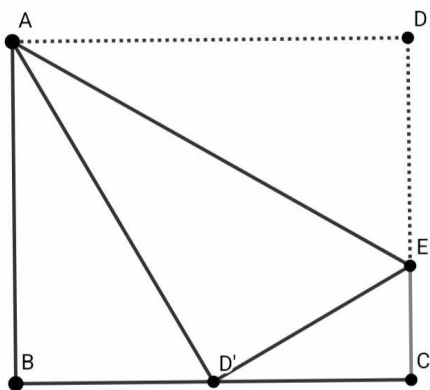


1. Evaluate:

$$\frac{2 + 4 + 6 + \cdots + 34}{3 + 6 + 9 + \cdots + 51} = ?$$

2. What is the minimum possible product of three different numbers of the set $\{-8, -6, -4, 0, 3, 5, 7\}$?

3. As shown in the Figure 1, a rectangular piece of paper is folded along AE such that D becomes coincident with D' on BC and $BD' = CD'$. If $AD = 4\sqrt{3}$, then what is EC?



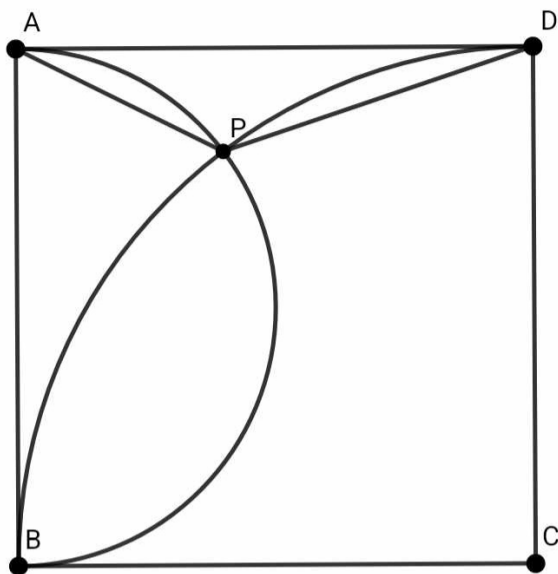
4. a) Can two consecutive numbers n and $n-1$ both be divisible by 3?

b) Determine the smallest integer $n > 1$ such that $n^2(n-1)$ is divisible by 1971. [Note: $1971 = 3^3 \times 73$]

5. a) What are the possible values for the sum of the digits of the multiples of 18 between 100 and 999?

b) Show that among any 18 consecutive 3-digit numbers that there is at least one number that is divisible by the sum of its digits.

6. Ishfaq has randomly chosen 4 numbers. Prove that it is possible to choose two of those numbers such that their difference is divisible by 3.
7. In a school, there are 5 classrooms. Each student in a classroom knows exactly one student from each of the other 4 classrooms. Prove that the number of students in each classroom is exactly same.
(Assume if student A knows student B, then student B also knows student A)
8. In Triangle ABC, the perpendicular bisectors of AB and AC meet at O. Line AO intersects segment BC at D. if $OD = BD = \frac{BC}{3}$, find the angles of triangle ABC.
9. In figure 2, ABCD is a square. Circle with diameter AB and circle with center C and radius BC meet inside the square at P. Prove that $DP = \sqrt{2}AP$



10. Whenever Avik gets a sequence, he multiplies every two distinct terms of that sequence, and then sums up these products to get the 'Hocus-pocus' sum of the sequence. For example, the 'Hocus-pocus' sum for the sequence a, b, c, d is $ab + ac + ad + bc + bd + cd$. If Avik gets a sequence of 100 terms, where each term is either 2 or -1, what is the minimum 'Hocus-pocus' sum of that sequence?

ক্যাটাগরি: জুনিয়র

সময়: ৩ ঘণ্টা

সমস্যাগুলো কাঠিন্য অনুসারে সাজানোর চেষ্টা করা হয়েছে। প্রতিটি সমস্যার পাশবর্তী ব্রাকেটে তার পূর্ণমান দেয়া রয়েছে। প্রশ্নের নম্বর ব্যতীত প্রতিটি সংখ্যা ইংরেজিতে লেখা। সমস্যার সমাধান মূল উত্তরপত্রে লিখতে হবে। রাফ করার জন্য মূল উত্তরপত্রের পিছনের অংশ ব্যবহার করা যাবে। বাড়তি কাগজ নিলে সেখানে নাম ও রেজিস্ট্রেশন নম্বর লেখা বাঞ্ছনীয়।

১. একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 240। এর সকল বাহুর দৈর্ঘ্য পূর্ণসংখ্যা হলে এর পরিসীমা সর্বনিম্ন কত হতে পারে? [8]

The area of a rectangle is 240. All the lengths of the sides of this rectangle are integer, what can be the lowest possible perimeter of this rectangle? [8]

২. প্রথম n সংখ্যক ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার গড় 2018 হলে n এর মান কত? [8]

If the average of first n positive integers is 2018, then find the value of n ? [8]

৩. সৌম্য, ঐন্দ্রী এবং এষা 1 থেকে শুরু করে নাম্বার বলছে যেন প্রত্যেকে আগেরজনের বলা সংখ্যা থেকে একটি সংখ্যা বেশি বলে। সৌম্য শুরু করে “1” বলে, ঐন্দ্রী বলে “1, 2” এবং এষা বলে “1, 2, 3”। এরপর আবার সৌম্য বলে “1, 2, 3, 4” এবং এভাবে চলতে থাকে। তাদের বলা 50 তম সংখ্যাটা কত? (যেমন এখানে শেষে বলা সৌম্যের 3,4 হল যথাক্রমে নবম এবং দশম সংখ্যা।) [8]

Shoumo, Oindry and Esha take turns counting from 1 to one more than the last number said by the last person. Shoumo starts by saying “1”, so Oindry follows by saying “1, 2”, Esha follows by saying “1, 2, 3”. Shoumo then says “1, 2, 3, 4”, and so on. What is the 50th number said? (For example the numbers 3,4 said by Shoumo last time here are ninth and tenth numbers) [8]

৪। তিনটা ধনাত্মক সংখ্যার বর্গের যোগফল 2018। এর মধ্যে সবচেয়ে বড় সংখ্যাটা আবার ছোট দুটি সংখ্যার যোগফলের সমান। যদি ছোট দুটি সংখ্যার পার্থক্য 2 হয়, তাহলে ছোট দুটি সংখ্যার ঘনের পার্থক্য কত হবে? [10]

The squares of three positive numbers add up to 2018. The biggest of these three numbers is the sum of the smaller two. If the difference between the smaller two numbers is 2, what is the difference between the cubes of the smaller two numbers? [10]

৫। $3x^2 + y^2 = 108$; x এবং y এর সকল ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার মান বের কর। [10]

$3x^2 + y^2 = 108$; determine all the positive integer values of x and y . [10]

৬। একটি তলে 8 টি সরলরেখা আছে যার কোনটিই অপরটির সাথে সমান্তরাল নয়। দেখাও যে, তাদের মধ্যে কমপক্ষে দুইটি সরলরেখা একে অপরকে 23° এর চেয়ে কম কোণে ছেদ করে। [10]

Given 8 lines on a plane and no two of them are parallel. Prove that, at least two of them form an angle less than 23° . [10]

৯ মার্চ ২০১৮, সেন্ট যোসেফ হায়ার সেকেন্ডারি স্কুল।

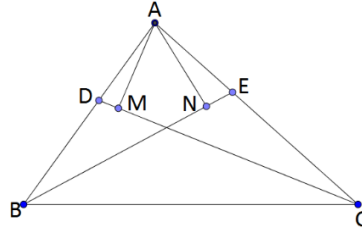
ক্যাটাগরি: জুনিয়র

সময়: ৩ ঘণ্টা

৭. 5,6,7,8 অংকগুলো ব্যবহার করে যতগুলো 4 অংকের সংখ্যা গঠন করা যায়, সেগুলোকে ছোট থেকে বড় আকারে সাজানো হল। একই ভাবে, 3,4,5,6 অংকগুলো ব্যবহার করে যতগুলো চার অংকের সংখ্যা তৈরি করা যায়, সেগুলো ছোট থেকে বড় আকারে সাজানো হল। এবার আগের সংখ্যাগুলোর প্রথমটি থেকে, পরের সংখ্যাগুলোর প্রথমটি, দ্বিতীয়টি থেকে দ্বিতীয়টি এভাবে পর্যায়ক্রমে সংখ্যাগুলো বিয়োগ করা হল। এই বিয়োগফলগুলোর সমষ্টি কত হবে? [10]

