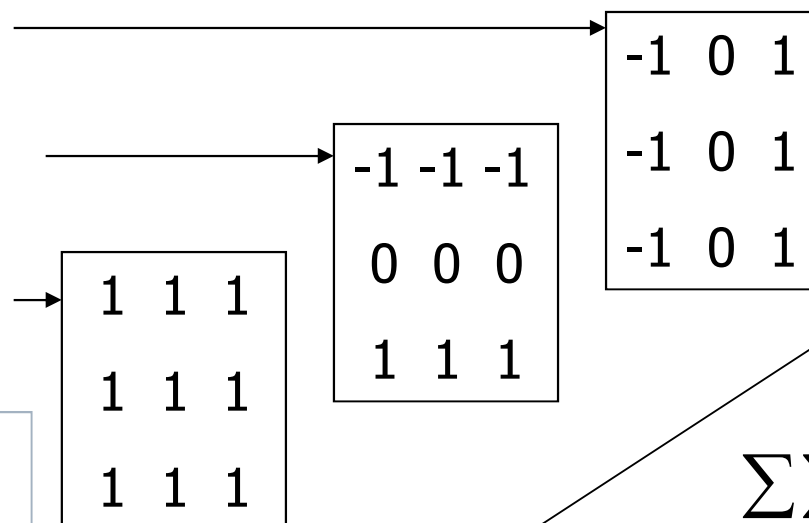
- 由均方误差最小来求  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ ,
- 区域  $3 \times 3$ , 原点取在中心点时, 有:



$$\alpha = \sum_{R \times C} x f(x, y) / \sum_{R \times C} x^2$$

$$\beta = \sum_{R \times C} y f(x, y) / \sum_{R \times C} y^2$$

$$\gamma = \sum_{R \times C} f(x, y) / \sum_{R \times C} 1$$



代入误差算式, 得出误差值。

误差较小时, 认为拟合可靠。



### 3. 斜面交界的判断

□ 对于“可靠”的斜面，把该拟合斜平面的参数作为小区域的参数（不重叠划分）或小区域中心点的参数（重叠划分）。

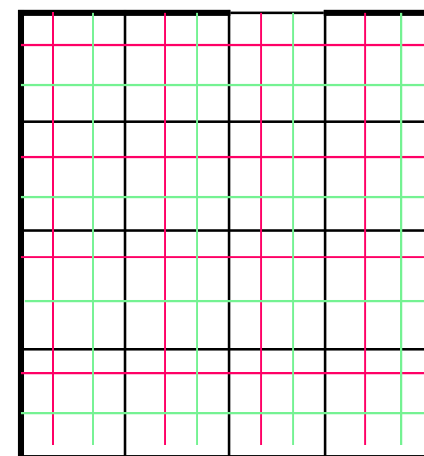
□ 可得：梯度值为  $\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$

方向为  $\theta = \tan^{-1} \frac{\alpha}{\beta}$

□ 然后用斜面参数判断各个斜面间是否有边缘存在。

即考察  $\alpha_1 = \alpha_2?$   $\beta_1 = \beta_2?$

$Y_1 = Y_2?$





# 一般步骤:

---

- 1) 选取适合的拟合区域
- 2) 根据模型求解拟合系数
- 7) 求拟合斜面各点灰度值
- 4) 计算误差, 判断斜面的可靠性
- 5) 对于可靠的斜面, 计算相邻点或区域不在同一斜面上的度量
- 6) 选出边缘度量值局部最大的点, 定为边缘点



## 4.4 边缘搜索 (Edge Searching)

---

### 4.4.1 跟踪方法

### 4.4.2 图搜索



## 4.4.1 跟踪方法

### □ 跟踪的一般步骤:

- 确定搜索的起点，对于边缘跟踪则起点是某一边缘点
- 采取一种合适的**数据结构**和**搜索机理**，在已有边缘点的基础上进行搜索，不断确定新的边缘点
- 规定搜索终止的条件，在满足条件时停止搜索



9				8			5
	5				6		4
		9			5		
6			4			7	
	3		6	2		9	
4		6			4		3
		5		2	6		
6	4				7		

$$T_d=7,$$

$$T_t=4$$



## 4.4.2 图搜索

### □ 基本概念

- **边界点**和**边界段**可以用图结构标示，通过在图中搜索达到某一目标的最佳路径（最短路径，最小消耗路径）寻找边缘。
- 路径评价函数可以定义为： $f(n)=g(n)+h(n)$ 
  - ✓  $n$ : 搜索过程进行到的当前节点。
  - ✓  $g(n)$ : 为从起始节点到当前节点所有路径代价。
  - ✓  $h(n)$ : 是当前节点到目标节点将要经过的所有路径的代价。（一般为对真实代价 $h(n)$ 的估计值，从而为启发项）





