

T1

回忆gcd可以差分求得（暑期我们讲过的），所以将区间 $+k$ 的部分进行差分，假设将第 l 个到第 r 个同学 $+k$ ，那么我们的gcd可以表示为：

$$\begin{aligned} & \gcd(\gcd(a_1, \dots, a_{l-1}), \\ & \gcd(a_l + k, a_{l+1} - a_l, \dots, a_r - a_{r-1}), \\ & \gcd(a_{r+1}, \dots, a_n)) \end{aligned}$$

我们注意到前缀的gcd是越来越小的，而且 $\gcd(a_1, \dots, a_l)$ 是 $\gcd(a_1, \dots, a_{l+1})$ 的倍数。所以前缀gcd只有 $\log a$ 种。同理，后缀gcd也只有 $\log a$ 种，于是第三项gcd的取值只有 $\log a$ 段，每一段取值均相同。

当固定一个 l 的时候，对于第三项取值相同的每一段，我们发现 r 越小越好，越小的话第二项越大，于是我们对每一段取 r 最小的那种情况。

我们枚举每一段 r 最小的那个位置，然后枚举 l 即可，用双指针实现。

时间复杂度 $O(n \log a)$

T2

将轮数作为第一关键字，当前轮走的距离作为第二关键字，定义成最短路径的距离使用dijkstra算法。

假设一个结点的最短路径距离是 (r, d) ，考虑dijkstra更新它的一个后继结点，如果这条边和 r 轮颜色 a_r 相同，且 $d + l$ 小于等于这一轮的路径总长 b_r ，那么后继结点更新到 $(r, d + l)$ ，否则在 r 轮之后寻找颜色和这条边的颜色 c 相同且总长大于等于 l 的一轮 r' ，更新到 (r', l) 。

后者可以用很多种做法解决。比如对每种颜色建立动态开点的线段树后在线段树上二分，也可以对每种颜色建立ST表，在ST表上二分。

时间复杂度 $O(m \log m + m \log k + k \log k)$

T3

你发现 a_i 很小，于是公差也不会超过100，所以我们从 -100 到 100 枚举公差。

用 $f[i][j]$ 表示以 a_i 结尾，公差为 j 的等差数列数量。那么有

$$f[i][j] = 1 + \sum_{a_i - a_x = j} f[x][j]$$

用一个桶来存 $f[x][j]$ 对应的和，时间复杂度 $O(an)$ 。

T4

注意到除了没经过的最多20条边之外，其余边恰好经过了一次，这意味着除了受这20条边影响的最多20个点外，其他结点出度恰好为1。我们将这样结点连的边标记成关键边。这些点的下一个结点是确定的。

那么没有被关键边标记的点我们暴搜即可，时间复杂度为 $O(2^{m-n}(m-n))$