All possible 4 digit numbers are created using 5,6,7,8 and then sorted from smallest to largest. In the same manner, all possible 4 digit numbers are created using 3,4,5,6 and then sorted from smallest to largest. Then first number of the second type is subtract from first number of the first type, second number of the second type is subtract from second number of the first type and so on. What will be the summation of these difference (subtraction results)? [10]

৮. ত্রিভুজ ABC তে $AB=10$ এবং $CA=12$ । $\angle B$ এর সমদ্বিখণ্ডক CA কে E বিন্দুতে এবং $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডক AB কে D বিন্দুতে ছেদ করে। AM এবং AN, যথাক্রমে CD এবং BE এর উপর লম্ব। $MN=4$ হলে BC এর মান বের কর। [12]



In triangle ABC, $AB=10$, $CA=12$. The bisector of $\angle B$ intersects CA at E, and the bisector of $\angle C$ intersects AB at D. AM and AN are the perpendiculars to CD and BE respectively. If $MN=4$, then find BC. [12]

৯. এমন কতগুলো ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা আছে যারা 10^{10} , 12^{12} , 15^{15} এর কমপক্ষে একটির উৎপাদক? [12]
Find the number of positive integers that are divisors of at least one of 10^{10} , 12^{12} , 15^{15} . [12]

১০. D এবং E বিন্দু সমবাহু ত্রিভুজ ABC এর AC এবং AB সমান বাহুদ্বয়কে $AD:DC = BE:EA = 1:2$ অনুপাতে ভাগ করে। BD এবং CE রেখা O বিন্দুতে মিলিত হয়। $\angle AOC$ এর মান বের কর। [12]

Points D and E divide equal sides AC and AB of an equilateral triangle ABC according to the ratio of $AD:DC = BE:EA = 1:2$. Edges BD and CE meet at point O. Find $\angle AOC$. [12]



ডাচ বাংলা ব্যাংক প্রথম আলো গণিত উৎসব ২০১৯
জাতীয় গণিত উৎসব
আয়োজক: বাংলাদেশ গণিত অলিম্পিয়াড কমিটি



ক্যাটাগরি: জুনিয়র (৬ষ্ঠ - ৮ম শ্রেণী)

Category: Junior (6th grade - 8th grade)

সময়: ৩ ঘণ্টা

Time: 3 hours

সমস্যাগুলো কাঠিন্য অনুসারে সাজানোর চেষ্টা করা হয়েছে। প্রতিটি সমস্যার পার্শ্ববর্তী ব্রাকেটে তার পূর্ণমান দেয়া রয়েছে। প্রশ্নের নম্বর ব্যতীত প্রতিটি সংখ্যা ইংরেজিতে লেখা। সমস্যার সমাধান মূল উত্তরপত্রে লিখতে হবে। রাফ করার জন্য মূল উত্তরপত্রের পিছনের অংশ ব্যবহার করা যাবে। বাড়তি কাগজ নিলে সেখানে নাম ও রেজিস্ট্রেশন নম্বর লেখা বাঞ্ছনীয়।

সমস্যা ১: ফারহান তার পরীক্ষার নম্বর মুয়াজ, বৃষ্টি আর মুরসালিনকে দেখালো, কিন্তু অন্য সবাই তাদের নিজেদেরটা লুকিয়ে রাখলো। মুয়াজ মনে করলো, “কমপক্ষে আমাদের মধ্যে দুইজনের নম্বর সমান।” বৃষ্টি মনে করলো, “আমি সবচেয়ে কম নম্বর পাইনি।” মুরসালিন মনে করলো, “আমি সবচেয়ে বেশি নম্বর পাইনি।”

☐ সবচেয়ে বেশি নম্বর কে পেয়েছে?

(৪ মার্ক)

☐ সবচেয়ে কম নম্বর কে পেয়েছে?

Problem 1: Farhan shows his test score to Muaz, Bristy and Mursalin, but everyone else keeps it hidden. Muaz thinks, “At least two of us get same scores” Bristy thinks, “I didn’t get the lowest score.” Mursalin thinks, “I didn’t get the highest score.”

☐ Who got the highest marks?

(4 marks)

☐ Who got the lowest marks?

সমস্যা ২: ছয় বন্ধু একসাথে ডার্ট ছুঁড়ে মারার প্রতিযোগিতায় অংশ নেয়। ডার্ট খেলায় একটি বৃত্তাকার টার্গেটের দিকে ছুঁড়ে মারতে হয়, এবং কোন অংশে পরেছে তা অনুযায়ী স্কোর পাওয়া যায়। ডার্টের বোর্ডটিতে ১২-টি অংশ আছে, যাদের মান ১ থেকে ১২ পর্যন্ত পূর্ণসংখ্যাগুলো। আমাদের ছয় বন্ধুর প্রত্যেকের কাছে দুটি করে ডার্ট ছিল এবং ছোড়ার পর প্রতিটি ডার্ট ভিন্ন ভিন্ন অংশে গিয়ে পড়েছে। স্কোরগুলো হল:

তিহাম	16 points
দীপ্ত	4 points
সামিউর	7 points
সাব্বির	11 points
আশরাফুল	21 points

☐ মাহির স্কোর কত?

(৭ মার্ক)

☐ ৯ পয়েন্ট যে অংশে ছিল সেটিতে কার ডার্ট পড়েছে?

Problem 2: Six friends compete in a dart-throwing contest. Dart is played by throwing darts at a circular board, with your score increasing based on which region of the board you hit. The board has 12 regions, with score values ranging through the integers from 1 to 12. Each of our six friends threw two darts, and each dart hits the target in a region with a different value. The scores are:



ডাচ বাংলা ব্যাংক প্রথম আলো গণিত উৎসব ২০১৯
জাতীয় গণিত উৎসব
আয়োজক: বাংলাদেশ গণিত অলিম্পিয়াড কমিটি

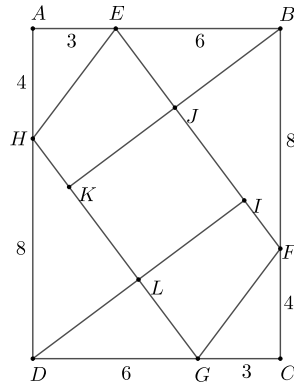


Tiham	16	points
Dipto	4	points
Samiur	7	points
Sabbir	11	points
Ashraful	21	points

□ What is Mahi's score? (7 marks)

□ Who hits the region worth 9 points?

সমস্যা ৩: চিত্রে $ABCD$ একটি আয়তক্ষেত্র এবং $EFGH$ একটি সামান্তরিক। DI এবং EF পরস্পর লম্ব ও BK এবং HG পরস্পর লম্ব। চিত্রে দেয়া পরিমাপগুলো ব্যবহার করে, DI এর মান নির্ণয় কর। (১০ মার্ক)



সমস্যা ৩ এর চিত্র / Figure of Problem 3

Problem 3: In the figure, $ABCD$ is a rectangle and $EFGH$ is a parallelogram. DI is perpendicular to EF and BK is perpendicular to HG . Using the measurements given in the figure, find the value of DI . (10 marks)

সমস্যা ৪: n একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা যাতে $2019 + n!$ একটি পূর্ণবর্গ। n এর সকল সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর।

এখানে, $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 2 \times 1$. উদাহরণস্বরূপ, $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$. (১০ মার্ক)

Problem 4: n is a positive integer such that $2019 + n!$ is a square number. Find all such values of n . Here, $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 2 \times 1$. For example, $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$. (10 marks)

সমস্যা ৫: 2, 3, 5, 6, 7, 10, 11, 12, 13, ... যদি সেসব স্বাভাবিক পূর্ণসংখ্যার ধারা হয়, যারা পূর্ণ বর্গ অথবা পূর্ণ ঘন সংখ্যা নয়, তবে 2019 তম পদ কোনটি? (১০ মার্ক)

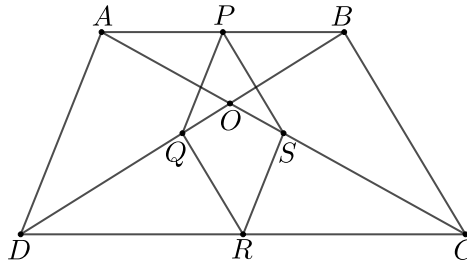
Problem 5: 2, 3, 5, 6, 7, 10, 11, 12, 13, ... is the sequence of integers without all square and cube numbers. What is the 2019th number? (10 marks)



