A4 7 Vest

Geben Sie einen ML-Schätzer für den Parameter Lambda einer Poissonverteilung an, und zwar (i) formal (inkl. Herleitung) und (ii) basierend auf den Daten **x** = (3; 4; 1; 2; 0; 2; 1; 3).

Hinweis: die zugehörige Likelihood-Funktion lautet:

$$L(\lambda)=P(|x_1,\ldots,x_n|;\lambda)=\prod_{i=1}^{n}\frac{\lambda^{x_i}}{x_i!}e^{-\lambda}$$

$$\ln(L(\lambda)) = \sum^{n} \ln\left(\frac{\lambda^{x_i}}{x_i!} e^{-\lambda}\right)$$

$$= \sum^{n} \ln\left(\frac{\lambda^{x_i}}{x_i!}\right) - \lambda$$

$$= \underbrace{\sum^{n} \ln(\lambda^{x_i}) - \ln(x_i!)}\, - \lambda$$

$$\ln(L(\lambda)) = \ln(\lambda)\cdot\left(\sum^{n} x_i\right) - \left(\sum^{n} \ln(x_i!)\right) - n\lambda$$

$$\ln(L(\lambda))' = -n + \frac{1}{\lambda}\sum^{n} x_i \quad = 0 \quad \Big| +n\cdot\lambda$$

$$n\lambda = \sum^{n} x_i \rightarrow \lambda = \frac{1}{n}\sum^{n} x_i$$

$$\lambda = \frac{1}{8}\sum x_i = \frac{1}{8}\cdot(3+4+1+2+0+2+1+3) = 2$$