LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA E FÍSICA

FUNÇÕES QUADRÁTICAS E MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO

Autor: Renato Aparecido Negrão de Oliveira

Revisor: Rosalvo Miranda

INICIAR

Introdução

Nesta unidade, o leitor será introduzido a definição de funções quadráticas e sua representação gráfica, onde a forma típica de uma função do segundo grau será apresentada e discutida bem como a forma de determinar as raízes dessas funções e o seu vértice através dos valores dos coeficientes da função..

Saber sobre equações do 2º grau e suas raizes

Em seguida, com os conhecimentos previamente acumulados sobre funções quadráticas suas representações gráficas, somados aos conceitos previamente introduzidos de distância percorrida, deslocamento, velocidade média e aceleração média, o leitor passará a estudar o movimento retilíneo uniforme variado (MRUV) de corpos físicos. O leitor irá aprender sobre a função horária da velocidade e da posição para um objeto que se desloca em um MRUV, e ferramentas gráficas, discutidas anteriormente, serão utilizadas para representar as funções horárias funções e extrair informações sobre o movimento do corpo.

Vale lembrar que, ao final de cada seção desta unidade o leitor terá uma atividade para ser respondida relacionada com o conteúdo apresentado.

Funções Quadráticas

Função quadrática, ou função polinomial do 2º grau, é uma função definida como:

Definição : *É chamada função quadrática toda toda função polinomial de 2º grau na forma.*

constante

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$f(x)\ ax^2 + bx + c$

2º grau

1º grau

sendo a, b e c números reais e $a \neq 0$

(a) Não pode ser zero

A título de ilustração veja alguns exemplos de funções quadráticas:

Caso o (a) seja zero a função não será 2º grau

$f(x) = 3x^2 - 4x + 1$, onde $a = 3,\ b = -4$ e $c = 1$

$f(x) = x^2 - 1$, onde $a = 1,\ b = 0$ e $c = -1$

$f(x) = -x^2 + 8x$, onde $a = -1,\ b = 8$ e $c = 0$

$f(x) = -4x^2$, onde $a = -4,\ b = 0$ e $c = 0$

O gráfico de uma função quadrática, $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, é dada por uma parábola, que de acordo com o sinal do coeficiente a pode ter concavidade voltada para cima ou para baixo como ilustra a Figura. 2.1.

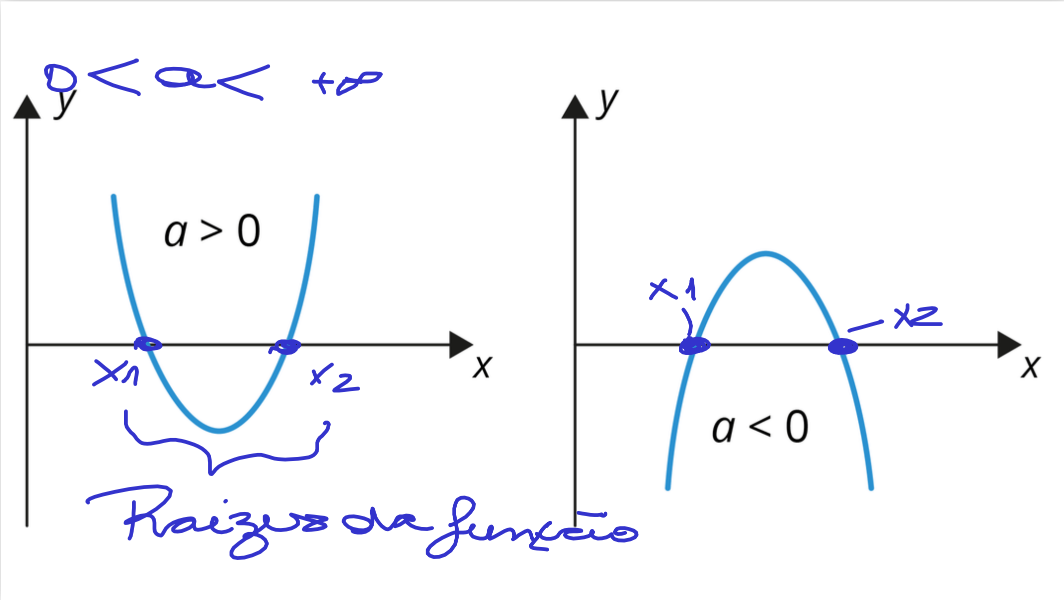


Figura 2.1. Representação gráfica de uma função do segundo grau. Fonte: Adaptado de LEITHOLD (1990)

Como mostra a Fig. 2.1 as raízes da função do 2° grau são os pontos onde a parábola, representada pelas curvas em azul, intercepta o eixo das abcissas x.