ডাচ বাংলা ব্যাংক প্রথম আলো গণিত উৎসব ২০১৯
জাতীয় গণিত উৎসব
আয়োজক: বাংলাদেশ গণিত অলিম্পিয়াড কমিটি



সমস্যা ৬: চিত্রে $ABCD$ একটি ট্রাপিজিয়াম যাতে $AB \parallel CD$. P, Q, R, S যথাক্রমে AB, BD, DC, CA এর মধ্যবিন্দু। AC এবং BD O বিন্দুতে ছেদ করে। $\triangle AOB$ এর ক্ষেত্রফল ২০১৯ এবং $\triangle COD$ এর ক্ষেত্রফল ২০২০. চতুর্ভুজ $PQRS$ এর ক্ষেত্রফল কত? (১০ মার্ক)



সমস্যা ৬ এর চিত্র / Figure of Problem 6

Problem 6: In this figure $ABCD$ is a trapezium where $AB \parallel CD$. P, Q, R, S are the midpoint of AB, BD, DC, CA respectively. AC and BD intersect at point O . Area of $\triangle AOB = 2019$ and area of $\triangle COD = 2020$. What is the area of quadrilateral $PQRS$? (10 marks)

সমস্যা ৭: দাবায় একটি নৌকা শুধু উপর-নিচ বা ডান-বামে যেতে পারে, কোণাকুণি নয়। আমরা একটি দাবার নৌকার তলার অংশটি লাল রঙ করে দিয়েছি। এখন সে যখন কোন চাল দেয়, তখন শুরু এবং শেষ ঘর ও তার মাঝামাঝি সব ঘরকে লাল রঙ করে ফেলে। প্রমাণ করো, একটি $n \times n$ দাবাবোর্ডের সবগুলি ঘরকে লাল রঙ করতে এমন একটি নৌকার কমপক্ষে $2n - 1$ টি চাল দিতে হবে। (১০ মার্ক)

Problem 7: A chess rook can only travel horizontally or vertically, but not diagonally. We color the bottom of a chess rook red. So, when it makes a move it paints all the squares it travels over red. Prove that, a rook will need at least $2n - 1$ moves to every square of an $n \times n$ chess board red. (10 marks)

সমস্যা ৮: M এবং N দুইটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা যাতে M এবং N অসমান। M এবং N এর লসাগু হল $M^2 - N^2 + MN$. দেখাও যে MN একটি ঘন সংখ্যা। (১২ মার্ক)

Problem 8: M and N are two positive integers where M is not equal to N . LCM of $(M$ and $N) = M^2 - N^2 + MN$. Show that MN is a perfect cubic number. (12 marks)

সমস্যা ৯: কার্ভেসীয় স্থানাংক ব্যবস্থায় চারটি বিন্দু $(0, 0)$, $(20, 0)$, $(20, 19)$ এবং $(0, 19)$ দিয়ে একটি আয়ত আঁকা হল। শুরুতে $(0, 0)$ বিন্দুতে একটি বল (বলের আকার অগ্রাহ্য) আছে। বলটি $(0, 0)$ বিন্দু থেকে $(2, 1)$ বিন্দুর দিকে গতিশীল হল। $(0, 0)$ বিন্দু থেকে $(2, 1)$ বিন্দুর দূরত্ব যত, বলটি প্রতি সেকেন্ডে তত দূরত্ব অতিক্রম করে। বলটি আয়তের বাহুতে ধাক্কা খেলে প্রতিফলনের সূত্রমত প্রতিফলিত হয়। বলটি আয়তের কোনও কৌণিক বিন্দুতে ধাক্কা খেলেও প্রতিফলনের সূত্রমত যেদিক থেকে আসছিল সেদিকেই ফেরত যায়। এভাবে বলটি সবসময় আয়তের মধ্যেই থাকে। বলটি শুরু থেকে ২০১৯ সেকেন্ড এর আগ পর্যন্ত কতবার আয়তের কোনো না কোনো কৌণিক বিন্দুতে ধাক্কা খাবে? (১২ মার্ক)

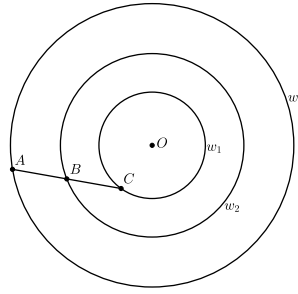


ডাচ বাংলা ব্যাংক প্রথম আলো গণিত উৎসব ২০১৯
জাতীয় গণিত উৎসব
আয়োজক: বাংলাদেশ গণিত অলিম্পিয়াড কমিটি



Problem 9: In the cartesian coordinate system, four points $(0, 0)$, $(20, 0)$, $(20, 19)$ and $(0, 19)$ are used as vertices to draw a rectangle. At first, a ball with negligible size is at the $(0, 0)$ point. It then started to move towards the point $(2, 1)$. Every second, the ball passes the amount of distance between $(0, 0)$ to $(2, 1)$. If it collides with one side of the rectangle, it follows the law of reflection and comes back to the rectangle. If it collides with a corner, it again follows the law of reflection and comes back in the direction it went in. Until the 2019th second, how many times will the ball collide with a corner point? (12 marks)

সমস্যা ১০: তিনটি একই কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্ত $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ দেয়া আছে যাদের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে r_1, r_2, r_3 যাতে $r_1 + r_3 \geq 2r_2$. এমন একটি রেখা অঙ্কন কর যেটা $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ কে যথাক্রমে A, B, C বিন্দুতে ছেদ করে যাতে $AB = BC$. (১৫ মার্ক)



Problem 10: Given three concentric circles $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ with radius r_1, r_2, r_3 such that $r_1 + r_3 \geq 2r_2$, construct a line that intersects $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ at A, B, C respectively such that $AB = BC$. (15 marks)

<p>বৃষ্টি বোর্ডে 1, 2, 3, ..., 9 সংখ্যাগুলো ক্রম অনুসারে লিখেছে। প্রতি চালে সে যেকোন তিনটি পাশাপাশি উপাদান নিয়ে এদের ক্রম উল্টে দিতে পারে। যেমন (1, 2, 3, 4, ...) থেকে (3, 2, 1, 4, ...) বানানো যেতে পারে। এরকম এক বা একাধিক চালে বৃষ্টি কতগুলি ভিন্ন বিন্যাস তৈরি করতে পারবে? {পূর্ণমান ৭}</p>	<p>Brishty writes the numbers 1, 2, 3, ..., 9 on a board in that order. In a move she can pick any 3 adjacent numbers and reverse their order. For example, (1, 2, 3, 4, ...) can become (3, 2, 1, 4, ...). How many distinct sequences can she make using one or more such moves? {7 points}</p>
<p>যদি n একটা ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হয়, তাহলে $n/(n+675)$-কে কাটাকাটি করে লঘিষ্ঠ আকারে লিখলে p/q হয়। $(q-p)$ এর সম্ভাব্য সকল ভিন্ন ভিন্ন মানের যোগফল কত?</p> <p>একটি ভগ্নাংশকে কাটাকাটি করলে আমরা ভগ্নাংশের হর এবং লবকে তাদের গ. সা. গু. দিয়ে ভাগ করে দি। কাটাকাটির পরে লব এবং হরের সাধারণ গুণিতক = 1 হবে। {পূর্ণমান ৭}</p>	<p>If n is a positive integer, then p/q is the fraction $n/(n+675)$ in its lowest terms. What is the sum of all different possible values of $(q-p)$?</p> <p>Here 'lowest terms' means the common factors have been cancelled out, so that the gcd of the numerator and denominator is 1. {7 points}</p>
<p>একটি কাগজে 2020 টি বিন্দু রয়েছে, যার মধ্যে এমন কোনো তিনটি বিন্দু নেই যারা একই রেখায় অবস্থান করে। জাওয়াদ চায় রেখাংশ দিয়ে এদের মধ্যে সর্বোচ্চ সংখ্যক বিন্দুকে যোগ করতে। কিন্তু সে চায় না যাতে কোনো তিনটি বিন্দু একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু আকারে প্রকাশিত হয়। জাওয়াদ সর্বোচ্চ কতগুলো রেখা আঁকতে পারবে? {পূর্ণমান ৯}</p>	<p>There are 2020 points on a piece of paper, no three of which are on the same line. Zawad wants to join as many of them as possible with line segments. But he does not want three points to become vertices of a triangle! What is the maximum number of lines Zawad can draw? {9 points}</p>
<p>একটি এনালগ ঘড়ির ঘন্টার কাঁটা এবং মিনিটের কাঁটা একই সাইজের। যা দেখে তুমি দুই কাঁটা আলাদা করতে পারবে না। কাঁটা গুলো অনবরত ঘুরতে থাকে। দুপুর এবং মধ্যরাতের মধ্যে কতগুলো সময় আছে যখন তুমি ঘড়ির তথ্য দিয়ে সঠিক সময় যাচাই করতে পারবে না? {পূর্ণমান ৯}</p>	<p>The hour and minute hands on an analog clock are the same size, and so you can't tell them apart! The hands move continuously. How many times between noon and midnight is the information on the clock not enough to tell the time? {9 points}</p>

