华南师范大学

地理科学 学院 2019 -2020 学年（二）学期期末考试试卷

《线性代数》试卷（A 卷）

专业________年级____ 班级_____ 姓名__________学号__________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

一、选择题(每题的四个选项中,只有一个是正确的,请将选择项前的字母写在括号内,多选、漏选、错选均不得分！本题总分 20 分,每小题 2 分)

1. 若矩阵 $A=\begin{pmatrix} a & 1 \\ b & 1 \end{pmatrix}$ 可逆，则 a,b 满足条件（ ）

（A） $a=b$ （B） $a,b\neq 0$ （C） $a\neq b$ （D） $a,b\neq 1$

2. 设 A,B 均为方阵，下面说法正确的是（ ）

（A）若 $AB=0$，则 $A=0$ 或 $B=0$； （B）若 $AB=0$，则 $|A|=0$ 或 $|B|=0$；

（C）若 $AB=AC$ 且 $A\neq 0$，则 $B=C$； （D）若 $AB=AC$ 且 $|A|=0$，则 $B=C$.

3. 设 $A=(\alpha,\beta,\gamma)$ 为三阶方阵，其中 α,β,γ 是列向量. 记 $e_1=(1,0,0)^T$，则 $Ae_1=$（ ）

（A） α （B） β （C） γ （D） A

4. 设方阵 A,B,C 满足 $ABC=E$，其中 E 为 n 阶单位阵，则必有（ ）

（A） $ACB=E$ （B） $CBA=E$ （C） $BAC=E$ （D） $BCA=E$

5. 设向量 β 能由向量组 $\alpha_1,\cdots,\alpha_m$ 线性表示，但不能由向量组 $(I):\alpha_1,\cdots,\alpha_{m-1}$ 线性表示，

记向量组 $(II):\alpha_1,\cdots,\alpha_{m-1},\beta$，则下列说法正确的是（ ）

（A）向量 α_m 不能由向量组 (I) 线性表示，但能由向量组 (II) 线性表示；

（B）向量 α_m 不能由向量组 (I) 线性表示，也不能由向量组 (II) 线性表示；

（C）向量 α_m 能由向量组 (I) 线性表示，但不能由向量组 (II) 线性表示；

（D）向量 α_m 能由向量组 (I) 线性表示，也能由向量组 (II) 线性表示.

6. 设η_1,η_2,η_3是 4 元非齐次线性方程组$Ax=b$的三个互不相同的解，且$R(A)=3$，若

$\eta_1+\eta_2=(1,1,1,1)^T$，$\eta_2+\eta_3=(2,3,4,5)^T$，则该方程组的通解为（　　）

（A）$x=k\begin{pmatrix}0\\1\\2\\3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\3\\4\\5\end{pmatrix},k\in R$　　（B）$x=k\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1/2\\1/2\\1/2\\1/2\end{pmatrix},k\in R$

（C）$x=k\begin{pmatrix}2\\3\\4\\5\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1/2\\1/2\\1/2\\1/2\end{pmatrix},k\in R$　　（D）$x=k\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\3\\4\\5\end{pmatrix},k\in R$

7. 行列式$\begin{vmatrix}1-a & a & 0 & 0 & 0\\ -1 & 1-a & a & 0 & 0\\ 0 & -1 & 1-a & a & 0\\ 0 & 0 & -1 & 1-a & a\\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1-a\end{vmatrix}$等于（　　）

（A）$1-a-a^2-a^3-a^4-a^5$　　（B）$1+a+a^2+a^3+a^4+a^5$

（C）$1-a+a^2-a^3+a^4-a^5$　　（D）$1+a-a^2+a^3-a^4+a^5$

8. 下列矩阵是正交矩阵的是（　　）

（A）$\begin{pmatrix}1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{3}\\ -\frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2}\\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & -1\end{pmatrix}$　　（B）$\begin{pmatrix}-\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}}\\ -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}}\\ \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{3}}\end{pmatrix}$

（C）$\begin{pmatrix}\frac{1}{9} & -\frac{8}{9} & -\frac{4}{9}\\ -\frac{8}{9} & \frac{1}{9} & -\frac{4}{9}\\ -\frac{4}{9} & -\frac{4}{9} & \frac{7}{9}\end{pmatrix}$　　（D）$\begin{pmatrix}0 & \frac{4}{3\sqrt{2}} & \frac{1}{3}\\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{3\sqrt{2}} & \frac{2}{3}\\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{3\sqrt{2}} & -\frac{2}{3}\end{pmatrix}$

9. 设$1,2,-2$是方阵A的特征值，则行列式$|A^2-2A+2E|$等于（　　）

（A）14　　（B）17　　（C）-17　　（D）20

10. 设 A 是 $m\times n$ 矩阵，B 是 $n\times m$ 矩阵，若 $m>n$，则（　　）

（A） AB 的列向量组线性无关；　　（B） AB 的行向量组线性相关；

（C） BA 的列向量组线性无关；　　（D） BA 的行向量组线性相关.

