|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Билет №1   1. Определения графа. Виды графов. Способы задания.   Граф – это конечное множество точек, некоторые из которых соединены линиями. Формально граф представляется следующим образом: , где V – множество вершин, E – множество ребер. Виды графов:  Ориентированный граф – граф, у кот-го ребра имеют направление (такие ребра назыв. дугами) (а)    (а) (б)  Графы, в которых все ребра являются звеньями, т.е. порядок 2-ух концов ребра графа не существенен, назыв. неориентир.  Неориентированный граф можно представить в виде ориентир. графа, если каждое его звено заменить на две дуги с противоположным направ-ем. (а)  Мультиграф — такой граф, в котором пары вершин соединены более, чем одним ребром. То есть есть кратные рёбра, но нет петель.    Псевдограф – графы, кот-ые могут иметь петли, а точнее кратные петли.  Обыкновенный граф – неор. граф в котором нет петель и кратных ребер.  Способы задания графов:  1 Перечисление элементов  (V={1,2,3,4,5}, E={{1;2},{2;5}}) 2 Изображение  3 Матрица смежности – квадратная матрица, порядок равен числу вершин графа,  4 Матрица инцидентности – прямоугольная матрица, строки –вершины, столбцы – ребра  5 Список смежности – на каждой вершине перечисляем список смежных в ней вершин. | Билет №2   1. Однородный и полный графы. Части графов. Операции над графами.   Граф назыв. однородным, если степень всех вершин равны.    ρ(x) = 2 (а) 3 (б)  Полный граф – граф, в котором каждые две вершины смежны. Полный граф с множеством вершин обозначается .  Граф наз. подграфом графа , если . Всякий подграф может быть получен из графа удалением некоторых вершин и ребер.  Подграф графа наз. суграфом, если . Суграф получается удалением из графа некоторых ребер, вершины же остаются в неприкосновенности.  Порожденный подграф получается из графа удалением некоторых вершин.  1) Объединение: ,  2) Пересечение: ,  3) Стягивание – отождествление смежных вершин    4) Разбиение – это сведение графа к меньшему графу путем разбиения его множества узлов на взаимоисключающие группы.  5) Кольцевая сумма – объединение без пересечения. | Билет №3   1. Изоморфизм графов   Граф изоморфен графу , если существует взаимооднозначное отображение φ множества V вершин графа G на множество вершин графа H, при котором сохраняется смежность.     1. Маршруты, пути, цепи, циклы в графах. Связность графов.   Маршрутом в G называется последовательность ребер, в которой каждые два соседних ребра имеют общую вершину:  Путь - последовательность смежных рёбер.  Цепь - маршрут без повторяющихся рёбер.  Простая цепь - цепь без повторяющихся вершин.  Цикл - цепь, в котором последняя вершина совпадает с первой.  Простой цикл - все вершины кроме начала и конца различны.  Связный граф - граф, в котором существует путь между любыми двумя вершинами.  Если не существует таких пар вершин, то граф делится на куски (компоненты связанности):  •Количество компонент связанности называется числом связанности.  •Мостом называется ребро, при удалении которого число компонент графа увеличивается  •Сила связанности – минимальное число ребер, удаление которых делает граф несвязанным. |
| Билет №4   1. Эйлеровы цепи и циклы.   Цикл Эйлера - цикл, проходящий по каждому ребру ровно один раз.  Полуэйлеров граф — когда в графе только две вершины имеют нечетные степени, остальные четные. Граф называется эйлеровым, если в нем существует эйлеровый цикл.  Граф эйлеров т. и т. т., к. все его вершины имеют четную степень.  Эйлеровой цепью в неориентированном графе G называется простая цепь, содержащая все ребра графа G.   1. Гамильтоновы графы. Постановка задачи коммивояжера.   Граф называется гамильтоновым, если в нем имеется гамильтонов цикл  Гамильтонов цикл – простой цикл, проходящий через все вершины рассматриваемого графа. Гамильтонова цепь – простая цепь, проходящая через все вершины графа.  