Chapitre 4 : Successions d’épreuves indépendantes

George Alexandru Uzunov

Table des matières

1 Représenter une succession d'epreuves

1.1 Rappel sur l'arbre pondeéré

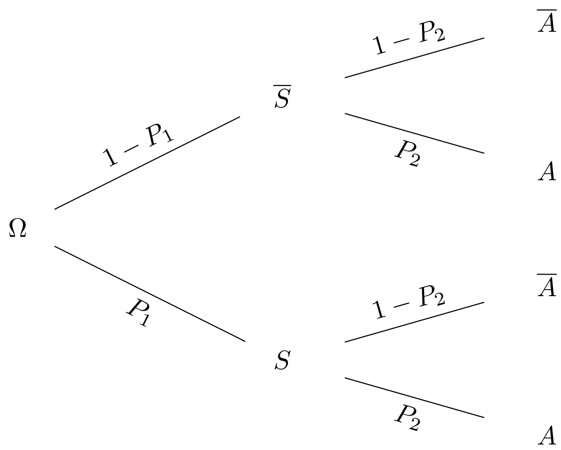


FIGURE 1 – Représentation d'un arbre pondéré

1.2 Successions d'épreuves indépendantes

Définition Dans une succession d'épreuves, lorsque l'issue d'une épreuve ne dépend pas des épreuves précédentes, on dit qu'elle est indépendante.

Propriétés Lorsqu'on répète n fois de façon indépendante une expérience aléatoire dont les issues sont $A_1, A_2, \ldots, A_n$ pour lesquelles les probabilités sont $P(A_1), P(A_2), \ldots, P(A_n)$, alors la probabilité d'obtenir la suite d'issues A_1 jusqu'à A_n est le produit de leur probabilités.

Exemple Soit un dé à quatre faces équilibré. Si ce dé est numéroté de 1 à 4 :

x	1	2	3	4
$P(x)$	$1/4$	$1/4$	$1/4$	$1/4$

De même, soient un jeton A et deux jetons B placés dans un sac. Si, successivement nous lançons le dé puis nous tirons un jeton, les issues sont les suivantes.

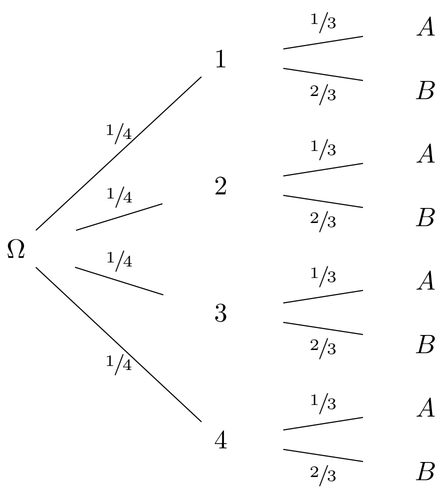


FIGURE 2 –

Ceci donne la loi de probabilité suivante :

Issues	$(1;A)$	$(1;B)$	$(2;A)$	$(2;B)$	$(3;A)$	$(3;B)$	$(4;A)$	$(4;B)$
Probabilité de chaque issue	$1/12$	$1/6$	$1/12$	$1/6$	$1/12$	$1/6$	$1/12$	$1/6$

2 Loi de Bernoulli

Définition Une épreuve de Bernoulli est une éxperience aléatoire qui admet exactement deux issues possibles (succès 'S', échec 'E)

Définition Soit X la variable aléatoire prenant la valeur 1 si S est réalisé avec une probabilité p la loi de probabilité est :

k	0	1
$P(X=k)$	$1-p$	p

FIGURE 3 – Loi de Bernoulli de paramètre p

Propriétés

$$E(X) = 0(1-p) + 1 \times p = p$$
$$V(X) = p - p^2 = p(1-p)$$
$$\sigma(X) = \sqrt{p(1-p)}$$

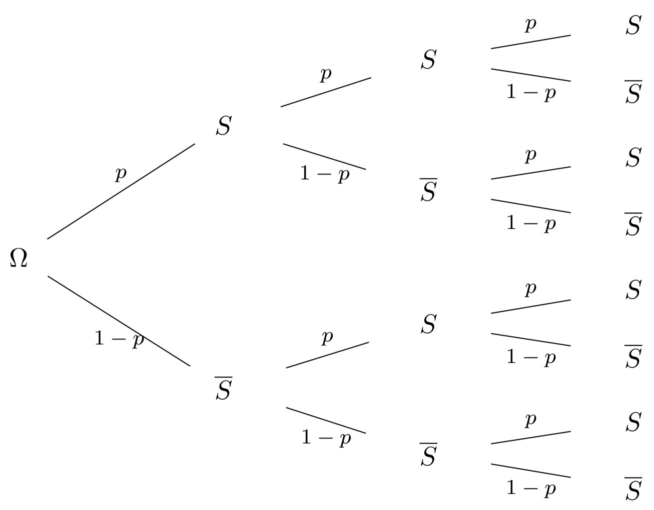
3 Loi Binomiale

3.1 Schema de Bernoulli

Définition On apelle Schema de Bernoulli d'ordre n la répétition de n épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes.

3.2 Etude d'un exemple

Soit un schéma de Bernoulli d'ordre 3.



Soit X la variable aléatoire modelisant le nombre (k) de succès. On a : $X(\Omega) = 0; 1; 2; 3$

3.3 Coefficients binomiaux

4 Application de la loi binomiale