

# 高中组试题

题目名称	最大公约数	苹果树	游戏
题目类型	传统型	传统型	传统型
目录	permutation	tree	game
提交源程序文件名	permutation.cpp	tree.cpp	game.cpp
输入文件名	permutation.in	tree.in	game.in
输出文件名	permutation.out	tree.out	game.out
每个测试点时限	2.0秒	2.0秒	2.0秒
内存限制	512MB	512MB	512MB
测试点数目	10	20	10
测试点是否等分	是	是	是

编译选项: `--std=c++14 -O2`

## A.最大公约数 permutation

时间限制: 2s , 空间限制: 512MB

### 题目描述

已知  $x, y (x \leq y)$  , 定义  $f(x, y) = x \times (x + 1) \times (x + 2) \times \dots \times y$  。

如:  $f(2, 5) = 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$ 。

对于  $a, b$  ,定义  $\text{gcd}(a, b)$  为  $a, b$  的最大公约数。

如:  $\text{gcd}(12, 18) = 6$ 。

现在给你四个正整数  $a, b, c, d$  , 你需要输出  $\text{gcd}(f(a, b), f(c, d)) \bmod 1000000007$  的值。

### 输入格式

本题单测试点内有多组测试数据。

- 第一行一个整数  $T$  ,表示数据总数。
- 接下来每行四个整数  $a, b, c, d$ 。

### 输出格式

- 输出共  $T$  行, 每行输出  $\text{gcd}(f(a, b), f(c, d)) \bmod 1000000007$  的值。

### 输入输出样例

## 输入 #1

```
3
3 5 2 6
3 4 8 9
3 6 8 10
```

## 输出 #1

```
60
12
360
```

## 说明/提示

### 【数据规模与约定】

测试点编号	$a, b, c, d$	特殊性质
1 ~ 3	$\leq 20$	无
4, 5	$\leq 1000$	无
6, 7	$\leq 10^7$	$b - a, d - c \leq 10$
8 ~ 10	$\leq 10^7$	无

对于全部数据， $1 \leq T \leq 10, 1 \leq a \leq b \leq 10^7, 1 \leq c \leq d \leq 10^7$ 。

### 【附加样例】

- 样例 2 见下发文件中的 permutation2.in/permutation2.ans。该样例满足测试点 5 的限制。
- 样例 3 见下发文件中的 permutation3.in/permutation3.ans。该样例满足测试点 10 的限制。

## B.苹果树 tree

时间限制：2s，空间限制：512MB

### 题目描述

你面前有一棵巨大的苹果树:树上有  $n$  个节点， $n - 1$  个树枝，其中每个节点上有  $a_i$  个苹果（节点之间的树枝上没有苹果）。

你的任务是选择合适的顺序，把这棵苹果树的每一个树枝从中间锯开，这样锯  $n - 1$  次后，整棵树变为  $n$  个独立的节点，这样方便把所有的苹果带走。

已知每锯断一个树枝，所耗费的体力值是当前锯断的树枝两侧子树上各自的最大节点苹果数量之和。

锯断树枝的顺序不一样，耗费的总的体力值可能不同。

求：锯断所有的树枝所耗费的最小体力值。

### 输入格式

- 第一行是一个整数  $n$ ，表示树的大小。
- 接下来  $n - 1$  行，每行两个整数  $u, v$ ，表示树上一条边。

## 输出格式

- 输出共一行一个整数，表示耗费的最小体力值。

## 输入输出样例

### 输入 #1

```
6
6 9 2 2 5 7
2 3
6 5
6 4
6 1
2 4
```

### 输出 #1

```
61
```

## 说明/提示

### 【样例1解释】

最优方案之一是：依次锯断的边顺序为：(2, 4), (2, 3), (6, 1), (6, 4), (6, 5) 的边，耗费的体力值为： $(9 + 7) + (9 + 2) + (6 + 7) + (2 + 7) + (5 + 7) = 61$ 。

### 【数据规模与约定】

测试点编号	$n$	特殊性质
1 ~ 4	$\leq 9$	无
5 ~ 10	$\leq 3000$	无
11 ~ 12	$\leq 10^5$	$u_i = i, v_i = i + 1$
13 ~ 14	$\leq 10^5$	$u_i = 1, v_i = i + 1$
15 ~ 20	$\leq 10^5$	无

对于全部数据， $n \leq 10^5, a_i \leq 10^9$ 。

### 【附加样例】

- 样例 2 见下发文件中的 tree2.in/tree2.ans。该样例满足测试点 10 的限制。
- 样例 3 见下发文件中的 tree3.in/tree3.ans。该样例满足测试点 20 的限制。

## C.游戏 game

时间限制：2s，空间限制：512MB

## 题目描述

《森林冰火人》是一款经典的双人2D解密游戏，可控角色分为水女孩和火男孩，玩家需要操控角色躲避各种障碍，收集对应的元素石头，解开机关到达出口方可通过。

现在你正在和你的朋友小 C 玩一款弱化版的《森林冰火人》，这个游戏是由  $m$  层平台构成的，每层平台上有  $n$  个位置，可认为是一个  $m \times n$  的矩阵，初始时小 C 在  $(1, 1)$ ，你在  $(1, n)$ 。第  $i$  行有且仅有一颗宝石在  $a_i$  的位置，只要有任意一个人到达宝石所在的位置（获得宝石），你和小 C 都会同时垂直落入下一行的同一列位置，即从  $(x, y) \rightarrow (x + 1, y)$ 。收集到最后一行的宝石即为获胜。

每一行上，玩家可以左右移动，但是由于你的键盘只剩下了 `wasd` 键，所以同一行上只有一个人可以移动。

你们需要决议最佳的移动方案，使得总移动次数最少。移动次数定义为两个玩家在每一行移动的距离之和。

## 输入格式

- 第一行两个整数  $n, m$ ，表示游戏的列数和行数。
- 接下来  $m$  个整数  $a_i$ ，表示每一行的宝石位置。

## 输出格式

- 输出共一行一个整数，表示最少的移动次数。

## 输入输出样例

### 输入 #1

```
5 4
2 4 3 1
```

### 输出 #1

```
4
```

## 说明/提示

### 【样例1解释】

在第一层上，小 C 移动一格单位到  $(1, 2)$ 。

在第二层上，你移动一格单位到  $(2, 4)$ 。

在第三层上，你移动一格单位到  $(3, 3)$ 。

在第四层上，小 C 移动一格单位到  $(4, 1)$ 。

### 【数据规模与约定】

测试点编号	$n, m$	特殊性质
1, 2	$\leq 100$	无
3 ~ 5	$\leq 1000$	无
6 ~ 10	$\leq 10^5$	无

对于全部数据,  $n, m \leq 10^5, a_i \leq n$ 。

**【附加样例】**

- 样例 2 见下发文件中的 game2.in/game2.ans。该样例满足测试点 5 的限制。
- 样例 3 见下发文件中的 game3.in/game3.ans。该样例满足测试点 10 的限制。