Задача коммивояжера: на плоскости (в пространстве) расположены N городов, заданы расстояния между каждой парой городов. Требуется найти маршрут минимальной длины с посещением каждого города ровно один раз и с возвращением в исходную точку.   1. Двудольные графы.   Граф называется двудольным, если мн-во вершин можно разбить на 2 не пересекающихся подмножества таких, что любое ребро графа соединяет вершины разных подмножеств. Эти подмножества называются долями. Граф двудольный т. и т. т., к. все его циклы имеют четную длину. | Билет №5   1. Метрика в графах. Диаметр, радиус, центр графа.   Метрика графа основана на понятии расстояния.  Расстоянием между двумя вершинами в графе называется  наименьшая длина соединяющего их пути.  Эксцентриситет вершины – расстояние от нее до самой удаленной вершины:  Диаметр графа – максимальное расстояние между вершинами, то есть наибольший эксцентриситет:  Радиус графа – наименьший эксцентриситет:  Центральная вершина – вершина, эксцентриситет которой равен радиусу графа. Центр – множество всех центральных вершин. Центр графа обозначается .      Диаметр = 3, Радиус = 2  Центральные вершины – 3,4,6 | Билет №6   1. Планарные и плоские графы. Теорема Эйлера.   Плоский граф – это граф, который нарисован на плоскости так, что никакие два его ребра не пересекаются.  Планарный граф – это граф, изоморфный плоскому графу.  Теорема Эйлера: n – число вершин, m – число ребер и g – число граней. Грань – часть плоскости, ограниченная ребрами плоского графа. Для Ɐ связного плоского графа выполняется n+g=m+2(1) для грани = 1, потом G + грань F)  (n-m+g=k+1, где k-комп.связ.).  Вершин>=3 =>  Двуд-ый граф:   1. Гомеоморфизм графов. Критерий Понтрягина-Куратовского.   Подразбиение ребра – замена ребра цепью произвольной длины. Стягивание обратна подразбиению.  2 графа гомеоморфны, если их можно сделать изоморфными при помощи операций подразбиения и стягивания.  Критерий Понтрягина:  Конечный граф является планарным т. и т. т., к. он не содержит подграфа, гомеом-ого (полный граф с пятью вершинами), или (полный двудольный граф с 6 верш-ми).   1. Двойственный граф   это граф, в котором вершины G’ соответствуют граням G. Граням пл. графа ставятся в соответствие вершин двой-го графа и в двой-ом графе 2 вершины соединяются ребрами т. и т. т., к. в исх. графе соответствующие грани имеют общую границу. |
| Билет №7   1. Деревья и лес.   Лес – граф без циклов.  Дерево – связной граф без циклов  Для любого дерева справедливо:  1) Число вершин r = числу ребер n+1; r=n+1  2) Любую пару вершин соединяет единственная простая цепь  3) Любое ребро в дереве является мостом  4) Добавление ребра между любыми вершинами создает ровно 1 цикл.   1. Остовное дерево. Алгоритм Краскала   Остовное дерево – это дерево, подграф данного графа, с тем же числом вершин, что и у исходного графа.  Алгоритм:  1) Вначале мы производим сортировку рёбер по неубыванию по их весам.  2) Добавляем i-ое ребро в наш подграф только в том случае, если данное ребро соединяет две разные компоненты связности, одним из которых является наш подграф. То есть, на каждом шаге добавляется минимальное по весу ребро, один конец которого содержится в нашем подграфе, а другой - еще нет.  3) Алгоритм завершит свою работу после того, как множество вершин нашего подграфа совпадет с множеством вершин исходного графа.   1. Фундаментальная система циклов. Цикломатическое число.   Фундаментальной системой циклов называется система простых циклов, определенных выбранным остовным деревом.  Фундаментальные циклы – это циклы кот-ые получаются присоединением ребер к остову.  Цикломатическое число – число k=E-V+ρ, где E – число ребер, V – число вершин, ρ – число компонент связности. | Билет №8   1. Разрезы и разрезающие множества.   Мн-во ребер связного графа, удаление кот-ых, делают его несвязным называются разрезающими.  