数字图象分析

中国科学技术大学
信息科学技术学院
电子工程与信息科学系

课件下载：https://ustc-dia.github.io/

第三章　数字化的图象

3.1 图象采集网格

3.2 数字化模型

3.3 离散直线性

3.4 距离变换

3.5 3-D图象中的连通和拓扑

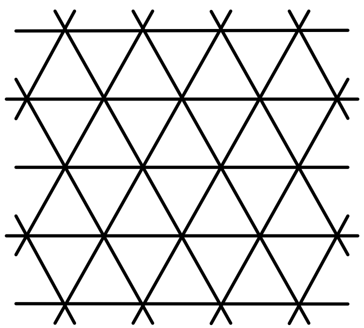
3.1 图象采集网格

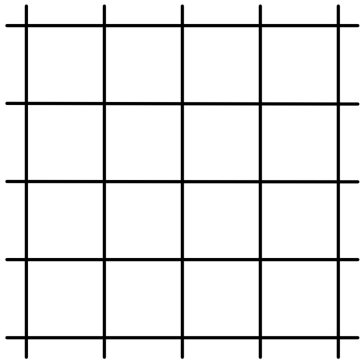
三种不同的采样模式

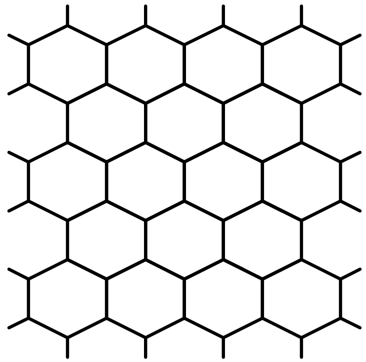
图象采集：用一个离散的模式采样

三种规则的形式：

三角形　　正方形　　六边形







网格：将图象平面分解成小单元的集合

采样时，采集在各多边形的中央点的数据

3.1 图象采集网格

三种不同的图象网格

图象网格与采样模式互补

三角形模式 ⇔ 六边形网格

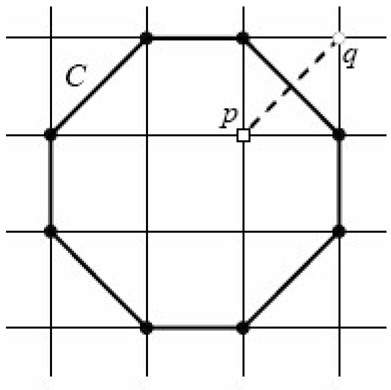
正方形模式 ⇔ 正方形网格

六边形模式 ⇔ 三角形网格

(1) 正方形网格

广泛使用：直观，无边界问题

结构问题：“连通悖论”



