

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»
(ННГУ)

Институт информационных технологий, математики и механики

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

на тему:

**«Постфиксная форма записи арифметических
выражений»**

Выполнил: студент группы 3822Б1ФИ2

_____/Ясакова Т.Е./
Подпись

Проверил: к.т.н, доцент каф. ВВиСП

_____/Кустикова В.Д./
Подпись

Нижний Новгород
2023

Содержание

Введение.....	3
1 Постановка задачи.....	4
2 Руководство пользователя.....	5
2.1 Приложение для демонстрации работы стека.....	5
2.2 Приложение для демонстрации работы перевода арифметического выражения в постфиксную запись.....	6
3 Руководство программиста	7
3.1 Описание алгоритмов	7
3.1.1 Стек.....	7
3.1.2 Арифметическое выражение	8
3.2 Описание программной реализации	11
3.2.1 Описание класса Stack	11
3.2.2 Описание класса Talgorithm	12
Заключение	15
Литература	16
Приложения	17
Приложение А. Реализация класса Stack	17
Приложение Б. Реализация класса Talgorithm	18

Введение

Лабораторная работа направлена на изучение алгоритма преобразования математических выражений из инфиксной записи в постфиксную (обратную польскую) запись. Инфиксная запись — это традиционный способ записи математических выражений, где операторы расположены между операндами. Постфиксная запись, наоборот, предполагает расположение операторов после соответствующих операндов.

В данной лабораторной работе студенты будут изучать основные принципы работы алгоритма преобразования инфиксной записи в постфиксную и реализовывать его на практике. Это позволит им лучше понять принципы работы стека и освоить навыки работы с алгоритмами обработки строк и вычисления математических выражений.

1 Постановка задачи

Цель:

Реализовать шаблонный класс TStack. Используя класс TStack реализовать класс перевода арифметического выражения в постфиксную форму Expression. Научиться использовать стек для преобразования инфиксного (обычного) арифметического выражения в постфиксную форму.

Задачи:

1. Изучение основных принципов работы со стеком.
2. Изучение правил преобразования инфиксного выражения в постфиксное.
3. Написание программы на C++, использующей стек для преобразования арифметического выражения.
4. Анализ времени выполнения программы и оценка эффективности использования стека для данной задачи.
5. Тестирование программы на различных входных данных, включая выражения с разными операциями и скобками.

В результате лабораторной работы студент должен освоить принципы работы со стеком, понять преимущества использования постфиксной формы для вычисления арифметических выражений и научиться применять их на практике.

2 Руководство пользователя

2.1 Приложение для демонстрации работы стека

1. Запустите приложение с названием `sample_stack.exe`. В результате появится окно, показанное ниже и вам будет предложено ввести размер максимальный стека, число элементов в стеке и сами целочисленные элементы. (рис. 1).

```
Input a max size of stack:
10
Input a size of stack (it should be less than max_size:
3
Input a element:
1
Input a element:
2
Input a element:
3|
```

Рис. 1. Основное окно программы

2. После ввода будет выведены результаты соответствующих операций и функций стека. Если введенный размер равен нулю, то метод `Top()` не вызывается. (рис. 2).

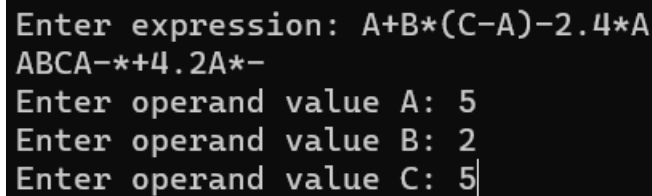
```
Input a max size of stack:
10
Input a size of stack (it should be less than max_size:
3
Input a element:
1
Input a element:
2
Input a element:
3
Stack.IsEmpty(): 0
Stack.IsFull(): 0
Stack.Top() 3
Stack after remove element: (if size != 0)
Stack.IsEmpty(): 0
Stack.IsFull(): 0
Stack.Top() 2

DONE!
```