Junior

<p>m আর n হচ্ছে এমন ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা যাতে $1 + 2^m = n^2$ হয়। $10m+n$ এর সকল সম্ভাব্য মান এর যোগফল বের করো। [$x^y = x$ এর y তম ঘাত। $3^2=9$] {পূর্ণমান ৪}</p>	<p>m and n are positive integers such that $1 + 2^m = n^2$. Find the sum of all possible values of $10m+n$. [$x^y = y$th power of x. $3^2=9$] {4 points}</p>
<p>ABCD একটি আয়তক্ষেত্র। AD বাহুর মধ্যবিন্দু E এবং ED এর মধ্যবিন্দু F। AB বাহুকে CE রেখা G বিন্দুতে এবং CD বাহুকে BF রেখা H বিন্দুতে ছেদ করে। ত্রিভুজ BCG এবং</p>	<p>Consider rectangle ABCD. Let E be the midpoint of side AD and let F be the midpoint of ED. Let G be the intersection of CE with the line AB and let</p>

<p>ত্রিভুজ BCH এর ক্ষেত্রফলের অনুপাত লঘিষ্ঠ আকারে m/n হিসেবে লেখা যায়, তবে $10m+10n+mn$ এর মান বের কর। {পূর্ণমান ৪}</p>	<p>H be the intersection of BF with line CD. The ratio of areas of the triangle BCG and triangle BCH can be expressed as m/n in lowest term. Compute $10m+10n+mn$. {4 points}</p>
<p>পায়েলের কাছে দুইটি 20 তল বিশিষ্ট ছক্কা আছে। সে ছক্কা দুইটি চালে এবং চালের যোগফল নেয়। কোন সংখ্যাটি আসার সম্ভাবনা সব থেকে বেশি?</p> <p>(একটি 20 তল বিশিষ্ট ছক্কা হচ্ছে একটি পলিহেড্রন বা বহুতলক (ত্রিমাত্রিক বস্তু) যার 20 টি তল রয়েছে যেখানে তলগুলোতে 1 থেকে 20 পর্যন্ত সংখ্যা লেখা রয়েছে। প্রতি চালে প্রতিটি সংখ্যা উঠার সম্ভাবনা সমান।) {পূর্ণমান ৪}</p>	<p>Payel has two 20 sided dice. He rolls them and takes their sum. What number has the highest probability of happening?</p> <p>(A 20 sided dice is a polyhedron (a 3d object) with 20 faces, with the numbers from 1 to 20 on them. Each number has an equal probability of coming up on a roll of the dice) {4 points}</p>
<p>একটি সুডোকু টুর্নামেন্টে এ র্যাংকিং এর শীর্ষে থাকা 10 জন প্লে-অফ ম্যাচ খেলে। র্যাংকিংয়ের #10 এ থাকা অংশগ্রহণকারী #9 কে চ্যালেঞ্জ করে এবং যে হারে সে 10th প্রাইজ পায়, আর যে জিতে সে র্যাংকিংয়ের #8 কে চ্যালেঞ্জ করে। এদের মধ্যে যে জিতে সে আবার #7 কে চ্যালেঞ্জ করে এবং যে হারে, সে 9th প্রাইজ পায়। এভাবে সবশেষে কেউ #1 কে চ্যালেঞ্জ করে, আর সে খেলায় যে জিতে, সে 1st প্রাইজ পায়। এই সুডোকু প্লে-অফে অংশগ্রহণকারীরা মোট কতভাবে প্রাইজ পেতে পারে? {পূর্ণমান ৫}</p>	<p>In a sudoku-tournament, the winner will be selected from play-offs among the top 10 ranked participants. The participants at #10 and #9 of the ranking will challenge each other, the loser will receive 10th prize and the winner will challenge #8. The winner of the first challenge and #8, will challenge #7 and the loser will receive 9th prize. The ultimate winner will be the one who receives the 1st prize. In how many ways these 10 participants may receive the prizes? {5 points}</p>
<p>কোনো একটা ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যার জন্য $[x]$ হলো তার পূর্ণসাংখ্যিক অংশ। যেমন $[3.14]=3$, $[5]=5$, $[6.9]=6$।</p> <p>z হলো সবচেয়ে বড় বাস্তব সংখ্যা যার জন্য $[3/z]+[4/z]=5$ হয়। $21z$-এর মান কত? {পূর্ণমান ৫}</p>	<p>For a positive real number x, let $[x]$ be its integer part. For example, $[3.14]=3$, $[5]=5$, $[6.9]=6$.</p> <p>Let z be the largest real number such that $[3/z]+[4/z]=5$. What is the value of $21z$? {5 points}</p>
<p>ABCD বর্গের ভিতরে একটি বিন্দু P এমনভাবে নেয়া হলো যেন $AP+CP = 27$, $BP+DP = 17$ এবং $\angle DAP = \angle DCP$ হয়। ABCD বর্গের ক্ষেত্রফল কতো হবে? {পূর্ণমান ৫}</p>	<p>Point P lies inside square ABCD such that $AP+CP = 27$, $BP+DP = 17$ and $\angle DAP = \angle DCP$. Compute the area of the square ABCD. {5 points}</p>
<p>তিহাম ছয় অঙ্কের একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা PQRSTU বের করতে চাচ্ছে যেখানে (P, Q, R, S, T, U অঙ্ক ছয়টি অভিন্ন ও হতে পারে) যেখানে তিন অঙ্কের সংখ্যা PQR এবং অপর তিন অঙ্কের সংখ্যা STU এর যোগফল 37 দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হয়। এরূপ কতগুলো ভিন্ন ভিন্ন সংখ্যা তিহাম বের করতে পারবে?</p> <p>(মনে রেখো, একটি ছয় অঙ্কের সংখ্যার প্রথম অঙ্ক 0 হতে পারে না!) {পূর্ণমান ৭}</p>	<p>Tiham is trying to find 6 digit positive integers PQRSTU (where PQRSTU are not necessarily distinct). But he only wants the numbers where the sum of the 3 digit number PQR, and the 3 digit number STU is divisible by 37. How many such numbers can he find?</p> <p>(Remember, a six digit number can't have zero as the first digit!) {7 points}</p>
<p>ABC ত্রিভুজে $\angle B = 50$ এবং $\angle C = 60$। D, BC এর মধ্যবিন্দু। ত্রিভুজ ABC এর পরিবৃত্ত হল এমন একটি বৃত্ত যা ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু দিয়ে যায়। ACD এবং ABD এর</p>	<p>Let ABC be a triangle where $\angle B = 50$ and $\angle C = 60$. D is the midpoint of BC. The circumcircle of a triangle ABC is defined to be the circle going through the three vertices. The circumcircles of</p>

