

算法课第 2 次作业

作业得分（打印时请保留此项）：

	题目 1	题目 2	题目 3	题目 4	题目 5	总分
分数						
阅卷人						

注意事项：

1. 算法课作业均采用 A4 纸打印，左上角装订；
2. 不需要复制题目内容，直接在每一题的标题下填写解题过程即可；
3. 对于复杂公式或图形，可以留空白后手写完成，**文字部分应该打印**；
4. 注意填写页眉中的姓名、学号；
5. 打印时请保留第一页上方的“作业得分”表格。

题目 1：

不存在稳定的播出表

例如：

A 电视台有收视率为 4, 2, 1 的三档节目，B 电视台有收视率为 3, 3, 1 的三档节目，无论如何排列节目表，AB 两个电视台中，总有一个可以通过调整播出顺序获得更多的收视时间段。

A	4	2	1
B	1	3	3

时间表 1

如时间表 1，B 电视台有动机，调整如表 2

A	2	4	1
B	1	3	3

时间表 2

如时间表 2，A 电视台有动机，调整如表 3

A	2	4	1
B	3	1	3

时间表 3

AB 电视台将不停的根据对方的播放安排调整节目顺序来获得更多时间段，不存在稳定状态。

题目 2:

在一个小时内可以进行 36×10^{12} 次计算

$$\begin{aligned}
 n^2 &= 36 \times 10^{12} & \Rightarrow & n = \sqrt{36 \times 10^{12}} = 6 \times 10^6 \\
 n^3 &= 36 \times 10^{12} & \Rightarrow & n = \sqrt[3]{36 \times 10^{12}} \text{ 约等于 } 3 \times 10^4 \\
 100n^2 &= 36 \times 10^{12} & \Rightarrow & n = \sqrt{(36 \times 10^{12})/100} = 6 \times 10^5 \\
 n \log n &= 36 \times 10^{12} & \Rightarrow & n \text{ 使用牛顿公式约等于 } 1.2 \times 10^{12} \\
 2^n &= 36 \times 10^{12} & \Rightarrow & n = \log(\sqrt{36 \times 10^{12}}) = 6 + 12 \log 10 \\
 2^{(2^n)} &= 36 \times 10^{12} & \Rightarrow & n = \log(\log(\sqrt{36 \times 10^{12}})) = \log(6 + 12 \log 10)
 \end{aligned}$$

题目 3:

增长速度依次递增

$$2^{(\sqrt{\log n})} \quad n(\log n)^3 \quad n^{(4/3)} \quad n^{(\log n)} \quad 2^n \quad 2^{(n^2)} \quad 2^{(2^n)}$$

题目 4:

- 使用两个杯子，第一个杯子从第 0 层开始，每次向上移动 \sqrt{n} 层，如果 \sqrt{n} 是整数，则向下取整。当第一个杯子测试 j 次之后在 $j \times \sqrt{n}$ 层破碎，则证明最大的承受层数在 $(j-1) \times \sqrt{n}$ 和 $j \times \sqrt{n}$ 之间，在这个区间内，将第二个杯子从低处向高处一层层测试，直到第二个杯子破碎。在最坏的情况下，会经过 $2 \times \sqrt{n}$ 次的测试，当 n 趋于无穷大的时候， $(2 \times \sqrt{n})/n = 0$ ，符合要求。
- 使用 $k > 2$ 个杯子，第一个杯子从第 0 层开始，每次向上移动 $n^{((k-1)/k)}$ 层，如果不是整数，则向下取整。当第一个杯子在测试 j 次之后在 $j \times n^{((k-1)/k)}$ 破碎，则证明最大的承受层数在 $(j-1) \times n^{((k-1)/k)}$ 和 $j \times n^{((k-1)/k)}$ 之间，在最坏情况下第一个杯子将会经过 $n^{(1/k)}$ 次测试，在 $(j-1) \times n^{((k-1)/k)}$ 和 $j \times n^{((k-1)/k)}$ 之间用同样的方法递归的对剩下的 $k-1$ 个杯子进行测试，易知每个杯子最多测试次数少于第一个杯子的测试次数，所以最坏情况下的测量次数不超过 $k \times n^{(1/k)}$ 次，这是个递减函数随着 k 的增大而减小，符合要求。

题目 5:

反证：如果节点 i, j 不联通，则说明与 i, j 分别相连接的 $n/2$ 个节点不相互重复， i 和 j 又不是相同的节点，则有 $1 + 1 + n/2 + n/2 = 2 + n > n$ ，总的节点数会大于题目中假设的总结点数 n ，所以必定联通。