3.1 图象采集网格

三种不同的图象网格

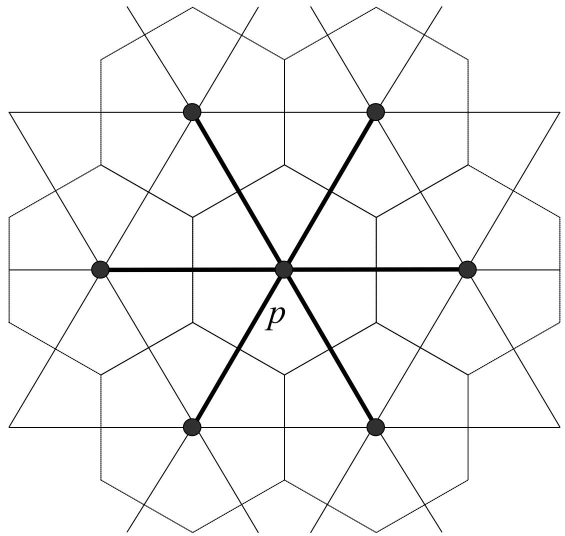
(2) 三角形网格

相邻象素：有共同边

粗实线连接相邻象素

细线表示三角形网格

点线对应采样模式



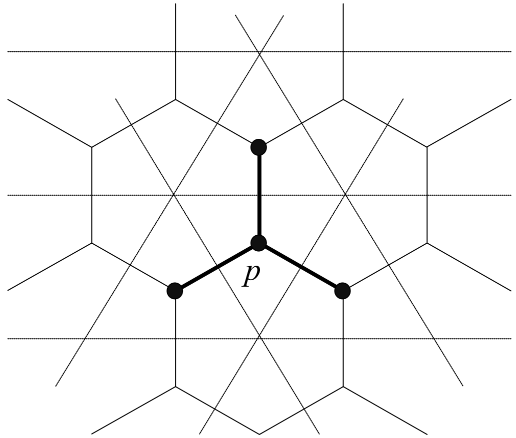
对象素p，它的6-邻域记为$N_6(p)$

3.1 图象采集网格

三种不同的图象网格

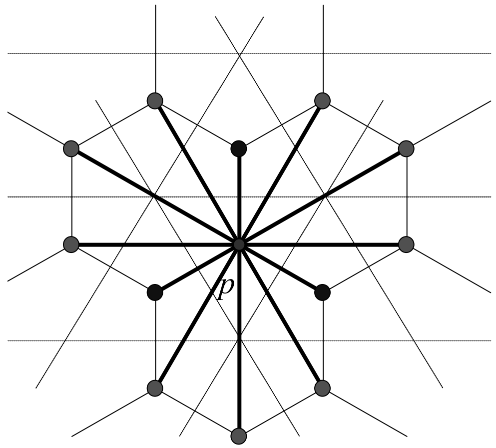
(3) 六边形网格

$N_3(p)$： 有公共边



邻域过于稀疏

$N_{12}(p)$： +有公共顶点



3.1 图象采集网格

三种图象采样效率比较

采样效率定义为：单位圆面积与覆盖该单位圆的网格面积之比

三角形采样效率：$\pi / 3\sqrt{3} = (0.60)$

四边形采样效率：$\pi / 4 = (0.79)$

六边形采样效率：$\pi / 2\sqrt{3} = (0.91)$

3.2 数字化模型

与图象采集密切相关

3.2.1 数字化模型基础

3.2.2 方盒量化

3.2.3 网格相交量化

3.2.1 数字化模型基础

两个定义

预图象（**pre-image**）

给定一个离散点集合P，一个其数字化为 P 的连续点集合 S 称为 P 的预图象

域（domain）

由所有可能的预图象 S 的并集所定义的区域称为 P 的域

3.2.1 数字化模型基础

- 将一个正方形图象网格覆盖到连续的目标S上，一个象素用一个正方形网格上的交点p表示，该象素当且仅当$p \in S$时属于S的数字化结果

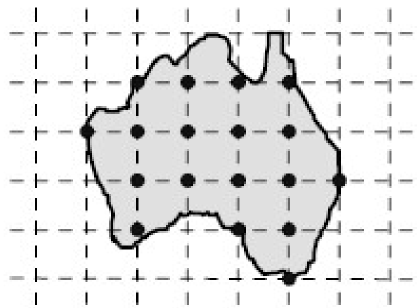


图 3.2.1　一个简单的数字化模型示例

- S在图中用阴影部分表示，黑色圆点代表属于S的象素p，所有p组成集合P

3.2.1 数字化模型基础

采用不同采样步长数字化连续集合效果

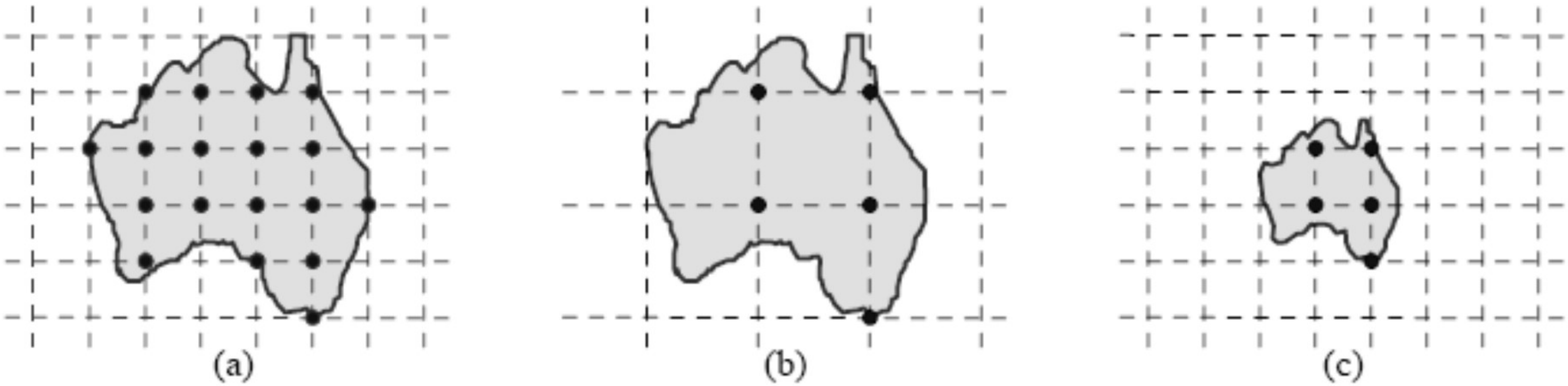


图 3.2.2　用不同的采样步长数字化连续集合的效果

3.2.1 数字化模型基础

不一致性

(1) 一个非空集合S有可能映射到一个空的数字化集合中

(2) 该数字化模型不是平移不变(称为混叠：aliasing)

(3) 给定一个数字化集合P，并不能保证精确地刻画它的预图象S。

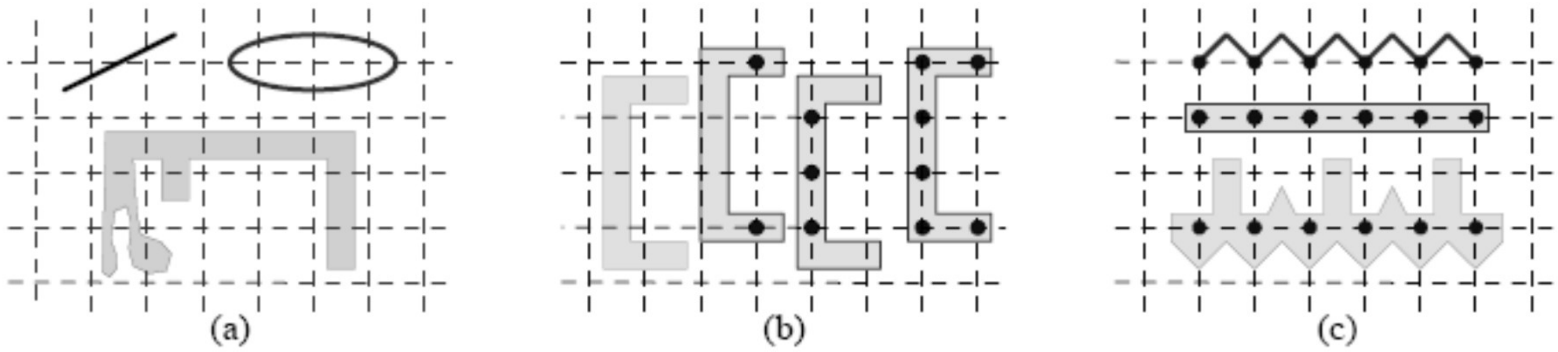


图 3.2.3 数字化模型的不一致性示例

3.2.1 数字化模型基础

- 合适的数字化模型应具有的特征
  - 对 一个非空的连续集合的数字化结果应该是非空的
  - 数字化模型应该尽可能平移不变(即混叠效应尽可能小)
  - 给定一个数字化集合P，其各个预图象应在一定准则下相似。更严格说，P的域应该有限且越小越好。

- 常用的数字化模型：

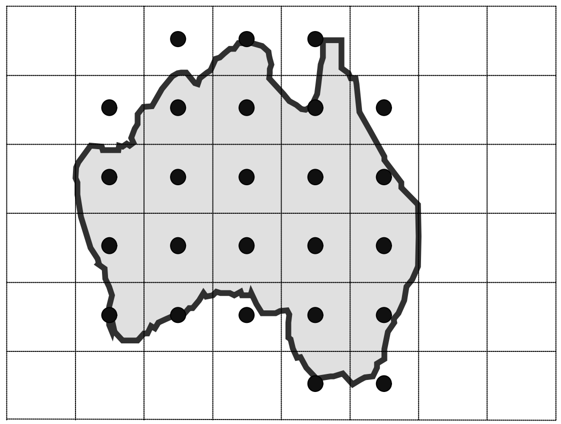
  （1）方盒量化；（2）网格量化；（3）目标量化

3.2.2 方盒量化

一种数字化模型

对任何象素$p_i = (x_i, y_i)$，都有一个对应的数字化盒 $B_i = (x_i - 1/2, x_i + 1/2) \times (y_i - 1/2, y_i + 1/2)$

