

Facharbeit im Rahmen der Qualifikation für die Zulassung zur Abiturprüfung

Verfasser: Marc Brockmann

Thema: 1) Berechnung ballistischer Flugbahnen im
luffterfüllten Gravitationsfeld

2) Berechnung von Elektronenbahnen in
Magnetfeldern (magnetische Flasche)

Fach: Physik

Fachlehrer: Herr Wache

Abgegeben am: 03.09.1986

Aufbereitet am 09.09.2003 durch Dr.-Ing. Marc G. Brockmann

Inhaltsverzeichnis:

1. Berechnung ballistischer Flugbahnen im luftgefüllten Gravitationsfeld

1.1 Einleitung

1.2 Definition des bestimmten Integrals

1.3 Der Wurf im luftleeren Raum (Vakuum)

1.4 Näherungsweise Berechnung eines Integrals

1.5 Computerprogramm: Flugbahn im luftleeren Raum

1.6 Der Wurf im luftgefüllten Raum

1.7 Der Flug im homogenen Gravitationsfeld bei konstanter Luftdichte

1.8 Computerprogramm: Ballistische Flugbahn

2. Berechnung von Elektronenbahnen in Magnetfeldern

(magnetische Flasche)

2.1 Einleitung

2.2 Grundgleichungen

2.3 Bestimmung von Elektronenbahnen

2.4 Computerprogramm: Elektronen am Einzelpol

Anhang (Computerprogramme , Fotos etc.)

Literaturverzeichnis

1. Berechnung ballistischer Flugbahnen im luftgefüllten Gravitationsfeld

1.1 Einleitung

Definition des Begriffs "Ballistik" ¹⁾ :

Die Ballistik (griech. :ballein = werfen) bezeichnet die Schußlehre. Man unterscheidet unter innerer Ballistik, die der Treibsatzdynamik im Geschützlauf untersteht, und äußerer Ballistik, welche die Bewegung des Geschosses in der Luft und dessen Treffwirkung am Ziel ermittelt.

Diese Facharbeit soll lediglich das Thema der äußeren Ballistik ohne die Treffwirkung am Ziel behandeln. Zu Erleichterung der Beschreibung wird hiermit der Begriff "Raum" mit dem vom radialen Gravitationsfeld gleichgesetzt.

Zur Vorgehensweise: um den Sachverhalt bei einem Wurf im luftgefüllten Raum physikalisch zu erfassen, empfiehlt es sich zuerst Flugbahnen im luftleeren Raum zu analysieren, und dann die dabei gewonnene Arbeitsweise auf den schwierigeren Fall zu übertragen.

1.2 Definition des bestimmten Integrals

Im Weiteren wird von den physikalischen Gesetzen $a(t) = \dot{v}(t) = \ddot{s}(t)$ Gebrauch gemacht. Zum Verständnis der Facharbeit ist es jedoch nicht unbedingt erforderlich Kenntnisse in der Analysis zu besitzen. Die Gleichungen sind meist auch mit einfachen mathematischen Vorkenntnissen zu verstehen. Um die später erarbeiteten Differentialgleichungen, dies sind Gleichungen, welche die Beziehung zwischen einer Funktion f und ihrer Ableitungsfunktion f', f'' [$\dot{f}(t) := f'(t)$] usw. herstellen ²⁾, zu lösen, bedient man sich der Integralrechnung:

$$v(t) = \int a(t) \cdot dt + C \quad ; \quad s(t) = \int v(t) \cdot dt + C$$

Hierzu eine Definition des bestimmten Integrals ¹⁾:

$$\int_{t_1}^{t_2} f(t) \cdot dt := \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(t_i) \cdot \Delta t \quad \text{mit } n = \frac{t_2 - t_1}{\Delta t} \quad \text{bzw.} \quad \Delta t = \frac{t_2 - t_1}{n}$$

Das unbestimmte Integral unterscheidet sich vom Bestimmten dadurch, daß seine Grenzen nicht festgelegt sind, und zur ermittelten Lösungsfunktion eine zusätzliche Konstante C hinzuaddiert wird, welche die Anfangsbedingungen berücksichtigt.

Eine Integration über die Zeit bedeutet also konkret eine zeitliche Zerlegung eines physikalischen Ablaufs in gleich große und unendlich kleine Zeitabschnitte, innerhalb derer Kräfte konstant wirken, welche aber von Abschnitt zu Abschnitt verschieden groß sein können, und die anschließende Addition der, in diesen Teilstücken ermittelten Momentanwerte für Kraft, Beschleunigung, Geschwindigkeit oder zurückgelegtem Weg zum Endergebnis.

$$\text{Beispiel: } v(t_e) = \int_{t_a}^{t_e} a(t) \cdot dt = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n a(t_i) \cdot \Delta t$$

$$v(t_e) = a(t_a) \cdot \Delta t + a(t_a + \Delta t) \cdot \Delta t + a(t_a + 2 \cdot \Delta t) \cdot \Delta t + \dots + a(t_e) \cdot \Delta t$$

$$\text{Für } a(t) = -g \text{ gilt demnach: } v(t_e) = v(t_a) + -g \cdot \Delta t + \dots + -g \cdot \Delta t.$$

$$v(t_a) \text{ gibt hier die Anfangsgeschwindigkeit an. Durch Zusammenfassen der } n = \frac{t_e - t_a}{\Delta t}$$

$$\text{Abschnitte folgt: } v(t_e) = \frac{t_e - t_a}{\Delta t} \cdot (-g) \cdot \Delta t + v(t_a) = (t_e - t_a) \cdot (-g) + v(t_a).$$

Für Abläufe bei denen eine zeitlich konstante Kraft wirkt, lauten die Lösungsfunktionen der Integrale wie folgt:

$$v(t) = \int a \cdot dt = a \cdot t + C, \text{ mit } C = v(t=0) \text{ (wie auch das vorhergehende Beispiel beweist);}$$

$$s(t) = \frac{1}{2} \int v(t) \cdot dt = \frac{1}{2} v(t) \cdot t + C, \text{ für Höchstgeschwindigkeit } v(t);$$

$$s(t) = \int v(t) \cdot dt = v(t) \cdot t + C, \text{ für Durchschnittsgeschwindigkeit } v(t).$$

Auf diesen, in der alltäglichen Physik benutzten Zusammenhang, wird so oft wie möglich zurückgegriffen werden, um auch dem mathematisch Ungeübten diese Facharbeit verständlich zu machen.

1.3 Der Wurf im luftleeren Raum (Vakuum)

Während des Fluges eines Körpers in einem physikalischen Feld, wirken verschiedene Kräfte auf ihn ein. Im vorausgesetzten Fall eines radialen Gravitationsfeldes, ist dies allein die Gravitationskraft, deren Vektor stets zum Erdmittelpunkt ausgerichtet ist, und

Quellen: 1) im Mathematikunterricht erarbeitet

deren Betrag mit größerem Abstand zum Erdmittelpunkt sinkt. Sie läßt sich durch das

Newtonsche Gravitationsgesetz ¹⁾ $F = f \cdot m_e \cdot m \cdot \frac{1}{r^2}$, mit der Gravitationskonstante

$f = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{Kg/s}^2$, der Masse der Erde $m_e = 5,973 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$, der Entfernung r vom Erdmittelpunkt und der Masse m des betrachteten Körpers, bestimmen. Nach ihr

berechnet sich die Erdbeschleunigung nach $a = \frac{F}{m}$ zu $g = \frac{F}{m} = f \cdot \frac{m_e}{r^2}$. Bei geringen

Höhenunterschieden ($\approx 3\text{km}$) verändert sich der Wert von g kaum und kann deshalb bei bestimmten Rechnungen als konstant angesehen werden, ohne daß eine große

Ungenauigkeit entsteht ($g=9,81\text{m/s}^2$ in Frankfurt ²⁾). Alle am Körper angreifenden

Vektoren werden nun in zwei Komponenten zerlegt, von denen die eine parallel zu den Feldlinien des Erdfeldes liegt und entsprechend $F_y(t)$, $a_y(t)$, $v_y(t)$ oder $s_y(t)$ heißen

soll, und die andere senkrecht auf der ersten steht und damit die Horizontalkomponente $F_x(t)$, $a_x(t)$, $v_x(t)$ oder $s_x(t)$ darstellt.