পরিবৃত্ত AB এবং AC কে যথাক্রমে F এবং E বিন্দুতে ছেদ করে। AEF এর পরিবৃত্তের কেন্দ্র O। $\angle FDO = ?$ {পূর্ণমান ৭}	ACD and ABD intersects AB and AC at F and E respectively. The circumcentre of AEF is O. $\angle FDO = ?$ {7 points}
তোমার সামনে কয়েনের 2020টা পাইল আছে। প্রথম পাইলে আছে 1টা কয়েন, দ্বিতীয় পাইলে আছে 2টা কয়েন, তৃতীয় পাইলে আছে 3টা কয়েন। এভাবে 2020তম পাইলে আছে 2020টা কয়েন। এক চালে তুমি একটা ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা k বাছাই করো এবং যেসব পাইলে কমপক্ষে kটা কয়েন আছে, সেসব পাইলের প্রত্যেকটা থেকে ঠিক k সংখ্যক কয়েন সরিয়ে নাও। সবগুলো কয়েন সরিয়ে ফেলতে তোমার সর্বনিম্ন কয়টা চাল লাগবে? {পূর্ণমান ৭}	You have 2020 piles of coins in front of you. The first pile contains 1 coin, the second pile contains 2 coins, the third pile contains 3 coins and so on. So, the 2020th pile contains 2020 coins. A move consists of selected a positive integer k and removing exactly k coins from every pile that contains at least k coins. What is the minimum number of moves required to remove all the coins? {7 points}
সকাল দা সবচেয়ে বড় ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা n বের করার চেষ্টা করেছে, যেন n কে base-7 এ নিয়ে গেলে তা দেখতে base-10 এ $2n$ এর মত হয়। তিনি দেখলেন যে, এমন একটি সংখ্যা হল 156, কারণ 156 এর base-7 হল 312। সকাল দার বের করা সংখ্যাটি কত? (একটা সংখ্যাকে base-10 এ লিখার মানে হচ্ছে সেটাকে দশমিক সংখ্যা পদ্ধতিতে লেখা। দশমিক সংখ্যা পদ্ধতিতে, $234 = 200 + 30 + 4 = 2 \times 10^2 + 3 \times 10 + 4 \times 1$. আবার যদি 234 base-7 এর একটা সংখ্যা হয়, তাহলে সেটাকে base-10 এ আনার জন্য আমাদের শুধু 10 কে 7 এ পরিবর্তন করে দিলেই হবে। যেমন, base 7 এর $234 = 2 \times 7^2 + 3 \times 7 + 4 \times 1 =$ base 10 এ 123) {পূর্ণমান ৭}	Sakal da is trying to find the largest positive integer n, such that the 7-base representation of n looks like a 10-base number which is exactly $2n$. He noticed, one such number is 156, because 156 base 7 is 312. What is the number he came up with? (Writing a number in 10-base means writing it in the decimal system. So $234 = 200 + 30 + 4 = 2 \times 10^2 + 3 \times 10 + 4 \times 1$. If we go to 7-base, we just change 10 to 7. So 234 in base 7 would be $= 2 \times 7^2 + 3 \times 7 + 4 \times 1 = 123$ in base 10.) {7 points}
n এর সকল সম্ভাব্য মানের যোগফল বের কর যাতে n, n^2+10 , n^2-2 , n^2-8 , n^3+6 এর সবগুলো মৌলিক সংখ্যা হয়। (হিন্ট: এরকম অন্তত একটি n রয়েছে)। $[x^y = x$ এর y তম ঘাত। $3^2=9$] {পূর্ণমান ৯}	Find the sum of all possible n such that n, n^2+10 , n^2-2 , n^2-8 , n^3+6 are all prime numbers. (Hint: there is at least one such n) $[x^y = y$ th power of x. $3^2=9$] {9 points}

Secondary

m এমন একটি বাস্তব সংখ্যা যা $3^{\{m\}} = 4m$ সমীকরণ সিদ্ধ করে। $(3^{\{3^m\}}) / m^4$ -এর সম্ভাব্য সকল মানের যোগফল বের করো। $[x^y = x$ এর y তম ঘাত। $3^2=9$] {পূর্ণমান ৪}	Let m be a real number such that the following equation holds: $3^{\{m\}} = 4m$ Compute the sum of all possible distinct values that $(3^{\{3^m\}}) / m^4$ can take. $[x^y = y$ th power of x. $3^2=9$] {4 points}
একটি বহুভুজকে 'সুন্দর বহুভুজ' বলা যাবে, যদি তার তিনটি শীর্ষ বেছে নেওয়া যায় যেন তাদের মাঝে 144 ডিগ্রী কোণ তৈরী হয়। ৪ এর থেকে বড় 2024 পর্যন্ত বাহু বিশিষ্ট এমন কতগুলো সুসম বহুভুজ আছে যাদেরকে সুন্দর বহুভুজ বলা যাবে? {পূর্ণমান ৪}	A polygon is called beautiful if you can pick three of its vertices to have an angle of 144 degree between them. Compute the number of integers n greater than 8 and no greater than 2024 for which a regular n-gon is beautiful. {4 points}

ক্যাটেগরি: জুনিয়র

সময়:

নাম (বাংলায়):

শ্রেণি (২০২০ সাল):

Name (In English):

Registration No:

Name of Institution:

Phone No:

এই উত্তরপত্রের নির্দিষ্ট স্থানে উত্তর লিখতে হবে। খসড়ার জন্য পৃথক কাগজ ব্যবহার করতে হবে এবং তা জমা দিতে হবে। সকল সংখ্যা ইংরেজিতে লেখা হয়েছে। সবাইকে নিজ নিজ উত্তরপত্র জমা দিতে হবে।

নং	সমস্যা	উত্তর
1	<p>মিতা একটা সারিতে 2024-টা ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা এমনভাবে লিখেছে যাতে পরপর যেকোনো চারটা সংখ্যার গুণফল 2100 হয়। সারির প্রথম সংখ্যাটা 7, 1011-তম সংখ্যাটা 5, 2014-তম সংখ্যাটা 20। সারির সবার শেষের সংখ্যাটা কত?</p> <p>Mita wrote 2024 positive integers in a row such that the product of any four adjacent numbers is 2100. The first number is 7, the 1011th number is 5, the 2014th number is 20. What is the last number in the row?</p>	
2	<p>নিচের সমীকরণটার সব সমাধানের যোগফল বের করো।</p> $5^{2r+1} + 5^2 = 5^r + 5^{r+3}$ <p>Find the sum of all solutions of the equation,</p> $5^{2r+1} + 5^2 = 5^r + 5^{r+3}$	
3	<p>মনে করো, r একটা ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যা। $[r]$ দিয়ে আমরা r-এর পূর্ণসাংখ্যিক অংশ বোঝাই আর $\{r\}$ দিয়ে আমরা r-এর ভগ্নাংশিক অংশটা বোঝাই। যেমন যদি $r = 32.86$ হয়, তাহলে $\{r\} = 0.86$ এবং $[r] = 32$। এমন সব ধনাত্মক সংখ্যা r-এর যোগফল কত যদি $25\{r\} + [r] = 125$ হয়?</p> <p>Let r be a positive real number. Denote by $[r]$ the integer part of r and by $\{r\}$ the fractional part of r. For example, if $r = 32.86$, then $\{r\} = 0.86$ and $[r] = 32$. What is the sum of all positive numbers r satisfying $25\{r\} + [r] = 125$?</p>	

4	<p>ABC একটা সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ। P আর Q হলো AB রেখাংশের ওপর এমন দুটো বিন্দু যেন $CP \perp AB$ হয় এবং CQ, $\angle ACB$-কে সমদ্বিখণ্ডিত করে। যদি $AC - CB = 18$ আর $AP - PB = 12$ হয়, তাহলে $AQ - QB$ কত?</p> <p>ABC is an acute-angled triangle. Let P and Q be points on segment AB such that $CP \perp AB$ and CQ bisects $\angle ACB$. Given that $AC - CB = 18$ and $AP - PB = 12$, find $AQ - QB$.</p>	
5	<p>1 থেকে 19 বছরবিশিষ্ট উনিশজন শিশু বৃত্তাকারে দাঁড়িয়ে আছে। পাশাপাশি দাঁড়ানো প্রতি জোড়া শিশুর বয়সের পার্থক্যগুলো রেকর্ড করা হলো। এই 19-টা রেকর্ডেড সংখ্যার যোগফলের সম্ভাব্য সর্বোচ্চ মান কত?</p> <p>Nineteen children, aged 1 to 19, respectively, are standing in a circle. The difference between the ages of each pair of adjacent children is recorded. What is the maximum value of the sum of these 19 recorded numbers?</p>	
6	<p>$ABCD$ একটা সমদ্বিবাহু ট্রাপিজিয়াম যেন $AD = BC$, $AB = 3$ আর $CD = 8$। E এমন একটা বিন্দু যেন $AE \perp EC$ এবং $BC = EC$। AE-এর দৈর্ঘ্যকে $a\sqrt{b}$ আকারে লেখা যায় যেখানে a আর b পূর্ণসংখ্যা এবং b, 1 বাদে অন্য কোনো পূর্ণবর্গ সংখ্যা দিয়ে বিভাজ্য না। $(b - a)$-এর মান বের করো।</p> <p>$ABCD$ be an isosceles trapezium such that $AD = BC$, $AB = 3$, and $CD = 8$. A point E on the plane is such that $AE \perp EC$ and $BC = EC$. The length of AE can be expressed as $a\sqrt{b}$ where a and b are integers and b is not divisible by any square number other than 1. Find the value of $(b - a)$.</p>	
7	<p>একটা সংখ্যাকে বিলম্বী-কিশোর বলা হবে যদি সেটা তার অঙ্কগুলোর যোগফলের 19 গুণ হয়। কতগুলো বিলম্বী-কিশোর সংখ্যা আছে?</p> <p>A late-teen number is a positive integer which is 19 times the sum of its own digits. Determine how many late-teen numbers are there.</p>	
8	<p>$ABCD$ একটা বর্গ যার বাহুর দৈর্ঘ্য 6। E আর F বিন্দু যথাক্রমে \overrightarrow{DA} আর \overrightarrow{DC} রশ্মির ওপরে এমনভাবে আছে যেন E, B আর F বিন্দুগুলো সমরেখ এবং $EF = 18$। $\frac{1}{DE} + \frac{1}{DF}$-এর মানকে $\frac{a}{b}$ আকারে লেখা যায় যেখানে a আর b সহমৌলিক ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা। $(a + 10b)$-এর মান কত?</p> <p>Let $ABCD$ be a square with side length 6. Points E and F are on ray \overrightarrow{DA} and \overrightarrow{DC} respectively such that E, B and F are collinear and $EF = 18$. The value of $\frac{1}{DE} + \frac{1}{DF}$ can be written as $\frac{a}{b}$, where a and b are coprime positive integers. What is the value of $(a + 10b)$?</p>	