Conhecendo os valores dos coeficientes da função quadrática a, b e c é possível calcular os valores das raízes através da fórmula de Bhaskara que permite calcular as raízes reais de uma equação do segundo grau utilizando seus coeficientes. A fórmula de Bhaskara é dada pela seguinte expressão:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (1\text{-}1)$$

onde define-se $\Delta = b^2 - 4ac$. Dessa forma para uma função quadrática tem-se que

Se $\Delta > 0$: A função tem duas raízes reais e desiguais (x_1 e x_2).

Se $\Delta = 0$: A função tem uma raiz real (x_1).

Se $\Delta < 0$: A função não tem raízes. $\nexists \in \mathbb{R}$

→ Mas podemos trabalhar $0 > \Delta$ com nº Complexos

Observe alguns exemplos:

Exemplo 1 : Determine os zeros da função $f\left(x\right)=x^{2}-4x-5$

$\Delta =\ b^{2}-4ac=\left(-4\right)^{2}-4.1.\left(-5\right)=36>0$, a função possui duas raízes reais

$$x=\frac{-b\pm \sqrt{\Delta }}{2a}=\frac{-\left(-4\right)\pm \sqrt{36}}{2.1}=\frac{4\pm 6}{2}\ \Rightarrow x_{1}=5,\ x_{2}=-1$$

As raízes da função são $x_{1}=5$ e $x_{2}=-1$

Exemplo 2 : Determine os zeros da função $f\left(x\right)=x^{2}-2x+6$

$\Delta =\ b^{2}-4ac=\left(-2\right)^{2}-4.1.6=-20<0$, a função não tem raízes reais.

Exemplo 3 : Determine os zeros da função $f\left(x\right)=4x^{2}+20x+25$

$\Delta =\ b^{2}-4ac=\left(20\right)^{2}-4.4.25=0$, a função possui uma raiz real

$$x=\frac{-b\pm \sqrt{\Delta }}{2a}=\frac{-\left(20\right)\pm 0}{2.4}=\frac{-20}{8}\ \Rightarrow x_{1}=-\frac{5}{2}$$

As raíz da função são $x_{1}=-\frac{5}{2}$

Ilustração: Vamos construir o gráfico da função $f\left(x\right)\ =\ x^{2}+x$.

X	-3	-2	-1	-1/2	0	1	2
Y	6	2	0	-1/4	0	2	6

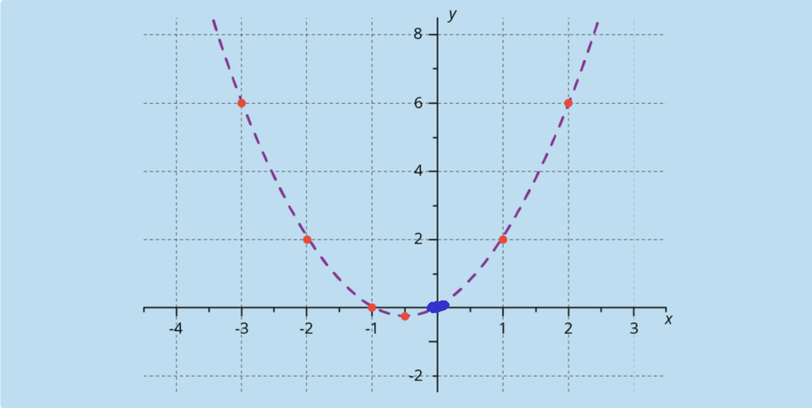


Tabela 2.1: Tabela com os pontos calculado para a função e gráfico da função $f(x) = x^2 + x$

Fonte: Adaptado de J. R. de Carvalho (1976).