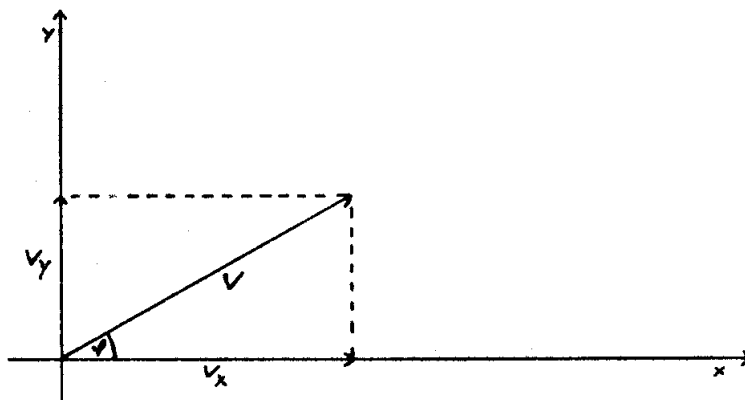


Abb.1

Die Zerlegung in Komponenten ist am Beispiel der Geschwindigkeit in Abb.1

durchgeführt, die zugleich auch die Anfangssituation für den Wurf wiedergibt. Nach

diesem Ausgangsschema ergeben sich die Beträge der Geschwindigkeitskomponenten

zum Zeitpunkt des Abstoßes zu: $v_x(t=0) = v_{x0} = \cos(\varphi) \cdot v(t=0)$;

$v_y(t=0) = v_{y0} = \sin(\varphi) \cdot v(t=0)$.

a) Betrachtung des Fluges in x-Richtung bei $g=\text{const}$

Da auf den Körper in x-Richtung während des Fluges keine Kraft wirkt, bleibt der Betrag der v_x - Komponente zeitlich konstant. Es gilt:

$$a_x(t) = \frac{F_x(t)}{m} = 0 \Rightarrow v_x(t) = \int 0 \cdot dt = 0 \cdot t + C$$

Da für $t=0$ gelten muß: $v_x(t=0) = v_{x0}$, folgt daraus: $C = v_{x0}$ und $v_x(t) = v_{x0}$.

Für $s_x(t) = \int v_x(t) \cdot dt = v_x(t) \cdot t + C$ gilt demnach: $s_x(t) = v_{x0} \cdot t + C$. Durch die

Anfangsbedingung $s_x(t=0) = 0 = v_{x0} \cdot 0 + C = C$ erhält man: $C=0$ und $s_x(t) = v_{x0} \cdot t$.

b) Betrachtung des Fluges in y-Richtung bei $g=\text{const}$

Die einleitend schon besprochene Gravitationskraft wirkt ausschließlich in y-Richtung und erzeugt die zunächst bremsende Fallbeschleunigung g . Es gilt:

$$a_y(t) = -g \Rightarrow v_y(t) = \int -g \cdot dt = -g \cdot t + C.$$

Da für $t=0$ gelten muß: $v_y(t=0) = -g \cdot 0 + C = v_{y0}$, folgt daraus: $C = v_{y0}$ und

$$\underline{v_y(t) = -g \cdot t + v_{y0}}.$$

Somit läßt sich $s_y(t)$ zu $s_y(t) = \int v_y(t) \cdot dt = \int (-g \cdot t + v_{y0}) \cdot dt = v_{y0} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + C$

bestimmen. Zum Zeitpunkt $t=0$ ist $s_y(t=0) = v_{y0} \cdot 0 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot 0^2 + C = 0$; damit gilt: $C=0$ und

$$s_y(t) = v_{y0} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2. \text{ Die Zusammenfassung der eben ermittelten Weg-Zeit-}$$

Funktionen in einem Koordinatensystem zeigt eine Parabel.

1.4 Näherungsweise Berechnung eines Integrals

Wie einleitend schon erklärt, läßt sich ein bestimmtes Integral in der Form

$$\int_{t_1}^{t_2} f(t) \cdot dt := \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(t_i) \cdot \Delta t \text{ darstellen. Dieses läßt sich näherungsweise berechnen,}$$

indem der Fall $\Delta t \rightarrow 0$ ersetzt wird durch $\Delta t = z$ mit $z \in \mathbb{R}$ und $z \approx 0$:

$$\int_{t_1}^{t_2} f(t) \cdot dt \approx \sum_{i=1}^n f(t_i) \cdot z. \text{ Dies bedeutet für die Untersuchung eine zeitliche Zerlegung des}$$

Flugablaufes in gleich große, möglichst kleine Zeitabschnitte, innerhalb derer, für diesen Abschnitt spezielle, Kräfte konstant wirken sollen, und eine anschließende Addition der Teilergebnisse zum jeweiligen Endwert. Folgender Teil eines Pascal-Computerprogrammes führt diese Addition von Momentanwerten für das Beispiel

$$v(t) = \int -g \cdot dt = (-g \cdot \Delta t) + (-g \cdot \Delta t) + \dots \text{ zur Verdeutlichung durch:}$$

```

z:=.005;      | Zeitsprung z~o
i:=0;         | Zählvariable i auf 0 setzen
vyt:=0;       | Anfangsgeschwindigkeit  $v_y(t=0)=0$ 
repeat
vyz:=-g*z;    | Endgeschwindigkeit nach z=0,005sec:  $v_y(z,i)$ 
vyt:=vyt+vyz; |  $v_y(t=i+z)=v_y(t=i)+v_y(z,i+z)$ 
i:=i+z;       | Zählvariable i um z erhöhen
until i=t/z;   | Wiederholung bis i=t/z
writeln (vyt); | Ausgabe des Ergebnisses

```

Der Computer läßt sich somit zur näherungsweisen Lösung eines Integrals einsetzen, indem Momentanwerte während eines Vorganges addiert werden. Durch Darstellung jedes einzelnen Momentanwertes in einem Diagramm erhält man dann den Graphen der Integralfunktion.

1.5 Computerprogramm: Flugbahn im luftleeren Raum

Auf Grund der zuvor gewonnenen Erkenntnisse, ist es nun möglich ein Computerprogramm zur Darstellung einer Flugbahn im luftleeren Raum bei konstanter Fallbeschleunigung g und Abwurf vom Boden zu erstellen. Information: bitte die geklammerten Programnteile vorerst nicht beachten; Programmausdruck: siehe Anhang.

Das soeben betrachtete Demonstrationsprogramm besitzt jedoch noch einige Unzulänglichkeiten, was die grafische Umsetzung der Rechenergebnisse auf den Bildschirm betrifft. So ist es zum Beispiel möglich, daß die Flugbahn so klein dargestellt wird, daß man ihren genauen Verlauf nicht mehr erkennen kann, oder die ermittelten Werte sind so groß, daß sie über das Bildschirmmaß hinausgehen. Um dieses Problem zu lösen, muß ein auf das Koordinatenfeld der Computergrafik abgestimmter Zeichenmaßstab gefunden werden. Dieser läßt sich optimal bestimmen, wenn die maximale Flughöhe und -weite im vorhinein bekannt sind. Dies bedeutet konkret, bereits den Wert des Integrals zu kennen, welches näherungsweise erst noch vom Computer bestimmt werden soll. Durch 1.3 wird dabei eine wichtige Hilfe gegeben, da dort die Lösungsfunktionen der Integrale ermittelt wurden.

a) Ermittlung der maximalen Flughöhe :