9	<p>এক জোড়া অসমান পূর্ণসংখ্যাকে বন্ধুসুলভ বলা হবে যদি তারা পরস্পর সহমৌলিক না হয়। 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 সংখ্যাগুলো দিয়ে সর্বোচ্চ দুটো নিশ্চৈদ বন্ধুসুলভ জোড়া বানানো সম্ভব। যেমন (2, 4) আর (3, 6)। 1, 2, 3, ..., 50 সংখ্যাগুলো দিয়ে কতগুলো নিশ্চৈদ বন্ধুসুলভ জোড়া বানানো সম্ভব?</p> <p>A pair of distinct integers are called friendly if they are not coprime. Using the numbers 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, at most 2 disjoint friendly pairs can be formed, for example: (2, 4) and (3, 6). How many disjoint friendly pairs can be formed using the numbers 1, 2, 3, ..., 50?</p>	
10	<p>দুটো ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা a আর b এর জন্য</p> $0 < \left \frac{a}{b} - \frac{3}{5} \right \leq \frac{1}{150}$ <p>b এর সর্বনিম্ন সম্ভাব্য মান কত?</p> <p>For positive integers a and b,</p> $0 < \left \frac{a}{b} - \frac{3}{5} \right \leq \frac{1}{150}$ <p>What is the smallest possible value of b?</p>	
11	<p>সিনথিয়া পোকেমন পছন্দ করে এবং সে পারলে সবগুলো পোকেমনই ধরতে চায়। জয়ের রাস্তায় মোট 50-টা পোকেমন আছে। সিনথিয়া এই পোকেমনগুলোর মধ্যে যত সম্ভব বেশি সংখ্যক পোকেমন ধরতে চায়। কিন্তু সে এমন দুটো পোকেমন কখনোই ধরতে পারবে না যারা পরস্পর শত্রু। কিছুক্ষণ ঘুরে বেড়ানোর পর সে নিচের দুটো জিনিস বুঝতে পারল।</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. জয়ের রাস্তার প্রতিটা পোকেমনেরই ঠিক দুটো করে শত্রু আছে। 2. যেহেতু সে পরস্পর শত্রু এমন দুটো পোকেমন কখনোই ধরতে পারবে না, তাই সে যতই চেষ্টা করুক না কেন, জয়ের রাস্তায় সে সর্বোচ্চ n-টা পোকেমন ধরতে পারবে। <p>n-এর সম্ভাব্য সব মানের যোগফল কত?</p> <p>Cynthia loves Pokemon and she wants to catch them all. In Victory Road, there are a total of 50 Pokemon. Cynthia wants to catch as many of them as possible. However, she can not catch any two Pokemon that are enemies with each other. After exploring around for a while, she makes the following two observations.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Every Pokemon in Victory Road is enemies with exactly two other Pokemon. 2. Due to her inability to catch Pokemon that are enemies with one another, the maximum number of Pokemon that she can catch is equal to n. <p>What is the sum of all possible values of n?</p>	

12 Let $1 < N \leq 2021$ be a positive integer. The numbers $1, 2, 3, \dots, N$ are written in a row in this order. Joydip and Mursalin play a game where they each take turns erasing two consecutive numbers from the board and replacing them with either their sum or their product. As a result, the number of numbers goes down by one in each turn. Joydip goes first. The game ends when there is only a single number left and Joydip wins if and only if this number is odd. What is the sum of all possible values of N for which Joydip has a winning strategy?

ক্যাটাগরি: জুনিয়র
Category: Junior

সময়: ১ ঘণ্টা ৩০ মিনিট
Time: 1 hour 30 minutes

সমস্যাগুলো কাঠিন্য অনুসারে সাজানোর চেষ্টা করা হয়েছে। প্রতিটি সমস্যার পূর্ণমান তার পাশে দেওয়া আছে। প্রশ্নের নম্বর ব্যতীত প্রতিটি সংখ্যা ইংরেজিতে লেখা। সমস্যার বিস্তারিত সমাধান মূল উত্তরপত্রে রাফসহ লিখতে হবে। রাফ করার জন্য মূল উত্তরপত্রের পিছনের অংশ ব্যবহার করা যাবে। বাড়তি কাগজ নিলে সেখানে নাম ও রেজিস্ট্রেশন নম্বর লেখা বাধ্যনীয়।

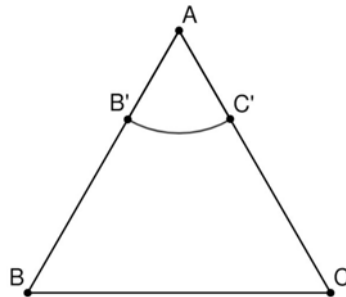
Problems are sorted according to their difficulty. Full marks are written beside the problems. You have to write the detailed solutions in the main answer script along with roughs. You can use the back side of the answer script for roughs. If you take extra page, then writing your name and registration number on that page is mandatory.

সমস্যা ১: $\triangle ABC$ একটি সমবাহু ত্রিভুজ যার বাহুর দৈর্ঘ্য ২০ একক। A কে কেন্দ্র করে একটি বৃত্তচাপ আঁকা হল যার ব্যাসার্ধ ৫ একক। চাপটি AB এবং AC কে যথাক্রমে B' এবং C' বিন্দুতে ছেদ করে। একটি ১ একক ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার চাকা যদি $BB'C'C$ সম্পূর্ণ পথ অতিক্রম করে তাহলে কতবার চাকাটি ঘুরবে?

(৪ মার্ক)

Problem 1: $\triangle ABC$ is an equilateral triangle that has side-length 20 unit. An arc is drawn with the center at A and radius 5 unit. The arc intersects AB and AC at points B' and C' respectively. If a circular wheel with a radius of 1 unit travels the whole path $BB'C'C$, then how many times will the wheel rotate?

(8 marks)



সমস্যা ২: একটি প্যালিনড্রোম সংখ্যা হল এমন সংখ্যা যাকে উল্টিয়ে লিখলেও একই হয়। যেমনঃ ১২৩২১, ৩৯০৯৩ ইত্যাদি।

- A. কত গুলো ৫ অঙ্কের প্যালিনড্রোম সংখ্যা রয়েছে?
B. কত গুলো ৭ অঙ্কের প্যালিনড্রোম সংখ্যা রয়েছে, যারা ৩ দ্বারা বিভাজ্য?

(৪ মার্ক)

Problem 2: A Palindrome number is a number which stays the same if the digits are written in reverse. For example: 12321, 39093 etc.

- A. How many 5 digit Palindrome numbers are there?

