

Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.

Swed, F. S., and C. Eisenhart [1943], "Tables for Testing Randomness of Grouping in a Sequence of Alternatives," *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 14, pp. 66-82.

Tausworthe, R. C. [1965], "Random Numbers Generated by Linear Recurrence Modulo Two," *Math. Comput.*, Vol. 19, pp. 201-209.

تمرینها

- ۱-۷ با استفاده از هستهٔ ۶۳۹۳ در روش میان مربعی، سه عدد تصادفی چهار رقمی تولید کنید.
- ۲-۷ با استفاده از مقادیر ۴۷۲۹ و ۸۵۸۳ برای، به ترتیب، X_0 و X'_1 در روش میان ضربی، سه عدد تصادفی چهار رقمی تولید کنید.
- ۳-۷ با استفاده از مقادیر ۶۷۸۷ برای K و ۴۱۲۹ برای X_0 در روش مضرب ثابت، سه عدد تصادفی چهار رقمی تولید کنید.
- ۴-۷ بر اساس روش همنهشتی خطی، سه عدد صحیح تصادفی دو رقمی تولید کنید. فرض کنید $X_0 = ۲۷$ ، $a = ۴۷$ ، $c = ۱۰۰$ و m باشد.
- ۵-۷ دنبالهٔ اعداد تصادفی $R_1 = ۰/۴۵$ ، $R_2 = ۰/۳۷$ ، $R_3 = ۰/۸۹$ ، $R_4 = ۰/۱۱$ و $R_5 = ۰/۶۶$ مفروض است. به ازای $m = ۱۰۰$ و بر اساس روش همنهشتی جمعی مقادیر R_6 تا R_{10} را پیدا کنید.
- ۶-۷ با استفاده از مقادیر ۱۱۷ ، $a = ۴۳$ و $m = ۱۰۰۰$ ، چهار عدد تصادفی سه رقمی بر اساس روش همنهشتی ضربی تولید کنید.
- ۷-۷ دنبالهٔ اعداد تصادفی $۰/۵۴$ ، $۰/۷۳$ ، $۰/۹۸$ ، $۰/۱۱$ و $۰/۶۸$ تولید شده است. به ازای مقدار $۰/۰۵$ برای سطح معنادار بودن، بر اساس آزمون کالموگروف-اسمیرنف فرض همگونی توزیع احتمال اعداد فوق با تابع چگالی یکنواخت صفر-یک را انجام دهید.
- ۸-۷ ارقام یکصد عدد دو رقمی موجود در دنبالهٔ موضوع مثال ۷-۱۵ را برعکس بنویسید تا دنباله‌ای جدید به دست آید. در این صورت، اولین عدد دنبالهٔ جدید $۰/۴۳$ خواهد بود. به ازای مقدار $۰/۰۵$ برای سطح معنادار بودن، بر اساس آزمون مربع کای، فرض همگونی توزیع احتمال اعداد دنبالهٔ جدید با تابع چگالی یکنواخت صفر-یک را انجام دهید.
- ۹-۷ پنجاه عدد دو رقمی نخست از مثال ۷-۱۵ را در نظر بگیرید. به ازای $\alpha = ۰/۰۵$ و بر اساس تعداد روندهای صعودی و نزولی آیا می‌توان فرض استقلال این اعداد را مردود دانست؟

۱۰-۷ آخرین پنجاه عدد دو رقمی موجود در دنباله موضوع مثال ۷-۱۵ را در نظر بگیرید. به ازای مقدار $\alpha = 0.05$ برای سطح معنادار بودن تعیین کنید آیا تعداد روندهای بزرگتر یا کوچکتر از میانگین بیش از مقدار متعارف است یا نه.

۱۱-۷ نخستین پنجاه عدد دو رقمی دنباله مثال ۷-۱۵ را در نظر بگیرید. به ازای $\alpha = 0.05$ و بر اساس ضابطه طول روندهای صعودی و نزولی آیا می‌توان فرض استقلال اعداد مزبور را مردود دانست؟

۱۲-۷ آخرین پنجاه عدد دو رقمی مثال ۷-۱۵ را در نظر بگیرید. به ازای $\alpha = 0.05$ و بر اساس ضابطه طول روندهای بزرگتر و کوچکتر از میانگین آیا می‌توان فرض استقلال اعداد مزبور را مردود دانست؟

۱۳-۷ شصت مقدار دنباله موضوع مثال ۷-۲۱ را در نظر بگیرید. به ازای $\alpha = 0.05$ همبستگی دومین، نهمین، شانزدهمین، ... اعداد دنباله را بیازمایید.

۱۴-۷ دنباله 12^0 تایی اعداد یک رقمی زیر را در نظر بگیرید.

