

# 高级算法班模拟赛

## Day3

时间：2024 年 7 月 27 日 8:00 ~ 12:30

题目名称	扫雷	失忆症	塞莱斯特山	培训
题目类型	传统型	传统型	传统型	传统型
可执行文件名	arbiter.exe	amnesia.exe	celeste.exe	popcount.exe
输入文件名	arbiter.in	amnesia.in	celeste.in	popcount.in
输出文件名	arbiter.out	amnesia.out	celeste.out	popcount.out
时间限制	2.0 秒	2.0 秒	1.0 秒	6.0 秒
内存限制	512 MB	512 MB	1024 MB	1024 MB
子任务数目	5	7	5	5
测试点等分	否	否	否	否

提交源程序文件名

对于 C++ 语言	arbiter.cpp	amnesia.cpp	celeste.cpp	popcount.cpp
-----------	-------------	-------------	-------------	--------------

编译选项

对于 C++ 语言	-lm -std=c++14 -O2
-----------	--------------------

注意事项：

- 1. C++ 中函数 main() 的返回值类型必须是 int，值必须为 0。
- 2. 对于因未遵守以上规则对成绩造成的影响，相关申诉不予受理。
- 3. 若无特殊说明，输入文件中同一行内的多个整数、浮点数、字符串等均使用一个空格进行分隔。
- 4. 若无特殊说明，结果比较方式为忽略行末空格、文末回车后的全文比较。
- 5. 程序可使用的栈空间大小与该题内存空间限制一致。
- 6. 选手提交的程序源文件必须不大于 100KB。
- 7. 夏令营统一评测时采用的机器配置不为：AMD Ryzen 7 7840H with Radeon 780M Graphics 3.80 GHz，内存 16GB。上述时限不以此配置为准。
- 8. 题目背景与题目无关。

## 扫雷 (arbiter)

### 【题目背景】

正经人谁玩扫雷啊。

### 【题目描述】

可惜你不是正经人。你非常喜欢玩扫雷。更可惜的是，你非常地菜，在入坑一年后都没有击破 sub70。在多次死于无解二择之后你感到心灰意冷，于是将兴趣转移到判断两个形如方阵的雷图的相似程度。

虽然雷图的每个位置只有 10 种情况，但是由于你对每个位置都有一个独特的喜爱程度，每个位置的特征值是一个不超过  $10^9$  的正整数。

对于两个雷图，你认为它们的相似程度是他们最大公共子**方阵**的边长。你想要求出两个边长为  $n$  的方阵雷图的相似程度。

对于两个边长为  $n$  的方阵  $A, B$ ，若  $\exists k \in [1, n], x_1, y_1, x_2, y_2 \in [1, n - k + 1]$ ，满足  $\forall i, j \in [0, k - 1], A_{x_1+i, y_1+j} = B_{x_2+i, y_2+j}$ ，则这两个方阵存在一个边长为  $k$  的公共子方阵。

### 【输入格式】

第一行一个正整数  $n$ 。

接下来  $n$  行，每行  $n$  个正整数，表示第一个雷图每个位置的特征值  $a_{i,j}$ 。

接下来  $n$  行，每行  $n$  个正整数，表示第二个雷图每个位置的特征值  $b_{i,j}$ 。

### 【输出格式】

输出一行一个整数，表示两个雷图的最大公共子方阵的边长。若无公共子方阵则输出 0。

### 【样例 1 输入】

```
1 3
2 1 2 3
3 4 5 6
4 7 8 9
5 5 6 7
6 8 9 1
7 2 3 4
```

【样例 1 输出】

1 2

【样例 2,3,4,5,6】

见选手目录下 *arbiter*。

【数据范围与约定】

子任务编号	数据范围	特殊性质	分值
1	$n \leq 10$	无	10
2	$n \leq 40$	无	20
3	$n \leq 100$	无	30
4	$n \leq 300$	无	20
5	$n \leq 1000$	无	20