Seine größte Flughöhe erreicht der Körper genau dann, wenn er sich an dem Punkt befindet, an dem er von einer Aufwärtsbewegung in eine Abwärtsbewegung übergeht. Dort besitzt er zum Zeitpunkt T_h die Geschwindigkeit $v_y(T_h) = 0$, für die allgemein gilt:

$$v_y(t) = v_{y0} - g \cdot t \quad (\text{s.o.}). \text{ Im speziellen Fall gilt also: } v_y(T_h) = v_{y0} - g \cdot T_h = 0 \Rightarrow T_h = \frac{v_{y0}}{g}.$$

Hier gibt T_h die Zeit an, nach der die maximale Höhe erreicht wurde; sie selbst berechnet

$$\text{sich dann zu: } \underline{s_y(T_h) = v_{y0} \cdot T_h - \frac{1}{2} \cdot g \cdot T_h^2 = \frac{v_{y0}^2}{2 \cdot g}}$$

b) Ermittlung der maximalen Wurfweite

Die maximale Wurfweite ist dann erreicht, wenn der Körper wieder den Boden berührt, wenn also gilt: $s_y(T_w) = 0 = v_{y0} \cdot T_w - \frac{1}{2} \cdot g \cdot T_w^2 \Rightarrow T_w = 2 \cdot \frac{v_{y0}}{g}$ oder $T_w = 0$. Der letztere

Fall liegt beim Abschuß vor und ist für weitere Berechnungen unwichtig. Die größte Weite

$$\text{beträgt folglich: } \underline{s_x(T_w) = v_{x0} \cdot T_w = \frac{2 \cdot v_{x0} \cdot v_{y0}}{g}}.$$

Die Flugbahn wird genau dann optimal dargestellt, wenn ein Zeichenfaktor errechnet wird, der die eine maximale Weggröße am Bildschirmrand ausgibt, wobei die andere innerhalb des Bildschirmbereichs liegt. Verantwortlich dafür sind die geklammerten Programmteile. Damit ist das Programm für die oben genannten Bedingungen optimiert und vollständig.

1.6 Der Wurf im luftgefüllten Raum

Beim Flug eines Körpers in einem luftgefüllten radialen Gravitationsfeld wirkt nun, außer der Gravitationskraft, auch noch die Luftwiderstandskraft, welche der aktuellen Flugrichtung immer entgegen gerichtet ist, auf ihn ein. Diese ist in der Formel

$$F = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot A \cdot \rho \cdot v^2 \quad ^1) \text{ erfaßt, die hier näher erklärt werden soll: } c_w : \text{ eine}$$

Konstante, die von der Form des Körpers abhängt und keine Einheit trägt (0,45:Kugelform, 1,35:Halbkugel. ..¹⁾); A: Angriffsfläche, die der Körper dem Luftstrom entgegenrichtet; v: Geschwindigkeitsdifferenz zwischen dem bewegten Gegenstand und der umströmenden Luft ($v_{\text{Körp}} - v_{\text{W}}$ mit $v_{\text{W}} < 0$ bei Gegenwind und $v_{\text{W}} > 0$ bei Rückenwind); ρ : Luftdichte. Die Luftdichte wiederum ist durch die Formel $\rho = \rho_0 \cdot e^{-m_L \cdot g / T / R \cdot \Delta r}$ ²⁾, mit ρ_0 : Luftdichte bei einem bestimmten Höhengniveau; e: Eulersche Zahl (2,72); m_L : molare Masse der Luft (28,966 g/mol); T: Temperatur, die in allen Höhen konstant sei (in Kelvin); R: Gaskonstante (8,314 J/(mol·grd)); Δr : Entfernung vom Ausgangsniveau, bestimmt.

Die jetzige Vorgehensweise ähnelt der unter 1.3. mit dem Unterschied, daß nun noch eine zusätzliche Kraft zu berücksichtigen ist, nämlich die soeben erläuterte Luftwiderstandskraft. Zur Vereinfachung der Rechnung soll hiermit eine horizontale Windrichtung festgelegt werden. Auch hier wird die Methode der Zerlegung des Geschwindigkeitsvektors in zwei Komponenten durchgeführt: $v_x(t) = \cos(\varphi) \cdot v(t)$; $v_y(t) = \sin(\varphi) \cdot v(t)$.

a) Betrachtung des Fluges in x-Richtung

Da sich der Körper zum Zeitpunkt des Abstoßes in x- Richtung mit der Anfangsgeschwindigkeit v_{x0} bewegt, wirkt auf ihn die je nach Wind, bremsende oder beschleunigende Luftwiderstandskraft. Es gilt:

$$a_x(t) = \frac{F_x(t)}{m} = -\frac{1}{2} \cdot c_w \cdot A \cdot \rho_0 \cdot e^{-(m_L \cdot f \cdot m_e / (s_y(t)+r_e)^2 \cdot s_y(t) / T / R)} \cdot \frac{(v_x(t) - v_w)^2}{m}, \text{ mit Erdradius } r_e.$$

Zur besseren Übersicht werden hier alle von der Zeit unabhängigen Variablen zu zwei Konstanten zusammengefaßt, die nur von den Anfangsbedingungen abhängig sind:

$$k_1 = -\frac{1}{2} \cdot c_w \cdot A \cdot \rho_0 \text{ und } k_2 = e^{-(m_L \cdot f \cdot m_e / T / R)}.$$

$v_x(t)$ und $s_x(t)$ berechnen sich nun wie folgt:

$$v_x(t) = \int a_x(t) \cdot dt = \int k_1 \cdot k_2^{s_y(t)/(s_y(t)+r_e)^2} \cdot \frac{(v_x(t) - v_w)^2}{m} \cdot dt$$

$$v_x(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n k_1 \cdot k_2^{s_y(t)/(s_y(t)+r_e)^2} \cdot \frac{(v_x(t) - v_w)^2}{m} \cdot \Delta t$$

$$s_x(t) = \int v_x(t) \cdot dt = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n v_x(t) \cdot \Delta t.$$

Bei genauer Betrachtung fällt auf, daß zur Berechnung eines Momentanwertes

nicht nur der Vorgängerwert, sondern auch die $s_y(t)$ -Komponente benötigt wird.

b) Betrachtung des Fluges in y-Richtung

In y-Richtung greifen jetzt zwei Kräfte während des Fluges am Körper an. Zum einen die Gravitationskraft, zum anderen die Luftwiderstandskraft, welche immer entgegen der aktuellen Flugrichtung wirkt, wenn kein Wind vorhanden ist. Es gilt:

$$a_y(t) = \frac{F_y(t)}{m}$$

$$a_y(t) = \text{sign}(v_y(t)) \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) \cdot c_w \cdot A \cdot \rho_0 \cdot e^{-\left(m_L \cdot f \cdot m_e / (s_y(t) + r_e)^2 \cdot s_y(t) / T / R \right)} \cdot v_y(t)^2 / m - f \cdot m_e / (s_y(t) + r_e)^2 \cdot$$

Die Funktion $\text{sign}(x)$ gibt durch Ausgabe des Wertes 1 für $x > 0$, 0 für $x = 0$ und -1 für $x < 0$ im speziellen Fall die Flugrichtung des Körpers an (1: nach oben; -1: nach unten). Dadurch wird in der Formel die Wirkrichtung der Luftwiderstandskraft berücksichtigt. Wie bei a) werden auch im weiteren die Konstanten k_1 und k_2 verwendet. Außerdem:

$k_3 = f \cdot m_e$. Berechnung von $v_y(t)$ und $s_y(t)$:

$$v_y(t) = \int a_y(t) \cdot dt = \int \left(\text{sign}(v_y(t)) \cdot k_1 \cdot k_2 \left(s_y(t) / (s_y(t) + r_e)^2 \right) \cdot v_y(t)^2 / m - k_3 / (s_y(t) + r_e)^2 \right) \cdot dt$$

$$v_y(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left(\text{sign}(v_y(t)) \cdot k_1 \cdot k_2 \left(s_y(t) / (s_y(t) + r_e)^2 \right) \cdot v_y(t)^2 / m - k_3 / (s_y(t) + r_e)^2 \right) \cdot \Delta t$$

$$s_y(t) = \int v_y(t) \cdot dt = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n v_y(t) \cdot \Delta t.$$

Auch bei diesen Formeln wird eine Abhängigkeit untereinander sichtbar ($s_y(t)$). Die Umsetzung der Formel in ein Computerprogramm bereitet nach den vorhergehenden Beispielen unter 1.5. kein Problem. Vielmehr ist der Programmierer nun wieder vor die Aufgabe gestellt, einen optimalen Zeichenmaßstab zu finden. Die dafür benötigten Lösungsfunktionen der eben erarbeiteten Differentialgleichungen sind jedoch äußerst schwer zu erstellen. Darum soll hier der Fall eines homogenen Gravitationsfeldes, einer einheitlichen Luftdichte und Windstille zur groben Einschätzung der Flugdaten benutzt werden. Bei geringen Wurfhöhen und schwachem Wind ist im übrigen eine Abweichung so gering, daß es sich anbietet auch bei der späteren Berechnung von Momentanwerten diese Ausgangsbedingungen fest zu setzen, um kostbare Rechenzeit zu sparen.

