マルコフ連鎖モンテカルロ(MCMC)法とベイズ統計モデル

- 統計モデルに組み込まれたランダム効果の発生源の種類が増えるにつれ、パラメーターの推定は困難になる
(7章では発生源の種類がK個ならばK回の多重積分が必要に)

数値積分

- 区分求積法　→　次元が高くなると使いづらい
- モンテカルロ積分　→　乱数が必要

- マルコフ連鎖　→　色々な乱数を効率よく生成

- マルコフ連鎖モンテカルロ法は複雑な統計モデルの当てはめに効果的である

8.1 前回までの最尤推定法(個体差なし)

最尤推定法

二項定理

$$p(y_i \mid q) = \binom{N_i}{y_i} q^{y_i}(1-q)^{N_i-y_i}$$

尤度

$$L(q) = p(\mathbf{Y}|q) = \prod_i p(y_i|q)$$

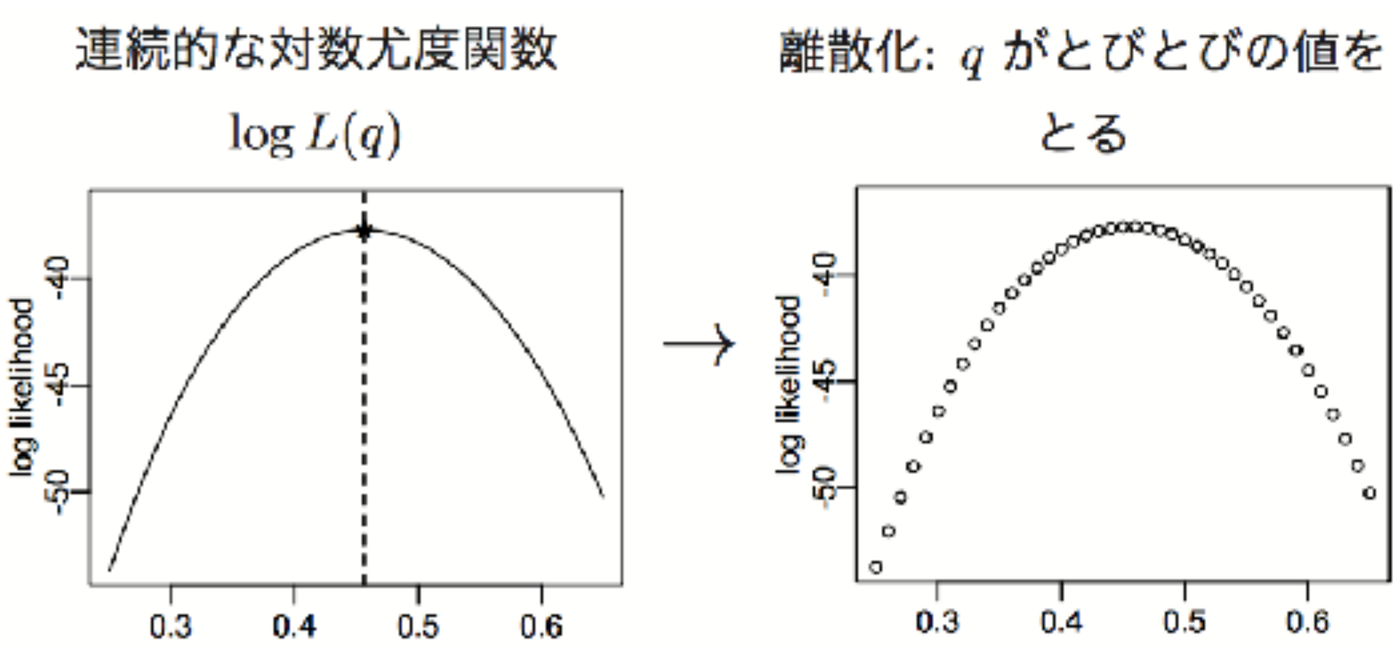
$$\partial \log L(q \mid \text{データ})/\partial q = 0$$ のとき最尤推定値をとる