数字化盒等价于中心为象素位置的分割多边形。一个象素p_i当且仅当$B_i \cap S \neq \varnothing$时（即它对应的数字化盒$B_i$与$S$相交）处在$S$的数字化集合$P$中



3.2.2 方盒量化

方盒量化特性

- 数字化盒 Bi = [xi – 1/2, xi + 1/2) × [yi – 1/2, yi + 1/2)，Bi的闭包 [Bi] = [xi – 1/2, xi + 1/2] × [yi – 1/2, yi +1/2]
- 一个象素*pi*当且仅当Bi ∩ S ≠ ∅时，则其处在S的数字化集合P中（半开片量化）
- 当网格线上的实点t ∈C(连续曲线)，且t ∈ [Bi] ∩ [Bj]，像素*pi*和*pj*中落在左边的那一个认为是处在数字化的集合P中

3.2.2 方盒量化

方盒量化特性

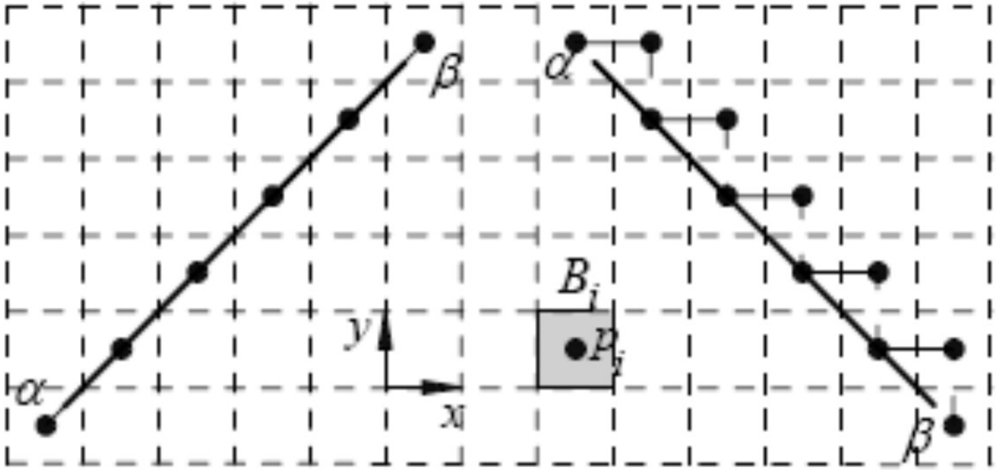


图 3.2.5　对连续直线段的半开片量化

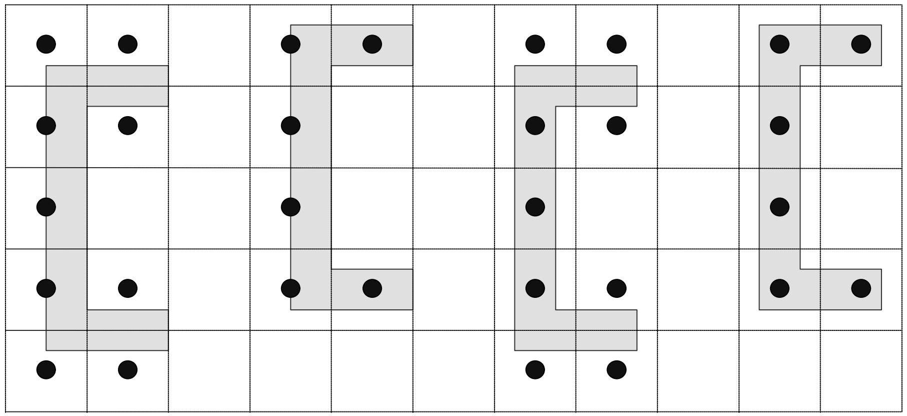
3.2.2 方盒量化

方盒量化特性

• 对一个连续直线段的方盒量化（SBQ）的结果是一个4-数字弧（见3.3.1）

• 方盒量化的定义保证了非空集合*S*会被映射到非空离散集合*P*

（但这并不保证完全的平移不变性）



3.2.3 网格相交量化

网格相交量化

- 给定一个连续的细目标C，它与网格线的交点定义一个实点$t = (x_t, y_t)$，该点视C与垂直网格线相交或与水平网格线相交分别满足$x_t \in \mathbf{I}$ 或$y_t \in \mathbf{I}$（$\mathbf{I}$代表整数集合）。这个点$t \in C$将被映射到一个网格点$p_i = (x_i, y_i)$，这里$t \in (x_i - 1/2, x_i + 1/2) \times (y_i - 1/2, y_i + 1/2)$。
- 在特殊情况（如$x_t = x_i + 1/2$或$y_t = y_i + 1/2$）下，取落在左边或上边的点p_i属于离散集合P

