

## dp 选讲

1.

一场 codeforces 比赛有  $n$  道题目。按照 codeforces 的计分规则, 在  $t$  时间通过第  $i$  道题目可以获得  $\max(b_i - k_i \cdot t, a_i)$  的分数。若在第  $1, 2, \dots, n$  时间分别通过一道题目, 最终得分最大值。  $n \leq 200000$ ,  $a_i, b_i, k_i \leq 10^9$ 。

2.

树。执行  $k$  次操作, 每次选择一条边删掉并选择仅一个联通块保留, 在纸上写下剩余联通块的大小。多少种操作方案使写下的序列等于给定序列。  $n \leq 5000, k \leq 6$ 。

3.

能将一个区间中的数划分为两个子序列, 一个单增一个单减, 则区间是好的。求一个排列有多少好区间。  $n \leq 200000$ 。

4.

长为  $n + 2$  的序列,  $a_0 = a_{n+1} = 0$ 。每次操作可以选择序列中最左侧出现的最大值将其变成前一位位置的前缀最大值, 或者选择序列中最右侧出现的最大值将其变成后一位位置的后缀最大值。序列变成全 0 的最小操作次数是多少。  $a_i \leq n \leq 200000$ 。

5.

树上每次删去一条与偶数条边相邻的边。求一个方案或无解。  $n \leq 200000$ 。

6.

$n$  个值域是  $[0, 1]$  的随机实数  $x_1, x_2, \dots, x_n$ 。  $m$  个限制形如  $x_i + x_j \leq 1$  或  $x_i + x_j \geq 1$ 。求概率。  $n \leq 20$ 。

7.

序列。  $m$  次随机一个前缀给每个数加固定值  $v$ 。求最终乘积期望。  $n \leq 5000, m, v \leq 10^9$ 。

8.

修改点权使得每个点到根路径异或和为 0, 最少修改多少点。  $n \leq 100000$ 。

9.

给树上节点 01 染色。权值是所有点对之间路径 mex 的和。点对包含自己一对。求最大值。 $n \leq 200000$ 。

10.

序列, 一开始在 1。走一步的花费是  $\min(a_i, a_{i+1}, \dots, a_j) \cdot (j - i)^2$ 。对于每个位置求走到的最小花费。 $a_i \leq n \leq 400000$ 。

11.

每个人可以给不同阵营的一个人投一张票。求一种投票结果的投票方式数量。 $n \leq 200$ 。