Vamos Praticar

O gráfico que representa a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, passa por um ponto denominado vértice (V), o qual dependendo do sinal do coeficiente do termo quadrático a pode ser um ponto de mínimo ou máximo com ilustra os gráficos da figura a seguir:

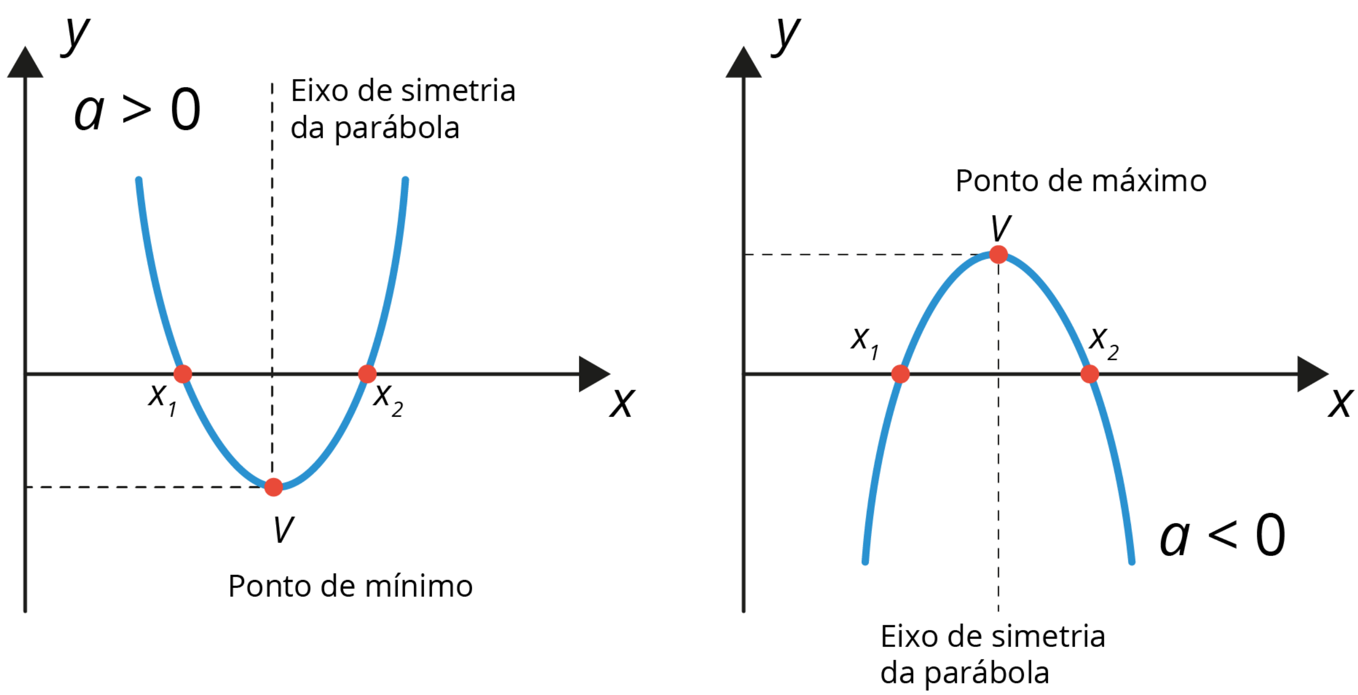


Figura: Parábola mostrando a posição das raízes da função e do vértice.
Fonte: Adaptado de J. R. de Carvalho (1976)

Sabendo que as raízes da função quadrática são dadas pela fórmula de Bhaskara na forma $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ com $\Delta = b^2 - 4ac$. E sabendo que a posição x do vértice encontra-se no eixo de simetria da parábola, equidistantes dos pontos x_1 e x_2, Demonstre com essas informações que a coordenada x do vértice é dada por $x_V = \ -\frac{b}{2a}$, e que a coordenada y do vértice é dada por $y_V = \ -\frac{\Delta}{4a}$.

Escreva sua resposta aqui...

Movimento Retilíneo Uniformemente Variado

→ A velocidade e aceleração vai ser alterada.

O movimento retilíneo uniformemente variado, também conhecido por MRUV, é definido como um movimento de um corpo em relação a um referencial ao longo de uma reta, na qual sua velocidade varia a cada segundo, sofrendo variações iguais em intervalos de tempo iguais. Dessa forma, no MRUV a mudança de velocidade, é determinada pela aceleração média, a qual é constante.

