

# 全国青少年信息学奥林匹克联赛

## NOIP 2024 模拟赛

时间： 2024 年 10 月 4 日 8:00 ~ 12:00

题目名称	序列	检测机器	方格计数	中位数
题目类型	传统型	传统型	传统型	传统型
目录	sequence	machine	count	medium
可执行文件名	sequence	machine	count	medium
输入文件名	sequence.in	machine.in	count.in	medium.in
输出文件名	sequence.out	machine.out	count.out	medium.out
每个测试点时限	1.0秒	1.0秒	1.0秒	3.0秒
内存限制	512 MiB	512 MiB	512 MiB	512 MiB
测试点数目	20	20	25	20
测试点是否等分	是	是	是	是

提交源程序文件名

对于C++ 语言	sequence.cpp	machine.cpp	count.cpp	medium.cpp
----------	--------------	-------------	-----------	------------

编译选项

对于C++ 语言	-O2 -std=c++14 -static
----------	------------------------

注意事项（请仔细阅读）：

1. 文件名（程序名和输入输出文件名）必须使用英文小写。
2. C++ 中函数 `main()` 的返回值类型必须是 `int`，程序正常结束时的返回值必须是0。
3. 因违反以上两点而出现的错误或问题，申诉时一律不予受理。
4. 若无特殊说明，结果的比较方式为全文比较（过滤行末空格及文末回车）。
5. 选手提交的程序源文件必须不大于 100KB。
6. 程序可使用的栈空间内存限制与题目的内存限制一致。
7. 只提供 Windows 格式附加样例文件。
8. 禁止在源代码中改变编译器参数（如使用 `pragma` 命令），禁止使用系统结构相关指令（如内联汇编）和其他可能造成不公平的方法。
9. 评测时采用的机器配置为：Inter(R) Core(TM) Ultra 9 185H 2.30GHz，内存 32GB。
10. 评测在 windows 下 lemon.v0.3.5 进行。

# 序列(sequence)

## 【题目描述】

有一个长度为  $n$  的序列  $a$ ，其一个区间  $[l, r]$  的价值是

$$\max\{a_l, a_{l+1}, \dots, a_r\} - \min\{a_l, a_{l+1}, \dots, a_r\} - r + l - 1$$

求序列的最大区间价值。

形式化的，求

$$\max_{1 \leq l \leq r \leq n} (\max_{l \leq i \leq r} a_i - \min_{l \leq i \leq r} a_i - r + l - 1)$$

## 【输入格式】

第一行输入一个正整数  $n$  表示序列长度。

第二行输入  $n$  个正整数表示序列。

## 【输出格式】

输出一行一个数表示答案。

## 【样例 1 输入】

```
1 6
2 5 2 4 2 8 8
```

## 【样例 1 输出】

```
1 4
```

## 【样例2】

见选手目录下的 `sequence/sequence2.in` 与 `sequence/sequence2.ans`。

## 【样例3】

见选手目录下的 `sequence/sequence3.in` 与 `sequence/sequence3.ans`。

【数据范围】

对于所有数据，  $n \leq 2 \times 10^6, 1 \leq a_i \leq 10^9$ 。

测试点编号	$n \leq$	特殊性质
1, 2	5000	无
3, 4	$2 \times 10^6$	$a_i$ 单调不降
5 ~ 7	$2 \times 10^5$	$a_i \leq 100$
8 ~ 10	$2 \times 10^5$	不同的 $a_i$ 的值不超过 100 种
11 ~ 15	$2 \times 10^5$	无
16 ~ 20	$2 \times 10^6$	无

## 检测机器(machine)

### 【题目描述】

Alice 是工厂的产品质检员。工厂里生产了  $n$  个产品排成一排，从左到右编号为  $1, 2, \dots, n$ 。产品质量有好有坏。Alice 可以使用检测机器检测产品。若检测机器检测到好产品，好产品会接收到机器发出的检测信号，并加以反馈，检测机器收到反馈信号，即为检测到好产品。残次品无法对机器发出的检测信号做出回应。检测机器每次会检测连续的几个产品，告诉 Alice 是否接收到了好产品的反馈信号。Alice 作为产品质检员便进一步分析每个产品的好坏。

在检测的途中，Alice 想知道，对于一个产品，能否确定其为好产品还是残次品？他把检测机器的反馈数据提供给你，想请你回答这个问题。你需要回答，该产品确定为好产品，确定为残次品，或者无法确定产品类型。

检测机器只能检测到一些产品中是否有好产品，无法确定好产品的具体数量和位置。

### 【输入格式】

第一行输入两个正整数  $n, q$  表示工厂产品数和 Alice 向你提供的信息数。

接下来  $q$  行，每行输入若干个数。第一个数  $t$  表示类型。

如果  $t = 0$ ，随后三个正整数  $l, r, x$ ，表示检测机器检测了  $[l, r]$  区间内的产品， $x = 1$  表示检测到了好产品， $x = 0$  表示没有检测到好产品。