B. How many 7 digit Palindrome numbers are there, which are also divisible by 3?

(8 মার্ক)

সমস্যা ৩: তাহনিক কে কোন ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা n দিলে সে এর সাথে সহমৌলিক সকল সংখ্যা লিখে দেয়, অর্থাৎ যাদের সাথে n এর গ.সা.গু. (গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক) 1। যেমন, $n = 10$ দিলে সে 1, 3, 7, 9, 11, 13, ... লিখে দিতে থাকে। তাহনিককে কোনো n দিলে তার লিখে দেওয়া সংখ্যাগুলো যদি একটি সমান্তর অনুক্রম তৈরী করে, তবে n এর মান কী কী হতে পারে? একটি সমান্তর অনুক্রমে পরপর দুইটি সংখ্যার অন্তর সবসময় একই মান হয়। যেমনঃ 3, 7, 11, 15, 19, ...

(10 মার্ক)

Problem 3: If Thanic is given any positive integer n , he writes down all the integers co-prime to the given number - meaning numbers with which the GCD (Greatest Common Divisor) of n is 1. For example, if $n = 10$ is given, he keeps writing 1, 3, 7, 9, 11, 13, ... If after giving Thanic some integer n the numbers he writes down form an arithmetic progression, then what are the possible values for n ? In an arithmetic progression the difference between two consecutive terms are always the same. For example: 3, 7, 11, 15, 19, ...

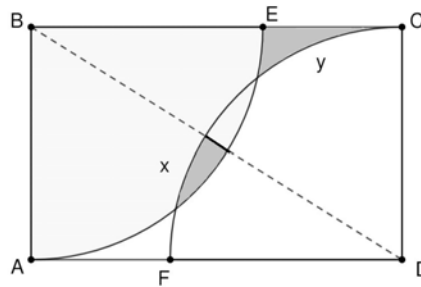
(10 marks)

সমস্যা ৪: চিত্রে $ABCD$ আয়ত্রে $AB = BE$, $CD = DF$ এবং $AF = 3$ একক। ছায়াকৃত ক্ষেত্রদুইটির ক্ষেত্রফল যথাক্রমে x ও y , যেখানে $y - x = \frac{80 - 25\pi}{4}$ বর্গ একক। $ABCD$ আয়ত্রে বাহুর দৈর্ঘ্যগুলো পূর্ণসংখ্যা হলে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

(10 মার্ক)

Problem 4: In rectangle $ABCD$ in the figure, $AB = BE$, $CD = DF$ and $AF = 3$ units. The areas of the two shaded regions are x and y respectively, where $y - x = \frac{80 - 25\pi}{4}$ square units. If the sides of the rectangle have integer lengths, then find its area.

(10 marks)



সমস্যা ৫: বাস্তব x এর জন্য সকল সমাধান নির্ণয় করঃ $[x]^3 - 7 \left[x + \frac{1}{3} \right] = -13$ । এখানে $[x]$ হল ফ্লোর ফাংশন, যা দ্বারা x এর চেয়ে সমান বা ছোট সবচেয়ে বড় পূর্ণসংখ্যা বোঝায়। যেমনঃ $[2.1] = 2$, $[3] = 3$, $[-1.6] = -2$ ।

(10 মার্ক)

Problem 5: Find all solutions for real x : $[x]^3 - 7 \left[x + \frac{1}{3} \right] = -13$. Here $[x]$ is the floor function, which represents the largest integer less than or equal to x . For example: $[2.1] = 2$, $[3] = 3$, $[-1.6] = -2$.

(10 marks)

সমস্যা ৬: প্রত্যয় ও পায়েল দুইজনের কাছে দুইটি সংখ্যা যথাক্রমে n এবং m আছে যেখানে $n > m$ । প্রতিদিন, প্রত্যয় তার সংখ্যাটিকে ২ দিয়ে গুণ করে ২ বিয়োগ করে, আর পায়েল তার সংখ্যাটিকে ২ দিয়ে গুণ করে ২ যোগ করে। অর্থাৎ, প্রথমদিন তাদের সংখ্যা দুইটি হবে যথাক্রমে $(2n - 2)$ এবং $(2m + 2)$ । এমন ক্ষুদ্রতম পূর্ণসংখ্যা x প্রমানসহ নির্ণয় কর যেন $n - m \geq x$ হলে প্রতিদিনই প্রত্যয়ের সংখ্যা পায়েলের সংখ্যা থেকে বড় হবে।

(10 মার্ক)

Problem 6: Pratyaya and Payel have a number each, n and m respectively, where $n > m$. Everyday, Pratyaya multiplies his number by 2 and then subtracts 2 from it, and Payel multiplies his number by 2 and then add 2 to it. In other words, on the first day their numbers will be $(2n - 2)$ and $(2m + 2)$ respectively. Find minimum integer x with proof such that if $n - m \geq x$, then Pratyaya's number will be larger than Payel's number everyday.

(10 marks)

সমস্যা ৭: একটি n আকারের ত্রিভুজ হচ্ছে অনেকগুলো বৃত্তাকার কয়েনের সমষ্টি যাদের একটি সমবাহু ত্রিভুজাকারে রাখা হয়েছে এবং প্রতি বাহু বরাবর n টি কয়েন রয়েছে। যেমন চিত্রে ৫ আকারের ত্রিভুজ দেখানো হয়েছে। শুরুতে সবগুলো কয়েনের হেডস সাইডটি উপরের দিকে রয়েছে। তুমি একবারে পরস্পর স্পর্শ করে এমন তিনটি কয়েনকে উল্টিয়ে রাখতে পারো।

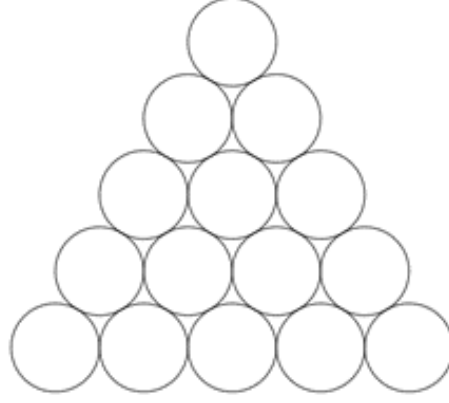
- প্রমাণ কর, $n = 3$ হলে, তুমি এভাবে বেশ কয়েকবার তিনটি করে কয়েন উল্টিয়ে সবগুলো কয়েনের টেইলস সাইড উপরে আনতে পারবে।
- প্রমাণ কর, n সংখ্যাটি ৩ দ্বারা বিভাজ্য হলে, তুমি এভাবে বেশ কয়েকবার তিনটি করে কয়েন উল্টিয়ে সবগুলো কয়েনের টেইলস সাইড উপরে আনতে পারবে।

(12 মার্ক)

Problem 7: A triangle of size n is a collection of a number of circular coins which are placed in the shape of an equilateral triangle and there are n coins along each side. For example, in the figure a triangle of size 5 is shown. At first the Heads side of every coin is faced up. At a time, you can take three coins that are touching each other and flip their side.

- Prove that, if $n = 3$, you can make the Tails side of all the coins faced up after flipping three coins at a time in this method a few times.
- Prove that, if the number n is divisible by 3, you can make the Tails side of all the coins faced up after flipping three coins at a time in this method a few times.

(12 marks)



সমস্যা ৮: প্রমাণসহ সকল জোড় ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা বের কর যাদেরকে দুইটি যৌগিক বেজোড় সংখ্যার যোগফল হিসেবে লেখা যায় না।
(12 মার্ক)

Problem 8: Find, with proof, all even positive integers that cannot be expressed as the sum of two composite odd numbers.
(12 মার্ক)

ক্যাটাগরি: জুনিয়র (৬ষ্ঠ-৮ম শ্রেণি)
Category: Junior (Class 6-8)

Time: 3 Hours

'হাফজা' শব্দটির মূল অর্থ 'হাফিজ' হতে এসেছে। হাফিজ হলেন আল-কুরআন মুখস্থ করে রাখেন এবং তা থেকে অন্যদেরকে শেখান। হাফিজ শব্দটি আরবি ভাষা থেকে এসেছে। হাফিজ শব্দটির মূল অর্থ 'হাফিজ' হতে এসেছে। হাফিজ হলেন আল-কুরআন মুখস্থ করে রাখেন এবং তা থেকে অন্যদেরকে শেখান। হাফিজ শব্দটি আরবি ভাষা থেকে এসেছে।

[Problems are sorted according to its difficulty. Full marks are written inside the bracket at the end of each problem. All numbers except the Question number are written in English. Answers have to be written on the main answer script. Back side of the answer script can be used for doing roughs. Writing name and registration number on each extra page is mandatory.]

