Atividade 2 Calculo aplicado a uma variável

Para derivar funções, é necessário conhecer e saber utilizar as suas regras operatórias: deriva da soma entre duas funções, derivada do produto entre duas ou mais funções, derivada do quociente entre duas funções, derivada da cadeia, para derivar as funções constantes. Neste contexto, associe tais regras com suas fórmulas:

1 - Derivada do Produto. $\to f'(x) = u \cdot v \to f'(x) = u' \cdot v + u \cdot v'$
2 - Derivada do Quociente. $\to f'(x) = \frac{u}{v} = \frac{u' \cdot v + u \cdot v'}{v^2}$
3 - Derivada da Soma. $\to f'(x) = u + v$; $f'(x) = u' + v'$
4 - Derivada da Cadeia.

2 $k'(x) = \frac{f'(x)g(x) - [f(x)g'(x)]}{[g(x)]^2}$
3 $h'(x) = f'(x) + g'(x)$
1 $l'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x), \forall x \in D(h)$
4 $(g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$

A partir das relações feitas anteriormente, assinale a alternativa que apresenta a sequência correta.

- a. 4, 3, 2, 1.
- b. 3, 1, 4, 2.
- c. 3, 1, 2, 4.
- d. 2, 3, 1, 4.
- e. 1, 2, 3, 4.

Em relação à derivada de uma função, podemos classificá-la da seguinte forma: C^0, funções contínuas não deriváveis, C^1funções contínuas, que só admitem até 1ª derivada,C^2funções contínuas, que só admitem até 2ª derivada e assim sucessivamente até a função de classe C^{∞} $(C\ infinito)$. Toda função polinomial racional é uma função de classe C^{∞}, ou seja admite as derivadas de todas as ordens.
LIMA, E. L. Curso de análise. 9. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 1999. v. 1.

Nesse contexto, encontre a derivada da função $f''(x)$, sabendo que $f(x) = \frac{3x-2}{x+2}$, e assinale a alternativa que indique qual é o resultado obtido para $f''(x)$.

- a. $f''(x) = \frac{-16}{(x+2)^3}$
- b. $f''(x) = \frac{12}{(x+2)^4}$
- c. $f''(x) = \frac{16}{(x+2)^2}$
- d. $f''(x) = 0$
- e. $f''(x) = \frac{16}{(x+2)^4}$

$f'(x) = \frac{3x-2}{x+2} \to \frac{(3x-2)' \cdot (x+2) - (3x-2) \cdot (x+2)'}{[(x+2)^2]}$

$f'(x) = \frac{3 \cdot (x+2) - (3x-2) \cdot 1}{[(x+2)^2]}$

$f'(x) = \frac{\cancel{3x}+6 - \cancel{3x}+2}{[(x+2)^2]}$

$f' = \frac{8}{(x+2)^2}$

$f''(x) = \frac{8}{(x+2)^2} \to \frac{8' \cdot (x+2)^2 - 8 \cdot (x+2)^{2'}}{[(x+2)^2]^2}$

$f''(x) = \frac{0 \cdot - 8(x+2)^{2'}}{(x+2)^4}$

$f''(x) = \frac{2 \cdot (-8) \cdot (x+2)}{(x+2)^4}$

$\frac{-16\,\cancel{(x+2)}}{\cancel{(x+2)} \cdot (x+2)^3}$

$f'' = \frac{-16}{(x+2)^3}$

Numa avaliação, um professor solicitou que os alunos encontrassem a derivada da seguinte função racional polinomial: $f(x) = \frac{x^2-x}{2x+1}$. Chamou a atenção do professor a resolução do aluno Paulo, que derivou a função uma vez e fez as afirmações descritas nas asserções I e II, a seguir.

A partir do apresentado, analise as asserções I e II e a relação proposta entre elas.

I. A derivada da função é igual $f'(x) = \frac{2x-1}{2}$
Pois:
II. para derivar $f(x)$nesse caso é necessário usar a regra do quociente.

A seguir, assinale a alternativa correta.

- a. As asserções I e II são proposições verdadeiras, mas a II não é uma justificativa correta da I.
- b. A asserção I é uma proposição verdadeira, e a asserção II é uma proposição falsa.
- c. As asserções I e II são proposições verdadeiras, e a II é uma justificativa correta da I.
- d. As asserções I e II são proposições falsas.
- e. A asserção I é uma proposição falsa, e a II é uma proposição verdadeira.