Разрезающее мн-во не содержащее в себе никакого другого разрезающего мн-ва называется разрезом.   1. Кодирование деревьев методом Прюфера.   Код Прюфера – это способ взаимно однозначного кодирования помеченных деревьев с n вершинами с помощью последовательности n-2 целых чисел в отрезке [1,n].  На вход подается список ребер. Выбирается лист дерева с наименьшим номером, затем он удаляется из дерева, и к коду Прюфера добавляется номер вершины, которая была связана с этим листом. Эта процедура повторяется n-2 раза. В конце концов, в дереве останется только 2 вершины, и алгоритм на этом завершается. Номера оставшихся двух вершин в код не записываются.   1. Раскраска графа. Гипотеза четырех красок. Хроматическое число.   Раскраской графа называется такое приписывание цветов (натуральных чисел) его вершинам, что никакие две смежные вершины не получают одинаковый цвет.  Гипотеза четырех красок:  Всякий планарный граф раскрашивается с помощью четырёх красок.  Наименьшее возможное число цветов в раскраске называется хроматическим числом графа и обозначается c(G).  1. у полного графа n;  2. цикл, если из четного, то 2, если из нечетного, то 3;  3. если двудольный, то 2;  4. если пустой, то 1;  5. Для дерева – 2;  6. теорема Брукса: вершины связного графа, в котором все вершины имеют не больше Δ соседей, можно раскрасить всего в Δ цветов, за исключением двух случаев — полных графов и циклов нечётной длины, для которых требуется Δ + 1 цветов. | Билет №9   1. Ориентированные графы   -это направленные графы, не имеющие двунаправленных ребер  Смежность изображается с помощью дуг. Дуги это направ-ые линии, связывающие компоненты между собой определенным образом. Порядок вершин дуг важен. Задать такой граф можно с помощью матрицы смежности.  Основание ор. графа – граф, в котором не учитывается ориентация дуг.  Две степени вершины:  Полож.(мн-во исходящих дуг)  Отриц.(мн-во входящих дуг)    Маршрут в ор. графе – маршрут, пройденный с соблюдением ориентации  Ор-ая цепь – цепь основания, которая проходится с сохранением ориентации  Цикл в ор. графе – цикл с сохранением ориентации.  Связность в ор.графе  Ор. граф связный если основание связное  Ор. граф односторонне связанный, если для любых 2-ух вер-н одно из соотношений  x→y или y→x  Ориентированный граф называется сильно-связным, если для любых 2-ух вер-н x и y выполняется и x→y, и y→x |
| Билет №10   1. Покрытия и независимые множества в графах.   Множество вершин называется независимым, если никакие две из них не соединены ребром.  C:\Users\user\YandexDisk\Скриншоты\2022-06-12_19-26-49.pngC:\Users\user\YandexDisk\Скриншоты\2022-06-12_19-26-49.png  Вершинное число независимости графа = число вершин макс независ-го мн-ва. (8,7,2,5 ↔ =4) то же самое ребра.  Вершина покрывает инцидентные ей рёбра. Множество таких вершин, которые покрывают все рёбра, называется вершинным покрытием. (1,3,5,6,7;1,3,4,6)  Число вершинного покрытия – наименьшее число вершин во всех вершинных покрытиях. (1,3,4,6↔=4) то же самое ребра.  Для любого связного графа справедливо: (n – число вершин)  Для любого нетривиального связного графа сумма вершинных чисел покрытия и независимости равна сумме рёберных чисел покрытия и независимости.   1. Минимаксый алгоритм поиска мин. покрытия.   1) Попытаемся выполнить первое правило сокращения матрицы  2) Попытаться выполнить второе правило сокращения матрицы  3) В матрице выбрать строчку с минимальным числом единиц  4) Среди всех столбцов, которые покрывают данную строку выбрать столбец с максимальным числом единиц  5) Включить столбец в покрытие. Исключить из матрицы все строчки, которые он покрывает. | Билет №17   1. Булев куб, подкуб, интервалы булева пространства. Расстояние между булевыми векторами.   Булев n-мерный куб – граф, у которого вершинами являются всевозможные булевы вектора n-мерного пространства и 2 вершины связаны с ребром тогда и только тогда, когда соответствующие вектора соседние.  