3.2.3 网格相交量化

网格相交量化

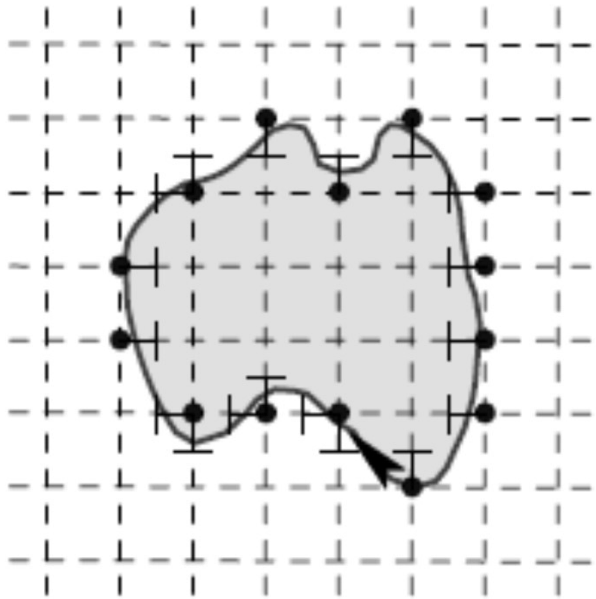


图 3.2.8 对连续曲线 C 的网格相交量化示例

3.2.3 网格相交量化

网格相交量化

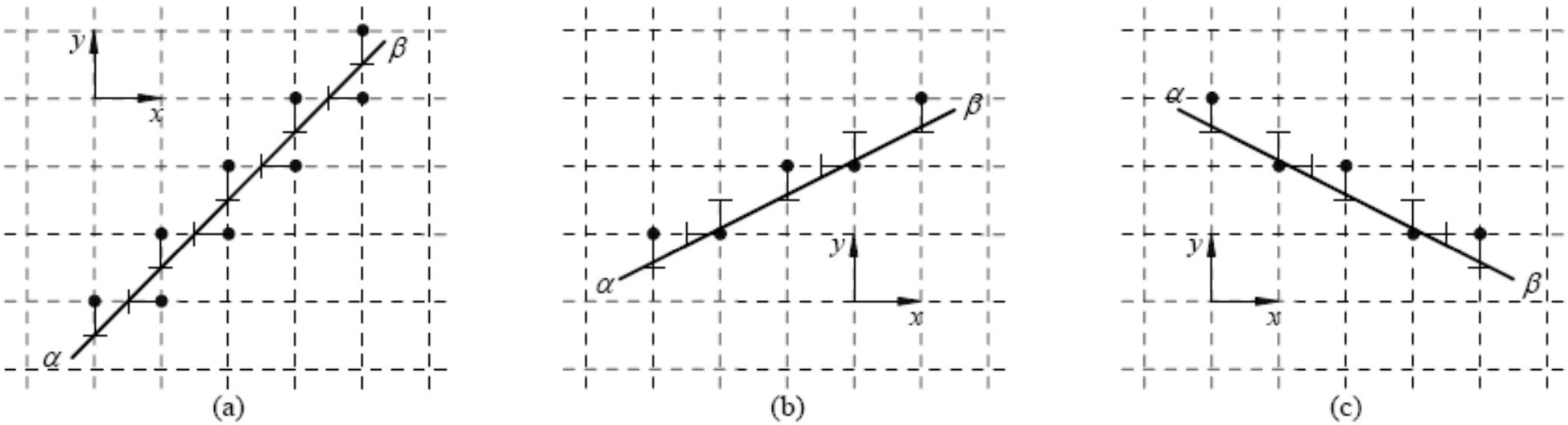


图 3.2.9 对连续直线段的网格相交量化示例

3.3 离散直线性

有关直线性的定理和性质可以用来判断一个数字弧是否是一条数字直线段（弦）

3.3.1 弦和弧

3.3.2 直线性

3.3.1 弦和弧

弧

非自相交曲线上介于两点间的部分。

数字弧

从点p到点q的数字弧P_{pq}定义为满足下列条件的弧P_{pq} = {p_i, i = 0, 1, …, n}：

(1) $p_0 = p$，$p_n = q$；

(2)$\forall\ i = 1, \ldots, n-1$，点$p_i$在弧$P_{pq}$中正好有两个相邻点：

p_{i-1}和p_{i+1}；

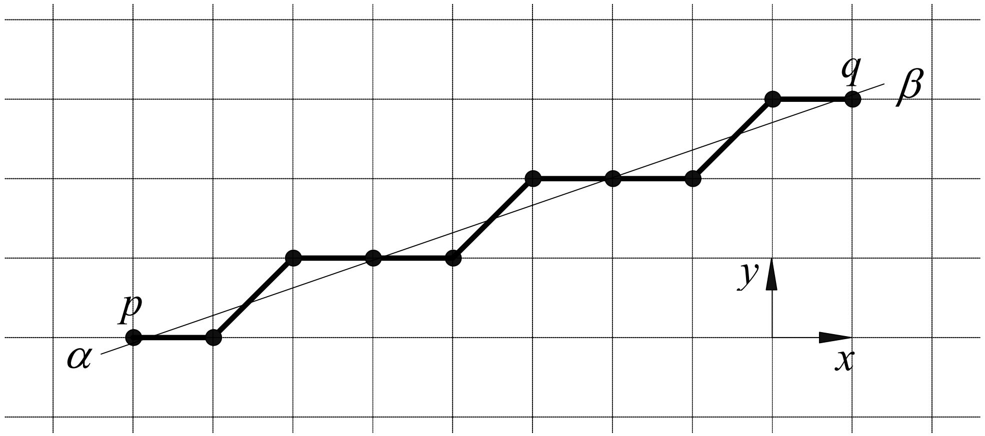
(3) 端点p_0/p_n在弧P_{pq}中正好有一个相邻点：p_1 / p_{n-1}。

3.3.1 弦和弧

数字化集合

网格相交（grid-intersect）量化模型

在[α, β]之间与网格线相交的点都映射到它们最接近的整数点（相等时取[a, b]左边的）

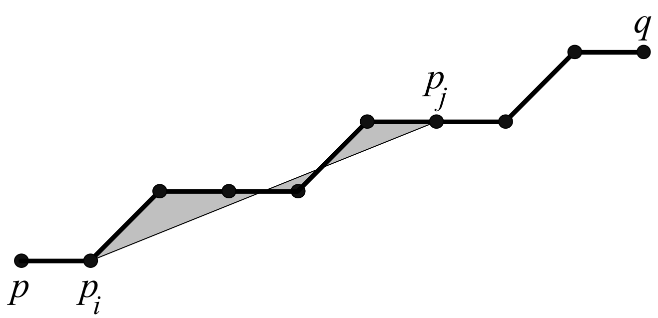


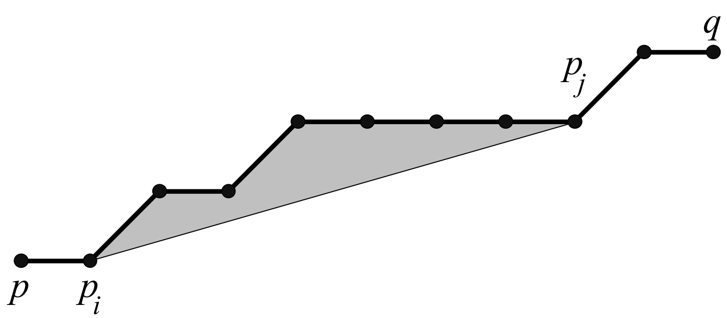
3.3.1 弦和弧

弦：连接圆锥曲线上任意两点间的直线段。

数字弦（思路）

给定一条从 $p = p_0$ 到 $q = p_n$ 的数字弧 $P_{pq} = \{p_i\} i = 0, \ldots, n$，连续线段$[p_i, p_j]$和各段之和$\cup_i [p_i, p_{i+1}]$间的距离可用离散距离函数来测量，且不应该超过一定的阈值