将边缘像素和边界段用图表示

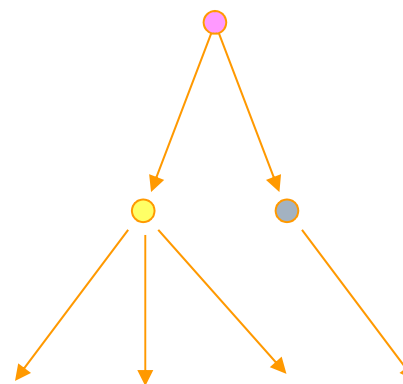
图:  $G = \{N, A\}$

结点集  $\{n_1, \dots\}$

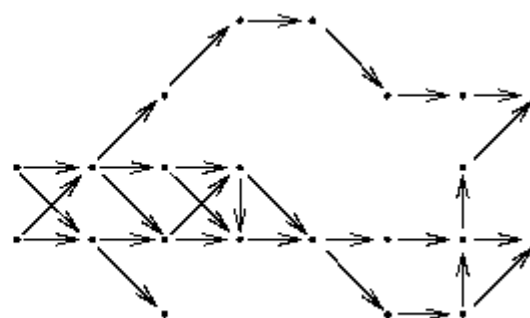
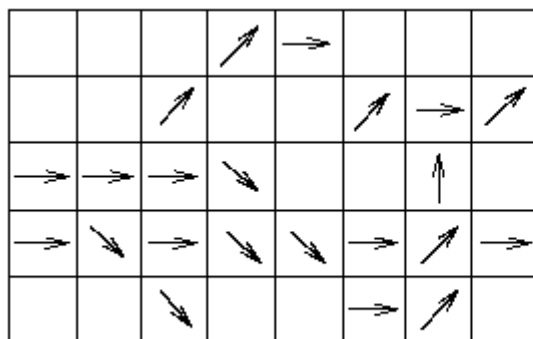
结点对集  $\{(n_i, n_j)\}$