Раскраска n-мерного булева куба  Множество всех наборов из , у которых фиксированы и одинаковы какие-то (n − k) разрядов, а остальные k разрядов произвольны, называется k-мерной гранью (подкубом) булева куба.  Интервалом I(α, β) в булевом пространстве , заданным парой булевых векторов α и β , таких что , называется множество всех булевых векторов γ длины n, удовлетворяющих условию ,то есть . Булевы векторы α и β называются границами интервала, вектор α – наименьшим элементом интервала, а β – наибольшим.  Расстоянием между булевыми векторами (расстоянием по Хэммингу) называют число ортогональных компонент в данной паре векторов.  Пример. Расстояние по Хэммингу между булевыми векторами = 1010 и 1001 равно двум. | Билет №18   1. Развертка булева куба на плоскость. Код Грея.       Карты Карно можно рассматривать как развертку на плоскость n-мерного булева куба, причем размерность этого гиперкуба совпадает с количеством переменных представляемой функции, а каждая вершина гиперкуба взаимно однозначно соответствует одной клетке карты Карно.  Двоичным кодом Грея порядка n называется последовательность всех image n-битных кодов, в которой любые два соседних кода различаются ровно в одном разряде.  Пример кодов Грея порядка 2:  00,01,10,11  Алгоритм перевода:  Кодовую комбинацию натурального двоичного кода складывают с такой же комбинацией, сдвинутой на один разряд вправо, при этом младший разряд сдвинутой комбинации отбрасывается. При этом 1+1=0 без перехода 1 в следующий разряд. |
| Билет №11   1. Алгебра логики. Определение.   Алгебра логики (булева алгебра) изучает высказывания, рассматриваемые со  стороны их логических значений (истинности или ложности), и логические операции над  ними.   1. Формулы алгебры логики. Способы вычисления формул.   Составное высказывание, которое может быть получено из элементарных высказываний путем применения логических операций, называется формулой алгебры логики.  1) 1,0,a,b,c – являются формулами  2) Если A и B, тогда – формулы  3) A – формула, тогда – формула  4) Других формул нет  Формула, истинная при всех значениях, входящих в нее переменных, называется тождественно истинной или тавтологией.  Формула, ложная при всех значениях, входящих в нее переменных, называется тождественно ложной или противоречием.  Способы: табличное вычисление, дерево.   1. Отношения м/у форм-ми   Две формулы алгебры A и B называются равносильными или тождественными, если они представляют одну и ту же лог. функцию . Это выполняет т. и т. т., к. множество всех истинных наб-ов равны  A и B в соотношении импликации , если любой истинностный набор A является истинностным набором для B, A – посылка, B – импликанта. В этом случае . | Билет №12   1. Равносильные преобразования формул.   Равносильности, выражающие одни лог. операции ч/з другие:      Равносильности, выражающие основные з-ны алгебры логики       1. Булева алгебра. Основные тождества и аксиомы.   Булева алгебра – алгебра-логики в которой используется только 3 операции ¬, ˄, ˅  Аксиомы:    Тождества (то же самое для ˅):  Коммутативность: x˄x=x  Ассоциативность: x˄y=y˄x  Дистрибутивность: x(yz)=xyz  Законы Де Моргана: x˅yz=(x˅y)( x˅z)  x(y˅z)=xy˅xz  Двойное отрицание: | Билет №13   1. Булева функция. Определение. Способы задания.   Булевая функция (или логическая функция, или функция алгебры логики) от n аргументов — в дискретной математике — отображение Bn → B, где B = {0,1} — булево множество. Элементы булева множества {1, 0} обычно интерпретируют как логические значения «истинно» и «ложно», хотя в общем случае они рассматриваются как формальные символы, не несущие определённого смысла.  Функция от n аргументов –  Способы задания:  1)табличный,  2)графический, 3)аналитический, 4)словесный.   1. Дизъюнктивная нормальная форма булевой функции. Определение. Преобразование формул алгебры логики в ДНФ.   Дизъюнктивно нормальная форма (ДНФ) — сумма произведений, образованных из переменных и их отрицаний для ложных значений.  Алгоритм построения ДНФ следующий:  1) Сначала избавляемся от операций импликации, эквивалентности и неравнозначности, выразив их через логические связки ¬, & и ∨ по законам:      2) Доводят знаки отрицания до независимых переменных, используя законы де Моргана:      3) Применяя з-н дистрибутивности   преобразуют формулу к дизъюнкции элементарных конъюнкций  4) Постоянно избавляются от двойных отрицаний: |