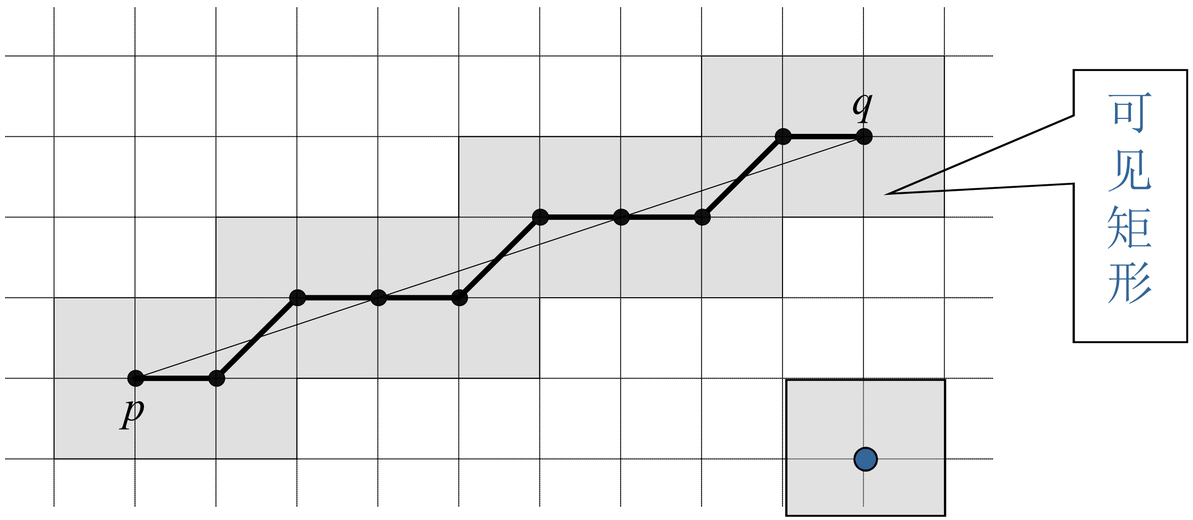


3.3.1 弦和弧

数字弦的性质（8-数字弧）

一条8-数字弧$P_{pq} = \{p_i\}_{i = 0, \ldots, n}$满足弦的性质，如果当且仅当对$P_{pq}$中的任意两个离散点$p_i$和$p_j$以及连续线段$[p_i, p_j]$中的任意实点$\rho$，存在一个点$p_k \in P_{pq}$使得$d_8(\rho, p_k) < 1$

阴影多边形给出点$\rho \in \mathbf{R}^2$的集合，可以看出总存在一个点$p_k \in P_{pq}$使得$d_8(\rho, p_k) < 1$