1.7 Der Flug im homogenen Gravitationsfeld bei konstanter Luftdichte

a) Betrachtung des Fluges in x-Richtung

Es gilt: $a_x(t) = \frac{F_x(t)}{m} = -\frac{1}{2} \cdot c_w \cdot A \cdot \rho \cdot v_x(t)^2 / m = k_1 \cdot v_x(t)^2 / m$.

Für $v_x(t)$ und $s_x(t)$ folgt daraus:

$$v_x(t) = \int a_x(t) \cdot dt = \int k_1 \cdot \frac{v_x(t)^2}{m} \cdot dt$$

$$v_x(t) = 1 / ((-k_1/m) \cdot t + 1/v_{x0})$$

(Bestimmung der Gleichung durch das Verfahren der partiellen Integration)

$$s_x(t) = \int v_x(t) \cdot dt = \int 1 / ((-k_1/m) \cdot t + 1/v_{x0}) \cdot dt$$

$$s_x(t) = -m/k_1 \cdot \ln(-t \cdot v_{x0} \cdot k_1/m + 1)$$

b) Betrachtung des Fluges in y-Richtung

Hier gilt nun: $a_y(t) = \frac{F_y(t)}{m} = \text{sign}(v_y(t)) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot c_w \cdot A \cdot \rho \cdot v_y(t)^2 / m - g$

$v_y(t)$ und $s_y(t)$ berechnen sich dann zu:

$$v_y(t) = \int a_y(t) \cdot dt = \int (\text{sign}(v_y(t)) \cdot k_1 \cdot v_y(t)^2 / m - g) \cdot dt$$

$$v_y(t) = \frac{v_{y0} \cdot \sqrt{-k_1/m \cdot g} - g \cdot \tan(\sqrt{-k_1/m \cdot g} \cdot t)}{\sqrt{-k_1/m \cdot g} - k_1/m \cdot v_{y0} \cdot \tan(\sqrt{-k_1/m \cdot g} \cdot t)} \quad \text{für } v_y(t) > 0 \quad 1)$$

Da im Rahmen der Facharbeit eine Lösungsfunktion für $s_y(t) = \int v_y(t) \cdot dt$ nicht erarbeitet werden konnte, kann ein Zeichenfaktor mit den zur Verfügung stehenden Gleichungen leider nicht exakt bestimmt werden. Der Programmaufbau gestattet es jedoch dem Benutzer, selbst einen Maßstab festzulegen. Dieser kann bei Bedarf nach mehreren Probedurchläufen optimal festgesetzt werden.

Nachtrag vom 09.09.2003:

Die gesuchte Formel konnte im Frühjahr 1988 ermittelt werden. Sie lautet

$$s_y(t) = -\frac{m}{k_1} \cdot \ln \left| \sqrt{-\frac{k_1}{m \cdot g}} \cdot v_{y0} \cdot \sin \left(\sqrt{-\frac{k_1}{m} \cdot g} \cdot t \right) + \cos \left(\sqrt{-\frac{k_1}{m} \cdot g} \cdot t \right) \right|$$

1.8 Computerprogramm: Ballistische Flugbahn

Programmausdruck : siehe Anhang.

Quellen: 1) Kamke S.296, I*23

2. Berechnung von Elektronenbahnen in Magnetfeldern (magnetische Flasche)

2.1 Einleitung

Der zweite Teil der Facharbeit behandelt ein Thema der Elektrizitätslehre, zu der auch der Magnetismus gehört, da er durch elektrische Ströme erzeugt wird.

In der Ausgangssituation der Untersuchung fliegt ein einzelnes Elektron mit einer konstanten Geschwindigkeit in den Wirkungsbereich eines radialen Magnetfeldes, bzw. es befindet sich schon dort. Ziel der nun folgenden Betrachtung ist es, den weiteren Weg des Elektrons aufzuzeichnen, der nach Versuchsergebnissen in spiralenähnlichen Bahnen verläuft.

2.2 Grundgleichungen

Um zu verstehen, was im einzelnen bei den, nach der Ausgangssituation eintretenden, Abläufen vorgeht, ist es nötig einige wenige Grundgleichungen des Elektromagnetismus zu erarbeiten, auf die dann später zurückgegriffen wird.

a) Durch Experimente entdeckt :

Ein senkrecht auf einem magnetischen Feld der Flußdichte B stehender Leiter der Länge s , der vom Strom I durchflossen wird, erfährt eine Kraft F , deren Richtung nach der Dreifingerregel der rechten Hand ermittelt wird, und deren Betrag sich zu $F = B \cdot I \cdot s$ ¹⁾ ergibt.

b) Umformung:

Mit Ersetzen der Variablen I durch den Quotienten Q/t ergibt sich aus a) : $F = B \cdot Q/t \cdot s$, da: $I = Q/t$. Für die Kraft die auf ein einzelnes Elektron wirkt, gilt demnach: $F = B \cdot e/t \cdot s$.

Der für I eingesetzte Teil e/t wird zum weiteren Verständnis veranschaulicht: er besagt, daß ein Elektron, welches sich auf einem Leiterring mit dem Kreisumfang s mit der

Geschwindigkeit v bewegt, alle $t = \frac{s}{v} = x$ sec einen festen Meßpunkt passiert. Da t also

auch durch s/v ausgedrückt werden darf, gilt für den Fall, daß Meßstrecke und Leiter

gleich lang sind: $F = B \cdot \frac{e}{s/v} \cdot s = B \cdot e \cdot v$. Diese Grundformel, ist das Kernstück der

weiteren Untersuchung ²⁾.

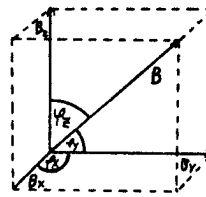
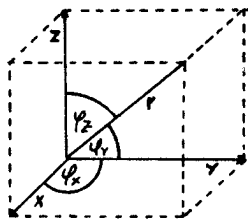
c) Intensität eines Magnetfeldes :

Die Intensität eines Magnetfeldes im Abstand r vom Magnetkern berechnet sich zu

$B = \frac{C}{r^2}$, wobei C eine von der Art und Größe des Magneten abhängige Konstante ist und Magnetfeldfaktor genannt wird ¹⁾.

2.3 Bestimmung von Elektronenbahnen

Zurück zum Ausgangszustand. Bei der Beobachtung des jetzt eintretenden Vorgangs, der alle drei Dimensionen beansprucht, empfiehlt es sich ein dreidimensionales Koordinatensystem einzuführen, dessen Ursprung zugleich im Mittelpunkt des radialen Magnetfeldes liegt.