| Билет №14   1. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма булевой функции. Минтермы. Преобразование ДНФ к СДНФ.   СДНФ удовлетворяет след-им трем условиям:  1) в ней нет одинаковых слагаемых (элементарных конъюнкций);  2) в каждом слагаемом нет повторяющихся переменных;  3) каждое слагаемое содержит все переменные, от которых зависит булева функция (каждая переменная может входить в слагаемое либо в прямой, либо в инверсной форме).  Минтерм – конъюнкция всех переменных, которые входят в прямом виде, если значение данной переменной в точке определения равно 1, либо в инверсном виде, если значение переменной равно 0.  Алгоритм преобразования:  1) В таблице истинности отмечаем те наборы переменных, на которых значение функции равно 1.  2) Для каждого отмеченного набора записываем конъюнкцию всех переменных по следующему правилу: если значение некоторой переменной есть 1, то в конъюнкцию включаем саму переменную, иначе ее отрицание.  3) Все полученные конъюнкции связываем операциями дизъюнкции. | Билет №15   1. Конъюнктивная нормальная форма булевой функции. Определение. Преобразование формул алгебры логики в КНФ.   в булевой логике — нормальная форма, в которой булева формула имеет вид конъюнкции дизъюнкций литералов. (Логическое произведение дизъюнкций)  Конъюнктивная нормальная форма удобна для автоматического доказательства теорем. Любая булева формула может быть приведена к КНФ. Для этого можно использовать: закон двойного отрицания, закон де Моргана, дистрибутивность.  1. Исключение из Л связок *->* и =, используя теоремы:    2. Внесение связки -> внутрь скобок везде, где это возможно, применяя законы де Моргана:    В результате этих действий связка будет расставлена в формуле *А* только перед пропозициональными символами или перед их отрицаниями.  3. Удаление двойных отрицаний в соответствии с законом двойного отрицания:    4. Применение закона дистрибутивности:    необходимое число раз, пока не будет получена КНФ. | Билет №16   1. Совершенная конъюнктиная нормальная форма. Макстермы. Преобразование КНФ в СКНФ.   Совершенная конъюнктивная нормальная форма (СКНФ) — одна из форм представления функции алгебры логики (булевой функции) в виде логического выражения. Представляет собой частный случай КНФ, удовлетворяющий следующим трём условиям:  1) в ней нет одинаковых слагаемых (элементарных дизъюнкций);  2) в каждом множителе нет повторяющихся переменных;  3) каждый множитель содержит все переменные, от которых зависит булева функция  Макстерм (конституента нуля) – это логическая функция, принимающая значение ложь только на одном наборе значений своих аргументов. Формальная запись макстерама – это дизъюнкция всех аргументов функции, взятых с отрицанием или без него.  Алгоритм преобразования:  В таблице истинности отмечаем те наборы переменных, на которых значение функции равно 0.  Для каждого отмеченного набора записываем дизъюнкцию всех переменных по следующему правилу: если значение некоторой переменной есть 0, то в дизъюнкцию включаем саму переменную, иначе ее отрицание.  Все полученные дизъюнкции связываем операциями конъюнкции. |
