

A48

Verf

Geben Sie einen ML-Schätzer für den Parameter p einer Binomialverteilung mit $n=20$ an, und zwar (i) formal (inkl. Herleitung) und (ii) basierend auf den Daten $\mathbf{x} = (3; 4; 1; 2; 0; 2; 1; 3)$. Wie sieht hier die zugehörige Likelihood-Funktion aus?

$$L(p) = \prod_{i=1}^m \binom{20}{x_i} p^{x_i} (1-p)^{20-x_i}$$

$$\begin{aligned} \ln(L(p)) &= \sum_{i=1}^m \left(\ln \binom{20}{x_i} + \ln(p^{x_i}) + \ln((1-p)^{20-x_i}) \right) \\ &= \sum \ln \binom{20}{x_i} + \sum \ln(p^{x_i}) + \sum \ln((1-p)^{20-x_i}) \end{aligned}$$

$$\ln(L(p)) = \sum \ln \binom{20}{x_i} + \ln(p) \sum x_i + \ln(1-p) \cdot (20m - \sum x_i)$$

$$\ln(L(p))' = \frac{1}{p} \sum x_i - \frac{1}{1-p} \cdot (20m - \sum x_i)$$

$$\text{Solve} \left[a \frac{1}{p} - (b-a) \frac{1}{1-p} == 0, p \right]$$

$$\left\{ \left\{ p \rightarrow \frac{a}{b} \right\} \right\}$$

↙

$$\rightarrow p = \frac{\sum x_i}{20n}$$

$$p = \frac{\sum x_i}{20 \cdot 8}$$

$\mathbf{x} = \{3, 4, 1, 2, 0, 2, 1, 3\};$

$\text{Total}[\mathbf{x}] \times \frac{1}{20 \times 8} // N$

0.09375