最尤推定値

$$\hat{q} = \frac{\text{生存種子数}}{\text{調査種子数}} = \frac{73}{160} = 0.456$$

8.2 ふらふら試行錯誤による最尤推定法

- q の取りうる値を0.01刻みにする(離散化)
- 初期値を適当に選ぶ
- 隣の点をどちらかランダムに選ぶ
- 対数尤度が増加していれば新しい点へ移動
- 対数尤度が増加していなければ移動はしない



生存確率 q を離散化(実際には必要ない)

図　筑波大　集中講義(久保)

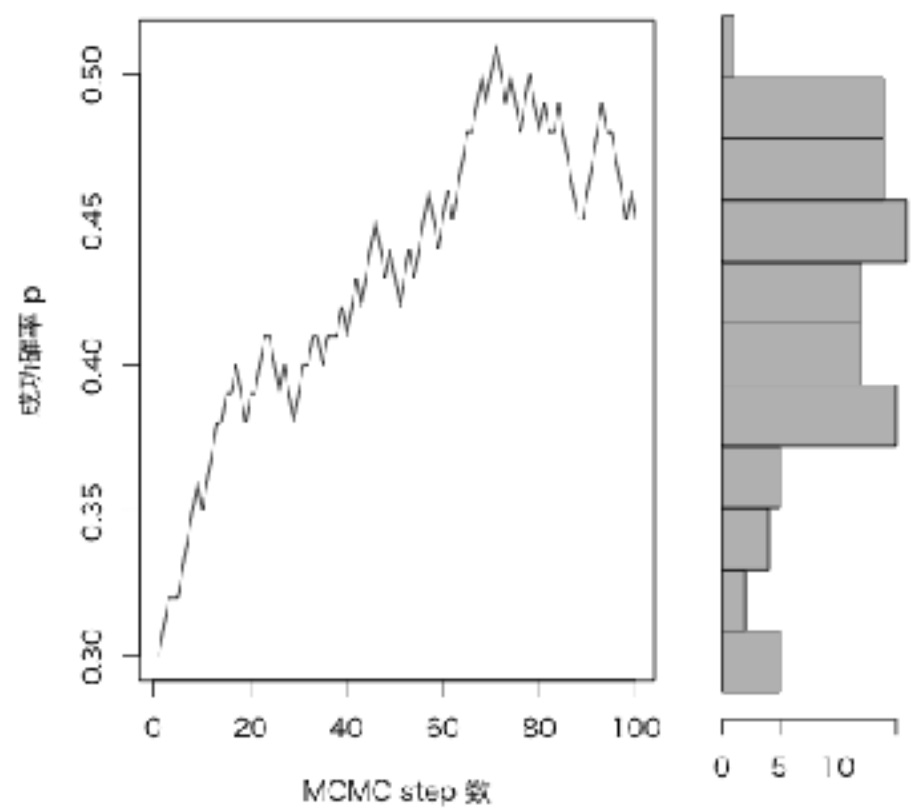
8.3 メトロポリス法

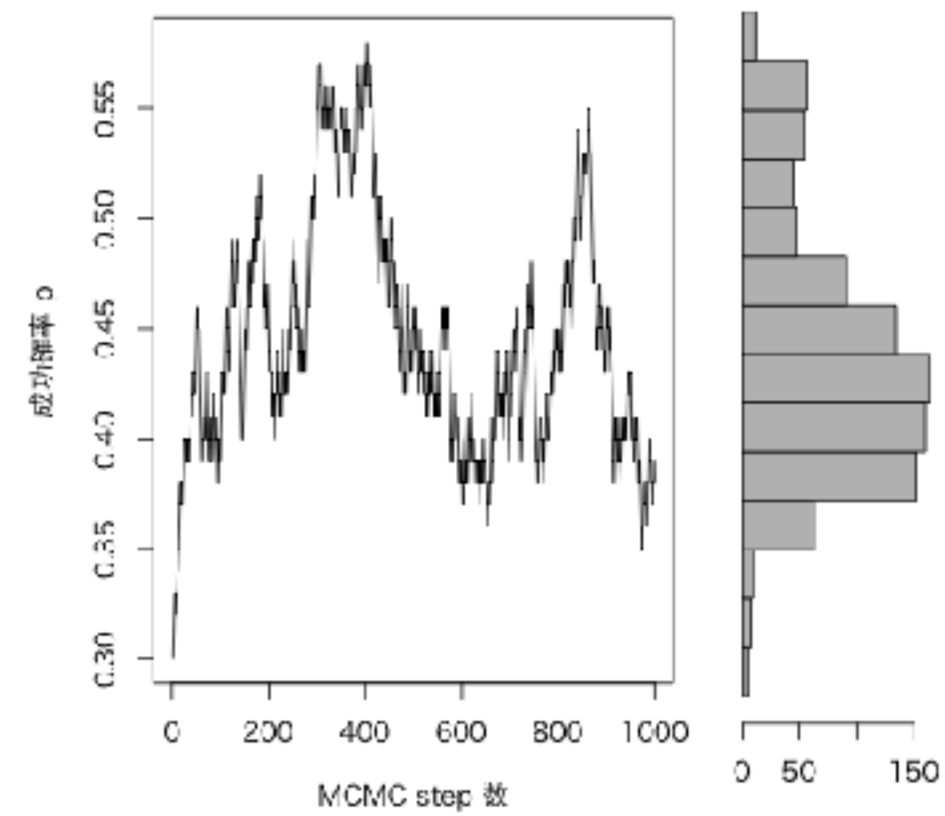
- 初期値を適当に選ぶ