| Билет №19   1. Карта Карно. Операции с булевыми функциями на картах.   Ка́рта Ка́рно — графический способ представления булевых функций с целью их удобной и наглядной ручной минимизации      Карты Карно можно рассматривать как развертку на плоскость n-мерного булева куба, причем размерность этого гиперкуба совпадает с количеством переменных представляемой функции, а каждая вершина гиперкуба взаимно однозначно соответствует одной клетке карты Карно. В первом случае работа ведётся с клетками карты, где находятся единицы, во втором — с клетками, где находятся нули. В исходной карте, как и в таблице истинности, каждая единица соответствует одному терму СДНФ, а каждый ноль — одному терму СКНФ.  Рядом расположенные группы единиц или нулей на карте Карно объединяют в прямоугольные области размером клеток. Каждая такая группа в итоговой логической формуле будет соответствовать одному терму. Таким образом, работа с картой сводится к выделению оптимального набора нескольких групп единиц (нулей) и преобразование их в логическое выражение. Это операция попарного неполного склеивания и элементарного поглощения. | Билет №20   1. Минимизация булевых функций на картах Карно.       Алгоритм минимизации:   1. Объединяем смежные клетки содержащие единицы в область, так чтобы одна область содержала 2*n* (*n* целое число = 0…\infty) клеток(помним про то что крайние строки и столбцы являются соседними между собой), в области не должно находиться клеток содержащих нули; 2. Область должна располагаться симметрично оси(ей) (оси располагаются через каждые четыре клетки); 3. Не смежные области расположенные симметрично оси(ей) могут объединяться в одну; 4. Область должна быть как можно больше, а кол-во областей как можно меньше; 5. Области могут пересекаться; 6. Возможно несколько вариантов накрытия. | Билет №21   1. Элементарные булевы функции о двух переменных.     – называется конъюнкцией и читается, как «x и y»  – называется дизъюнкцией (x или y)  – называется сложением по модулю 2 и читается, как x+y  – называется стрелкой Пирса  – называется эквивалентностью (x эквивалентно y)  – называется импликацией (x имплицирует y)  – называется штрихом Шеффера |
| Билет №22   1. Классы булевых функций. Двойственные, монотонные, линейные.   Классы булевых функций:  1) Функция, "сохраняющая 0".  Это - такая логическая функция, значение которой равно 0, если все аргументы равны 0: ) = 0. Примером функции, сохраняющей 0, является функция ˅.  2) Функция, "сохраняющая 1".  Это - такая логическая функция, значение которой равно 1, если все аргументы равны 1: = 1.  Примером функции, сохраняющей 1, является функция ˄.  3) "Монотонная" функция.  Это - такая логическая функция, которую можно выразить через ˄ и ˅. Монотонную функцию можно распознать по ее таблице истинности. Для этого нужно взять все пары строк в таблице, которые отличаются всего в одном столбце (не считая крайнего правого). Например: 0,0,0,0 и 0,0,0,1; 1,0,0,1 и 1,1,0,1. Пусть в одной строке в некотором столбце стоит "0", а в другой строке в этом же столбце стоит "1". Нельзя, чтобы в крайнем правом столбце, где записано значение функции было наоборот: "1", а потом "0". Если такая ситуация нигде не встречается, то функция монотонная, и ее можно выразить через ˅ и &. Пример монотонной функции: ˅.  4) "Линейная" функция.  Это - такая логическая функция, которую можно выразить через http://psi-logic.narod.ru/img/xor.gif, 0 и 1.  Чтобы узнать, линейна ли функция, надо выразить ее через полином Жегалкина и посмотреть, не встречается ли там операция &. Если нет, то функция линейна. Для функций от 1 и 2 переменных мы уже приводили формулы, выражающие их через &, http://psi-logic.narod.ru/img/xor.gif и константы.  5) Двойственные функции.  Логические функции f и g называются двойственными, если  Кратко это будем обозначать так: "f" \* "g". Двойственные функции легко обнаружить с помощью простого приема. Надо заменить в таблице истинности все "0" на "1", а все "1" на "0". Полученная таблица истинности и будет таблицей двойственной функции. Ниже приведен список двойственных функций для всех унарных и бинарных операций.  "0" \* "1" "x" \* "x" "~" \* "~" "&" \* "http://psi-logic.narod.ru/img/or.gif" "http://psi-logic.narod.ru/img/xor.gif" \* "http://psi-logic.narod.ru/img/eq.gif" "|" \* "http://psi-logic.narod.ru/img/pirs.gif" "<" \* "http://psi-logic.narod.ru/img/imp.gif" ">" \* "http://psi-logic.narod.ru/img/imp2.gif" | Билет №23   1. Дизъюнктивное разложение Шеннона.   Разложение Шеннона по переменной основано на том, что таблицу истинности для булевой функции от n бинарных переменных можно разбить на две части таким образом, чтобы в первой части оказались только те входные комбинации, в которых переменная всегда принимает значение 1, а во второй части остались только те входные комбинации, в которых переменная всегда принимает значение 0 (а её инвертированное значение всегда принимает значение 1). В результате становится справедливым следующее тождество, называемое разложением Шеннона:  Где является разлагаемой булевой функцией, и являются неинвертированным и инвертированным значением переменной, по которой производится разложение, а и являются соответственно положительным и отрицательным дополнением для функции по переменной .  Теорема: При и каждая функция может быть представлена в следующем виде:  Доказательство. Рассмотрим произвольный набор и подставим его в левую и правую части равенства из  утверждения. Получаем:  Рассмотрим набор , где для всех . Набор σ пробегает все наборы из множества , а набор β — какой-то набор из .  1. Если , то найдется такое, что . Значит,, откуда в этом случае    2. Если σ = β, то для всех , верно , а значит, . Поэтому в этом случае .  Следовательно,    Пример:  Применим дизъюнктивное разложение функции по переменной :    Получаем: | Билеты:  1) Определения графа. Виды графов. Способы задания.  2) Однородный и полный графы. Части графов. Операции над графами.  3\*) Изоморфизм графов. Маршруты и связность  4\*) Эйлеровы цепи и циклы. Гамильтоновы графы. Постановка задачи коммивояжера. Двудольные графы.  5) Метрика в графах. Диаметр, радиус, центр графа.  6\*) Планарные и пл-ие графы. Теорема Эйлера. Гомеоморфизм графов. Критерий Понтрягина-Куратовского. Планарные и плоские графы. Двойственные графы.  7\*) Деревья и лес. Остовное дерево. Алгоритм Краскала.  Фундаментальная система циклов. Цикломатическое число.  8\*) Разрезы и разрезающие множества. Кодирование деревьев методом Прюфера. Раскраска графа. Гипотеза четырех красок. Хроматическое число.  9) Ориентированные графы.  10\*) Покрытия и независимые множества в графах. Минимаксный алгоритм поиска минимального покрытия.  11\*) Алгебра логики. Определение. Формулы алгебры логики. Способы вычисления формул. Формулы алгебры логики. Отношения между формулами.  12\*) Формулы алгебры логики. Равносильные преобразования формул. Булева алгебра. Основные тождества и аксиомы.  13) Булева функция. Определение. Способы задания.  14\*) Дизъюнктивная нормальная форма булевой функции. Определение. Преобразование формул алгебры логики в ДНФ. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма булевой функции. Минтермы. Преобразование ДНФ к СДНФ.  15) Конъюнктивная нормальная форма булевой функции. Определение. Преобразование формул алгебры логики в КНФ.  16) Совершенная конъюнктивная нормальная форма. Макстермы. Преобразование КНФ в СКНФ.  17) Булев куб, подкуб, интервалы булева пространства. Расстояние между булевыми векторами.  18) Развертка булева куба на плоскость. Код Грея.  19) Карта Карно. Операции с булевыми функциями на картах.  20) Минимизация булевых функций на картах Карно.  21) Элементарные булевы функции о двух переменных.  22) Классы булевых функций. Двойственные, монотонные, линейные.  23) Дизъюнктивное разложение Шеннона.  24) Локальное упрощение булевых функций в классе ДНФ.  25) Минимизация булевых функций методом Квайна-МакКласски.  26) Минимизация булевых функций методом Блейка-Порецкого. |