Рис. 2. Результат тестирования функций класса TStack

2.2 Приложение для демонстрации работы перевода арифметического выражения в постфиксную запись

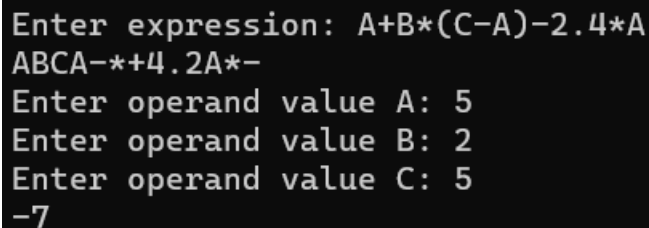
1. Запустите приложение с названием sample_talgorithm.exe. В результате появится окно, показанное ниже, вам будет предложено ввести арифметическое выражение. Затем будет выведена постфиксная форма выражения. Затем необходимо ввести используемые операнды. Операнды имеют тип числа с плавающей запятой (рис. 3).



```
Enter expression: A+B*(C-A)-2.4*A
ABCA-*+4.2A*-
Enter operand value A: 5
Enter operand value B: 2
Enter operand value C: 5|
```

Рис. 3. Основное окно программы

2. После ввода операндов будет выведен результат соответствующей операции (рис. 4).



```
Enter expression: A+B*(C-A)-2.4*A
ABCA-*+4.2A*-
Enter operand value A: 5
Enter operand value B: 2
Enter operand value C: 5
-7
```

Рис. 4. Результат тестирования функций класса Talgotithm

3 Руководство программиста

3.1 Описание алгоритмов

3.1.1 Стек

Стек – это структура хранения, основанная на принципе «Last in, first out». Операции, доступные с данной структурой хранения, следующие: добавление элемента в вершину стека, удаление элемента из вершины стека, взять элемент с вершины стека, проверка на полноту, проверка на пустоту.

Операция добавления элемента в вершину стека

Операция добавления элемента реализуется при помощи флага, указывающий на последний занятый элемент (на вершину стека). Если структура хранения ещё не полна, то мы можем добавить элемент на $\text{top}+1$ место.

Пример:

4	2		
---	---	--	--

Операция добавления элемента (1) в вершину:

1	4	2	
---	---	---	--

Операция удаления элемента из вершины стека

Операция удаления элемента реализуется при помощи флага, указывающий на последний занятый элемент (на вершину стека). Если структура хранения ещё не пуста, то мы можем удалить элемент с индексом top .

Пример:

4	2		
---	---	--	--

Операция добавления элемента (1) в вершину:

2			
---	--	--	--

Операция взятия элемента с вершины.

Операция взятия элемента с вершины также реализуется при помощи флага, указывающий на последний занятый элемент (на вершину стека). Если структура хранения не пуста, мы можем взять элемент с вершины.

Пример:

4	2		
---	---	--	--

Операция взятия элемента с вершины стека:

Результат: 4

Операция проверки на полноту.

Операция проверки на полноту проверяет, полон ли стек. Также реализуется при помощи флага, указывающий на вершину стека.

Пример 1:

4	2		
---	---	--	--

Операция проверки на полноту:

Результат: false

Пример 2:

4	2	2	2
---	---	---	---

Операция проверки на полноту:

Результат: true

Операция проверки на пустоту.

Операция проверки на полноту проверяет, есть ли хотя бы один элемент в стеке. Также реализуется при помощи флага, указывающий на вершину стека.

Пример 1:

4	2		
---	---	--	--

Операция проверки на полноту:

Результат: false

Пример 2:

--	--	--	--

Операция проверки на полноту:

Результат: true

3.1.2 Арифметическое выражение

Программа предоставляет возможности для работы с арифметическими выражениями: получение инфиксной записи, получение постфиксной записи, получение результата.

Алгоритм на входе требует строку, которая представляет некоторое арифметическое выражение, и хэш-таблицу, элементы которой представляют операнды в арифметическом выражении. Алгоритм также вводит приоритет арифметических операций согласно математическим правилам: скобки, умножение/деление, сложение/вычитание.