۱ ۳ ۷ ۴ ۸ ۶ ۲ ۵ ۱ ۶ ۴ ۴ ۳ ۳ ۴ ۲ ۱ ۵ ۸ ۷
 ۰ ۷ ۶ ۲ ۶ ۰ ۵ ۷ ۸ ۰ ۱ ۱ ۲ ۶ ۷ ۶ ۳ ۷ ۵ ۹
 ۰ ۸ ۸ ۲ ۶ ۷ ۸ ۱ ۳ ۵ ۳ ۸ ۴ ۰ ۹ ۰ ۳ ۰ ۹ ۲
 ۲ ۳ ۶ ۵ ۶ ۰ ۰ ۱ ۳ ۴ ۴ ۶ ۹ ۹ ۸ ۵ ۶ ۰ ۱ ۷
 ۵ ۶ ۷ ۹ ۴ ۹ ۳ ۱ ۸ ۳ ۳ ۶ ۶ ۷ ۸ ۲ ۳ ۵ ۹ ۶
 ۶ ۷ ۰ ۳ ۱ ۰ ۲ ۴ ۲ ۰ ۶ ۴ ۰ ۳ ۹ ۳ ۶ ۸ ۱ ۵

به ازای $\alpha = 0.05$ و بر اساس فراوانی نظیر شکافهای مختلف آیا می‌توان اعداد فوق را مستقل دانست؟

۱۵-۷ یک آزمون افراز بر اساس دسته‌های چهارتایی (به جای پنج‌تایی) طراحی کنید.

۱۶-۷ به دنبال بررسی مقدماتی 1000 عدد چهار رقمی، داده‌های زیر در مورد ترکیبات و فراوانیهای نظیر هر ترکیب به دست آمده است:

چهار رقم مشابه سه رقم مشابه دو زوج یک زوج چهار رقم متفاوت	ترکیب، i
۲	۲۴
۱۷	۳۹۲
۵۶۵	فراوانی مشاهده شده، O_i

بر اساس استفاده از آزمون افراز آیا می‌توان اعداد فوق را مستقل دانست؟ ($\alpha = 0.05$)

۱۷-۷ در مورد طول دنباله مولدهای همبستگی خطی زیر اظهار نظر کنید. به منظور بیشینه کردن طول دنباله، X_n باید دارای چه شرطی باشد؟

الف) زبان SIMSCRIPT از یک مولد همبستگی آمیخته برای کامپیوتر CDC

استفاده می‌کند. خصوصیات این مولد به شرح زیر است

$$a = 2'814'749'767'109, \quad c = 59'482'661'568'307, \quad m = 2^{48}$$

(ب) مولد سوپر دوپر برای آی بی ام ۳۶۰ دارای خصوصیات زیر است:

$$a = 69069, \quad c = 0, \quad m = 2^{32}$$

$$a = 4951, \quad c = 247, \quad m = 256 \quad (\text{ج})$$

$$a = 6507, \quad c = 0, \quad m = 1024 \quad (\text{د})$$

۱۸-۷ با استفاده از مولد همنهشتی خطی زیر، سه عدد دو رقمی بین صفر و ۲۴ تولید کنید

$$a = 9, \quad c = 35, \quad X_0 = 13$$

۱۹-۷ برنامه‌ای به یکی از زبانهای BASIC، FORTRAN، یا پاسکال بنویسید تا بر اساس

روش همنهشتی ضربی، اعداد تصادفی چهار رقمی تولید کند. برنامه را طوری بنویسید که مقادیر a, c, m و X_0 را از استفاده‌کننده برنامه بپرسد.

۲۰-۷ مولد همنهشتی ضربی را تحت شرایط چهارگانه زیر در نظر بگیرید.

$$a = 11, \quad m = 16, \quad X_0 = 7 \quad (\text{الف})$$

$$a = 11, \quad m = 16, \quad X_0 = 8 \quad (\text{ب})$$

$$a = 7, \quad m = 16, \quad X_0 = 7 \quad (\text{ج})$$

$$a = 7, \quad m = 16, \quad X_0 = 8 \quad (\text{د})$$

در هر مورد آن قدر عدد تصادفی تولید کنید که دنباله به تکرار بیفتد. به طور کلی، چه

نتایجی گرفته می‌شود؟ آیا طول هر یک از دنباله‌ها به بیشترین مقدار خود می‌رسد؟

۲۱-۷ تمام ریشه‌های اولیه $m = 61$ را پیدا کنید.

۲۲-۷ در یک مولد همنهشتی آمیخته با طول دنباله m ، اگر همه اعداد صحیح تصادفی به m

تقسیم شود، مجموعه $\{\frac{i}{m}, 0 \leq i \leq m-1\}$ به دست می‌آید. نشان دهید که میانگین واریانس اعداد موجود در مجموعه $\{\frac{i}{m}\}$ ، به ترتیب، مساوی با $(\frac{1-1/m}{2})$ و $(\frac{1+1/m}{12})$ است.

۲۳-۷ مولد اعداد تصادفی زبان BASIC را در کامپیوتر شخصی مورد استفاده خود مورد

تحقیق قرار دهید. در بسیاری از کامپیوترها، به کمک یکی از توابع BASIC به نام RND،

اعداد تصادفی تولید می‌شود.