solution

A.

ARC160B

对 x,y,z 三个数中不同的数的数量分类讨论。

x,y,z 互不相同时，答案为钦定 $x<y<z$ 时的方案数 $\times 6$；

x,y,z 有两个数相同时，答案为钦定 $x=y<z$ 时的方案数 $\times 3$ 加钦定 $x<y=z$ 时的方案数 $\times 3$ 。

$x=y=z$ 时，答案为此时的方案数 $\times 1$ 。

$x<y<z$ 与 $x=y<z$ 的情况均可通过枚举 y 做到 $O(\sqrt{n})$ 。 $x<y=z$ 与 $x=y=z$ 的情况等价于 $z^2 \le n$ ，可以直接 $O(1)$ 计算。

总复杂度 $O(T\sqrt{n})$ 。

B.

CF1981D

考虑若 a_i 均为质数，则 $a_i a_{i+1} = a_j a_{j+1}$ 等价于无序对 $(a_i, a_{i+1}) = (a_j, a_{j+1})$ 。以下设 $a_i = p_{x_i}$ ，其中 p_i 为第 i 个质数。

考虑 $\forall i \ne j$, (i,j) 间有无向边的图 G ，则原题等价于选出一条 n 个点的路径，不重复经过一条边，最小化经过的节点数。

显然有单调性，考虑对一个给定的 u ，如何判断 u 个点的完全图中是否存在合法路径。

若 u 为奇数，则所有点的出度均为偶数，此时图中必定存在一条欧拉路径，这时 u 合法等价于 $n \le \dfrac{u(u-1)}{2}$ 。

若 u 为偶数，则所有点的出度均为奇数，考察图中欧拉路径的最大长度，若删去 $(1,2),(3,4)\dots(n-3,n-2)$ 这些边，仅有 $n-1,n$ 这两个点度数为奇数，存在欧拉路径。另一方面，原图中有 n 个奇点，删除一条边最多减少 2 个，因此至少删除 $\dfrac{u}{2}-1$ 条边。因此，此时 u 合法等价于 $n \le \dfrac{u(u-2)}{2}+1$ 。

找到最大的 u ，求出该图的欧拉路径即可。u 最大为 1415 ，而第 1415 个质数远小于 3×10^5 ，因此构造合法。

C.

P9132

考虑如何对一个给定的 T 求值。不妨设为 s_T 。

我们设 $dp_{u,1}$ 为连通块包含 u 时的最小代价，$dp_{u,0}$ 为不包含 u 的最小代价。显然列出转移方程：

$dp_{u,0} = \sum\limits_{v \in S_u} \min(dp_{u,0}, dp_{u,1}+T)$。

$dp_{u,1} = \sum\limits_{v \in S_u} \min(dp_{u,0}, dp_{u,1})$ 。

初值为 $dp_{u,1} = 1, dp_{u,0} = \inf t_u$ 。

对于每个 T 做 dp 可以做到 $O(n^2)$ 。注意到，T 很大时联通块个数很少。具体的，$Tw_T \le n+T$ ，故 $T \ge \sqrt{n}$ 时 $w_T \le O(\sqrt{n})$。

因此，$T \ge \sqrt{n}$ 时，$s_{T+1} - s_T$ 至多有 $O(\sqrt{n})$ 次改变。可以直接二分改变的位置，做到 $O(\dfrac{n}{B}\log n + Bn)$ ，取 $B = \sqrt{n\log n}$ 时最优。