Получение инфиксной записи.

Функция просто выведет исходную строку в инфиксной записи.

Получение постфиксной записи.

Изначально алгоритм подготавливает выражение: убирает лишние пробелы, проверяет на корректность введенных данных, разделяет строку на операции и операнды. Таким образом, до начала перевода в постфиксную форму в программе уже есть разделенный набор операций и операндов.

Алгоритм:

1. Создаем пустой стек операторов.
2. Создаем пустой массив для хранения постфиксной записи.
3. Проходим по каждому символу в инфиксной записи слева на право:
 - Если символ является операндом, добавляем его в массив постфиксной записи.
 - Если символ является открывающей скобкой, помещаем его в стек операторов.
 - Если символ является закрывающей скобкой, извлекаем операторы из стека и добавляем их в массив постфиксной записи до тех пор, пока не встретится открывающая скобка. Удаляем открывающую скобку из стека.
 - Если символ является оператором, извлекаем операторы из стека и добавляем их в массив постфиксной записи до тех пор, пока не будет найден оператор с меньшим или равным приоритетом. Затем помещаем текущий оператор в стек.
4. Извлекаем оставшиеся операторы из стека и добавляем их в массив постфиксной записи.

После завершения алгоритма массив постфиксной записи будет содержать инфиксное выражение в постфиксной форме.

Пример:

Выражение: $A + (B - C) * D$

								+
								*
								D
						-	-	-
					C	C	C	C
			B	B	B	B	B	B

A	A	A	A	A	A	A	A	A
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Стек:

				-	-			
		((((*	
	+	+	+	+	+	+	+	

Вычисление результата.

Алгоритм вычисления значения выражения в постфиксной записи (обратной польской записи) выглядит следующим образом:

1. Создаем пустой стек для хранения операндов.

2. Проходим по каждому символу в постфиксной записи:

- Если символ является операндом, помещаем его в стек операндов.
- Если символ является оператором, извлекаем два операнда из стека, применяем оператор к этим операндам и помещаем результат обратно в стек.

3. После завершения прохода по всем символам, результат вычисления будет находиться на вершине стека операндов.

Полученное значение на вершине стека будет являться результатом вычисления постфиксной записи.

Пример:

Выражение: $A + (B - C) * D$

Постфиксная запись: $ABC-D*+$

Значение операндов: $A = B = 3, C = D = 2$

Стек:

		3	3	1	1	2	
3	3	3	3	3	3	2	4

3.2 Описание программной реализации

3.2.1 Описание класса Stack

```
template <typename T> class Stack {
private:
    T* data;
    int maxSize;
    int top_;
    void resize(int step = 10);
public:
    Stack(int size = 10);
    Stack(const Stack<T>& stack);
    ~Stack();
    T pop();
    T top() const;
    void push(const T& element);
    bool isEmpty() const;
    bool isFull() const;
    Stack<T>& operator=(const Stack<T>& stack);
};
```

Назначение: представление стека.

Поля:

maxSize – максимальный размер стека.

***data** – память для представления элементов стека.

top_ – индекс вершины стека (-1, если стек пустой).

Методы:

Stack(int size = 10);

Назначение: конструктор по умолчанию и конструктор с параметрами.

Входные параметры:

size – максимальный размер стека (по умолчанию 10).

Выходные параметры: отсутствуют.

Stack(const Stack<T>& stack);

Назначение: конструктор копирования.

Входные параметры:

stack – стек, на основе которого создаем новый стек.

Выходные параметры: отсутствуют.

~Stack() ;

Назначение: деструктор.

Входные параметры: отсутствуют.

Выходные параметры: отсутствуют.

T pop() ;

Назначение: удаление элемента из вершины стека.

Входные параметры: отсутствуют.

T top() const;

Назначение: получение элемента, находящийся в вершине стека.

Входные параметры отсутствуют.

Выходные параметры: элемент с вершины стека, последний добавленный элемент.

void push(const T& element) ;

Назначение: добавление элемента в стек.