如果  $t = 1$ ，随后一个正整数  $i$ ，表示 Alice 的询问，他想知道  $i$  位置上的产品类型。

### 【输出格式】

对于所有 Alice 的询问 ( $t = 1$ )，输出：

1，如果产品确定是好产品。

0，如果产品确定是残次品。

？，如果无法确定产品类型。

### 【样例 1 输入】

```
1 6 9
2 0 4 5 0
3 1 5
4 1 6
5 0 4 6 1
```

```
6 1 6
7 0 2 5 1
8 0 2 2 0
9 1 3
10 1 2
```

**【样例 1 输出】**

```
1 0
2 ?
3 1
4 1
5 0
```

**【样例 1 解释】**

给出第一条信息后，每个零件的类型为  $?,?,?,0,0,?$   
给出第二条信息后，每个零件的类型为  $?,?,?,0,0,1$   
给出第三条信息后，每个零件的类型为  $?,?,?,0,0,1$   
给出第四条信息后，每个零件的类型为  $?,0,1,0,0,1$

**【样例2】**

见选手目录下的 *machine/machine2.in* 与 *machine/machine2.ans*。  
该样例满足测试点 1,2 的限制。

**【样例3】**

见选手目录下的 *machine/machine3.in* 与 *machine/machine3.ans*。  
该样例满足测试点 3 ~ 5 的限制。

**【样例4】**

见选手目录下的 *machine/machine4.in* 与 *machine/machine4.ans*。  
该样例满足测试点 6 ~ 8 的限制。

**【样例5】**

见选手目录下的 *machine/machine5.in* 与 *machine/machine5.ans*。  
该样例满足测试点 9 ~ 11 的限制。

**【样例6】**

见选手目录下的 *machine/machine6.in* 与 *machine/machine6.ans*。  
该样例满足测试点 12 ~ 16 的限制。

**【数据范围】**

对于所有数据， $1 \leq n, q \leq 5 \times 10^5, t, x \in \{0, 1\}, 1 \leq i \leq n, 1 \leq l \leq r \leq n$ 。

测试点编号	$n, q \leq$	特殊性质
1, 2	5000	无
3 ~ 5	$5 \times 10^5$	A
6 ~ 8	$2 \times 10^5$	B
9 ~ 11	$2 \times 10^5$	C
12 ~ 16	$5 \times 10^4$	无
17 ~ 20	$5 \times 10^5$	无

特殊性质 A：对于所有 Alice 提供给你的信息( $t = 0$ )，所有  $x = 1$  类型信息在所有  $x = 0$  类型信息之后。

特殊性质 B：对于所有  $t = 0, x = 1$  类型信息， $r - l + 1 \leq 10$ 。

特殊性质 C： $t = 0, x = 1$  类型信息不超过 20 条。

## 方格计数(count)

### 【题目描述】

给出  $n, m, t$  以及  $t$  个障碍物坐标，求在  $n$  行  $m$  列的矩阵中的非障碍位置上放置  $k$  个两两之间没有公共边的方格的方案有多少种，答案对  $10^9 + 7$  取模。

### 【输入格式】

本题有多组数据。  
第一行一个整数  $T$ ，表示测试点数量。  
接下来  $T$  个测试点，每个测试点的第一行四个整数  $n, m, k, t$ 。接下来  $t$  行，每行两个整数  $x_i, y_i$ ，表示第  $i$  个障碍物的坐标（保证不重叠）。

### 【输出格式】

共  $T$  行，每行一个整数表示当前询问的答案。

### 【样例 1 输入】

```
1 10
2 2 4 2 4
3 1 1
4 1 3
5 2 1
6 2 4
7 2 4 3 3
8 1 2
9 2 3
10 1 4
11 1 1 3 0
12 3 4 2 0
13 3 2 2 1
14 1 2
15 4 2 3 0
16 2 3 2 0
17 5 4 3 3
18 2 4
19 1 3
```

```
20 1 1
21 4 5 2 2
22 1 4
23 2 1
24 3 1 2 0
```

【样例 1 输出】

```
1 4
2 5
3 0
4 49
5 5
6 12
7 8
8 385
9 128
10 1
```

【样例2】

见选手目录下的 *count/count2.in* 与 *count/count2.ans*。  
该样例满足测试点 3,4 的限制。

【样例3】

见选手目录下的 *count/count3.in* 与 *count/count3.ans*。  
该样例满足测试点 17,18 的限制。

【样例4】

见选手目录下的 *count/count4.in* 与 *count/count4.ans*。  
该样例满足测试点 5~8 的限制。

【样例5】

见选手目录下的 *count/count5.in* 与 *count/count5.ans*。  
该样例满足测试点 25 的限制。



【数据范围】

对于全部数据， $1 \leq n, m \leq 10^9$ ， $2 \leq k \leq 3$ ， $0 \leq t \leq \min(n \cdot m, 2 \times 10^4)$ ， $1 \leq x_i \leq n$ ， $1 \leq y_i \leq m$ ， $1 \leq T \leq 10$ 。

