实验四　　　　　　离散时间信号的频域分析

1.实验目的

（1）理解和加深傅里叶变换的概念及其性质。

（2）离散时间傅里叶变换(DTFT)的计算和基本性质。

（3）离散傅里叶变换(DFT)的计算和基本性质。

2.实验原理

对离散时间信号进行频域分析，首先要对其进行傅里叶变换，通过得到的频谱函数进行分析。

离散时间傅里叶变换(DTFT，Discrete-time Fourier Transform)是傅立叶变换的一种。它将以离散时间 nT（其中$n \in \mathbb{Z}$，T 为采样间隔）作为变量的函数（离散时间信号）$f(nT)$ 变换到连续的频域，即产生这个离散时间信号的连续频谱 $F(e^{iw})$，其频谱是连续周期的。

设连续时间信号 $f(t)$的采样信号为：$f_{sp}(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} f(nT)\delta(t-nT)$，并且其傅里叶变换为：$\mathbb{F}\{f_{sp}(t)\}=\int_{-\infty}^{\infty}\sum_{n=-\infty}^{\infty} f(nT)\delta(t-nT)e^{-iwt}dt$。

这就是采样序列 f(nT)的 DTFT::$F_{DTFT}(e^{iwT})=\sum_{n=-\infty}^{\infty} f(nT)e^{-inwT}$,为了方便，通常将采样间隔 T 归一化，则有：$F_{DTFT}(e^{iw})=\sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n)e^{-inw}$，该式即为信号 f(n)的离散时间傅里叶变换。其逆变换为：$f(n)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}F_{DTFT}(e^{iw})e^{inw}dw$。

离散傅里叶变换（DFT ，Discrete-time Fourier Transform）是对离散周期信号的一种傅里叶变换，对于长度为有限长信号，则相当于对其周期延拓进行变换。在频域上，DFT 的离散谱是对 DTFT 连续谱的等间隔采样。

$$F_{DFT}(w_k)=F_{DTFT}(e^{iwT})=\sum_{n=0}^{N-1} f(nT)e^{-iwnT}\,\Big|_{w=2\pi\frac{k}{N}}=\sum_{n=0}^{N-1} f(nT)e^{-i2\pi\frac{knT}{N}}$$

长度为 N 的有限长信号 x(n)，其 N 点离散傅里叶变换为：

$$X(k)=DFT[x(n)]=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_N^{kn}\text{。}$$

X(k)的离散傅里叶逆变换为：$x(n)=IDFT[X(k)]=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}X(k)W_N^{-kn}$。

DTFT 是对任意序列的傅里叶分析，它的频谱是一个连续函数；而 DFT 是把有限长序列作为周期序列的一个周期，对有限长序列的傅里叶分析，DFT 的特点是无论在时域还是频域

都是有限长序列。

3.实验内容及其步骤

（1）复习傅里叶变换的定义及其性质，加深理解。

（2）熟悉离散时间傅里叶变换的概念及其性质。

参考一：计算离散时间傅里叶变换，并绘制图形。

已知有限长序列 x(n)={1,2,3,4,5}。

```
n=-1:3;x=1:5;k=0:500;w=(pi/500)*k;X=x*(exp(-j*2*pi/500)).^(n'*k);
magX=abs(X);angX=angle(X);realX=real(X);imagX=imag(X);
subplot(2,2,1);plot(w/pi,magX);grid;
xlabel('');ylabel('模值 ');title('模值部分');
subplot(2,2,2);plot(w/pi,angX);grid;
xlabel('pi 为单位');ylabel('弧度');title('相角部分');
subplot(2,2,3);plot(w/pi,realX);grid;
xlabel('');ylabel('实部');title('实部部分');
subplot(2,2,4);plot(w/pi,imagX);grid;
xlabel('pi 为单位');ylabel('虚部');title('虚部部分');
```

参考二：计算离散时间傅里叶变换。% Evaluation of the DTFT $H(e^{-iw})=\frac{2+e^{-iw}}{1+0.6e^{-iw}}$

```
clf;
% Compute the frequency samples of the DTFT
w = -4*pi:8*pi/511:4*pi;            num = [2 1];den = [1 -0.6];
h = freqz(num, den, w);             % Plot the DTFT
subplot(2,1,1)                      plot(w/pi,real(h));grid
title('Real part of H(e^{j\omega})')
xlabel('\omega /\pi');              ylabel('Amplitude');
subplot(2,1,2)                      plot(w/pi,imag(h));grid
title('Imaginary part of H(e^{j\omega})')
xlabel('\omega /\pi');              ylabel('Amplitude');
pause
subplot(2,1,1)                      plot(w/pi,abs(h));grid
title('Magnitude Spectrum |H(e^{j\omega})|')
xlabel('\omega /\pi');              ylabel('Amplitude');
subplot(2,1,2)                      plot(w/pi,angle(h));grid
title('Phase Spectrum arg[H(e^{j\omega})]')
xlabel('\omega /\pi');              ylabel('Phase in radians');
```

（3）熟悉离散傅里叶变换的概念及其性质

参考一：x(n)=sin(n*pi/8)+sin(n*pi/4)是一个 N=16 的序列，计算其傅里叶变换。

```
N=16;n=0:N-1;xn=sin(n*pi/8)+sin(n*pi/4);k=0:1:N-1;
WN=exp(-j*2*pi/N);nk=n'*k;WNnk=WN.^nk;Xk=xn*WNnk;
subplot(2,1,1);stem(n,xn);subplot(2,1,2);stem(k,abs(Xk));
```

参考二：计算 x(n)=8*(0.4).^n,n 属于[0,20)的圆周移位 $x_m(n)=x[(n+10)]_{20}R_{20}(n)$。

```
N=20;m=10;n=0:1:N-1;x=8*(0.4).^n;
```

```
n1=mod((n+m),N);xm=x(n1+1);subplot(2,1,1);stem(n,x);
title('original sequence');xlabel('n');ylabel('x(n)');
subplot(2,1,2);stem(n,xm);
title('circular shift equence');xlabel('n');ylabel('x((n+10))mod 20');
```

4.实验用 MATLAB 函数介绍

在实验过程中，MATLAB 函数命令 plot, figure, stem, subplot, axis, grid on, xlabel, ylabel, title, clc, mod, freqz 等在不同的情况下具体表述也有所不同，应该在实验中仔细体会其不同的含义。

5.思考题

（1）理解离散时间系统的频域分析，掌握和加深对傅立叶变换及其性质的理解。

（2）计算一个 N=12 的序列 x(n)=cos(n*pi/6)的离散时间傅里叶变换。

（3） 求 x1(n)=(0.8).^n，其中 n 属于[0,10]与 x2(n)=(0.6).^n，并且 n 属于[0,18]的圆周卷积（N=20）。先构造一个计算圆周卷积的函数进行计算。

6.实验报告要求

（1）明确实验目的以及实验的原理。

（2）通过实验内容分析离散时间信号的性质。

（3）完成思考题的内容，对实验结果及其波形图进行分析对比，总结主要结论。