$$D_8(p, q) = \max(|x - s|, |y - t|)$$

3.3.1 弦和弧

数字弦的性质（**8-**数字弧）

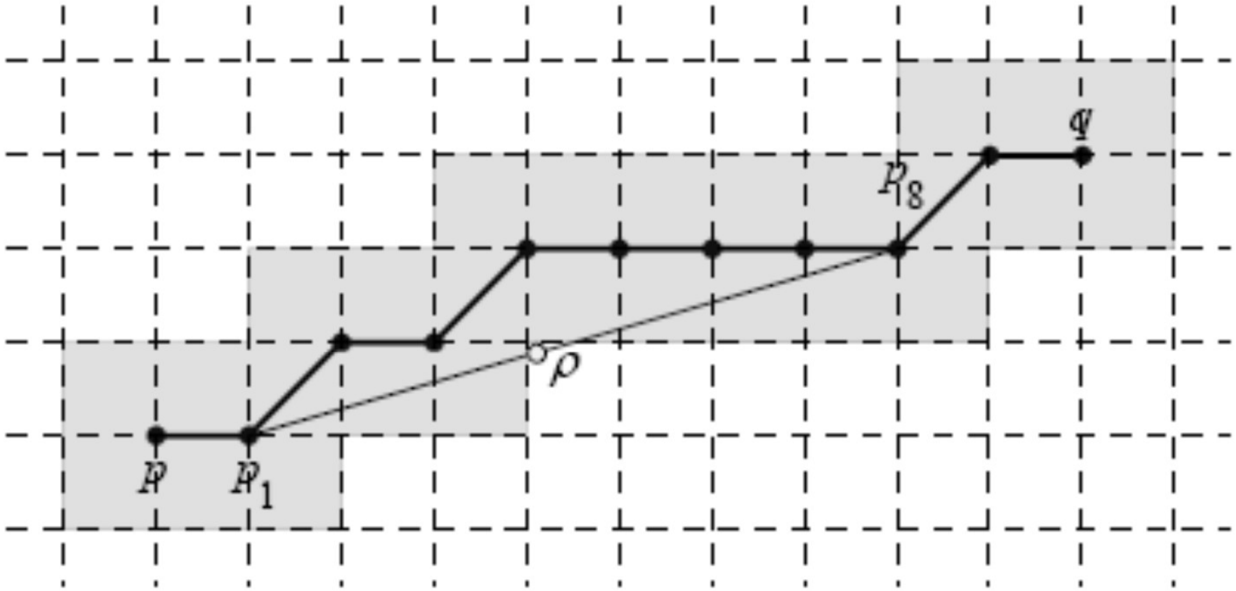


图 3.3.4　弦性质不成立的例子

3.3.1 弦和弧

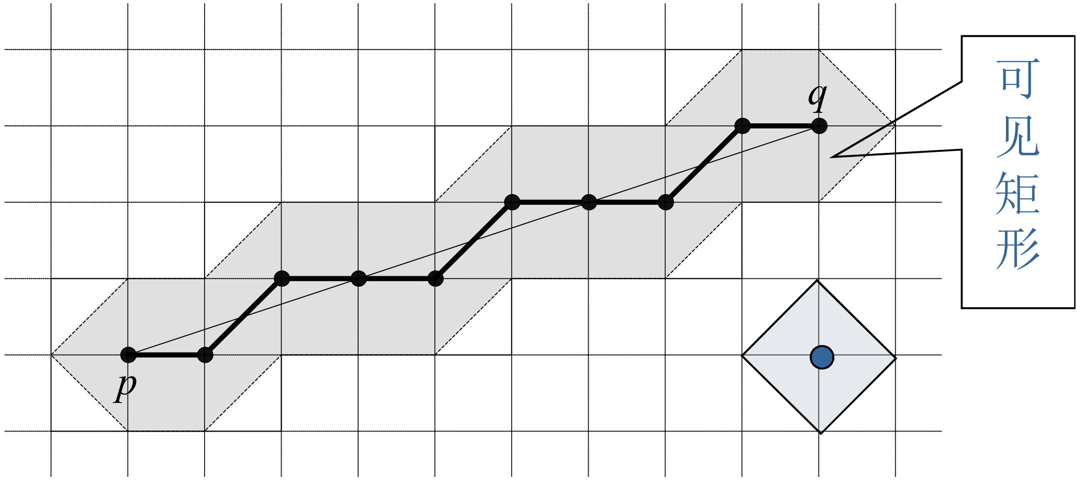
- 数字弦的意义（8-数字弧）
  - 在8数字空间中，任一直线段的数字化结果，必是一条数字弦；
  - 任一条数字弦，也必存在一条直线段,其数字化结果与该弦同。

3.3.1 弦和弧

紧致弦性质

一条8-数字弧$P_{pq} = \{p_i\} i = 0, \ldots, n$满足紧致（compact）弦性质，如果当且仅当对$P_{pq}$中的任意两个不同的离散点$p_i$和$p_j$以及连续线段$[p_i, p_j]$中的任意实点$a$，在各段之和$\cup_i [p_i, p_{i+1}]$中存在一个实点$b \in \mathbf{R}^2$使得$d_4(a, b) < 1$

紧致弦可见多边形包含在弦可见多边形之中

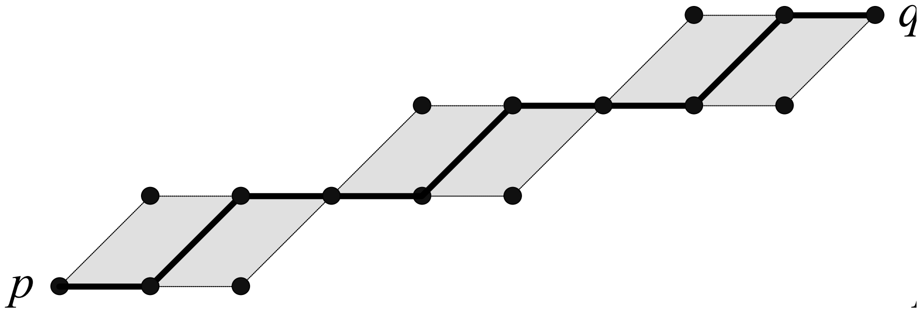


$$D_4(p, q) = |x - s| + |y - t|$$

3.3.2 直线性

8-数字直线段的上下限

数字直线段可表示成一系列特定线段的组合



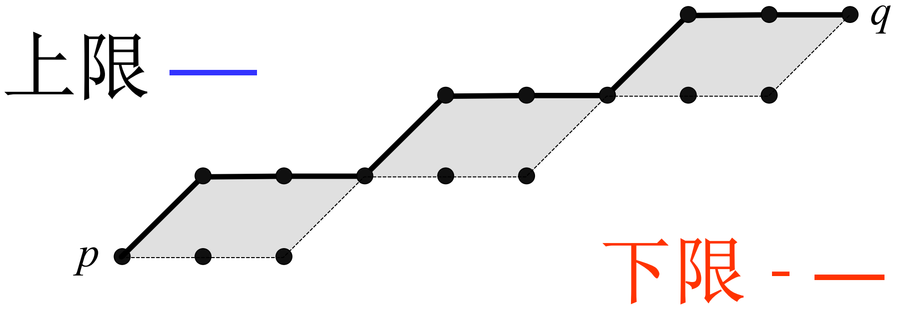
链码为$\{c_i\}_{i=1,\ldots,n} = \{0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0\}$

平移 $n-1$次可产生 $n-1$个平移的链码

对应从 p 到 q 的不同的数字直线段

3.3.2 直线性

8-数字直线段的上下限



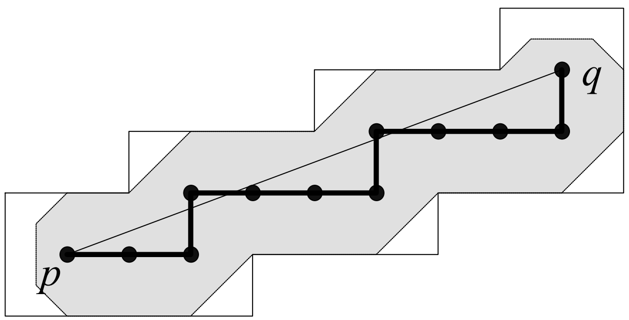
平移	链码	平移	链码	平移	链码
0	{0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0}	3	{0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0}	6	{0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0}
1	{1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0}	4	{1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0}	7	{1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0}
2	{0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1}	5	{0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1}	8	{0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1}

3.3.2 直线性

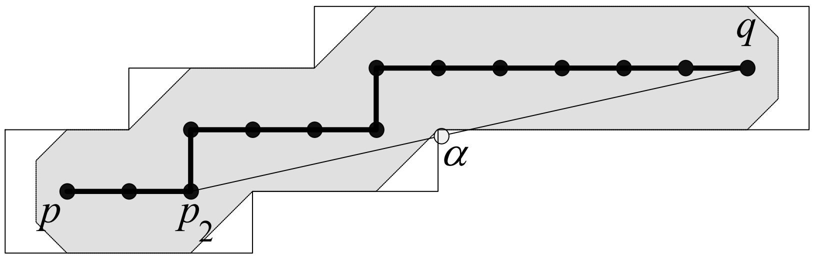
4-连接集合的直线性

弦性质和强弦性质获得的可见多边形

强弦可见多边形包含在弦可见多边形之中



(a)