Como visto anteriormente no curso, a aceleração média do movimento é dada pela equação:

$$a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} \qquad (2\text{-}1)$$

$$\vec{a} = \frac{V_1 - V_0}{t_1 - V_0}$$

$$\vec{a} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

onde de onde v_i e v_f são as velocidades iniciais e finais, $t = t_f - t_i$ é o intervalo de tempo, e a a aceleração média. Desse modo, isolando a velocidade final na equação (2-1) termos a função horária da velocidade na forma

$V = V_0 + (a \cdot t)$

$$v = v_0 + at \qquad (2\text{-}2)$$

onde trocamos v_f por v e v_i por v_0. A fórmula mostra que a velocidade de um móvel varia de forma linear com a sua aceleração, ou seja, supondo que um corpo tenha uma aceleração de 1 m/s², a sua velocidade aumentará em 1 m/s, a cada segundo.

No caso da função horária da velocidade (2-2), vemos que se trata da equação de uma reta. Desse modo, na figura seguinte trazemos um gráfico de velocidade em função do tempo $v(t)$:

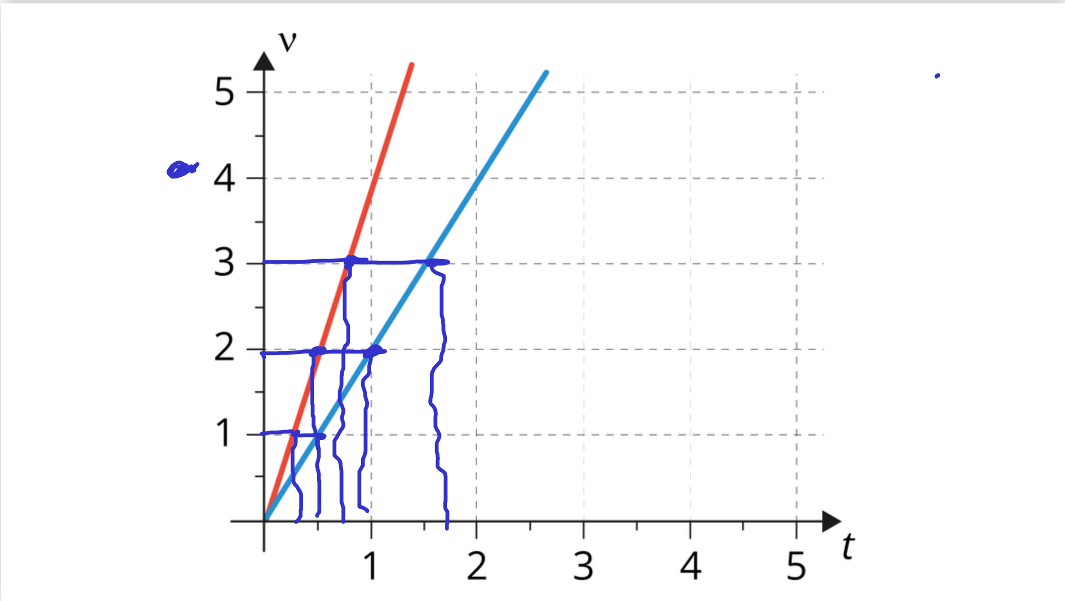


Figura 2.2. Função horária da velocidade.
Fonte: Adaptado de David Halliday, Robert Resnick and Jearl Walker (2012).

No gráfico as funções horárias de dois automóveis, onde em ambos a velocidade inicial $v_0 = 0$, e ambos estão acelerando com aceleração constante. O automóvel que executa a funcao horaria em azul esta com uma aceleracao de $4m/s^2$, enquanto o automóvel em vermelho está $2m/s^2$. Olhando para a inclinação das retas, é fácil perceber que a aceleração do automóvel azul é maior do que a do automóvel vermelho. Por fim, as funções horárias dos movimentos representados no gráfico são as seguintes:

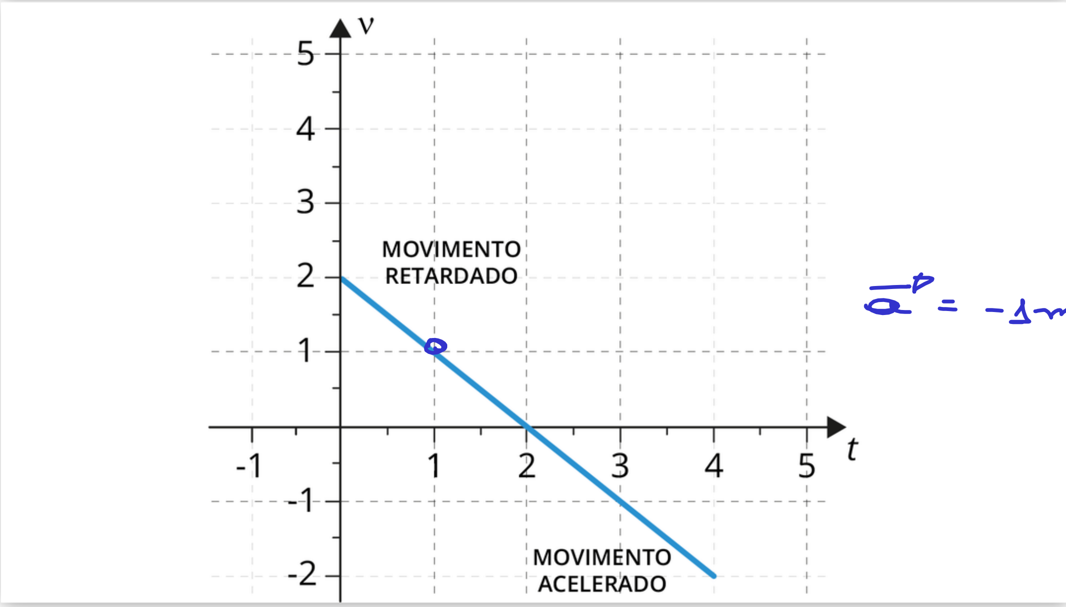
$$v_{vermelho} = 0 + 4t \qquad (2\text{-}3)$$

→ início do movimento

o $$v_{azul} = 0 + 2t \quad (2\text{-}4)$$ → tempo

→ Aceleração

A seguir, para o caso onde a aceleração possui um valor negativo, e velocidade positiva, tem-se que o movimento é retardado ou desacelerado. A Fig 2.3 mostra o formato do gráfico de um movimento retardado. Para esse exemplo, a velocidade inicial não nula:



$\vec{a} = -1 m/s^2$

Fig. 2.3. Função horária da velocidade para o movimento retardado.
Fonte: Adaptado de David Halliday, Robert Resnick and Jearl Walker (2012)

De acordo com o gráfico, a velocidade muda de sinal passando a ser negativa no instante $t = 2s$. A partir desse instante a aceleração do veículo e a sua velocidade possuem o mesmo sinal e dessa forma o movimento passa a ser acelerado.e retrógrado.

reflita

Reflita

Quando estamos viajando de carro ou de avião a uma velocidade constante, nós não temos nenhuma sensação de que estamos em movimento, de modo que temos a sensação de que estamos parados. Entretanto, se o carro ou avião mudam bruscamente de velocidade, nossos sentidos percebem imediatamente essa mudança, e curiosamente o nosso corpo tende a resistir a mudança de velocidade, por isso utilizamos o cinto de segurança quando viajamos para nos manter presos ao veículo. Reflita sobre o que acontece durante essa mudança de velocidade, e por que nossos corpos tendem a resistir a essa mudança no valor da velocidade.

→ 1ª Lei de Newton

Inércia

Fonte: Elaborado pelo autor.

Além da aceleração do corpo também é possível, com base nos gráficos de velocidade, calcular a distância percorrida pelo automóvel. Como visto anteriormente neste curso, o deslocamento de um corpo em movimento pode ser calculado através da equação:

→ Variação do tempo

$$\Delta S = v_M \Delta t \qquad (2\text{-}5)$$

Deslocamento

Velocidade média

onde $\Delta S = S_f - S_i$, $\Delta t = \ t_f - t_i$. Em seguida a velocidade média v_M no percurso pode ser calculada através do gráfico como sendo $v_M = \frac{v_f + v_i}{2}$. Substituindo essa equação para a velocidade média na equação (2-5) obtém-se:

$$\Delta S = \frac{(v_f + v_i)}{2}\,\Delta t \qquad (2\text{-}6)$$

que é a área do gráfico abaixo da reta na Fig. 2.4.