二、填空题（本题总分 30 分，每小题 3 分）

1. 设行列式 $D=\begin{vmatrix} 2 & 1 & -5 & 1 \\ 1 & -3 & 0 & -6 \\ 3 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & -7 & 6 \end{vmatrix}$，$M_{ij}$ 表示元素 a_{ij} 的余子式，则

$-2M_{32}-M_{33}-2M_{34}=$________.

2. 已知由 n 个方程组成的 n 元方程组

$$\begin{cases} ax_1+bx_2+bx_3+\cdots+bx_{n-1}+bx_n=0 \\ bx_1+ax_2+bx_3+\cdots+bx_{n-1}+bx_n=0 \\ bx_1+bx_2+ax_3+\cdots+bx_{n-1}+bx_n=0 \\ \cdots \\ bx_1+bx_2+bx_3+\cdots+bx_{n-1}+ax_n=0 \end{cases}$$

有非零解，其中 $a\neq b, n\geq 2$，则 a,b 满足关系____________________.

3. 若二阶方阵 A 的特征多项式为 $f(\lambda)=\lambda^2-10\lambda+21$，则 A^{-1} 的特征多项式为____________________.

4. 设 B 为 $m\times k$ 矩阵，C 为 $k\times s$ 矩阵，若 $BC=0$ 时一定有 $C=0$，则 B 应满足条件____________________.

5. 已知 α_1,α_2 为 2 维列向量，矩阵 $A=(2\alpha_1+\alpha_2,\alpha_1-\alpha_2)$，$B=(\alpha_1,\alpha_2)$. 若行列式 $|A|=6$，则 $|B|=$ ____________.

6. 设 A 是 n 阶方阵，B 是 m 阶方阵，且 $|A|\neq 0, |B|\neq 0$，记 $\begin{vmatrix} A & O \\ O & B \end{vmatrix}=c$，$\begin{vmatrix} O & A \\ B & O \end{vmatrix}=d$，则 $c:d=$____________.

7. 设 $A=\begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$，则 $A^{-1}=$________.

8. 若向量组 $\alpha_1=(6,a+1,3)^T$，$\alpha_2=(a,2,-2)^T$ 线性相关，则 $\boldsymbol{a}=$____________.

9．设 A 为 4 阶方阵，B 为 5 阶方阵，且 $|A|=2$，$|B|=-2$，则 $\left|-|B|A\right|=$ __________ .

10. 已知向量 $\alpha_1=(2k,k-1,0,3)^T$ 与 $\alpha_2=(5,-3,k,k-1)^T$ 正交，则 $k=$_______.

三、(10 分) 已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&1\\0&0&-1\end{pmatrix}$，且 $A^2-AB=E$，其中 E 为三阶单位矩阵，求矩阵 B.

四、(10 分) 求下面齐次线性方程组的一个基础解系.

$$\begin{cases}x_1-x_2-x_3+x_4=0\\x_1-x_2+x_3-3x_4=0\\x_1-x_2-2x_3+3x_4=0\end{cases}$$

五、(10 分) 求向量组 $\alpha_1=(1,-1,2,4)^T$，$\alpha_2=(0,3,1,2)^T$，$\alpha_3=(3,0,7,14)^T$，$\alpha_4=(1,-1,2,0)^T$，$\alpha_5=(2,1,5,6)^T$ 的一个最大无关组，并求出组中其余向量被该最大无关组线性表示的表达式.

六、(10 分)

求矩阵 $A=\begin{bmatrix}5&0&0\\0&3&2\\0&2&3\end{bmatrix}$ 的特征值和相应的特征向量.

七、(10 分) 设 α,β,γ 线性无关，证明 $\alpha+\beta,\beta+\gamma,\gamma+\alpha$ 也线性无关。