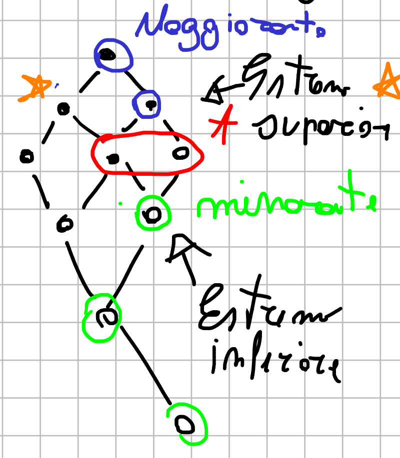
Sia $(X, \trianglelefteq)$ un poset e $A \subseteq X$, un elemento $x \in X$ non necessariamente $\in A$ è un

1 Maggiorante per A se $a \trianglelefteq x \quad \forall a \in A \to A \trianglelefteq x$
2. Minorante per A se $x \trianglelefteq a \quad \forall a \in A \to x \trianglelefteq A$

Sia $(X, \trianglelefteq)$ un poset e $A \subseteq X$
1) Massimo di A se $\begin{cases} A \trianglelefteq x \\ x \in A \end{cases}$

2) Minimo di A se $\begin{cases} x \trianglelefteq A \\ x \in A \end{cases}$

Es X



non è maggiorante perché non ha un percorso che lo porta al nodo di destra.

Non abbiamo un massimo di A perché non c'è un maggiorante di A in A idem minimo

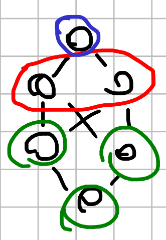
Sia $X \dots$ $A \subseteq X$, S è estremo superiore di A se S è il minimo dei Maggioranti
I è estremo inferiore se è il massimo dei minoranti di A
nomenclatura:

max A, min A, sup A, inf A
↳ Massimo ↳ minimo ↳ Estremo superiore ↳ Estremo inferiore

Dato $X \dots$ $A \subseteq \dots$ A è
1) limitato superiormente se A ha almeno 1 maggiorante
2) " inferiormente " " " " minorante
3) " " lo è sia sup che min

Notazione: 1) $A \not\trianglelefteq \infty$ 2) $\infty \not\trianglelefteq A$
3) $-\infty \not\trianglelefteq A \not\trianglelefteq \infty$

Es



C'è un maggiorante

ci sono 2 minoranti uguali quindi niente estremo inf

Sia $X, \trianglelefteq$ un poset X è completo se
ogni $A \subset X$ limitato superiormente ha estremo sup
ogni " " " inf " " inf

Sia $X \trianglelefteq$ un poset e $A \subseteq X$ se esistono max A o min A o sup A o inf A sono unici per via della proprietà antisimmetrica
Osservazione: $\mathbb{N}$ $\mathbb{Z}$ con ord naturale sono completi

$\mathbb{R}$ l'insieme dei numeri reali è il più piccolo insieme numerico (campo) ordinato che contiene $\mathbb{Q}$ ed è completo