

HMM模型+Viterbi算法实例

1、问题描述

假设连续观察3天的海藻湿度为(Dry,Damp,Soggy),求这三天最可能的天气情况。

2、已知信息

(1) 天气只有三类(Sunny,Cloudy,Rainy), 海藻湿度有四类{Dry,Dryish, Damp,Soggy }, 而且海藻湿度和天气有一定的关系。

(2) 隐藏的状态: Sunny, Cloudy, Rainy;

(3) 观察状态序列: {Dry, Damp, Soggy}

(4) 初始状态序列:

Sunny	Cloudy	Rainy
0.63	0.17	0.20

(5) 状态转移矩阵:

	Sunny	Cloudy	Rainy
Sunny	0.5	0.375	0.125
Cloudy	0.25	0.125	0.625
Rainy	0.25	0.375	0.375

(6) 发射矩阵:

	Dry	Dryish	Damp	Soggy
Sunny	0.6	0.2	0.15	0.05
Cloudy	0.25	0.25	0.25	0.25
Rainy	0.05	0.10	0.35	0.5

分析

由一阶HMM可知，Day2的天气仅取决于Day1；Day3的天气又只取决于Day2的天气。

计算过程

1、Day1由于是初始状态，我们分别求

$$P(\text{Day1-Sunny})=0.63*0.6;$$

$$P(\text{Day1-Cloudy})=0.17*0.25;$$

$$P(\text{Day1-Rain})=0.20*0.05;$$

Choose $\max\{P(\text{Day1-Sunny}), P(\text{Day1-Cloudy}), P(\text{Day1-Rainy})\}$, 得到 $P(\text{Day1-Sunny})$ 最大，得出第1天Sunny的概率最大。

2、Day2的天气又取决于Day1的天气状况，同时也受Day2观察的海藻情况影响。

$$P(\text{Day2-Sunny})= \max\{P(\text{Day1-Sunny})*0.5, P(\text{Day1-Cloudy})*0.25, P(\text{Day1-Rainy})*0.25\} *0.15;$$

$$P(\text{Day2-Cloudy})= \max\{P(\text{Day1-Sunny})*0.375, P(\text{Day1-Cloudy})*0.125, P(\text{Day1-Rainy})*0.625\} *0.25;$$

$$P(\text{Day2-Rainy})= \max\{P(\text{Day1-Sunny})*0.125, P(\text{Day1-Cloudy})*0.625, P(\text{Day1-Rainy})*0.375\} *0.35;$$

Choose $\max\{P(\text{Day2-Sunny}), P(\text{Day2-Cloudy}), P(\text{Day2-Rainy})\}$, 得到 $P(\text{Day2-Rainy})$ 最大，得出第2天Rainy的概率最大。

故{Sunny,Rainy}是前两天最大可能的天气序列。

3、Day3的天气又取决于Day2的天气状况，同时也受Day3观察的海藻情况影响。

$$P(\text{Day3-Sunny})= \max\{P(\text{Day2-Sunny})*0.5, P(\text{Day2-Cloudy})*0.25, P(\text{Day2-Rainy})*0.25\} *0.05;$$

$P(\text{Day3-Cloudy}) = \max\{ P(\text{Day2-Sunny}) \cdot 0.375, P(\text{Day2-Cloudy}) \cdot 0.125, P(\text{Day2-Rainy}) \cdot 0.625 \} \cdot 0.25;$

$P(\text{Day3-Rainy}) = \max\{ P(\text{Day2-Sunny}) \cdot 0.125, P(\text{Day2-Cloudy}) \cdot 0.625, P(\text{Day2-Rainy}) \cdot 0.375 \} \cdot 0.05;$

Choose $\max\{ P(\text{Day3-Sunny}), P(\text{Day3-Cloudy}), P(\text{Day3-Rainy}) \}$, 得到 $P(\text{Day3-Rainy})$ 最大, 得出第3天Rainy的概率最大。故 {Sunny, Rainy, Rainy} 是这三天最可能的天气序列。