

**A09**

Ein Würfel werde einmal geworfen. Das Ergebnis des Wurfes (die Augenzahl) sei die ZV  $X$ . Wir betrachten die beiden ZV  $D = 2X$  und  $Q = X^2$ , d.h. das Doppelte der Augenzahl und das Quadrat der Augenzahl. Bestimmen Sie die Verteilung von  $D$  und  $Q$  (also die Werte der W.- Funktionen dieser beiden Zufallsvariablen für alle Elemente ihrer Definitionsbereiche).

Für die Zufallsvariable  $X$

$$n \mapsto X(n) := n$$

wird der Wahrscheinlichkeitsraum  $[\Omega, P]$  mit

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

und

$$P(\omega) = \frac{1}{6}$$

für alle  $\omega \in \Omega$  angenommen. Die Verteilung  $P_X$  ist eindeutig gegeben durch die W.Funktion

$$f_X(k) = \frac{|\{n | n = k\}|}{|\Omega|} = \frac{1}{6}$$

und sieht folgendermaßen aus:

k	1	2	3	4	5	6
$f_X(k)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Für selbigen Wahrscheinlichkeitsraum  $[\Omega, P]$  hat die Zufallsvariable  $D$

$$n \mapsto D(n) := n \times 2$$

mit der W.Funktion

$$f_D(k) = \frac{|\{n | n \times 2 = k\}|}{|\Omega|} = \frac{1}{6}$$

dieselbe Verteilung wie  $X$ , da für jeden Bildwert  $d$  von  $D$  (und ferner auch von  $Q$ ) gilt, dass  $|\{D = d\}| = 1$  und deshalb  $P(D = d) = \frac{1}{6}$ . Dies ist ein direktes Resultat aus der Injektivität von  $X$ ,  $D$  und  $Q$  (über  $\{\Omega \times \mathbb{N}_0\}$ ).