৬. নিলয় তোমাকে একটি টাকা উৎপাদনকারী মেশিন দিলো। যদি তুমি এই মেশিনে কিছু টাকা জমা দাও তাহলে এই মেশিনও তোমাকে কিছু টাকা ফেরত দিবে। তুমি যদি এই মেশিনে একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ টাকা জমা দাও এবং তার সাথে আরো 7 টাকা দাও তাহলে এই মেশিন ঐ নির্দিষ্ট পরিমাণ টাকা দ্বিগুণ করে ফেরত দিবে। তোমার কাছে যদি 2023 টাকা থাকে তাহলে এই মেশিন থেকে তুমি সর্বোচ্চ কতো টাকা ফেরত পেতে পারো?

Niloy gives you a money-making machine. If you give this machine some taka, it will return you some taka. If you give the machine a certain amount of taka and 7 taka more, it will return you the double of that certain amount of taka. What amount of taka can you get the most from this machine if you have 2023 taka?

৭. $ABCD$ একটি উত্তল চতুর্ভুজ যেন $\angle ABD = \angle DBC$, $AD = CD$ এবং $AB \neq BC$ হয়। প্রমাণ কর যে $ABCD$ একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ।

(উত্তল চতুর্ভুজ হল এমন একটি চতুর্ভুজ যার সবগুলো অভ্যন্তরীণ কোণ 180° এর চেয়ে ছোট। একটি উত্তল চতুর্ভুজ বৃত্তস্থ হয় যদি এবং কেবল যদি এর দুটি বিপরীত কোণের সমষ্টি 180° হয়।)

$ABCD$ is a convex quadrilateral such that $\angle ABD = \angle DBC$, $AD = CD$ and $AB \neq BC$. Prove that $ABCD$ is cyclic.

(A convex quadrilateral is a quadrilateral having all of its interior angles measuring less than 180° . A convex quadrilateral is cyclic if and only if the sum of its two opposite angles is 180° .)

৮. $x^2 - 12y + 4 = 0$ এই সমীকরণের সকল পূর্ণসাংখ্যিক সমাধান নির্ণয় করো।

Find all the integer solutions to the equation $x^2 - 12y + 4 = 0$

৯. ফুয়াদের কাছে 6টি কলম আছে। এর মধ্যে 3টি কলম একই রকমের এবং বাকি 3টি কলম ভিন্ন ভিন্ন রকমের। ফুয়াদ কতভাবে এই 6টি কলম 3 জনের মাঝে ভাগ করে দিতে পারবে যেন, প্রত্যেকে কমপক্ষে একটি করে কলম পায়?

Fuad has 6 pens. Among these, 3 pens are identical and other 3 pens are distinctly different. How many ways Fuad can distribute these 6 pens among 3 people so that, everyone gets at least one pen?

১০. তিহামের কাছে 1 থেকে 2023 পর্যন্ত 2023 টি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা আছে। সে প্রতিবারে দুইটি ভিন্ন সংখ্যার একটি জোড়া নেয় এবং জোড়াটি একটি ডায়েরিতে লিখে রাখে। সে এভাবে সম্ভাব্য সকল জোড়া ডায়েরিতে লিখে রাখে। প্রমাণ করো যে, তিহামের কাছে এমন অন্তত 867 টি ভিন্ন জোড়া আছে যেন, জোড়ার সংখ্যা দুইটির যোগফল 7 যারা দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হয়। $((a, b)$ এবং (b, a) একই জোড়া হিসেবে গণ্য হবে]

Tiham has 2023 positive integers from 1 to 2023. Every time he takes a pair of two different integers and writes the pair in a diary. He writes all such possible pairs in the diary. Prove that, he has at least 867 such different pairs so that, sum of the integers in the pair is completely divisible by 7.

$((a, b)$ and (b, a) are considered as same pair]

ক্যাটাগরি: জুনিয়র (৬ষ্ঠ-৮ম শ্রেণি)
Category: Junior (Class 6-8)

সময়: স্পন্দন শূ
Time: 3 Hours

A, B, C বিন্দুগুলো ঠিক এই ক্রমে একটি রেখার উপর অবস্থান করছে। AB হল ω_1 অর্ধবৃত্তের ব্যাস এবং AC হল ω_2 অর্ধবৃত্তের ব্যাস। ধরে নাও, ω_1 এবং ω_2 উভয়ই AC এর একই পাশে অবস্থিত। D হল ω_2 এর উপর এমন একটি বিন্দু যেন, $BD \perp AC$ । BD ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট এবং B কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্ত ω_1 কে E বিন্দুতে ছেদ করে। AC এর উপর F বিন্দুটি এমনভাবে অবস্থিত যেন $EF \perp AC$ । প্রমাণ করো যে, $BC = BF$ ।

Let the points A, B, C lie on a line in this order. AB is the diameter of semicircle ω_1 , AC is the diameter of semicircle ω_2 . Assume both ω_1 and ω_2 are on the same side of AC . D is a point on ω_2 such that $BD \perp AC$. A circle centered at B with radius BD intersects ω_1 at E . F is on AC such that $EF \perp AC$. Prove that $BC = BF$.

স্ব. একটি ফায়ার সার্ভিস ট্রেনিং এ ২০ ফুট উচু একটি বিল্ডিং এ ওঠার জন্য দুইটি সমান উচ্চতার মই আছে যার একটিতে ৩৪ টি ধাপ এবং আরেকটিতে ৪৯ টি ধাপ বিদ্যমান। দুইজন ফায়ার সার্ভিস কর্মী দুইটি মই ব্যবহার করে সেই বিল্ডিং এ ওঠা শুরু করলো। এখন মাঝপথে তাদেরকে একটি ফায়ার পাইপ হাতবদল করতে হবে। তারা চায় তাদের মাঝে সম্ভাব্য সর্বনিম্ন দূরত্বে ফায়ার পাইপ হাতবদল করতে। তারা প্রত্যেকে তাদের মই এর কততম ধাপে থাকলে তা করা সম্ভব?

In fire-service training, there are two ladders of equal height to climb a 20-foot-high building, one of which has 34 rungs and the other has 49 rungs. Two fire service personnel started climbing the building using two ladders. During climbing, they have to shift a fire pipe from one to another. They want the fire pipe to change hands at the lowest distance possible between them. On which rung they should be on their respective ladder to do this?

স্ম. সাদ এমন একটি চতুর্ভুজ $ABCD$ আঁকলো যেটায় $AB = BC = CD$ । তারপর সে ঐ ছবিতে আরো তিনটি বিন্দু M, N এবং P অংকন করলো যারা যথাক্রমে AB, BC এবং CD বাহুর মধ্যবিন্দু। কিন্তু রাফি এসে মধ্যবিন্দু তিনটি বাদে ঐ ছবির বাকি সবকিছু মুছে দিলো। M, N এবং P বিন্দু তিনটি ব্যবহার করে চতুর্ভুজটি পুনর্গঠনের একটি উপায় বের করো।

Saad drew a quadrilateral $ABCD$ such that $AB = BC = CD$. He also drew the midpoints M, N and P of the sides AB, BC and CD respectively. But then Rafi came and erased everything but the midpoints. Figure out a way to reconstruct the quadrilateral using the points M, N and P .

স্ল. একটি দেশে ১ ডলার হল ১০০ সেন্ট সমমূল্যের। এই দেশে কয়েনগুলো ১, ২, ৫, ১০, ২০, ৫০ এবং ১০০ সেন্ট শ্রেণিতে বিভক্ত। কেউ যদি ঠিক B সংখ্যক কয়েন ব্যবহার করে A সমমূল্যের সেন্ট বানাতে পারে তাহলে প্রমাণ করো যে, ঠিক A সংখ্যক কয়েন ব্যবহার করে B সমমূল্যের ডলার বানানো সম্ভব।

In a certain country, a dollar is 100 cents and coins have denominations 1, 2, 5, 10, 20, 50 and 100 cents. Suppose that one can make A cents using exactly B coins. Prove that it is possible to make B dollars using exactly A coins.

স্থ. প্রমাণ করো যে, ২০২৩ টি ভিন্ন ভিন্ন ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার এমন একটি অনুক্রম আছে যেন অনুক্রমটির যেকোনো দুইটি ক্রমিক পদের বর্গের যোগফল নিজেই একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা।

Prove that, there is a sequence of 2023 distinct positive integers such the sum of the squares of any two consecutive terms is a perfect square itself.