$f'(x) = \frac{x^2-x}{2x+1} \to \frac{(x^2-x)'(2x+1) - (x^2-x)(2x+1)'}{[(2x+1)^2]}$

$f'(x) = \frac{(2x-1)(2x+1) - (x^2-x)(2)}{(2x+1)^2}$

$f'(x) = \frac{4x^2-1 - (2x^2-x)}{(2x+1)^2}$

$\frac{\cancel{4x^2}-1 - \cancel{2x^2}+x}{(2x+1)^2}$

$\boxed{\frac{2x^2+x-1}{(2x+1)^2}}$

$\Delta = b^2 - 4ac$
$\Delta = 1 - 4 \cdot 2 \cdot (-1)$
$\Delta = 1+8$
$\Delta = 9$
$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$
$x_1 = \frac{2+3}{2} = 3$
$x_2 = \frac{2-3}{2} = -\frac{1}{2}$

Ao derivar uma função composta, é necessário aplicar a regra da cadeia. Verifique que a função $f(x) = -sen^2\left(\frac{x}{8} + \frac{\pi}{8}\right)$ é uma composição da função seno com a função polinomial elevado a 2 (função potência). Assim, para derivar essa função, aplica-se inicialmente a derivada da função potência, em seguida, da função seno e, por fim, a função polinomial.
Nesse sentido, assinale a alternativa que indique qual é o valor de $f'(\pi)$.

Derivada de $-Sen(x) = -Cos(x)$
Derivação em Cadeia = f . derivada do que mudou

- a. $\frac{3}{8}$.
- b. $-\frac{7}{8}$.
- c. $-\frac{5}{8}$.
- d. $\frac{7}{8}$.
- e. $-\frac{1}{8}$.

$f'(x) = -sen^2\left(\frac{x}{8} + \frac{\pi}{8}\right) = \frac{x \cdot 8 - x \cdot 8}{8^2} = \frac{8-0}{8^2}$ $\left\{ \frac{8 \cdot \pi - 8 \cdot \pi'}{8^2} = \frac{0}{8} \right.$

$f'(x) - 2sen\left(\frac{x}{8} + \frac{\pi}{8}\right) \cdot \left(\frac{8}{8^2} + 0\right)$

$f'(x) = -2cos\left(\frac{x}{8} + \frac{\pi}{8}\right) \cdot \frac{1}{8}$

$f'(\pi) = -2cos\left(\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{8}\right) \cdot \frac{1}{8}$

$\frac{\pi + \pi}{8} = \frac{2\pi}{8} = \frac{360}{8} = 45°$

$-2cos(45°) \cdot \frac{1}{8}$

$f'(\pi) = -\sqrt{2} \cdot \frac{1}{8}$

$f'(\pi) = \frac{-1\sqrt{2}}{8} \approx -1$

Na maioria das vezes, ao calcular o limite de uma função racional polinomial, pode ocorrer indeterminação matemática do tipo 0/0. Nesse caso, para determinar o limite, devemos fatorar as funções racionais polinomiais utilizando a fatoração do polinômio que, em certas situações, é um cálculo muito simples.
Nesse contexto, encontre o limite $\lim_{x \to 2} \frac{x^2-4}{x-2}$ e assinale a alternativa que indique qual é o resultado obtido para o limite.

- a. 2.
- b. 0.
- c. -2.
- d. 4.
- e. -4.

$\lim_{x \to 2} = \frac{(x+2)\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}}$

$\lim_{x \to 2} = 2+2$

$\lim_{x \to} = 4$

Ao calcular limites, pode ocorrer uma indeterminação matemática do tipo 0/0. Nesse caso, para determinar o limite, devemos utilizar artifícios matemáticos para simplificar a função. Para funções racionais polinomiais de grau 2, é recomendável utilizar a fatoração do polinômio, através da regra prática em que $ax^2 + bx + c = a(x - x')(x - x'')$. Assim, basta encontrar as raízes do polinômio por Bhaskara. Isso facilita bastante os cálculos. Nesse sentido, encontre o limite $\lim_{x \to -1} \frac{x^2-1}{x^2+3x+2}$ e assinale a alternativa que indique qual é o resultado obtido para o limite.

- a. 1.
- b. -2.
- c. -1.
- d. 2.
- e. 0.

$f_1 = x^2 - 1$ $\quad f_2 = x^2 + 3x + 2$

$\Delta = b^2 - 4ac$
$\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2$
$\Delta = 9 - 8$
$\Delta = 1$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$
$x_1 = \frac{-3+1}{2} = -1$
$x_2 = \frac{-3-1}{2} = -2$

$(x+1)(x+2)$
$x^2 + 2x + x + 2$
$x^2 + 3x + 2$

$\frac{\cancel{(x+1)}(x-1)}{\cancel{(x+1)}(x+2)} =$

$\lim_{x \to -1} = \frac{x-1}{x+2}$

$\lim_{x \to -1} = \frac{-1-1}{-1+2}$

$\lim_{x \to -1} = \frac{-2}{1} = \boxed{-2}$

Existem funções que são definidas na forma implícita, ou seja, a variável dependente y não se apresenta explicitamente como $y = f(x)$. A forma implícita pode ser representada como $F(x, y) = 0$. Nem sempre é possível explicitar a variável y na expressão implícita, portanto, deve-se derivar a função dada na forma implícita. Nesse contexto, dada a função $y^4 + 3y - 4x^2 = 5x + 1$, definida implicitamente, assinale a alternativa que determine o valor de y'.