- 隣の点をどちらかランダムに選ぶ
- 対数尤度が増加していれば新しい点へ移動
- 対数尤度が増加しない場合も確率 r で新しい点へ移動

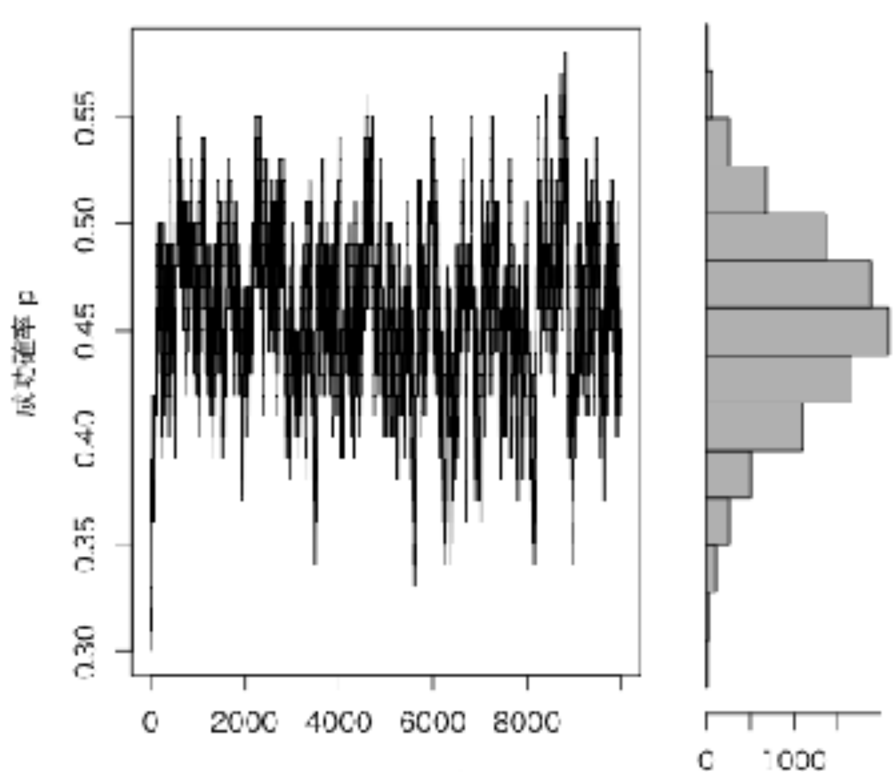
$$r = \frac{L(q^{\mathrm{new}})}{L(q)} = \exp\left(\log L(q^{\mathrm{new}}) - \log L(q)\right)$$

8.3 メトロポリス法

8.3.1 メトロポリス法でサンプリング







8.3 メトロポリス法

8.3.2 マルコフ連鎖の定常分布

メトロポリス法が定めるマルコフ連鎖の定常分布は詳細のつりあいを満たす

・一般に隣の点を飛び越えられない1次元ランダムウォークの定常分布は詳細のつりあいを満たす