Входные параметры:

element – элемент, который добавляем.

Выходные параметры отсутствуют.

bool IsEmpty() const;

Назначение: проверка на пустоту.

Входные параметры: отсутствуют.

Выходные параметры: 1, если стек пуст, 0 иначе.

bool IsFull() const;

Назначение: проверка на полноту.

Входные параметры: отсутствуют.

Выходные параметры: 1, если стек полон, 0 иначе.

3.2.2 Описание класса Talgorithm

```
class Talgorithm {
private:
    static bool isOperator(const string& str);
    static int getPrecedence(const string& op);
public:
    static void isValidTalgorithm(const vector<string>& infixTalgorithm);
    static vector<string> splitTalgorithm(const string& expression);
    static Stack<string> infixToPostfix(const vector<string>&
infixTalgorithm);
    static map<string, double> getOperandValues(const vector<string>& str);
```

```
static double evaluatePostfixTalgorithm(const map<string, double>&
operandValues, Stack<string>& postfixTalgorithm);
};
```

Назначение: работа с инфиксной формой записи арифметических выражений

Методы:

```
static bool isOperator(const string& str);
```

Назначение: метод распознавания арифметических операторов.

Входные параметры: **str** – строка, представляющая арифметический оператор.

Выходные параметры: 1, если арифметический оператор, 0 иначе.

```
static int getPrecedence(const string& op);
```

Назначение: метод для определения приоритета оператора.

Входные параметры:

op – оператор, для которого нужно определить приоритет.

Выходные параметры: 1, если оператор “+” или “-”, 2, если оператор “*” или “/”, 0 в остальных случаях.

```
static void isValidTalgorithm(const vector<string>& infixTalgorithm);
```

Назначение: метод для проверки, является ли постфиксное выражение допустимым.

Входные параметры:

infixTalgorithm – вектор строк, хранящий постфиксную запись.

Выходные параметры: отсутствуют.

```
static vector<string> splitTalgorithm(const string& expression);
```

Назначение: метод разделения арифметического выражения.

Входные параметры:

expression – арифметическое выражение

Выходные параметры: вектор строк.

```
static Stack<string> infixToPostfix(const vector<string>&
infixTalgorithm);
```

Назначение: метод для преобразования инфиксного выражения в постфиксное.

Входные параметры:

infixTalgorithm – вектор строк, хранящий постфиксную запись.

Выходные параметры: стек строк, каждая отдельный токен из постфиксного выражения.

```
static map<string, double> getOperandValues(const vector<string>& strs);
```

Назначение: метод для получения значений операндов.

Входные параметры:

strs – вектор строк, в котором хранятся значения операндов.

Выходные параметры: ключ - это операнд, а значение - это соответствующее ему числовое значение.

```
static double evaluatePostfixTalgorithm(const map<string, double>&
operandValues, Stack<string>& postfixTalgorithm);
```

Назначение: метод вычисления постфиксного выражения.

Входные параметры:

operandValues – значения операндов.

postfixTalgorithm – стек, в котором находится постфиксное выражение.

Выходные параметры: числовое значение, которое является результатом вычисления постфиксного выражения.

Заключение

В ходе выполнения лабораторной работы было изучены основные принципы работы алгоритма преобразования математических выражений из инфиксной записи в постфиксную. Также были получены практические навыки реализации этого алгоритма и работы с постфиксной записью.

Изучение данного алгоритма позволило студентам лучше понять принципы работы стека, освоить навыки работы с алгоритмами обработки строк и вычисления математических выражений. Также они узнали о преимуществах постфиксной записи перед инфиксной и научились применять её в практических задачах.

Таким образом, выполнение лабораторной работы позволило студентам расширить свои знания в области алгоритмов обработки математических выражений и приобрести навыки работы с постфиксной записью. Эти знания и навыки будут полезны им в дальнейшем образовании и профессиональной деятельности.