- a. $y' = \frac{x+5}{y^3-1}$
- b. $y' = \frac{2y^{2+1}}{x-5}$
- c. $y' = \frac{x+5}{y^3-1}$
- d. $y' = \frac{x+5}{3y^3-4}$
- e. $y' = \frac{8x+5}{4y^3+3}$

$y^4 + 3y - 4x^2 = 5x + 1$

$4y^3 \frac{dy}{dx} + 3\frac{dy}{dx} - 8x\frac{dx}{dx} = 5\frac{dx}{dx}$

$(4y^3 + 3)\frac{dy}{dx} = 8x + 5$

$\frac{dy}{dx} = \frac{8x+5}{4y^3+3}$

$y' = \frac{8x+5}{4y^3+5}$

Seja a função espaço tempo $s = s(t)$, em que t representa o tempo. A velocidade média em um intervalo de tempo inicial (t_i) e tempo final (t_f) é dada por $v_{média} = \frac{s(t_f) - s(t_0)}{t_f - t_0}$. A derivada de uma função aplicada em um ponto pode ser vista como uma taxa de variação instantânea. Na cinemática, dizemos que a função velocidade $v = v(t)$ é a derivada da função espaço em relação ao tempo $v = s'(t) = \frac{ds}{dt}(t)$, enquanto que a aceleração $a = a(t)$é a derivada da função velocidade em relação ao tempo$a = v'(t) = \frac{dv}{dt}(t)$. Com essas informações, considere a seguinte situação problema: o deslocamento (em metros) de uma partícula, movendo-se ao longo de uma reta, é dado pela equação do movimento $s(t) = 4t^3 + 6t + 2$, em que t é medido em segundos.
Neste contexto, analise as afirmativas a seguir:

I. A velocidade média para o período de tempo que começa quando $t_i = 1\,s$ e $t_f = 2\,s$ é igual a 40,0 m/s.
II. A velocidade instantânea quando $t = 1\,s$ é igual a $18\,m/s$.
III. A aceleração é sempre constante.
IV. A aceleração quando o tempo é $t = 1\,s$ é igual a $24\,m^2/s$.

Assinale a alternativa que apresenta a(s) afirmativa(s) correta(s).

- ~~a. I, III e IV, apenas.~~
- ~~b. I, II e III, apenas.~~
- c. II e IV, apenas.
- ~~d. [illegible]~~
- ~~e. [illegible]~~

$f(x)' = 12t^2 + 6$
$f(1) = 12 + 6$
$f(1) = 18\ m/s^2$

$f(2) = 12 \cdot 2^2 + 6$
$f(2) = 54\ m/s^2$

$\vec{a} = \frac{v}{t} = \vec{a} = \frac{54 - 18}{}$

Não entendi direito

Para derivar a função $f(x) = \frac{2}{3x^2} + 5\left(\sqrt{x^2+3}\right) - \frac{x}{2}\sqrt[4]{x}$, é necessário conhecer a derivada da função polinomial e regras operatórias da derivada. No entanto, inicialmente, deve-se simplificar a função, utilizando as regras operatórias da potência: soma, produto e quociente.
Nesse sentido, assinale a alternativa que indica qual o valor de $f'(1)$.

- a. $\frac{11}{15}$
- b. $\frac{1}{5}$
- c. $\frac{13}{24}$
- d. 0.
- e. -3.

$f'(x) = \frac{2'(3x^2) - 2(3x^2)'}{(3x^2)^2}$

$f'(x) = \frac{0 \cdot 3x^2 - 2(6x)}{3x^4}$

$f'(x) = \frac{-12x}{3x^4}$

$f'(x) = 5\left(\sqrt{x^2+3}\right) \cdot (x^2+3)^{\frac{1}{2}}$

$f'(x) = 5\left(\sqrt{x^2+3}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2+3}}$

$f'(x) = \frac{5\cancel{\sqrt{x^2+3}}}{\cancel{(\sqrt{x^2+3})}}$

Para derivar funções, é necessário saber como derivar as funções elementares, que são tabeladas, e também as regras operatórias: soma, produto e quociente. Para derivar a função $f(x) = \frac{e^x \cdot log_2(x)}{x^2}$, é necessário conhecer a derivada da função exponencial, logarítmica e a regra do quociente. Nesse sentido, assinale a alternativa que determine o valor de $f'(1)$.

- a. $\frac{ln(2)}{e}$.
- b. $ln(2)$.
- c. $\frac{e}{ln(2)}$.
- d. e.
- e. $e \cdot ln(2)$.