对于 100% 的数据， $1 \leq n \leq 10^3, 1 \leq a_{i,j}, b_{i,j} \leq 10^9$ 。

## 失忆症 (amnesia)

### 【题目背景】

今天，我要进行一项前所未有的挑战——我能在有 **Amnesia** 的情况下通关《以撒的结合》吗？距离《以撒的结合》发售至今已经有 13 年了，也是时候该有人这样做了。我能成功吗？这真的可能吗？不管怎样，今天，我就要进行一项前所未有的挑战——我能在有 **Amnesia** 的情况下通关《以撒的结合》吗？我选择了**伊甸**作为角色，进入了第一层。我的初始道具是**虚空**，这是一个非常好的开局。清理完房间，我获得了一颗药，并吃了下去——**Amnesia** 的情况下通关《以撒的结合》吗？距离**我**发售至今已经 7 年了，也是时候该有人这样做了。我能成功吗？这真的可能吗？虽然吃下了一颗坏药，但至少以后我们就能记住它了。提到“记忆”，我突发奇想：我能在吃下一颗坏药的情况下通关《以撒的结合》吗？距离以撒发售至今已经有 10 年了，也是时候该有人这样做了。我能成功吗？这真的可能吗？我选择了……呃……哦，**亚玻仑**作为角色，开始打我的第一个房间。打完房间来到宝箱房，里面是**遗忘药**。这个道具给人很大的发育空间，因此我选择直接拍下**遗忘药**。以撒中也有其他物品以遗忘作为主题，就比如说——**Amnesia** 的情况下通关《以撒的结合》吗？距离我患有 **Amnesia** 已经 2.5 年了，也是时候该有人这样做了。我能成功吗？这真的可能吗？我选择了……呃……呃……哦，**小蓝人**作为角色，开始打我的第一个房间。第一个房间就紧邻着 boss 房，这实在是幸运。**小蓝人**居然有心之容器，这一定是因为我患有 **Amnesia**。距离我拍下**遗忘药**已经 3 年了，明天，我要进行一项前所未有的挑战——我能在通关《以撒的结合》的情况下发售患有 **Amnesia** 的**我**吗？

### 【题目描述】

在吃下 **Amnesia** 前，你有  $n$  个道具，每个道具都有一个正整数品质。你打算从这些道具中挑选出一些道具，使得被挑选道具的品质随编号增大而单调递增。你认为，能选出的道具数量的最大值就是全部道具的价值。

但是你已经患有 **Amnesia**  $k$  年了，每年你都忘记了一个道具的品质是多少，于是你随意给这个道具又钦定了一个新的品质。不幸的是，由于你拍下了**遗忘药**，你又忘记了哪些道具的品质是被随意钦定过的。现在，你的第  $i$  个道具的品质为  $a_i$ 。幸运的是，你仍然记得你已经患有 **Amnesia**  $k$  年了，因此你决定在这  $n$  个道具中任选  $k$  个道具，将其的品质修改为一个任意的正整数。

今天，你要进行一项前所未有的挑战：求出修改后全部道具价值所有可能情况的最大值。你能成功吗？这真的可能吗？

### 【输入格式】

第一行两个正整数  $n, k$ 。

接下来一行  $n$  个正整数，第  $i$  个正整数为  $a_i$ 。

**【输出格式】**

输出一行一个正整数，表示答案。

**【样例 1 输入】**

```
1 6 2
2 1 1 4 5 1 4
```

**【样例 1 输出】**

```
1 5
```

**【样例 2,3,4,5,6,7,8】**

见选手目录下 *amnesia*。

**【数据范围与约定】**

子任务编号	数据范围	特殊性质	分值
1	$n \leq 20, k \leq 20$	无	10
2	$n \leq 3000, k = 0$	无	10
3	$n \leq 3000, k = 1$	无	10
4	$n \leq 3000, k \leq 20$	无	20
5	$n \leq 10^6, k = 0$	无	10
6	$n \leq 10^6, k = 1$	无	20
7	$n \leq 10^6, k \leq 20$	无	20

对于 100% 的数据， $1 \leq n \leq 10^6, 0 \leq k \leq 20, k \leq n, 1 \leq a_i \leq 10^9$ 。

## 塞莱斯特山 (celeste)

### 【题目背景】

“我真幸运，刚通关空洞骑士，就能玩到丝之歌了。”

“我真幸运，刚打过五门，就能玩到丝之歌了。”

“我真幸运，刚全辐辉，就能玩到丝之歌了。”

“我真幸运，刚击破 0 白 r45，就能玩到丝之歌了。”

“……丝之歌……什么时候出啊……”

### 【题目描述】

你由于丝之歌咕咕咕咕咕咕而自己击破 0 白 r45 之后干什么都会被说是“丝之歌不出导致的”因此决定对提姆拆瑞进行一个线下的真实。惊慌的提姆拆瑞听闻风声连夜逃往赛莱斯特山。你紧追不舍来到赛莱斯特山，决定设置岗哨，监视山的每一个位置。

塞莱斯特山可以抽象为  $n$  个二维平面上的点，第  $i$  个点的坐标为  $(i, h_i)$ 。你可以在任意个点上设置岗哨，一个被设置岗哨的点  $i$  能监视到点  $j$  当且仅当其满足以下条件：

1.  $j \leq i$ ;
2. 设过  $i, j$  两点的直线为  $l: y = f(x)$ ，则  $\forall k \in [j+1, i-1], f(k) > h_k$ 。