In den Abbildungen wird eine Zerlegung der Vektoren in ihre Komponenten gezeigt. Dabei ist darauf aufmerksam zu machen, daß die dort vorkommenden Winkel vom Betrag des zerlegten Vektors unabhängig sind. Es gilt: $B_x = B \cdot \cos \varphi_x$; $B_y = B \cdot \cos \varphi_y$;

$B_z = B \cdot \cos \varphi_z$ und:

$$\cos \varphi_x = \frac{x}{r}; \cos \varphi_y = \frac{y}{r}; \cos \varphi_z = \frac{z}{r}.$$

Durch Verknüpfung dieser Teile folgt:

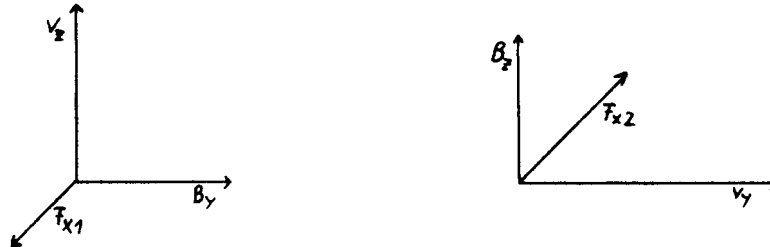
$$B_x = B \cdot \frac{x}{r}; B_y = B \cdot \frac{y}{r}; B_z = B \cdot \frac{z}{r}.$$

$$\text{Nach 2.2 c) entspricht dies: } B_x = C \cdot \frac{x}{r^3}; B_y = C \cdot \frac{y}{r^3}; B_z = C \cdot \frac{z}{r^3}.$$

Unter Berücksichtigung der Tatsache, daß für $F = B \cdot e \cdot v$ der Geschwindigkeitsvektor und der Vektor der magnetischen Flußdichte immer senkrecht aufeinander stehen, gibt es für die Berechnung der Kraft entlang der Basisvektoren immer zwei Teilkräfte.

Quellen: 1) Bader/Sexl, S.114

Beispiel für F_x : F_x steht nach der Dreifingerregel senkrecht zu der Ebene, die von den ebenfalls senkrecht aufeinanderstehenden Vektoren für Geschwindigkeit und magnetische Flußdichte aufgespannt wird. Da es in dieser Ebene aber zwei Vektorpaare, nämlich zum einen v_y und B_z und zum anderen B_y und v_z gibt, sind folglich auch zwei entgegengerichtete Teilkräfte wirksam, die sich zur Gesamtkraft F_x addieren.



$F_x = F_{x1} - F_{x2} = (e \cdot v_z \cdot B_y) - (e \cdot v_y \cdot B_z)$. Entsprechend berechnen sich F_y und F_z zu $F_y = (e \cdot v_x \cdot B_z) - (e \cdot v_z \cdot B_x)$ und $F_z = (e \cdot v_y \cdot B_x) - (e \cdot v_x \cdot B_y)$.

Nach der Newtonschen Gleichung $F(t) = m \cdot a(t)$ folgt daraus für die Beschleunigungskomponenten:

$$a_x(t) = F_x(t)/m = [e \cdot v_z(t) \cdot B_y(t) - e \cdot v_y(t) \cdot B_z(t)]/m = \frac{e}{m} \cdot [v_z(t) \cdot B_y(t) - v_y(t) \cdot B_z(t)]$$

$$a_y(t) = F_y(t)/m = [e \cdot v_x(t) \cdot B_z(t) - e \cdot v_z(t) \cdot B_x(t)]/m = \frac{e}{m} \cdot [v_x(t) \cdot B_z(t) - v_z(t) \cdot B_x(t)]$$

$$a_z(t) = F_z(t)/m = [e \cdot v_y(t) \cdot B_x(t) - e \cdot v_x(t) \cdot B_y(t)]/m = \frac{e}{m} \cdot [v_y(t) \cdot B_x(t) - v_x(t) \cdot B_y(t)]$$

Nach $v(t) = \int a(t) \cdot dt$ lassen sich die Geschwindigkeitskomponenten am Beispiel $v_x(t)$ wie folgt bestimmen:

$$v_x(t) = \int a_x(t) \cdot dt = \int F_x(t)/m \cdot dt = \int e/m \cdot [v_z(t) \cdot B_y(t) - v_y(t) \cdot B_z(t)] \cdot dt$$

$$v_x(t) = e/m \cdot \int [v_z(t) \cdot B_y(t) - v_y(t) \cdot B_z(t)] \cdot dt = e/m \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n [v_z(t) \cdot B_y(t) - v_y(t) \cdot B_z(t)] \cdot \Delta t$$

Nur durch das Einbeziehen der anderen zwei Geschwindigkeitskomponenten, die sich genauso bestimmen lassen, und der jeweiligen drei Entfernungskomponenten, da

$B_x(t) = C \cdot \frac{x}{r^3}$, ist die oben genannte Gleichung zu errechnen. Für $s_x(t)$ gilt allgemein:

$$s_x(t) = \int v_x(t) \cdot dt$$

$$s_x(t) = \frac{e}{m} \int [v_z(t) \cdot B_y(t) - v_y(t) \cdot B_z(t)] \cdot dt^2$$

$$s_x(t) = \frac{e}{m} \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n [v_z(t) \cdot B_y(t) - v_y(t) \cdot B_z(t)] \cdot \Delta t^2$$

Die vorherige Berechnung zweier Komponenten, um eine dritte zu bestimmen, lässt sich in einem Computerprogramm gut realisieren. Lediglich die Darstellung der Ergebnisse bringt Schwierigkeiten mit sich. Die Ausgabe auf der zweidimensionalen Bildschirmfläche erfolgt in zwei getrennten Koordinatenfeldern. Da zum Beginn der Rechnung die Maximalwerte für $s_x(t)$, $s_y(t)$ und $s_z(t)$ noch nicht bekannt sind, ist es unter Umständen nötig aus mehreren Probedurchläufen einen guten Zeichenmaßstab zu ermitteln. Im Computerprogramm unter 2.4 wurde außerdem das doppelte Halbschrittverfahren ¹⁾ angewendet. Bei dieser Näherungsmethode zur Integralberechnung wird für jeden Zeitschritt Δt die dazugehörige Durchschnittsbeschleunigung errechnet, während bei anderen Näherungsverfahren eine konstante Beschleunigung für einen ganzen Zeitschritt angenommen wird, die im vorhergehenden ermittelt wurde. Dies führt letztlich zu einer höheren Genauigkeit der Rechenwerte.

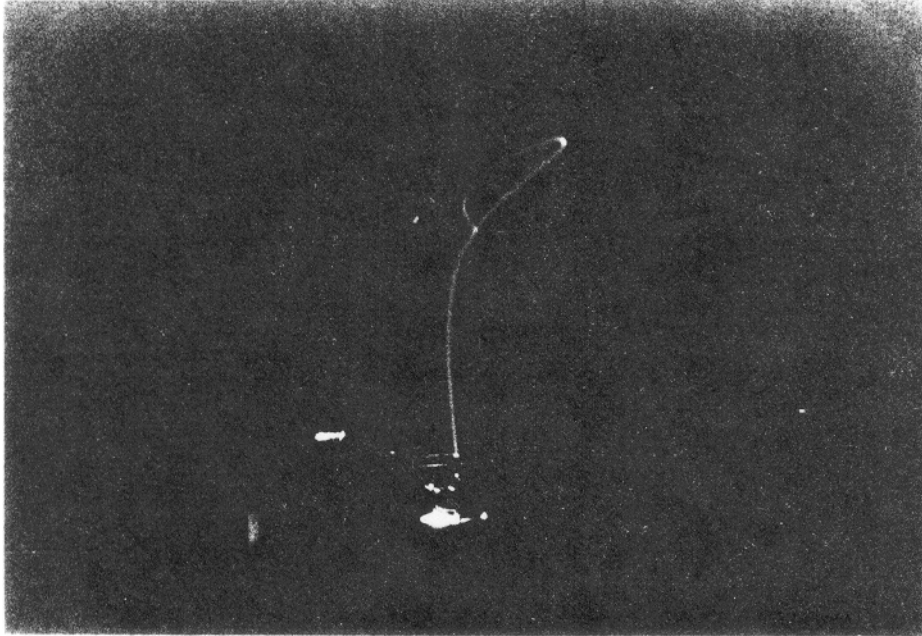
Auch im Magnetfeld der Erde winden sich Elektronen in Elektronenbahnen. Sie stammen von der Sonne oder aus dem Weltall. Ihre Bahnen führen sie von Pol zu Pol, wo sie jeweils eine starke Richtungsveränderung erfahren. Sie sind so oft für Jahre im Erdmagnetfeld gefangen. Dieses wirkt als "magnetische Flasche" ²⁾.