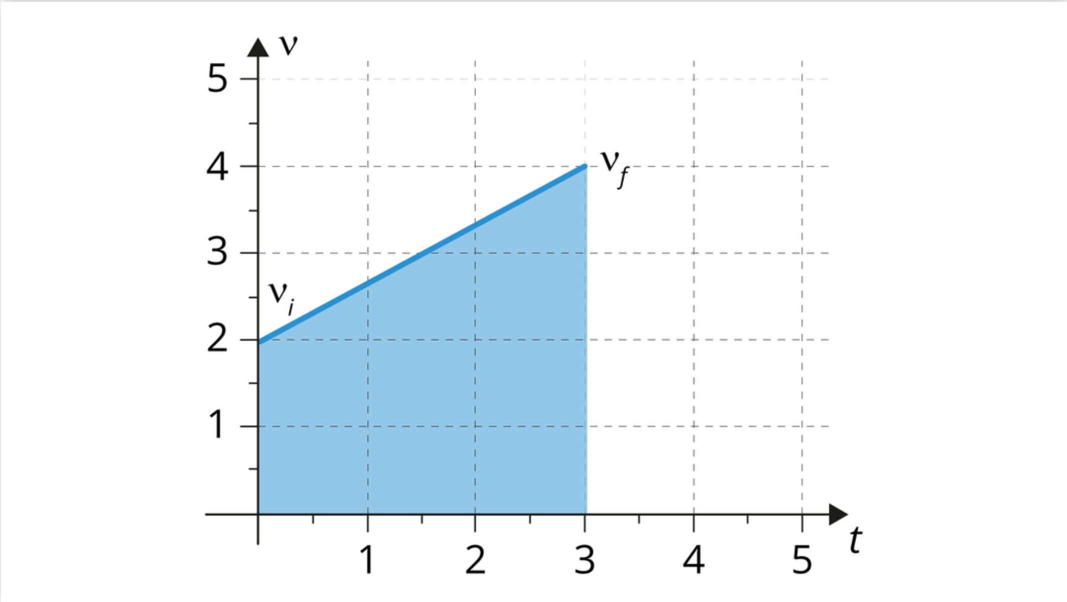


Figura. 2.4. Função horária da velocidade, a região colorida indica a área do trapézio formado pela reta.
Fonte: Adaptado de David Halliday, Robert Resnick and Jearl Walker (2012)

Em seguida substituindo v_f pela equação (2-2) obtém-se o seguinte resultado:

$$S_f - S_i = \ v_i \Delta t + \frac{a}{2}\Delta t^2 \qquad (2\text{-}7)$$

Substituindo $S_f = S$, $S_i = S_0$, $v_i = v_0$ e $\Delta t = t$ obtemos a função horária da posição na forma:

$$S = S_0 + \ v_0 t + \frac{a}{2}t^2 \qquad (2\text{-}8)$$

onde S é a posição final, S_0 é a posição inicial, v_0 é a velocidade inicial e a a aceleração. Tal equação é semelhante às funções quadráticas do tipo

$f(x) = ax^2 + bx + c$, onde o coeficiente a equivale à $a/2$ (aceleração dividido por dois), que multiplica o termo t^2, enquanto a velocidade inicial (v_0) representa o coeficiente b e a posição inicial S_0 representa c.

Com base nisso, os gráficos do movimento uniformemente variado são dados por parábolas. Desse modo, a Fig. 2.5 mostra os gráficos para os casos acelerado, em vermelho, e retardado, em preto, partindo de uma velocidade inicial não nula.Para função horária em vermelho a concavidade da parábola é voltada para cima uma vez que sua aceleração é positiva, enquanto para a curva em preto a concavidade é voltada para baixo devido a sua aceleração ser negativa. As funções horárias utilizadas para formar o gráfico bem como os valores de posição, velocidade inicial e aceleração são mostrados no gráfico.