特殊地， $i$  能监视它本身。

由于塞莱斯特山具有神秘力量，你可以创造任意个分身帮你进行监视。但是你认为过多的分身会导致管理体系臃肿和形式官僚主义泛滥，你想知道最少设置几个岗哨就能监视山的每一个位置。

幸运的是，由于塞莱斯特山具有神秘力量，提姆拆瑞有时只能在  $[l, r]$  中出没。不幸的是，由于塞莱斯特山具有神秘力量，你此时也只能在横坐标在  $[l, r]$  中的点上设置岗哨。

由于塞莱斯特山是变化之神， $l, r$  的值并不能确定，因此你决定对于所有的  $1 \leq l \leq r \leq n$ ，计算若只在横坐标在  $[l, r]$  中的点设置岗哨，最少设置几个岗哨才能使得  $[l, r]$  中的所有点被监视。

由于你已经等不及对提姆拆瑞使用剑技了，你不会允许自己计算很长时间。

### 【输入格式】

第一行一个正整数  $n$ 。

接下来一行  $n$  个正整数，第  $i$  个正整数为  $h_i$ 。

### 【输出格式】

输出一行  $n$  个整数，其中第  $i$  个整数为所有长度为  $i$  的区间的答案的异或和。

【样例 1 输入】

```
1 5
2 1 4 3 2 3
```

【样例 1 输出】

```
1 1 0 1 3 2
```

【样例 2,3,4,5,6】

见选手目录下 *celeste*。

【数据范围与约定】

子任务编号	数据范围	特殊性质	分值
1	$n \leq 20$	无	20
2	$n \leq 100$	无	20
3	$n \leq 500$	无	20
4	$n \leq 7 \times 10^3$	$h_i \leq 2$	10
5	$n \leq 7 \times 10^3$	无	30

对于 100% 的数据， $1 \leq n \leq 7 \times 10^3, 1 \leq h_i \leq 10^9$ 。  
“又是一个拿梦钉抽自己的。” 提姆拆瑞看着你在网上发电，暗自叹了口气。

## 培训 (popcount)

### 【题目背景】

### 【题目描述】

Madeline 和 Badeline 在获得 NOI2023 Ag 后决定回到自己的学校给  $n$  个编号为 1 到  $n$  的小朋友进行信竞培训。

Madeline 脾气比较好，她有时会赞扬编号在  $[l, r]$  之间的小朋友有新颖的想法，让他们的信心值  $a_i$  变为  $a_i + k$ ；

Badeline 脾气比较差，她有时会锐评编号在  $[l, r]$  之间的小朋友有幼稚的想法，让他们的信心值  $a_i$  变为  $\text{popcount}(a_i)$ 。

有时 Madeline 和 Badeline 都想知道编号为  $x$  的小朋友的信心值。

虽然 Madeline 和 Badeline 共同获得了 NOI2023 Ag，但是她们在学了一年文化课之后已经根本不会写复杂的数据结构了。因此她们希望你能帮忙完成这个任务，并说如果你能够完成，她们会请你吃有 0 个草莓的草莓馅饼。

注： $\text{popcount}(x)$  为  $x$  二进制表示中 1 的个数。

### 【输入格式】

第一行两个正整数  $n, q$ 。

第二行  $n$  个正整数  $a_1, a_2, \dots, a_n$ 。

接下来  $q$  行，每行描述一个操作，为以下三个之一：

- 1 l r k, 对于所有  $l \leq i \leq r$ , 令  $a_i \leftarrow a_i + k$ ;
- 2 l r, 对于所有  $l \leq i \leq r$ , 令  $a_i \leftarrow \text{popcount}(a_i)$ 。
- 3 x, 查询  $a_x$  的值。

### 【输出格式】

对于每个询问操作，输出一行一个整数表示此时  $a_x$  的值。

### 【样例 1 输入】

```
1 5 5
2 1 2 3 4 5
3 3 2
4 1 2 4 3
5 3 4
6 2 1 4
```



7

3 3

【样例 1 输出】

1

2

2

7

3

2

【样例 2,3,4,5,6】

见选手目录下 *popcount*。

【数据范围与约定】

子任务编号	数据范围	特殊性质	分值
1	$n, q \leq 5 \times 10^3$	无	10
2	$n, q \leq 10^5$	无	30
2.5	$n \leq 3 \times 10^5, q \leq 10^6$	无操作 3	0
3	$n \leq 3 \times 10^5, q \leq 10^6$	无操作 2	10
4	$n \leq 3 \times 10^5, q \leq 10^6$	无操作 1	20
5	$n \leq 3 \times 10^5, q \leq 10^6$	无	30