2.4 Computerprogramm: Elektronen am Einzelpol

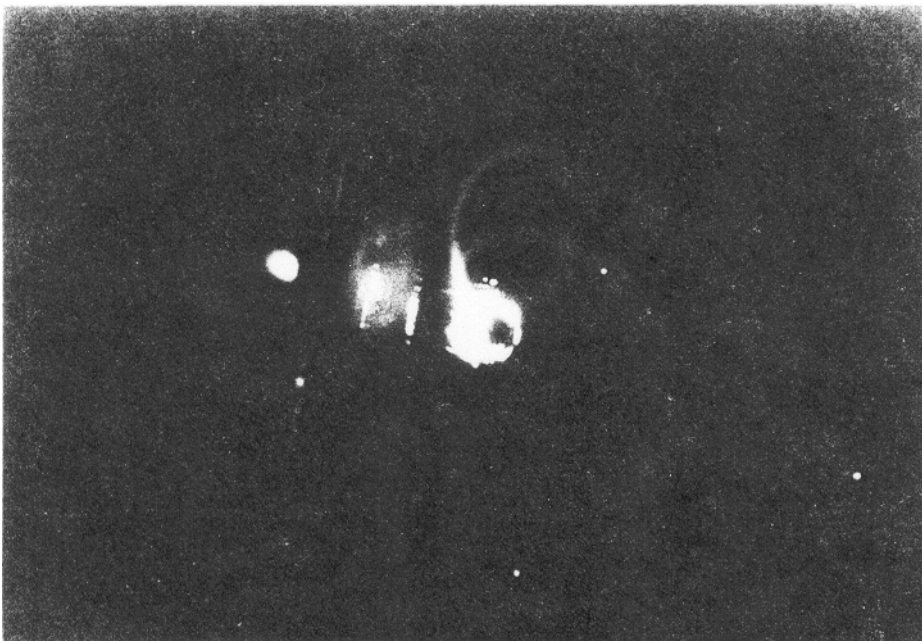
Programmausdruck: siehe Anhang.

Anhang

Fotos: Elektronen am Einzelpol



↑ Der Pol befindet sich oberhalb der Elektronenstrahlschleife



↑ Vom Pol aus gesehen


```

program fal (* Flugbahn im luftleeren Raum *);
uses turtlegraphics, transcend;
const g=9.81;
var z,vyt,vxt,vyz,vxz,syt,sxt,t,v,v0,wi,ti, symax,sxmax,zf1,zf2:real;
    zf,i,x,y:integer;
procedure eingabe;
begin
    page(output);
    writeln('Flugbahn im luftleeren Raum');writeln;
    writeln('Information: Nach beendeter Zeichnung weiter mit RETURN !');
    write('Abwurfgeschwindigkeit [m/s]:');readln(v0);
    write('Abwurfwinkel [Grad]:');readln(wi);
    write('Zeitsprung (z) [sec]:');readln(z);
end;
procedure nebenberech;
begin
    vxt:= cos (wi*3.14/180) * v0;
    vyt:= sin(wi*3.14/180)*v0;
end;

procedure skala;
begin
    symax:=sqr(vyt)/(2*g);
    sxmax:=2*vxt*vyt/g;
    zf1:=191/symax;
    zf2:=279/sxmax;
    if zf1<=zf2 then zf:=trunc(zf1) else zf:=trunc(zf2);
end;

procedure koordinsys;
begin
    initturtle;
    moveto(3,3);pencolor(white);moveto(3,184);wstring('x');pencolor(none);
    moveto(3,3);pencolor(white);moveto(272,3);wstring('y');
    for i:=1 to trunc( 191/zf) do
    begin
        pencolor(none);moveto(0,i*zf);pencolor(reverse);moveto(3,i*zf);
    end;
    for i:=1 to trunc(279/zf) do
    begin
        pencolor(none);moveto(i*zf,0);pencolor(reverse);moveto(i*zf,3);
    end;
    ti:=0;pencolor(none);moveto(3,3);pencolor(reverse);
end;

procedure rechzeich;
begin
    repeat
        ti:=ti+z;
        vyt:=vyt-g*z;
        vxt:=vxt;
        syt:=syt+vyt*z;
        sxt:=sxt+vxt*z;
        y:=round(syt*zf);
        x:=round(sxt*zf);
        moveto(x+3,y+3);pencolor(white);moveto(x+3,y+3);pencolor(none);
    until syt<0;
end;
begin
    sxt:=0;syt:=0;
    eingabe;
    nebenberech;
    skala;
    koordinsys;
    rechzeich;
    readln;
end.

```

```

program fa2 (* Ballistische Flugbahn *);
uses turtlegraphics, transcend;
const me=5.973E24; f=6.67E-11; m1=28.966E-3; R=8.314; g=9.81;
var t12,s12,temp,k1,k2,k3,vxt,vyt,sxt,syt,rd,wd,h,cw,m,ti,dt,wi,a,
ro0,v0,skal:real;x,y,zf,i:integer;text,stm:string;bst,ma:char;
function sgn(zx:real):real;
begin
  if zx<0 then sgn:=-1 else sgn:=1;
  if zx=0 then sgn:=0;
end;
procedure vorspann;
begin
  page(output);
  write('Computersimulation fa2: Flugbahnen im luftgefüllten Gravitationsfeld');
  writeln('tionsfeld');
  writeln;writeln;
  writeln('c1986 Marc Brockmann KAG Westerborg/Physik-Facharbeit');
  writeln;writeln;
  writeln('Warnung! Dieses Programm gestattet es nicht, bereits eingetippte');
  writeln('Eingaben zu löschen!');
  writeln('Nach beendeter Zeichnung RETURN drücken.');
```

weiter mit RETURN .');

```

  writeln('Weiter mit RETURN .');
  readln;
end;
procedure eingabe;
begin
  page(output);
  write('cw-Wert (.45): ');readln(cw);
  write('Masse des Körpers IKgI : ');readln(m);
  write('Angriffsfläche Im^3I: ');readln(a);
  write('Luftsdichte im Ausgangsniveau (1.25) IKg/m^3I :');readln(ro0);
  write('Temperatur IKelvinI :');readln(temp);
  write('Windgeschwindigkeit (wd<0:Gegenw., wd>0:Rückenw.) Im/sI :');
  readln(wd);
  write('Abwurfgeschwindigkeit Im/sI :'); readln(v0);
  write('Abwurfwinkel IGradI :');readln(wi);
  write('Abwurfhöhe vom Boden ImI :');readln(h);
  write('Erdradius im Ausgangsniveau (637E4) ImI :');readln(rd);
  write('Zeitsprung IsecI :');readln(dt);
  write('Wollen Sie den Zeichenfaktor selbst bestimmen ? (j/n):');
  readln(bst);
  if bst='j' then
    begin
      write('Zeichenfaktor (natürliche Zahl):');readln(zf);
    end;
  write('Momentanwertanzeige ? (j/n):');readln(ma);
end;
procedure constant;
begin
  k1:=-cw*a*ro0/2;
  k2:=-me*f*m1/temp/R;
  k3:=f*me;
end;
procedure vorbeleg;
begin
  sxt:=0;
  syt:=h;
  ti:=0;
end;
procedure kompzerleg;
begin
  vxt:=cos(wi*3.14/180)*v0;
  vyt:=sin(wi*3.14/180)*v0;
end;
procedure zeichenfaktor;
begin
  t12:=atan(vyt*sqrt(-k1*g/m)/g)/sqrt(-k1*g/m);
  s12:=2*m/(-k1)*ln(t12*vxt*(-k1)/m+1);
  zf:=trunc(275/s12);
end;

