题解

ZOM (zom)

 考察点：倍增求 lca。

注意到这个题是简单的， 所以不讲部分分了。

首先注意到，我们的求LCA可以用倍增维护。

总所周知，我们删除一个叶子节点的倍增信息是容易的，而倍增又是可以动态加入的（你好好考虑一下倍增走的过程）。

因此，我们叶子节点的倍增信息是可以直接更新的。

然后就做完了，复杂度 $O(n\log n)$。

为什么倍增可以动态加入呢，因为每次加入他的时候祖先的倍增信息都是完好的，因此可以直接维护。

骰子 (dice)

$n \le 8$

暴力枚举每个骰子选或不选即可。

$n \le 50$

我们考虑一个 dp。

我们设 $f_{i,j,k}$ 表示前 i 个骰子选了 j 个且和为 k 的方案数。

转移只要枚举这一个骰子是啥就好了。

复杂度 $O(n^4)$。

$n \le 200$

不难注意到转移的是一段区间，我们使用前缀和优化 dp 即可做到 $O(n^3)$。

然后我们注意到此时空间不太够用的样子，我们使用滚动数组并将一些值开成 int 即可通过这个题。

一点也不卡常。

忍俊不禁 (laugh)

 我的评价是上位蓝。

请大家放心，这个题没有绑 subtask，只是为了写题解标明部分分。

考察点：乘法逆元，组合数，高斯消元，简单推式子。

sub1

这个部分保证 $m=0$。

也就是说 $a_n=qa_{n-1}+p$。

对于这种题我们有一个套路，把两边都加上一个数，使得柿子化为这个形式：$a_n+t=q(a_{n-1}+t)$。

从而得出 a_n+t 是一个等比数列，就很方便的得出通项为 $(a_1+t)q^{n-1}-t$，题目中则需要输出带 q^n 的，把系数除 q 即可。

不难注意到 t 满足 $p+t=qt$，直接解方程即可。

sub2

方法和 sub1 类似，设两边加上的是 $kx+b$ 即可。

sub3

x_i 直接这里写作 a_i，~~我绝对不会告诉你这是因为我一开始题解写的就是 a_i 然后懒得改了~~。

MO 与 OI 的融合。

首先我们设 $F\left(n\right)=\sum_{i=0}^{m}a_in^i$。

假设两边加上的多项式是 $G\left(n\right)=\sum_{i=0}^{m}b_in^i$。

那么我们有 $F(n)+G(n)=qG(n-1)$。

我们对于 $G(n-1)$ 利用二项式定理进行展开：

$$G(n-1)=\sum_{j=0}^{m}n^j\sum_{i=j}^{m}(-1)^{i-j}\binom{i}{j}b_i$$

进行系数对比：

$$q(\sum_{i=j}^{m}(-1)^{i-j}\binom{i}{j}b_i)-b_j=a_j$$

不难注意到这是一个关于 b 的 $m+1$ 元方程组，利用模意义高斯消元进行求解即可。

答案即为 $\frac{a_1+G(1)}{q}\times q^n-G(n)$。

追逐极光者 (aurora)

考察点：考察点。

Sub1 & Sub2

暴力。

2^m 枚举链的选择情况，$poly(n)$ 时间 check 即可。时间复杂度 $O(2^mpoly(n))$

Sub4

等价于选最大价值不交区间，我们将区间挂在右端点上。

令 f_i 表示前 i 个点最大价值，$f_i=\max_j f_{l_j-1}+w_j$

选择喜欢的 DS 优化即可。

Sub3

这一档是留给做出了奇怪 $O(n^2m)$ 做法，或常数巨大的选手或者在一些细节上实现或维护不精导致复杂度错误的选手的。

Sub5

由链的情况启发，我们考虑将路径挂在 Lca 处。

令：f_x 表示以 x 为根的子树的答案，考虑 Lca 为 x 的路径，令 S 表示红线下挂着的所有儿子组成的集合，有 $f_x=\sum_{y\in S}f_y$

由于是二叉树，对于跨过子树的链，我们暴力统计答案即可，对于单子树的链，我们记录一下 L_f 与 R_f 最后合并到 f 上就好了。

Sub6

对于多叉树，麻烦的事情是一个 Lca 处会有多条链被选，而被选一条链就会改变一辆棵子树的贡献。

我们考虑在状态里多记一些东西：设 $f_{x,S}$ 表示以 x 为根的子树且不考虑集合 S 中儿子子树贡献的答案。

首先不考虑 Lca 处的链，用 $f_{Son,0}$ 处理出所有 $f_{x,S}$

然后拿链来做更新，我们实际上就是在做一个状态压缩的背包。

我们记 Id_x 表示 x 他父亲中 x 的儿子编号，则有 $f_{x,S\vee u\vee v}=f_{u,0}+f_{v,0}+\sum_{y\in S}f_{fa_y,Id_y}$

然后暴力做背包·就行。