ÜBUNG ZU MAS3 (SEvz)

Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik

(Michael Petz)

3. Semester Fachhochschul-Studiengang Software Engineering, Hagenberg, WS 2018/19

Erwartungswert, Varianz, Kovarianz und Korrelation.

A22

Ein Würfel werde einmal geworfen. Das Ergebnis des Wurfes (die Augenzahl) sei die ZV X.
Wir betrachten die beiden ZV $D = 2X$ und $Q = X^2$, d.h. das Doppelte der Augenzahl und das Quadrat der Augenzahl (siehe A09), zusätzlich sei $B=7–X$ als vierte ZV definiert (das ist die Augenzahl der Fläche, auf der der Würfel zu liegen kommt).
Weiters werde ein Würfel zweimal geworfen. Die beiden Ergebnisse seien die ZV X_1 und X_2.
Wir betrachten die beiden ZV $S = X_1 + X_2$ und $P = X_1 \cdot X_2$, die die Summe bzw. das Produkt der beiden Würfe angeben (siehe A10).

Bestimmen Sie die Erwartungswerte der oben definierten Zufallsvariablen, d.h. $E(X)$, $E(X_1)$, $E(X_2)$, $E(D)$, $E(Q)$, $E(B)$, $E(S)$ und $E(P)$ direkt aus den Verteilungsfunktionen der ZV (d.h. ohne Verwendung von Transformationen schon errechneter Erwartungswerte).
Überprüfen Sie anhand der numerischen Ergebnisse die Gültigkeit der folgenden Gleichungen:

$E(2X) = 2 \cdot E(X)$, $E(X^2) = E(X)^2$, $E(7–X) = 7–E(X)$,
$E(X_1+X_2) = E(X_1) + E(X_2)$, $E(X_1 \cdot X_2) = E(X_1) \cdot E(X_2)$.

A23

Unter Verwendung der ZV-Definitionen von A22:
Bestimmen Sie die Varianzen der oben definierten Zufallsvariablen, d.h. $V(X)$, $V(X_1)$, $V(X_2)$, $V(D)$, $V(Q)$, $V(B)$, $V(S)$ und $V(P)$ direkt aus den Verteilungsfunktionen der ZV (d.h. ohne Verwendung von Transformationen schon errechneter Varianzen).
Überprüfen Sie anhand der Ergebnisse die Gültigkeit der folgenden Gleichungen:

$V(2X) = 2 \cdot V(X)$, $V(X^2) = V(X)^2$, $V(7–X) = 7–V(X)$,
$V(X_1+X_2) = V(X_1) + V(X_2)$, $V(X_1 \cdot X_2) = V(X_1) \cdot E(X_2)$.

A24

Unter Verwendung der ZV-Definitionen von A22:
Berechnen Sie

- Cor(X,D),
- Cor(X,Q) und
- Cor(X,B)

und interpretieren Sie die Ergebnisse.

A25

Finden Sie eine 9-Felder-Tafel (wie in Aufgabe A17), die die gemeinsame Verteilung zweier ZV X und Y darstellt, mit folgenden Eigenschaften:
X kann die Werte {0,1,2} und Y die Werte {-1,0,1} annehmen,
X und Y sind unkorreliert (d.h. kein lin. Zusammenhang, also COV(X,Y) = 0), und
X und Y sind nicht unabhängig.

Beachten Sie: 4 Beispiele = 4 Files zum Hochladen mit je max 2 Punkten Bewertung.