通路代价

$$C = \sum_{i=2}^K c(n_{i-1}, n_i)$$



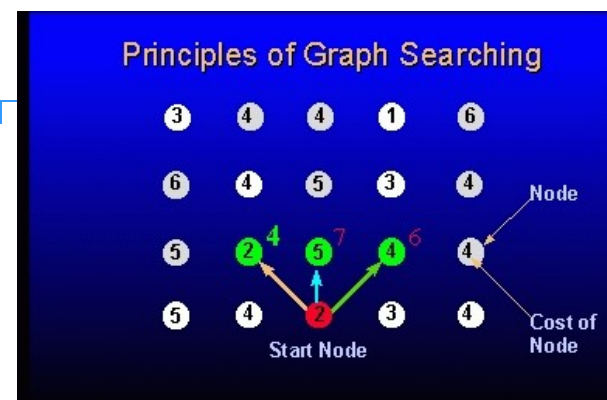
# 图的建立



(左) 显著边缘点的方向 (右) 相应的图



# 图搜索算法

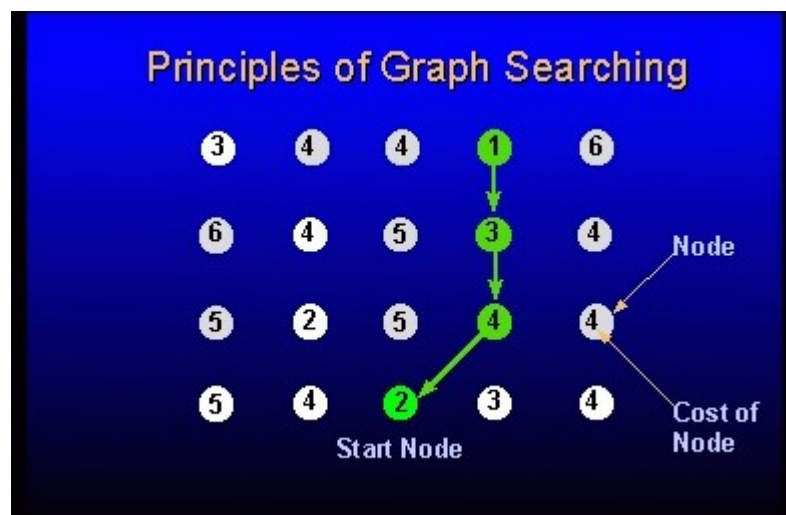


## Heuristic graph search

1. Expand the starting node  $n_A$  and put all its successors into an OPEN list with pointers back to the starting node  $n_A$ . Evaluate the cost function  $f$  for each expanded node.
2. If the OPEN list is empty, fail.  
Determine the node  $n_i$  from the OPEN list with the lowest associated cost  $f(n_i)$  and remove it. If  $n_i = n_B$ , then trace back through the pointers to find the optimum path and stop.
3. If the option to stop was not taken in step (2), expand the specified node  $n_i$ , and put its successors on the OPEN list with pointers back to  $n_i$ . Compute their costs  $f$ . Go to step (2).



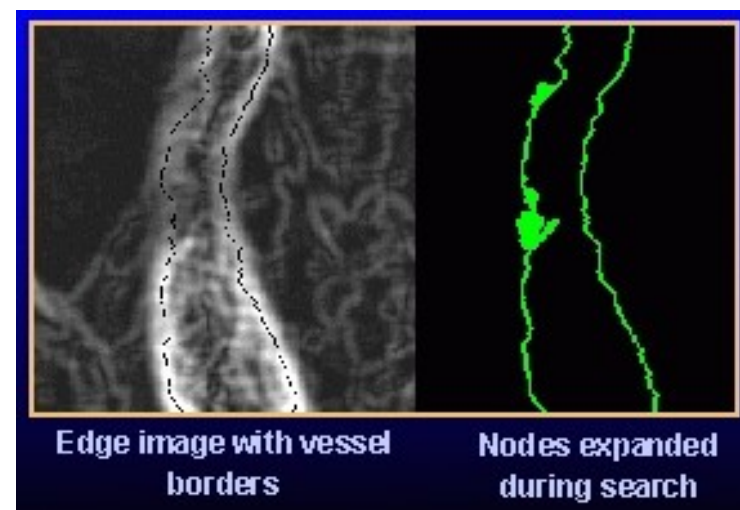
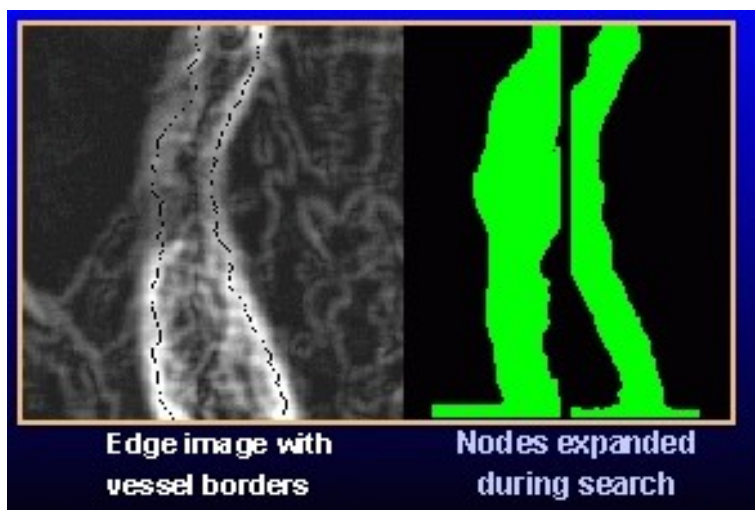
# 图搜索实例



# 启发项的作用

□ 代价函数  $f(n)=g(n)+h(n)$

- 启发项 $h(n)$  能加快搜索速度，但不一定能找到全局最优。
- 当无启发项（ $h(n)=0$ ）时，一定能找到全局最优，但搜索范围加大。





# 代价函数的设计

- 使用“启发”信息，构造评价函数，计算路径的耗费，是启发式搜索的关键。
- 具体如何构造则分析该问题的具体情况，将多种因素合理的分离开来，把实际情况中的约束转化为计算机可操作的表达式。
  - 灰度梯度的幅度
  - 灰度梯度的方向
  - 路径的曲率
  - 路径与某一函数的近似程度
  - 到目标点的距离等



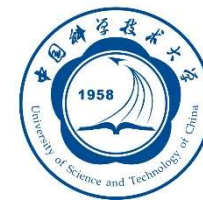
## 4.5 多尺度边缘检测

### □ 现象

- 大尺度下能较可靠地消除误检，检测到真正边缘点，但定位不准；
- 小尺度定位较准，但误检增加；
- 大尺度检测真正边缘点，小尺度精确定位
- 图像不同的边缘信息会在不同的尺度下表现