数据点编号	$n$	$m$	$k$	$t$
1	$= 1$	$\leq 10^9$	$= 2$	$\leq 2 \times 10^4$
2	$= 1$	$\leq 10^9$	$= 3$	$\leq 2 \times 10^4$
3	$\leq 20$	$\leq 20$	$= 2$	$= 0$
4	$\leq 20$	$\leq 20$	$= 3$	$= 0$
5,6	$\leq 20$	$\leq 20$	$= 2$	$\leq 400$
7,8	$\leq 20$	$\leq 20$	$= 3$	$\leq 400$
9	$\leq 1000$	$\leq 1000$	$= 2$	$= 0$
10	$\leq 1000$	$\leq 1000$	$= 3$	$= 0$
11, 12	$\leq 1000$	$\leq 1000$	$= 2$	$\leq 10$
13, 14	$\leq 1000$	$\leq 1000$	$= 3$	$\leq 10$
15	$\leq 10^9$	$= n$	$= 2$	$= 0$
16	$\leq 10^9$	$= n$	$= 3$	$= 0$
17	$\leq 10^9$	$\leq 10^9$	$= 2$	$= 0$
18	$\leq 10^9$	$\leq 10^9$	$= 3$	$= 0$
19, 20, 21	$\leq 10^9$	$\leq 10^9$	$= 2$	$\leq 2 \times 10^4$
22, 23, 24	$\leq 10^9$	$\leq 10^9$	$= 3$	$\leq 2 \times 10^4$
25	$\leq 10^9$	$\leq 10^9$	$2 \leq k \leq 3$	$\leq 2 \times 10^4$

## 中位数(medium)

### 【题目描述】

给定一个长度为  $n$  的整数序列  $a$ ，你可以进行以下操作不超过  $k$  次：  
选择一个区间  $[l, r]$  满足  $1 \leq l \leq r \leq n$ ，并将  $[l, r]$  中的所有数替换为这个区间的中位数。  
你要使得操作后  $a$  的最小值最大。  
关于此处中位数的定义：对于一个长度为  $len$  的序列，其中位数定义为该序列中第  $\lceil \frac{len}{2} \rceil$  小的数。

### 【输入格式】

每个测试点内有多组数据。  
第一行一个正整数  $T$  表示数据组数。  
对于每组数据，第一行输入两个整数  $n, k$ 。  
第二行输入  $n$  个整数  $a_1, a_2, \dots, a_n$ 。

### 【输出格式】

输出共  $T$  行，每行一个整数表示经过不超过  $k$  次操作后序列最小值的最大值。

### 【样例 1 输入】

```
1 3
2 10 2
3 2 8 3 2 5 7 10 4 9 7
4 30 3
5 1 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 0
6 31 3
7 1 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1
```

### 【样例 1 输出】

```
1 7
2 0
3 1
```

【样例2】

见选手目录下的 *medium/medium2.in* 与 *medium/medium2.ans*。  
该样例满足测试点 2 的限制。

【样例3】

见选手目录下的 *medium/medium3.in* 与 *medium/medium3.ans*。  
该样例满足测试点 6 的限制。

【样例4】

见选手目录下的 *medium/medium4.in* 与 *medium/medium4.ans*。  
该样例满足测试点 8 的限制。

【数据范围】

对于所有数据， $n \leq 5 \times 10^5, \sum n \leq 2 \times 10^6, 0 \leq k \leq n, 0 \leq a_i \leq 10^9$ 。

数据点编号	$n$	$\sum n$	$k$	特殊性质
1	$\leq 8$	$\leq 100$	$\leq n$	无
2	$\leq 13$	$\leq 100$	$\leq n$	无
3	$\leq 100$	$\leq 1000$	$\leq n$	无
4	$\leq 1000$	$\leq 10000$	$\leq n$	无
5	$\leq 5000$	$\leq 50000$	$\leq n$	无
6	$\leq 5000$	$\leq 10^5$	$\leq n$	A
7	$\leq 5000$	$\leq 10^5$	$\leq n$	无
8	$\leq 50000$	$\leq 10^6$	$= 1$	无
9	$\leq 50000$	$\leq 10^6$	$\leq n$	A
10	$\leq 50000$	$\leq 10^6$	$\leq n$	无
11	$\leq 10^5$	$\leq 10^6$	$\leq n$	无
12	$\leq 10^5$	$\leq 2 \times 10^6$	$\leq n$	A
13	$\leq 10^5$	$\leq 2 \times 10^6$	$\leq n$	无
14	$\leq 5 \times 10^5$	$\leq 2 \times 10^6$	$= 1$	无
15	$\leq 5 \times 10^5$	$\leq 2 \times 10^6$	$\geq 50$	无
16	$\leq 5 \times 10^5$	$\leq 1.4 \times 10^6$	$\leq n$	无
17	$\leq 5 \times 10^5$	$\leq 1.6 \times 10^6$	$\leq n$	无
18	$\leq 5 \times 10^5$	$\leq 1.8 \times 10^6$	$\leq n$	无
19	$\leq 5 \times 10^5$	$\leq 2 \times 10^6$	$\leq n$	A
20	$\leq 5 \times 10^5$	$\leq 2 \times 10^6$	$\leq n$	无

特殊性质 A:  $0 \leq a_i \leq 1$ 。