

# 数数

xtq

2024.2.19

- 数数 = dp + 容斥 (推式子, gf)

# 经典题

- 有一棵树，要在树上每个点填一个 1 到  $n$  的排列，树上每条边记录了父亲和儿子的大小关系，问排列个数
- $n \leq 2000$

- 给定一棵有根树，称一个排列  $a$  合法当且仅当  $a(pu) < a(u)$
- 给定  $k$ ，对每个点  $u$  问有多少个合法的排列满足  $pu=k$
- $n \leq 1e6$

# Equal Sums

- 给定  $n$  个区间  $[l_i, r_i]$  和  $m$  个区间  $[l'_i, r'_i]$
- 对每个  $1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m$ , 求有多少个  $a_1, \dots, a_i, b_1, \dots, b_j$  使得
- $l_k \leq a_k \leq r_k, l'_k \leq b_k \leq r'_k$  且  $\sum_{1 \leq k \leq i} a_k = \sum_{1 \leq k \leq j} b_k$
- $n, m, r_i, r'_i \leq 500$

# Tenzing and Random Operations

- 给定序列  $a$  和整数  $v$
- 执行如下操作  $m$  次：
  - 随机选择一个  $i$ ，另所有  $i \leq j \leq n$  的  $j$  执行  $a_j += v$
- 求  $m$  次之后  $\prod a_i$  的期望，对  $1e9+7$  取模
- $n \leq 5000, m, v \leq 1e9$

# Square Constraints

- 给定  $n$ , 求有多少个  $0$  到  $2n-1$  的排列  $p$  满足:
- $n^2 \leq i^2 + p_i^2 \leq (2n)^2$
- $n \leq 250$ , 输入模数

# Ticket to Ride

- 给定  $n, m$
- 给定  $m$  组  $l, r (l \leq r)$  和其对应的  $f(l, r)$
- 你需要选择一个  $\{1, \dots, n\}$  的子集  $S$ , 定义其收益为所有满足  $\{l, \dots, r\}$  在  $S$  内的  $f(l, r)$  之和
- 对每个  $k=1, \dots, n$ , 求  $|S|=k$  的最大可能收益
- $n, m \leq 5000$



- 给定  $n$
- 对每个  $l, r (l \leq r)$ , 给定权值  $f(l, r)$
- 你需要选择一个  $\{1, \dots, n\}$  的子集  $S$ , 定义其收益为所有满足  $\{l, \dots, r\}$  在  $S$  内的  $f(l, r)$  之和
- 对每个  $k=1, \dots, n$ , 求  $|S|=k$  的最大可能收益
- $n \leq 2000$