منابع

Box, G. E. P., and M. F. Muller [1958], " A Note on the Generation of Random Normal Deviates," *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 29, pp. 610-11.

Cheng, R. C. H. [1977], "The Generation of Gamma Variables," *Applied Statistician*, Vol. 26, No. 1, pp. 71-75.

Fishman, George S. [1978], *Principles of Discrete Event Simulation*, Wiley, New York.

Gordon, Geoffrey[1975] , *The Application of GPSS V to Discrete System Simulation*, Prentice- Hall, Englewood Cliffs, N. J.

Schmeiser, Bruce W. [1981] , " Random Variate Generation :A Survey", in *Simulation With Discrete Models: A State of the Art View*, T. I. Oren, C. M. Shub, and P. F. Roth, eds.

Schmidt, J. W., and R. E. Taylor [1970], *Simulation and Analysis of Industrial Systems*, Irwin, Homewood, Ill.

تمرینها

۸-۱ یک مولد مقدار تصادفی برای متغیر تصادفی X با pdf

$$f(x) = \begin{cases} e^{۲x}, & -\infty < x \leq ۰ \\ e^{-۲x}, & ۰ < x < \infty \end{cases}$$

ایجاد کنید.

۸-۲ طرحی برای تولید مقدار از توزیع مثلثی با pdf

$$f(x) = \begin{cases} \frac{۱}{۲}(x - ۲), & ۲ \leq x \leq ۳ \\ \frac{۱}{۲}(۲ - \frac{x}{۳}), & ۳ < x \leq ۶ \\ ۰, & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

ایجاد کنید. ده مقدار تصادفی تولید، میانگین نمونه را محاسبه و آن را با میانگین حقیقی

توزیع مقایسه کنید.

۸-۳ مولدی برای یک توزیع مثلثی با دامنهٔ $(۱, ۱۰)$ و مد $x = ۴$ ایجاد کنید.

۸-۴ مولدی برای یک توزیع مثلثی با دامنهٔ $(۱, ۱۰)$ و میانگین ۴ ایجاد کنید.

۸-۵ مولدی برای یک متغیر تصادفی پیوسته با دامنهٔ ۳- تا ۴ ایجاد کنید که cdf آن به شرح زیر است:

$$F(x) = \begin{cases} ۰, & x \leq -۳ \\ \frac{۱}{۲} + \frac{x}{۶}, & -۳ < x \leq ۰ \\ \frac{۱}{۲} + \frac{x^۲}{۳۲}, & ۰ < x \leq ۴ \\ ۱, & ۴ < x \end{cases}$$

۸-۶ مولدی برای توزیعی که cdf آن به‌صورت $F(x) = x^۴/۱۶ \quad , \quad ۰ \leq x \leq ۲$ است ایجاد کنید.

۸-۷ مولدی برای توزیعی که pdf آن به‌صورت $f(x) = x^۲/۹ \text{، } ۰ \leq x \leq ۳$ است ایجاد کنید.

۸-۸ مولدی برای یک متغیر تصادفی ایجاد کنید که pdf آن به‌صورت زیر است:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{۱}{۳}, & ۰ \leq x \leq ۲ \\ \frac{۱}{۲۴}, & ۲ < x \leq ۱۰ \\ ۰, & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

۸-۹ cdf متغیر تصادفی گسستهٔ X به صورت

$$F(x) = \frac{x(x+۱)(۲x+۱)}{n(n+۱)(۲n+۱)} \; , \; x = ۱, ۲, \ldots , n$$

است. به ازای $n = ۴$ و با استفاده از $R_۱ = ۰/۸۳$، $R_۲ = ۰/۲۴$، و $R_۳ = ۰/۵۷$ سه مقدار برای X تولید کنید.

۸-۱۰ معلوم شده است که مدتهای یک فرایند خودکار تولید تا بازمانی آن، توزیعی تصادفی طبق مدل ویبول با پارامترهای $\beta = ۲$ و $\alpha = ۱۰$ دارد. معادلهٔ (۸-۵) را به‌دست آورید و سپس با استفاده از پنج عدد تصادفی از جدول پ-۱ آن را به منظور تولید پنج مقدار از این توزیع ویبول مورد استفاده قرار دهید.

۸-۱۱ در یک بانک داده‌هایی در مورد مدتهای خدمتدهی باجهٔ اتوبانک گردآوری شده است.