### □ 方法

- 融合各个尺度的检测结果，获得稳定的边缘信息。



# 基于二进小波的多尺度边缘检测

## 用于边缘检测的二进小波:

母函数:  $\phi(x, y) = \exp(-(x^2 + y^2)/\sigma^2)/2\pi\sigma^2$ ; (高斯核函数)

小波函数:  $\psi^1 = \frac{\partial \phi}{\partial x}$ ;  $\psi^2 = \frac{\partial \phi}{\partial y}$ ;

二进小波变换:  $S_{2^j} f \rightarrow \{W_{2^j}^1 f, W_{2^j}^2 f, S_{2^{j+1}} f\}$  (离散算法  $\alpha$ -trous)

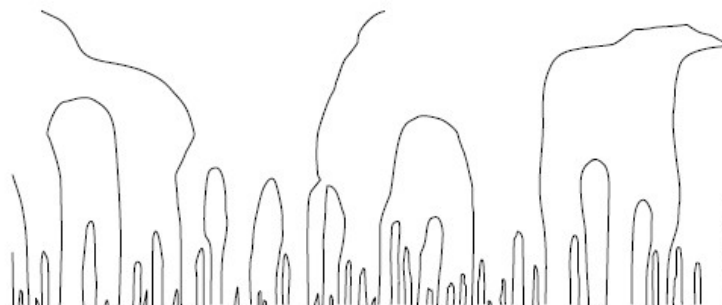
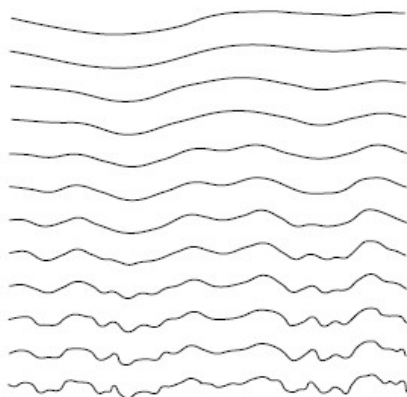
$W_{2^j}^i f = \langle f, \psi_{2^j}^i \rangle$ ;  $i=1, 2$ ; (分别对应水平和垂直边缘)

$S_{2^{j+1}} f = \langle f, \phi_{2^j} \rangle$ ; (平滑信号)

模值  $M_{2^j} f = \sqrt{|W_{2^j}^1 f|^2 + |W_{2^j}^2 f|^2}$ ; 幅角  $A_{2^j} f = \arctan(W_{2^j}^1 f / W_{2^j}^2 f)$ ;

## 模极大链:

小波系数的模极大值(即导数的过零点), 在尺度空间会形成“向下开口”的连续曲线。

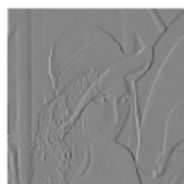


左: 不同尺度的平滑信号。  
右: 尺度空间的模极大链。





Wavelet transform along the horizontal direction



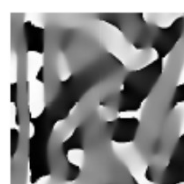
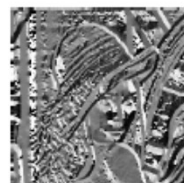
Wavelet transform along the vertical direction



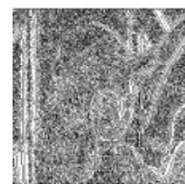
Wavelet transform modulus



Wavelet transform angle for a non zero modulus



Wavelet transform modulus maxima



Wavelet transform modulus maxima after some thresholding





# 基于二进小波的多尺度边缘检测

## □ 算法步骤:

1. 选择二进小波  $\{\psi^1, \psi^2\}$ , 分解级数  $J$ , 和模阈值  $T$ ;
2. 对图像  $f$  进行二进小波变换, 得到  $S_{2^j} f$  和  $\{W_{2^j}^1 f, W_{2^j}^2 f\}_{j=1}^J$ ;
3. 计算模值  $M_{2^j} f = \sqrt{|W_{2^j}^1 f|^2 + |W_{2^j}^2 f|^2}$ ;
4. 计算幅角  $A_{2^j} f = \arctan(W_{2^j}^1 f / W_{2^j}^2 f)$ ;
5. 用非极大值抑制得到小波系数的局部模极大值点;
6. 把局部模极大值点延尺度连起来, 得到极值链;
7. 利用模阈值  $T$  和极值链长度阈值, 去除由噪声引起或不感兴趣的边界;