| Билет №24   1. Локальное упрощение булевых функций в классе ДНФ.   Рассмотрим 3 основные операции, которые могут быть  использованы для локального упрощения ДНФ.  1) Поглощение.  Даны две элементарные конъюнкции и (во вторую  конъюнкцию входят все литералы первой). Тогда  Действительно:  Говорят, что поглощается эл. конъюнкцией .  2) Склеивание.  Даны две элементарные конъюнкции и, т.е. они различаются в точности по одному литералу (переменная в одном случае без отрицания, а в другом – с отрицанием). Тогда  Говорят, что и склеиваются по переменной x.  Кроме того эти элементарные конъюнкции являются соседними и они ортогональны по единственной переменной.  3) Удаление литерала.  Даны две элементарные конъюнкции и (одна из эл. конъюнкций состоит из одного литерала, в другую входит литерал противоположный первому, но от той же переменной). Тогда  Действительно: | Билет №25   1. Минимизация булевых функций методом Квайна-МакКласски.   Алгоритм:  1) Термы (конъюнктивные в случае СДНФ и дизъюнктивные в случае СКНФ), на которых определена функция алгебры логики (ФАЛ) записываются в виде их двоичных эквивалентов;  2) Эти эквиваленты разбиваются на группы, в каждую группу входят эквиваленты с равным количеством единиц (нулей);  3) Производится попарное сравнение эквивалентов (термов) в соседних группах, с целью формирования термов более низких рангов;  4) Составляется таблица, заголовком строк в которой являются исходные термы, а заголовком столбцов — термы низких рангов;  5) Расставляются метки, отражающие поглощение термов высших рангов (исходных термов) и далее минимизация производится по методу Куайна.  Пример: Пусть дана таблица    Можно легко записать СДНФ, просто просуммировав минтермы (не обращая внимание на не полностью определённые термы), где функция принимает значение 1.  Для оптимизации запишем минтермы, включая те, которые соответствуют равнодушным состояниям, в следующую таблицу:    Теперь можно начинать комбинировать между собой минтермы, то есть проводить операцию склеивания. Если два минтерма отличаются лишь символом, который стоит в одной и той же позиции в обоих, заменяем этот символ на «-», это означает, что данный символ для нас не имеет значения. Термы, не поддающиеся дальнейшему комбинированию, обозначаются «\*». При переходе к импликантам второго ранга, трактуем «-» как третье значение. Например: −110 и −100 или −11- могут быть скомбинированы, но не −110 и 011-. (Подсказка: Сначала сравнивай «-».)    Когда дальнейшее комбинирование уже невозможно, конструируем таблицу простых импликант. | Билет №26   1. Минимизация булевых функций методом Блейка-Порецкого.   Метод позволяет получать сокращенную ДНФ булевой функции f из ее произвольной ДНФ. Базируется на применении формулы обобщенного склеивания:  ,  справедливость которой легко доказать. Действительно,  .  Следовательно,  В основу метода положено следующее утверждение: если в произвольной ДНФ булевой функции f произвести все возможные oбобщенные склеивания, а затем выполнить все поглощения, то в результате получится сокращенная ДНФ функции f.  Пример:  Найти методом Блейка - Порецкого сокращенную ДНФ функции f. Проводим обобщенные склеивания. Легко видеть, что первый и второй элемент заданной ДНФ допускают обобщенное склеивание по переменной . В результате склеивания имеем:  .  Первый и третий элемент исходной ДНФ допускают обобщенное склеивание как по переменной , так и по . После склеивания по имеем:  После склеивания по имеем:  Второй и третий элемент ДНФ допускают обобщенное склеивание по переменной х2. После склеивания получаем:  .  Выполнив последнее обобщенное склеивание, приходим к ДНФ:  .  После выполнения поглощений получаем:  Попытки дальнейшего применения операции обобщенного склеивания и поглощения не дают результата. Следовательно, получена сокращенная ДНФ функции f. Далее задача поиска минимальной ДНФ решается с помощью импликантной матрицы точно так же, как в методе Квайна." |