این داده‌ها در قالب فواصل به شرح زیر تلخیص شده است:

فاصله (ثانیه)	فراوانی
۱۵-۳۰	۱۰
۳۰-۴۵	۲۰
۴۵-۶۰	۲۵
۶۰-۹۰	۳۵
۹۰-۱۲۰	۳۰
۱۲۰-۱۸۰	۲۰
۱۸۰-۳۰۰	۱۰

به منظور تولید مدتهای خدمتدهی به روش جدولگرد، جدولی همانند جدول ۸-۳ ایجاد و با استفاده از اعداد تصادفی چهار رقمی، پنج مقدار برای مدت خدمتدهی تولید کنید.

۸-۱۲ فرض کنید مدتهای پاسخ گروه آتش‌نشانان در مثال ۸-۳ در رابطهٔ ۳ $\leq x \leq$ ۰٫۲۵ صدق می‌کند. جدول ۸-۵ را برای رعایت این فرض اصلاح کنید. با استفاده از اعداد تصادفی چهار رقمی از جدول پ-۱، پنج مقدار برای مدت پاسخ تولید کنید.

۸-۱۳ برای نسخه‌ای مقدماتی از یک مدل شبیه‌سازی، فرض شد که تعداد پالتهایی که باید در سکوی بارگیری در کامیونی بار شود، بین ۸ و ۲۴ توزیع یکنواخت دارد. با این فرض که بارهای کامیونهای متوالی مستقل است، روشی برای تولید X ایجاد کنید. از روش موجود در مثال ۸-۶ برای توزیعهای یکنواخت استفاده کنید. سرانجام، با استفاده از اعداد تصادفی و چهار رقمی، بارهای ده کامیون متوالی را تولید کنید.

۸-۱۴ با گردآوری داده‌های بیشتر، معلوم شد که توزیع مثال ۸-۷ نسبت به توزیع یکنواخت به‌گونه‌ای که در تمرین ۱۳ فرض شد، تقریب بهتری برای تعداد پالتهای بارگیری شده است. با به‌کارگیری همان اعداد تصادفی مورد استفاده در تمرین ۱۳، بارهای ده کامیون متوالی را با استفاده از معادلهٔ (۸-۱۹) تولید کنید.

۸-۱۵ معلوم شده است که تقاضای هفتگی، X، برای کالایی کم تقاضا، طبق توزیع هندسی در دامنهٔ $\{۰, ۱, ۲, \cdots\}$ و با میانگین تقاضای هفتگی ۲٫۵ قلم به‌خوبی تقریب زده می‌شود. با استفاده از اعداد تصادفی جدول پ-۱ ده مقدار برای تقاضا در هفته، X، تولید کنید. (*راهنمایی:* میانگین یک توزیع هندسی با پارامتر p و دامنهٔ $\{q, q+۱, \cdots\}$ عبارت از $۱ - q + \frac{۱}{p}$ است.)

۸-۱۶ تصور کنید که در تمرین ۱۵ معلوم شده است که تقاضا توزیع پواسون با میانگین ۲٫۵ قلم در هفته دارد. با استفاده از اعداد تصادفی موجود در جدول پ-۱، ده مقدار تقاضا در هفته، X، تولید کنید. تفاوتهای موجود بین توزیعهای هندسی و پواسون را مورد بحث قرار دهید.

۸-۱۷ معلوم شده است که مهلتهای تحویل، توزیع نمایی با میانگین ۳٫۷ روز دارد. برای این توزیع پنج مهلت تحویل تصادفی تولید کنید.

۸-۱۸ معلوم شده است که مدتهای نگهداری یک روال تولید تغییر می‌کند و به‌صورت متغیر تصادفی نرمالی با میانگین ۳۳ دقیقه و واریانس ۴ دقیقه^{۲} مدلسازی شده است. با این توزیع مفروض و به یکی از روشهای این فصل، پنج مدت تصادفی نگهداری و تعمیر تولید کنید.

۸-۱۹ ماشینی پس از بازمانی یا پس از پنج ساعت کار برحسب اینکه کدام زودتر رخ دهد از خط تولید بیرون آورده می‌شود. با به‌کار انداختن ماشینهای همانند تا بازمانی، معلوم شده است که مدت تا بازمانی، X، توزیع ویبول با $\alpha = ۸$، $\beta = ۰٫۷۵$ و $\nu = ۰$ دارد (به بخش ۴-۴ و زیر بخش ۸-۱-۳ مراجعه کنید). بدین ترتیب، مدت تا بیرون آوردن ماشین از خط تولید را می‌توان به‌صورت $Y = \min(X, ۵)$ معرفی کرد. به منظور تولید Y شیوه‌ای گام به گام ایجاد کنید.