(b)

3.4 距离变换

距离变换基于对距离的计算，其本身是一个全局概念，但可以借助对局部距离的计算而化整为零地进行

3.4.1 定义和性质

3.4.2 局部距离的计算

3.4.3 离散距离变换的实现

3.4.4 3-D距离变换

3.4.1 定义和性质

- 距离变换计算区域中的每个点与最接近的区域外的点之间距离，把二值图象变换为灰度图象
- 给定一个点集P、一个子集B以及满足测度条件的距离函数$d(.,.)$，对P的距离变换中赋予点$p \in P$的值为：$\mathrm{DT}(p)=\min_{q\in B}\{d(p,q)\}$
- 距离图（map）可用矩阵$[\mathrm{DT}(p)]$来表示

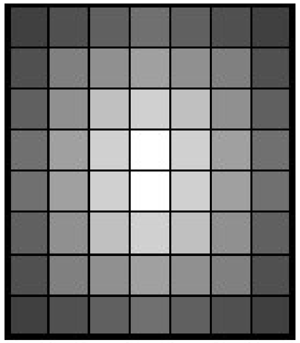


图 3.4.1　用灰度图表示的距离图

3.4.2 局部距离的计算

全局的操作，所以计算量会很大

性质：给定一个离散集合P和它的一个子集B，用d表示计算距离图的离散距离函数。那么，对任何点$p \in P^{\circ}$（即$p \in P-B$），存在p的一个邻域点q（即$q \in N(p)$），使得在p的离散距离变换值$\mathrm{DT}(p)$满足$\mathrm{DT}(p) = \mathrm{DT}(q) + d(p, q)$。

进一步，因为p和q互为邻接点，从p移动到q的长度为$l(p, q) = d(p, q)$。这样，对任意点$p \notin B$，离散距离变换可由$\mathrm{DT}(p) = \min\{\mathrm{DT}(q')\} + l(p, q')$，$q' \in N(p)$ 来刻画

3.4.2 局部距离的计算

用于局部距离扩展的模板

(a) 模板基于4-邻域定义且被用来扩展d_4距离

(b) 模板基于8-邻域且被用来扩展d_8距离或$d_{a,\,b}$距离（$a = 1, b =1$）

(c) 模板基于16-邻域且被用来扩展$d_{a,\,b,\,c}$距离

∞	a	∞
a	0	a
∞	a	∞

(a)

b	a	b
a	0	a
b	a	b

(b)

∞	c	∞	c	∞
c	b	a	b	c
∞	a	0	a	∞
c	b	a	b	c
∞	c	∞	c	∞

(c)

图 3.4.2　用于计算距离变换的模板

3.4.2 局部距离的计算

- 初始化距离图

$$\mathrm{DT}^{(0)}(p)=\begin{cases}0 & 当 \quad p\in B\\ \infty & 当 \quad p\notin B\end{cases}$$

- 用下面规则将距离值从象素$q=(x_p+k, y_p+l)$传播到 p

$$\mathrm{DT}^{(t)}(p)=\min_{k,j}\{\mathrm{DT}^{(t\text{-}1)}(q)+M(k,l);\ q=(x_p+k,\ y_p+l)\}$$

- 更新过程持续进行到距离图不再变化而停止

3.4.3 离散距离变换的实现

1. 串行实现

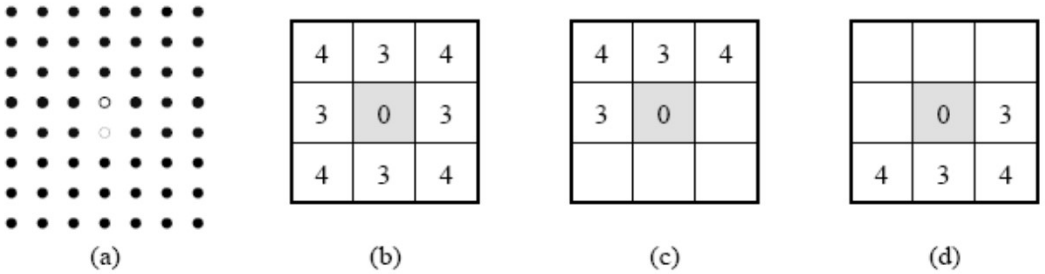


图 3.4.3　串行计算距离变换

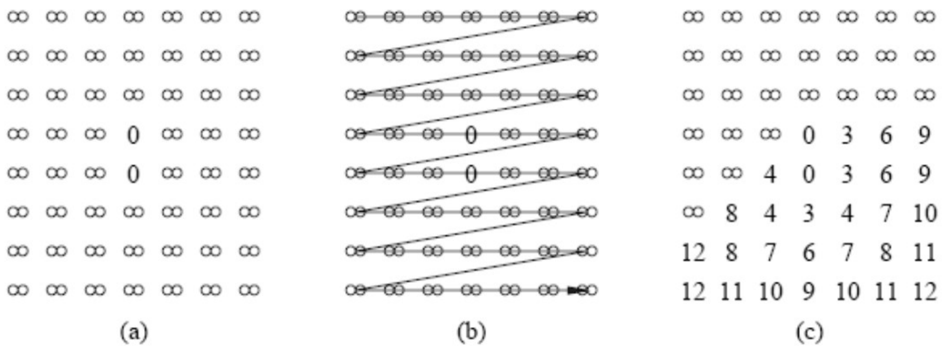


图 3.4.4　前向扫描

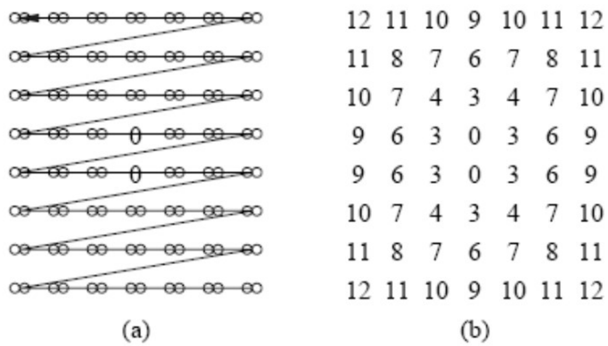


图 3.4.5　反向扫描

3.4.3 离散距离变换的实现

2. 并行实现

$$\mathrm{DT}^{(t)}(x_p, y_p) = \min_{k,j} \{\mathrm{DT}^{(t\text{-}1)}(x_p + k, y_p + l) + M(k, l)\}$$

