最尤推定

尤度：「あてはまりの良さ」を表す統計量

$L(\lambda)$ = (y_1が2である確率)×(y_2が２である確率)×…
×(y_iが観測値である確率)

対数尤度関数：尤度関数$L(\lambda)$を対数変換したもの

$$\log L(\lambda) = \log \prod_i \lambda^{y_i} \exp(-\lambda)/y_i!$$
$$= \Sigma_i \,(y_i \log \lambda - \lambda - \Sigma \log k)$$

最尤推定量(値)：対数尤度または尤度が最大とする量(値)

$$\partial \log L(\lambda)/\partial \lambda = 0$$

擬似乱数と最尤推定値のばらつき

擬似乱数：計算機によって発生させた乱数

サンプリングで使用

標準誤差：それぞれの推定値のばらつき

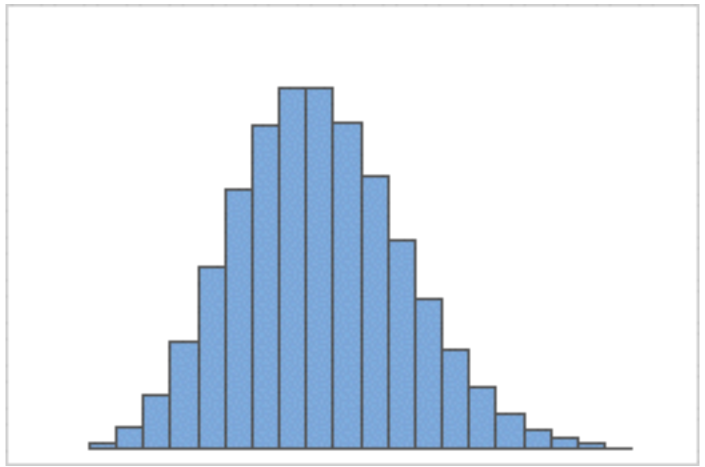
調査個体数が大きいほど推定値の標準誤差は小さくなる

確率分布の選び方

カウントデータで使う確率分布

・ポアソン分布

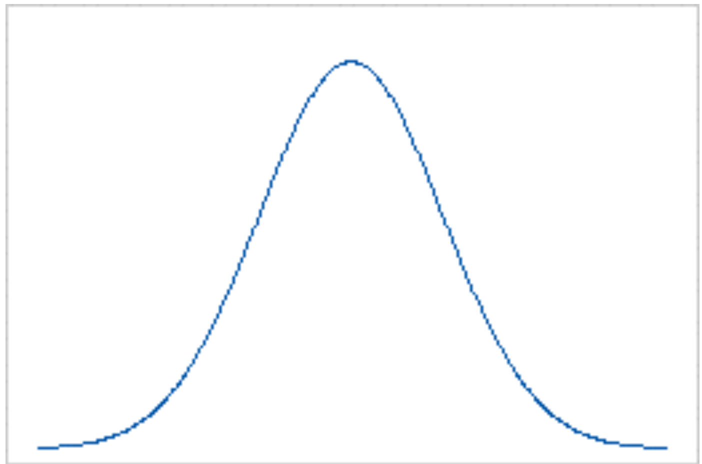
・二項分布

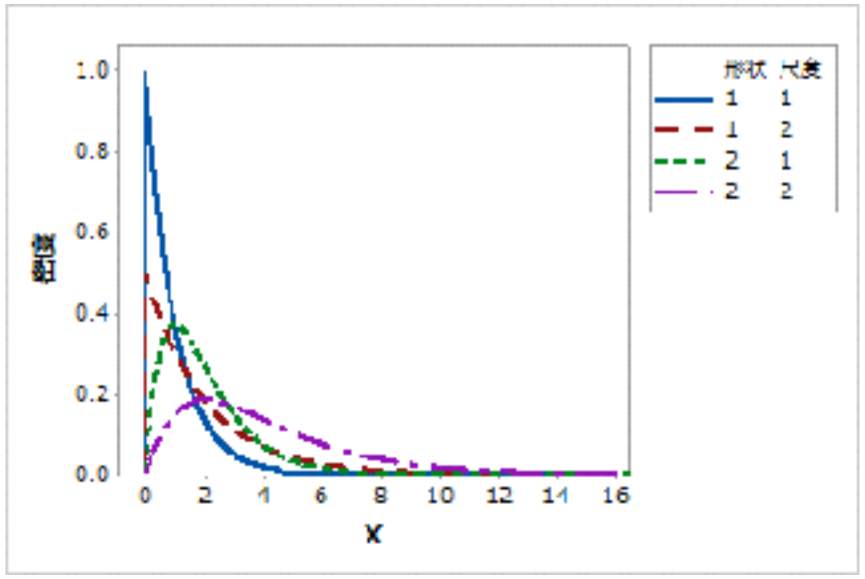


連続確率分布

・正規分布

・ガンマ分布





正規分布の分散

確率密度関数

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$$

期待値(平均値)

$$E(X) = \mu$$

分散の定義

$$V(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - E(X))^2 p(x) \mathrm{d}x$$

$$V(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 p(x) \mathrm{d}x$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \mathrm{d}x$$

$$\frac{x-\mu}{\sigma} = t$$ と置く

$$V(X) = \frac{\sigma^2}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} t^2 \exp\left[-\frac{t^2}{2}\right] \mathrm{d}t$$

２次のガウス積分

$$\int_{\infty}^{\infty} t^2 \exp\left[-\frac{t^2}{2}\right] \mathrm{d}t = \sqrt{2\pi}$$

$$V(X) = \frac{\sigma^2}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{2\pi} = \sigma^2$$

参考. 理工系数学のアラカルト