۸-۲۰ مدت تا از خدمت خارج کردن قطعه‌ای بین صفر تا ۸ ساعت توزیع یکنواخت دارد. دو قطعهٔ مستقل از این قبیل را به‌صورت زنجیره‌ای قرار می‌دهیم و هر گاه یکی از دو قطعه از کار بماند همهٔ سیستم از کار خواهد ماند. اگر $X_i (i = ۱, ۲)$ معرف مدت عمل قطعه باشد، $Y = \min(X_۱, X_۲)$ معرف مدت عمر سیستم خواهد بود. برای تولید Y دو راه متمایز ارائه کنید. [*راهنمایی*: یک راه نسبتاً ساده است. برای راه دوم، ابتدا تابع تجمعی Y را محاسبه کنید: به ازای $۰ \leq y \leq ۸$، $۱ - P(Y > y) = P(Y \leq y) = F_Y(y)$. بعد، برابری $\{Y > y\} = \{X_۱ > y \text{ و } X_۲ > y\}$ و استقلال $X_۱$ و $X_۲$ را مورد استفاده قرار دهید. پس از یافتن $F_Y(y)$، با روش تبدیل معکوس کار را ادامه دهید.]

۸-۲۱ مدتهای عمر قطعات در تمرین ۲۰ توزیع نمایی، یکی با میانگین ۲ ساعت و دیگری با میانگین ۶ ساعت دارد. با این فرض تازه دوباره روی تمرین ۲۰ کار کنید. کارایی نسبی دو طرح ارائه شدهٔ تولید را مورد بحث قرار دهید.

۸-۲۲ با استفاده از روش پیچش، روشی برای تولید مقدار تصادفی دو جمله‌ای ارائه کنید. [*راهنمایی*: X را می‌توان به‌عنوان تعداد موفقیتها در n آزمایش مستقل برنویی معرفی کرد که هر موفقیت دارای احتمال p است. بنابراین، $X = \sum_{i=۱}^{n} X_i$ است که $P(X_i = ۱) = p$ و $P(X_i = ۰) = ۱ - p$ است.]

۸-۲۳ به منظور تولید مقدار تصادفی هندسی، X، با پارامتر p و دامنهٔ $\{۰, ۱, ۲, \ldots\}$، یک روش رد و قبول ایجاد کنید. [*راهنمایی*: X را می‌توان به عنوان تعداد آزمایشها پیش از رخداد اولین موفقیت در دنباله‌ای از آزمایشها مستقل برنویی در نظر گرفت.]

۸-۲۴ به منظور تولید مقادیر نرمال استاندارد با روش دقیق مورد بحث در این فصل، برنامه‌ای کامپیوتری به زبان FORTRAN یا BASIC بنویسید و از آن برای تولید ۱۰۰۰ مقدار

استفاده کنید. به ازای ۴, ۳, ۲, ۱, ۰, ۱−, ۲−, ۳−, ۴− = z، احتمال حقیقی قرار گرفتن مقدار در فاصله $(-\infty, z)$ را محاسبه کنید، یعنی $\Phi(z)$ را با فراوانی نسبی عملاً مشاهده شده مقایسه کنید. مسأله را برای هر یک از دو روش تقریبی تکرار کنید. سه روش را با هم مقایسه کنید.

۸-۲۵ به منظور تولید مقادیر گاما با پارامتر شکل β و پارامتر مقیاس θ، برنامه‌ای کامپیوتری به زبان FORTRANیا BASIC بنویسید. به ازای ۲٫۵ = β و ۰٫۲ = θ، هزار مقدار تولید و میانگین حقیقی، $\frac{1}{\theta}$ = ۵، را با میانگین نمونه مقایسه کنید.

۸-۲۶ به منظور تولید ۲۰۰ مقدار از یکی از متغیرهای تمرینهای ۱ تا ۲۳، برنامه‌ای کامپیوتری به زبان FORTRAN یا BASIC بنویسید. هیستوگرمی از این ۲۰۰ مقدار بسازید و آن را با تابع چگالی نظری (یا تابع جرم احتمال برای متغیرهای تصادفی گسسته) مقایسه کنید.