(a)

∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	∞	4	3	4	∞	∞
∞	∞	3	0	3	∞	∞
∞	∞	3	0	3	∞	∞
∞	∞	4	3	4	∞	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞

(b)

∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	8	7	6	7	8	∞
∞	7	4	3	4	7	∞
∞	6	3	0	3	6	∞
∞	6	3	0	3	6	∞
∞	7	4	3	4	7	∞
∞	8	7	6	7	8	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞

(c)

12	11	10	9	10	11	12
11	8	7	6	7	8	11
10	7	4	3	4	7	10
9	6	3	0	3	6	9
9	6	3	0	3	6	9
10	7	4	3	4	7	10
11	8	7	6	7	8	11
12	11	10	9	10	11	12

图 3.4.6　并行计算过程中的各个步骤所得到的距离图

3.4.4 3-D距离变换

1. 3-D距离

$$d_E(p,q)=\sqrt{(x_p-x_q)^2+(y_p-y_q)^2+(z_p-z_q)^2}$$

$$d_4(p,q)=|x_p-x_q|+|y_p-y_q|+|z_p-z_q|$$

$$d_8(p,q)=\max\left\{|x_p-x_q|,|y_p-y_q|,|z_p-z_q|\right\}$$

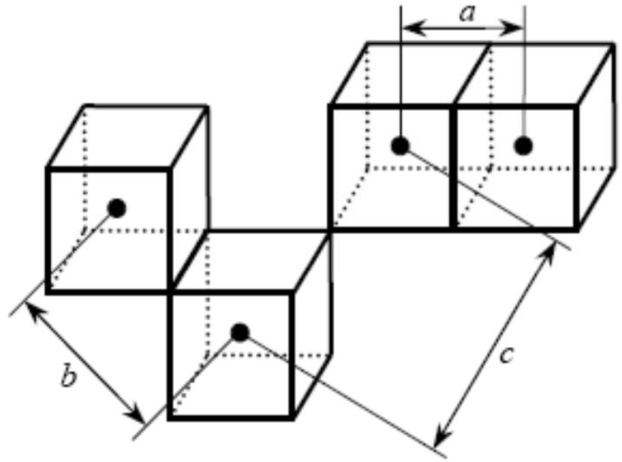


图 3.4.8 3-D 体素间的 3 种距离

3.4.4 3-D距离变换

2. 3-D距离变换的模板

前向扫描：从图象第一层的左上角向最后一层的右下角进行

$$\begin{matrix} c & b & c \\ b & a & b \\ c & b & c \end{matrix} \qquad \begin{matrix} b & a & b \\ a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

图 3.4.9　3-D 前向扫描模板

反向扫描：从最后一层的右下角向第一层左上角进行

3.5 3-D图象中的连通和拓扑

1. 邻域和连通

邻域的通用定义：

设 $\boldsymbol{x} = (x_0, \ldots, x_n)$为图象网格上的一个单元

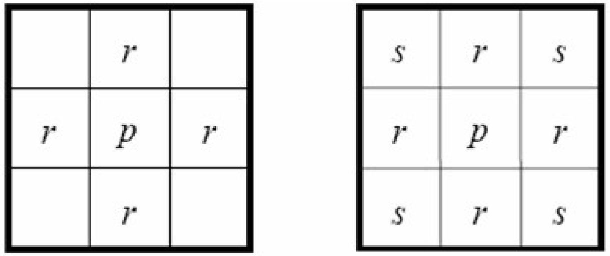
$\boldsymbol{x}$的$V_1{}^r$邻域定义为： $V_1^r = \{\boldsymbol{y} \mid D_1(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) \le r\}$

$\boldsymbol{x}$的$V_\infty{}^r$邻域定义为： $V_\infty^r = \{\boldsymbol{y} \mid D_\infty(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) \le r\}$

$$\boxed{N_4(\boldsymbol{x}) = V_1^1(\boldsymbol{x}) \qquad N_8(\boldsymbol{x}) = V_\infty^1(\boldsymbol{x})}$$

3.5 3-D图象中的连通和拓扑

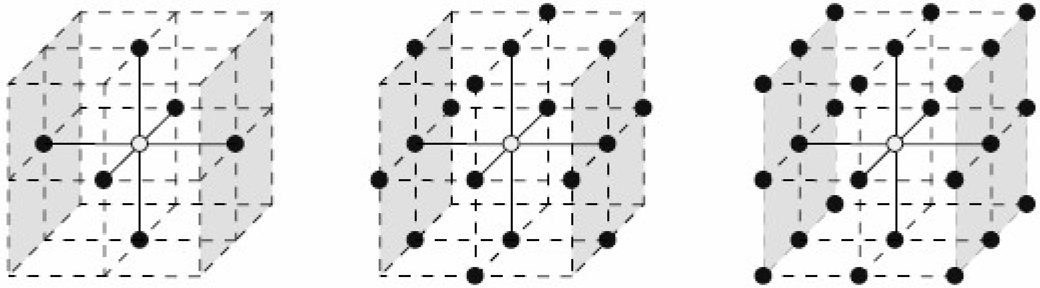
2D像素邻域



(a) (b)

$N_4(\mathbf{x}) = V_1^1(\mathbf{x})$ $N_8(\mathbf{x}) = V_\infty^1(\mathbf{x})$

3D体素邻域



(a) (b) (c)

$N_6(\mathbf{x}) = V_1^1(\mathbf{x})$ $N_{18}(\mathbf{x}) = V_\infty^1(\mathbf{x}) \cap V_1^2(\mathbf{x})$ $N_{26}(\mathbf{x}) = V_\infty^1(\mathbf{x})$

3.5 3-D图象中的连通和拓扑

像素点连通

存在一系列依次邻接的象素组成的通路。

连通组元

完全在一个图象子集中的象素组成的通路上的象素集合构成该图象子集中的一个连通组元。

连通集

如果 *S* 中只有1个连通组元，即 *S* 中所有象素都互相连通，则称 *S* 是一个连通集。