```

```

procedure skala;
begin
  initturtle;
  moveto(3,3); pencolor(reverse); moveto(3,191); pencolor(none);
  moveto(3,3); pencolor(reverse); moveto(279,3);
  for i:=1 to trunc(191/zf) do
  begin
    pencolor(none); moveto(0,i*zf); pencolor(reverse); moveto(3,i*zf);
  end;
  for i:=1 to trunc(279/zf) do
  begin
    pencolor(none); moveto(i*zf,0); pencolor(reverse); moveto(i*zf,3);
  end;
  pencolor(none);
  moveto(0,184); pencolor(white); wstring('y'); pencolor(none);
  moveto(272,0); pencolor(white); wstring('x'); pencolor(none);
  moveto(3,3);
end;
procedure berechnung;
begin
  vxt:=vxt+k1*exp(k2*syt/sqr(syt+rd))*sqr(vxt-wd)*sgn(vxt-wd)/m*dt;
  vyt:=vyt+(sgn(vyt)*k1*exp(k2*syt/sqr(syt+rd))*sqr(vyt)/m-k3/sqr(syt+rd))*dt;
  sxt:=sxt+vxt*dt;
  syt:=syt+vyt*dt;
  ti:=ti+dt;
end;
procedure darst(aa:string; bb:real);
var vk,nk:string;
begin
  str(trunc(bb), vk);
  str(trunc((bb-trunc(bb))*1000+1000), nk);
  delete(nk,1,1);
  text:=concat(aa,vk,'.',nk);
  pencolor(white);
  wstring(text);
  pencolor(none);
end;
procedure zeichne;
begin
  x:=round(sxt*zf);
  y:=round(syt*zf);
  moveto(3+x,3+y);
  pencolor(white);
  moveto(3+x,3+y);
  pencolor(none);
  if ma='j' then
  begin
    moveto(200,182);
    darst('t=',ti);
    moveto(200,174);
    darst('vxt=',vxt);
    moveto(200,166);
    darst('vyt=',vyt);
    moveto(200,158);
    darst('sxt=',sxt);
    moveto(200,150);
    darst('sy=',sy);
  end;
end;
begin
  vorspann;
  eingabe;
  vorbeleg;
  constant;
  kompzerleg;
  if bst='n' then zeichenfaktor;
  skala;
  repeat
    berechnung;
    zeichne;
  until syt<=0;
  readln;
end.

```

```

program fa3 (* Elektronen am Einzeipol *);
uses turtlgraphics,transcendent;
const s=1.76E11;
var a,ti,x0,y0,z0,v0,c,dt,zf,x,y,z,k,a1,av,R3,Bx,By,Bz,ax,ay,az,vx,vy,vz:real;
    wt:string;
function pot(yy,zz:real):real;
begin
    pot:=exp(zz*ln(yy));
end;
procedure vorspann;
begin
    page(output);
    writeln('Computersimulation fa3:Elektronen am Einzeipol');
    writeln;writeln;
    writeln('c1986 Marc Brockmann KAG Westerborg/Physikfacharbeit');
    writeln;writeln;
    writeln('Warnung! Dieses Programm gestattet es nicht, bereits eingetippte');
    writeln('Eingaben zu löschen');
    writeln('Nach beendeter Zeichnung RETURN drücken.');

```

```

    ay:=-Bz*(vx+ax*dt/4)-Bx*(vz+az*dt/4);
    az:=Bx*(vy+ay*dt/4)-By*(vx+ax*dt/4);
    vx:=vx+ax*dt/2;
    vy:=vy+ay*dt/2;
    vz:=vz+az*dt/2;
end;
procedure vergr;
begin
    dt:=dt*1.45;
    a1:=av;
    av:=av/2;
end;
procedure verkl;
begin
    dt:=dt/1.45;
    a1:=av;
    av:=av*2;
end;
procedure zeichne;
begin
    grafmode;
    moveto(round(69+zf*x),round(96+zf*y)); pencolor(white);
    moveto(round(69+zf*x),round(96+zf*y)); pencolor(none);
    moveto(round(119+zf*x),round(8+zf*z)); pencolor(white);
    moveto(round(119+zf*x),round(8+zf*z)); pencolor(none);
end;
procedure anzeige;
begin
    textmode;
    page(output);
    writeln('t=',ti);
    writeln('vx=',vx);
    writeln('vy=',vy);
    writeln('vz=',vz);
end;
begin
    vorspann;
    eingabe;
    vorbeleg;
    vergl;
    koordinfeld;
    repeat
        berech;
        ti:=ti+dt;
        x:=x+vx*dt;
        y:=y+vy*dt;
        z:=z+vz*dt;
        berech;
        a:=sqrt(ax*ax+ay*ay+az*az);
        if (a<av) then if (a<a1) then vergr;
        if a>av then if a>a1 then verkl;
        readln(wt);
        if wt<>' ' then anzeige;
    until z*zf>400;
end.

```

Literaturverzeichnis:

- dtv: dtv-Lexikon der Physik, 3. Auflage, Stuttgart 1969,
Band 6.
- Bader/Sexl: Computerprogramme zur Physik, Hannover 1983.
- Dorn/Bader: Physik Oberstufe Band E, Hannover 1976.
- Dorn/Bader: Physik Oberstufe Band MS, Hannover 1975.
- Kamke, E.: Differentialgleichungen/Lösungsmethoden und Lösungen I,
Stuttgart 1983.
- Lingen: Das neue Universal-Lexikon, neue, überarbeitete Ausgabe, Köln 1971,
Band I.

Ich versichere, daß ich diese Facharbeit selbständig angefertigt und alle verwendeten Quellen und Hilfsmittel zitiert und im Literaturverzeichnis aufgeführt habe.

Westerburg, den 29.08.1986

Marc Gerhard Brockmann

Die Facharbeit wurde von mir in elektronischer Form am 09.09.2003 aufbereitet.
Ergänzt wurde lediglich die Formel $s_y(t)$ für ballistische Flugbahnen, die ich im Frühjahr 1988 nachträglich ermittelt habe, und die ich besonders gekennzeichnet habe. Ansonsten ist die Originalform unbelassen.

Westerburg, den 09.09.2003

Dr. Marc Gerhard Brockmann

Notizen:

$$y' + ay^2 = b$$

$$y = \begin{cases} \eta + b(x - \xi) & \text{für } a=0 \\ \frac{\eta}{1 + a\eta(x - \xi)} \\ \frac{\eta \sqrt{ab'} + b \operatorname{tg} \sqrt{a \cdot b'} (x - \xi)}{\sqrt{ab'} + a\eta \operatorname{tg} \sqrt{a \cdot b'} (x - \xi)} & a \cdot b > 0 \\ \frac{\eta \sqrt{-ab'} + b \cdot \operatorname{tg} \sqrt{-ab'} (x - \xi)}{\sqrt{-ab'} + a\eta \operatorname{tg} \sqrt{-ab'} (x - \xi)} & a \cdot b < 0 \end{cases}$$

durch Punkt ξ, η gehende Kurve

$$s_y(t) = \frac{m}{k} \cdot \ln \left| \sqrt{\frac{k}{m \cdot g}} \cdot v_{y0} \cdot \sin \left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot g' \cdot t \right) + \cos \left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot g' \cdot t \right) \right|$$

für Steigphase

Konrad - Adenauer- Gymnasium
Westerburg

Westerburg, den 1.3.77

Merkblatt

Über die Anlage einer Facharbeit in der MSS

1. Definition

In einem der drei Leistungsfächer kann eine Facharbeit angefertigt werden. Die Facharbeit ist eine selbständige häusliche Arbeit eines Schülers aus dem Stoffgebiet eines Leistungsfachs, die unter Anleitung des Fachlehrers angefertigt wird. Es soll ein eng begrenztes Thema bearbeitet werden, das entweder der Lehrer anbietet oder der Schüler auswählt und der Lehrer genehmigt. Das Thema sollte in Verbindung zu dem Themenbereich der laufenden Kurse stehen.

