

Niklas Vest - A20

Finden Sie die unbekannten Parameter einer Zufallsvariablen (bekannter Verteilung) mit dem Erwartungswert  $E(X) = 50$  und der Varianz  $\text{Var}(X) = 40$  (falls möglich), wenn die ZV

<> hypergeometrisch verteilt ist (Parameter  $n=300$ , aber  $M$  und  $N$  unbekannt)

<> binomialverteilt ist (Parameter  $n$  und  $p$  unbekannt)

<> poissonverteilt ist (Parameter  $\lambda$  unbekannt).

Falls es die Verteilung mit diesem Erwartungswert und dieser Varianz nicht gibt, begründen Sie warum!

$X \sim \text{Bin}(n, p)$

$$(* \text{ w. w. } *) E[X_] = n * p$$

$$(* \text{ w. w. } *) \text{Var}[X_] = n * p * (1 - p)$$

Durch einsetzen erhalten wir zwei Gleichungen für zwei Unbekannte:

$$(* \text{ I } *) n * p = 50$$

$$(* \text{ II } *) n * p * (1 - p) = 40$$

Umformung auf  $p$  und einsetzen in (II):

$$p = \frac{50}{n}$$

$$n * \frac{50}{n} * \left(1 - \frac{50}{n}\right) = 40$$

$$50 - \frac{50^2}{n} = 40$$

$$\frac{50^2}{n} = 10$$

Daraus folgt:

$$n = 250$$

$$p = \frac{50}{250} = \frac{1}{5}$$

$X \sim \text{Poisson}(\lambda)$

$$(* \text{ w. w. } *) E[X_] = \lambda$$

$$(* \text{ w. w. } *) \text{Var}[X_] = \lambda$$

Weil sich der Erwartungswert der ZV  $X$  von deren Varianz unterscheidet, folgt  $X$  nicht der Poisson-Verteilung.

$x \sim \text{Hygeom}(N, M, 300)$

$$(* \text{ w. w. } *) E[X_] = 300 \times \frac{M}{N}$$

$$(* \text{ w. w. } *) \text{Var}[X_] = 300 \times \frac{M}{N} \times \left(1 - \frac{M}{N}\right) \times \left(\frac{N - 300}{N - 1}\right)$$

...