Литература

1. Лекция «Динамическая структура данных Стек» Сысоев А.В.
[<https://cloud.unn.ru/s/jXmxFzAQoTDGfNe>]
2. Лекция «Разбор и вычисление арифметических выражений с помощью
постфиксной формы» Сысоев А.В. [<https://cloud.unn.ru/s/4Pyf24EBmowGsQ2>]

Приложения

Приложение А. Реализация класса Stack

```
#ifndef _STACK_H
#define _STACK_H
#include <iostream>

template <typename T> class Stack {
private:
    T* data;
    int maxSize;
    int top_;
    void resize(int step = 10);
public:
    Stack(int size = 10);
    Stack(const Stack<T>& stack);
    ~Stack();
    T pop();
    T top() const;
    void push(const T& element);
    bool isEmpty() const;
    bool isFull() const;
    Stack<T>& operator=(const Stack<T>& stack);
};

template <typename T> Stack<T>::Stack(int size) {
    if (size <= 0) throw "maxSize must be bigger than 0";
    maxSize = size;
    top_ = -1;
    data = new T[maxSize];
}

template <typename T> Stack<T>::Stack(const Stack<T>& stack) {
    maxSize = stack.maxSize;
    top_ = stack.top_;
    data = new T[maxSize];
    for (int i = 0; i <= top_; i++) {
        data[i] = stack.data[i];
    }
}

template <typename T> Stack<T>::~~Stack() {
    if (data != NULL) {
        delete[] data;
        top_ = -1;
        maxSize = 0;
    }
}

template <typename T> void Stack<T>::resize(int step) {
    if (step <= 0) { throw "Step<0 or step=0"; }
    int newSize = maxSize + step;
    T* newData = new T[newSize];
    for (int i = 0; i < maxSize; ++i) {
        newData[i] = data[i];
    }
    delete[] data;
    data = newData;
    maxSize = newSize;
}
```

```

template <typename T> bool Stack<T>::isFull() const {
    return (top_ == maxSize - 1);
}

template <typename T> bool Stack<T>::isEmpty() const {
    return (top_ == -1);
}

template <typename T> T Stack<T>::top() const {
    if (isEmpty()) throw "Stack is empty";
    else { return data[top_]; }
}

template <typename T> void Stack<T>::push(const T& element) {
    if (isFull()) { resize(5); }
    data[++top_] = element;
}

template <typename T> T Stack<T>::pop() {
    if (isEmpty()) throw "Stack is empty!";
    return data[top_--];
}

template <typename T> Stack<T>& Stack<T>::operator=(const Stack<T>& stack) {
    if (this != &stack) {
        delete[] data;
        maxSize = stack.maxSize;
        top_ = stack.top_;
        data = new T[maxSize];
        for (int i = 0; i <= top_; ++i) {
            data[i] = stack.data[i];
        }
    }
    return *this;
}
#endif

```

Приложение Б. Реализация класса Talgorithm

```

#include <iostream>
#include "talgorithm.h"
#include <set>
#include <string>

vector<string> Talgorithm::splitTalgorithm(const string& expression) {
    vector<string> result;
    string currentToken;

    for (char ch : expression) {
        if (ch == '+' || ch == '-' || ch == '*' || ch == '/' || ch == '(' ||
ch == ')') {
            if (!currentToken.empty()) {
                result.push_back(currentToken);
                currentToken.clear();
            }
            result.push_back(string(1, ch));
        }
        else if (isspace(ch)) {
            continue;
        }
        else {
            currentToken += string(1, ch);
        }
    }
}