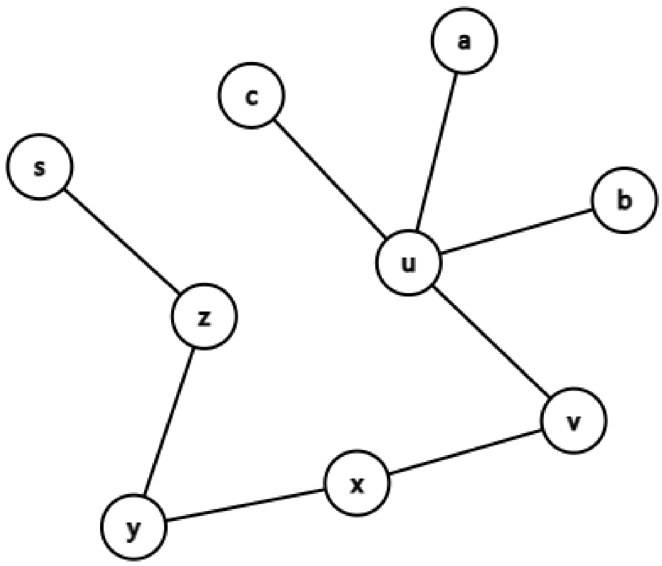
实现时，可以记录 dfn 序后从儿子向父亲计算贡献而不用进行 dfs 。实际上，取 $B=\sqrt{n}$ 会比 $B=\sqrt{n\log n}$ 更快。

D.

CF773D

考虑观察性质。

首先，生成树一定可以形如一条链加一个菊花，且链与菊花的连接处为原图的最小边权。

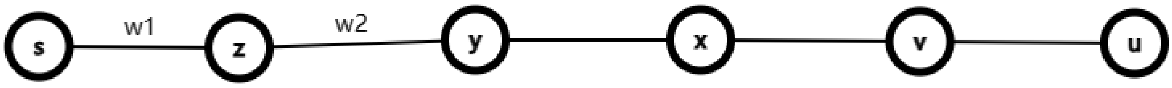


证明：不妨设 (u,v) 这条边权值最小，则若 (v,s) 上存在其他边，则将其移动到菊花上一定更优，该点的贡献会变为 $w(u,v)$ 。

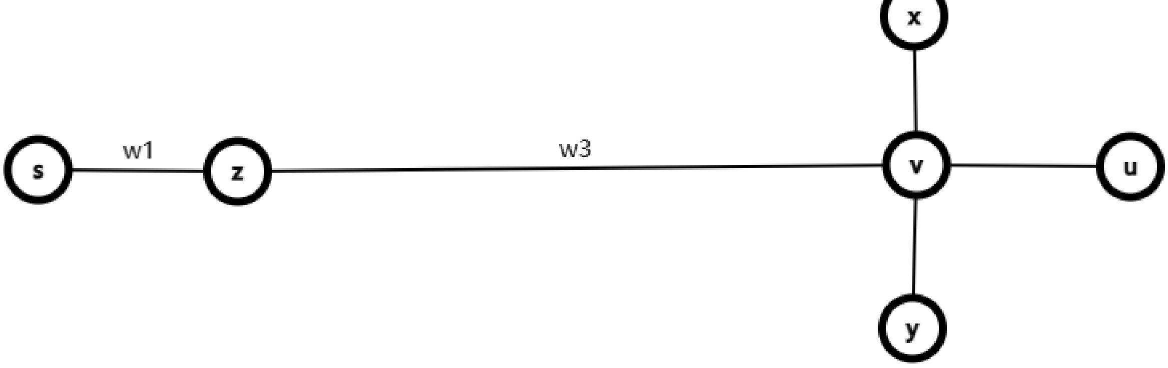
而对于 u 方向的边，若将其一端改为 u 点，代价不变。

不妨将所有边权减去 $w(u,v)$ ，最终答案加上 $(n-1)w(u,v)$ 。显然菊花端的点贡献均为 0 。

我们证明从 s 到 u 的边权一定单调不降，除了 (x,y) 与 (x,v) 的关系之外。不妨设 (z,y) 是从 s 开始，链上**第一个**大于上一条边（即 (s,z)）的边。



$w1<w2$ ，则此时代价一定 $\geq 2w_1$ ，我们将 z 与 v 连边，中间的点都连接到 v 上，此时不管 $w3$ 与 $w1$ 的大小关系，代价一定 $\leq 2w_1$ 。



因此，总代价 $=w(s,z)+w(z,y)+\cdots+w(y,x)+\min(w(y,x),w(x,v))=w(s,z)+w(z,y)+\cdots+\min(2w(y,x),w(y,x)+w(x,v))$ 。

此时的问题等价于 s 到 v 的最短路，初值 $d_u=\min(w(v,u)+2w(u,x))$ 。进行 dij 即可。因为原图是稠密图，可以做到 $O(n^2)$ 。