In der Facharbeit soll der Schüler zeigen, daß er sich Kenntnisse in einem eng begrenzten wissenschaftlichen Gebiet selbst erarbeiten, vorliegende Aussagen diskutieren und eigene Aussagen experimentell oder argumentativ begründen kann. Es ist nicht das Ziel der Facharbeit, über den aktuellen Stand der Wissenschaft hinauszugelangen; es ist auch nicht unbedingt erforderlich, ihn zu erreichen. Eine vollständige Übersicht über die Literatur zum gewählten Thema kann nicht verlangt werden, jedoch muß eine Auswahl der für das Thema wichtigen Literatur, soweit sie für den Schüler erreichbar ist (z.B. in der Bibliothek oder durch Anschaffung, besonders von Taschenbüchern,) verwendet werden. Daher soll bei der Beurteilung nicht der Maßstab der wissenschaftlichen Forschung angelegt werden. Es muß aber verlangt werden, daß

- + Aussagen mit Tatsachen, Experimenten, Argumenten oder Quellen begründet werden,
- + ungesicherte Vermutungen und leichtfertige Verallgemeinerungen unterbleiben,
- + Argumente und Beweisführungen streng auf die zu beweisende Aussage bezogen werden,
- + gegensätzliche Argumentationen, z.B. auch aus der wiss. Literatur, sachlich richtig dargestellt und klar konfrontiert werden,
- + auf jede Weitschweifigkeit verzichtet wird.

2. Verfahren

1. Wertung

Will der Schüler eine möglichst hohe Punktzahl in der Gesamtqualifikation erreichen, so ist die Anfertigung einer Facharbeit notwendig. Sie wird von den Halbjahresleistungen getrennt bewertet. Sie wird zweifach gewertet, es sind also maximal 30 Punkte erreichbar. Bei der Qualifikation werden diese Punkte im Bereich der Leistungsfächer angerechnet.

2. Zeitplanung

Die Facharbeit ist in der 12. Jahrgangsstufe anzufertigen. Schüler, die vorzeitig die Abiturprüfung ablegen wollen, fertigen die Facharbeit in 12/1. Die Zeit von der offiziellen Ausgabe des Themas bis zum Abgabetermin beträgt 12 Wochen. Die Abgabe der Facharbeit erfolgt bis spätestens 4 Wochen vor Ende des Kurses 12/2. Eine Verlängerung der Arbeitszeit ist nur wegen längerer Krankheit oder bei einer Beurlaubung des Schülers möglich.

Während der Zeit der Anfertigung sollen folgende Fragen mit dem Fachlehrer abgestimmt werden: Formulierung des Themas; Auswahl von Stoff, Quellen, Literatur, Experimenten; Problembearbeitung. Von jedem Fachlehrer können nur bis zu 2 Arbeiten angenommen werden. Auch aus diesem Grund ist eine frühzeitige Absprache mit dem gewünschten Fachlehrer zu empfehlen.

3. Registrierung

Am Tage der endgültigen Genehmigung des Themas werden auf einem Formular, das im Sekretariat erhältlich ist, folgende Angaben eingetragen:

Name des Schülers, Fach, Fachlehrer, Thema, voraussichtlicher Abgabetermin, Tag der Genehmigung, Unterschrift des Fachlehrers.

Dieses Formular reicht der Schüler der MSS-Leitung ein. Danach ist eine Neuformulierung des Themas oder ein Ausweichen auf ein anderes Fach nur noch innerhalb von 4 Wochen im Einvernehmen mit dem Fachlehrer, der das Thema stellt, möglich.

Der Kursleiter erhält von der MSS-Leitung das Formular, das er mit allen Angaben nach gehaltenem Kolloquium zur Computerregistratur zurückgibt.

n = Zahl der Schüler der Jahrgangsstufe 12
Zahl der Leistungskurse

- 2 -

4. Kolloquium

Nach Abgabe der Facharbeit findet ein 15-minütiges Kolloquium zwischen Fachlehrer und Schüler statt, in dem z.B. bei der Arbeit aufgetauchte, noch ungelöste Fragen geklärt werden können. Dieses Gespräch kann auch den Nachweis erbringen, ob die Facharbeit selbständig angefertigt wurde.

III. Gliederung der Facharbeit

Die Facharbeit soll enthalten:

Ein Titelblatt, ein Inhaltsverzeichnis, den Text mit den Unterpunkten des Inhaltsverzeichnisses als Zwischenüberschriften, ein Literaturverzeichnis, eine Versicherung, daß die Arbeit selbständig angefertigt wurde und daß alle benutzten Quellen, Hilfsmittel und Berater genannt wurden.

IV. Formale Gestaltung

Die Facharbeit wird auf losen DIN A 4 - Blättern in einem Schnellhefter angelegt. Das Titelblatt enthält auf der oberen Hälfte folgendes:

* Facharbeit im Rahmen der Qualifikation für die Zulassung zur Abiturprüfung

Verfasser:

Thema:

Fach:

Fachlehrer:

Abgegeben am:

Beurteilung durch den Fachlehrer:

(hierfür muß die untere Hälfte des Blattes frei bleiben).

Die Textblätter sollen nur auf der Vorderseite beschrieben sein, möglichst mit Schreibmaschine in 1 1/4-fachem Zeilenabstand, links 3 cm Heftrand, rechts 4 cm Korrekturrand, Seitenzählung. Umfang 10, höchstens 12 Seiten. Wörtliche Zitate sowie sinngemäße Entlehnungen aus Büchern müssen entsprechend gekennzeichnet werden. Dazu werden alle in diesem Sinn verwendeten Bücher und Zeitschriftenaufsätze im Literaturverzeichnis aufgeführt, und zwar alphabetisch nach Verfassern geordnet, z.B.: * Bieler, Ludwig: Geschichte der römischen Literatur. Bd. I-II, Berlin 1961. (Verlagsort "Berlin" und Erscheinungsjahr "1961" findet man auf den Titelseiten des Buchs) oder:

* Meschkowski, Herbert: Einführung in die moderne Mathematik, 2. Auflage, Mannheim 1966. (BI Hochschultaschenbücher Bd. 75/75a).

Beispiel für einen Zeitschriftenaufsatz:

* Kroh, Oswald: Eidetiker unter deutschen Dichtern. In: Zeitschrift für Psychologie, Bd. 85, Jahrgang 1920, S. 118-162.

Bei wörtlichen Zitaten wird der zitierte Text in Anführungszeichen abgeschrieben und die Fundstelle mit einer Fußnote gekennzeichnet:

" " 1). Auch bei sinngemäßen Entlehnungen oder Zitaten aus historischen Quellen usw. wird die Fundstelle mit einer Fußnote angegeben, etwa so:

" Nach der Entdeckung der Hyperbolischen Geometrie entwickelte sich die Mathematik wie Meschkowski es darstellt; 2) als Wissenschaft von den formalen Systemen."

Am Schluß jeder Seite werden je nach Bedarf einige Zeilen für die Fußnoten freigelassen, die dort unter einem kurzen Strich erscheinen, auf jeder Seite neu gezählt:

1) Kroh S. 137: Anm. 4 .

2) Meschkowski S. 15 .

Hier braucht nur der Name des Autors genannt zu werden, denn nähere Angaben über das Buch finden sich im Literaturverzeichnis der Facharbeit.

Die Schlußversicherung erscheint hinter dem Literaturverzeichnis und hat folgenden Wortlaut:

" Ich versichere, daß ich diese Facharbeit selbständig angefertigt und alle verwendeten Quellen und Hilfsmittel zitiert und im Literaturverzeichnis aufgeführt habe."

Wenn außer dem Fachlehrer noch andere Berater hinzugezogen wurden, ist hinzuzufügen: " Für persönliche Beratung danke ich Herrn/Frau".

(Ort und Datum)

(Unterschrift)