```

```

    }
}
if (!currentToken.empty()) {
    result.push_back(currentToken);
}
return result;
}

int Talgorithm::getPrecedence(const string& op) {
    if (op == "+" || op == "-") {
        return 1;
    }
    else if (op == "*" || op == "/") {
        return 2;
    }
    return 0;
}

bool Talgorithm::isOperator(const string& token) {
    return (token == "+" || token == "-" || token == "*" || token == "/");
}

void Talgorithm::isValidTalgorithm(const vector<string>& infixTalgorithm) {
    if (isOperator(infixTalgorithm[0])) throw invalid_argument("Ошибка1: \n");
    else if (isOperator(infixTalgorithm[infixTalgorithm.size() - 1])) throw
invalid_argument("Ошибка2: \n");
    else {
        for (int i = 0; i < infixTalgorithm.size() - 1; i++) {
            if (isOperator(infixTalgorithm[i]) && isOperator(infixTalgorithm[i
+ 1])) throw invalid_argument("Ошибка3: \n");
            if (infixTalgorithm[i] == "/" && infixTalgorithm[i + 1] == "0")
throw invalid_argument("Ошибка4: \n");
        }
    }
}

map<string, double> Talgorithm::getOperandValues(const vector<string>& tokens)
{
    map<string, double> operandValues;

    for (const auto& token : tokens) {
        if (token != "+" && token != "-" && token != "*" && token != "/" &&
token != "(" && token != ")") {
            if (operandValues.find(token) == operandValues.end()) {
                double value;
                if (token.find_first_not_of("0123456789.") == string::npos) {
                    operandValues[token] = stod(token);
                    continue;
                }
                cout << "Enter operand value " << token << ": ";
                cin >> value;
                operandValues[token] = value;
            }
        }
    }
    return operandValues;
}

Stack<string> Talgorithm::infixToPostfix(const vector<string>&
infixTalgorithm) {
    Stack<string> operands;
    Stack<string> operators;

```

```

    for (const string& token : infixTalgorithm) {
        if (isalnum(token[0])) {
            operands.push(token);
        }
        else if (isOperator(token)) {
            while (!operators.isEmpty() && getPrecedence(operators.top()) >=
getPrecedence(token)) {
                operands.push(operators.top());
                operators.pop();
            }
            operators.push(token);
        }
        else if (token == "(") {
            operators.push(token);
        }
        else if (token == ")") {
            while (!operators.isEmpty() && operators.top() != "(") {
                operands.push(operators.top());
                operators.pop();
            }
            operators.pop();
        }
    }

    while (!operators.isEmpty()) {
        operands.push(operators.top());
        operators.pop();
    }

    Stack<string> tmp;
    string result_inverse = "";
    tmp = operands;
    while (!tmp.isEmpty())
    {
        result_inverse += tmp.pop();
    }
    string result = "";
    for (int i = result_inverse.size() - 1; i >= 0; i--)
    {
        result.push_back(result_inverse[i]);
    }

    cout << result << endl;

    return operands;
}

double Talgorithm::evaluatePostfixTalgorithm(const map<string, double>&
operandValues, Stack<string>& postfixTalgorithm) {
    Stack<double> resultStack;
    Stack<string> tmp = postfixTalgorithm;
    while (!postfixTalgorithm.isEmpty()) {
        postfixTalgorithm.pop();
    }
    while (!tmp.isEmpty()) {
        string str = tmp.top();
        postfixTalgorithm.push(str);
        tmp.pop();
    }

    while (!postfixTalgorithm.isEmpty()) {
        const string token = postfixTalgorithm.top();
        postfixTalgorithm.pop();

```

```

    if (!(isOperator(token))) {
        if (operandValues.find(token) != operandValues.end()) {
            resultStack.push(operandValues.at(token));
        }
        else {
            cerr << "Error: operands value '" << token << "' not exist.\n";
            return 0.0;
        }
    }
    else {
        double operand2 = resultStack.top();
        resultStack.pop();

        double operand1 = resultStack.top();
        resultStack.pop();

        if (token == "+") {
            resultStack.push(operand1 + operand2);
        }
        else if (token == "-") {
            resultStack.push(operand1 - operand2);
        }
        else if (token == "*") {
            resultStack.push(operand1 * operand2);
        }
        else if (token == "/") {
            if (operand2 == 0) {
                cerr << "ERROR: divizion by zero.\n";
                return 0.0;
            }
            resultStack.push(operand1 / operand2);
        }
    }
}
return resultStack.top();
}

```