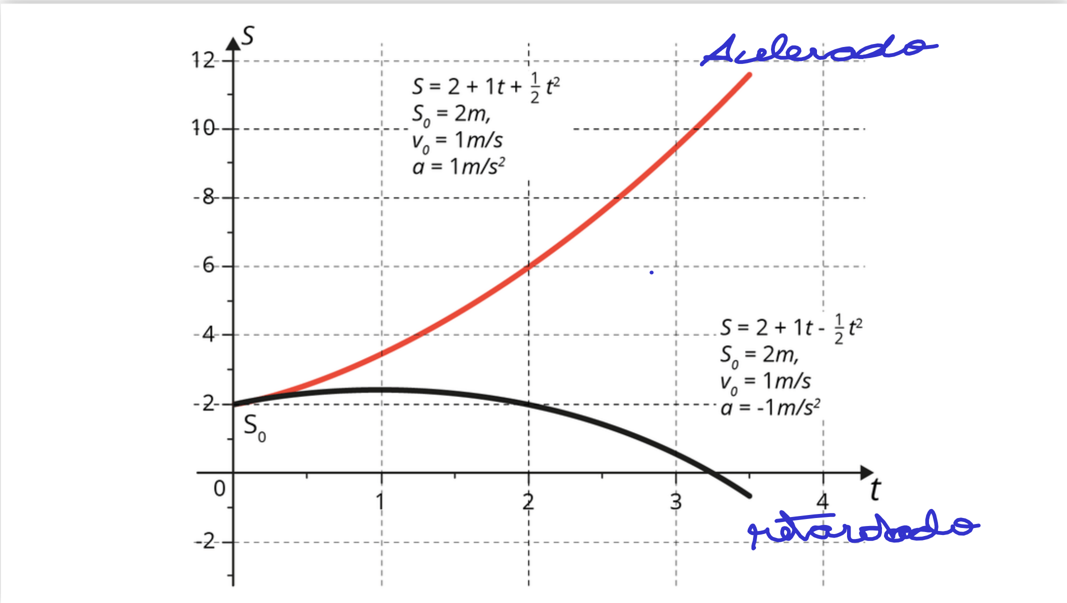


Fig 2.5. Função horária do movimento.
Fonte: Adaptado de Moisés Herch Nussenzveig (1997).

praticar

Vamos Praticar

Uma pessoa arremessa um bola verticalmente para cima com velocidade inicial $v_0 = 19,6m/s$. Uma vez que a aceleração da gravidade $g = -9,8m/s^2$ é contrária ao movimento de subida da bola, ela sofre desaceleração diminuindo sua velocidade até o ponto onde $v = 0$ e a bola atinge a altura máxima H. Em seguida a bola inicia o seu movimento de queda - contrário ao sentido do movimento de subida - aumentando o valor da sua velocidade devido a ação da aceleração da gravidade até chegar novamente às mãos do jogador, que consideramos estar posicionada em $h_0 = 0m$.

$V = V_0 + a.t$

$V = 19,6 - 9,8.t$

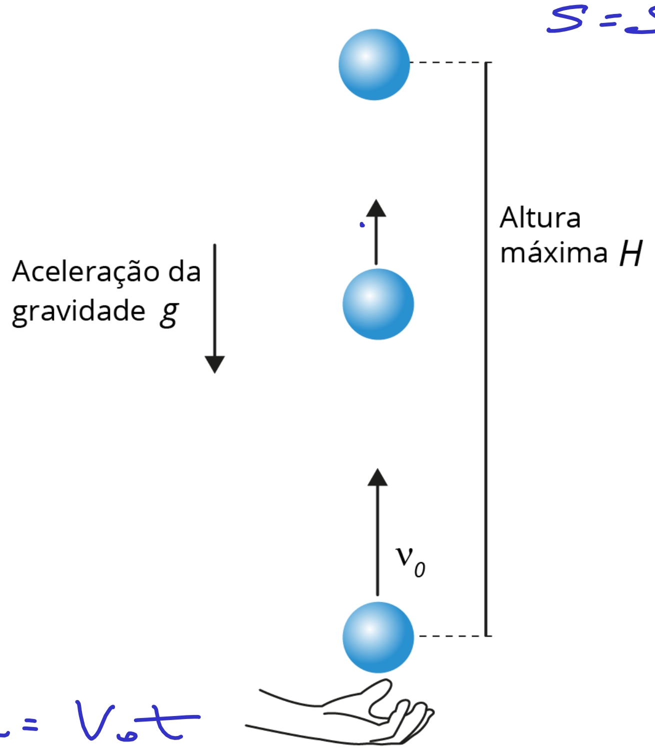
$0 = 19,6 - 9,8.t$

$-t.9,8 = -19,6$

$t = \frac{-19,6}{-9,8}$

$t = 2s$

$S = S_0 + V_0t + \frac{at^2}{2}$



S_0 = distância = $V_0 t$

Figura: Lançamento vertical de uma bola.

Fonte: Adaptado de David Halliday, Robert Resnick and Jearl Walker (2012).

Com base nas informações apresentadas, escreva:

a. A função horária da velocidade $v = v_0 + at$ para a bola. $\Rightarrow V = 19,6 - (9,8 . t)$

b. A função horária do movimento $S = S_0 + v_0t + \frac{a}{2}t^2$ para a bola.

$S = 0 + 19,6 . 2 + \frac{-9,8 . 2^2}{2}$

$19,6 + 19,6 = 39,2$

c. Quanto tempo leva para a bola atingir a altura máxima.

2 segundos

d. Qual e o valor da altura máxima atingida pela bola.

$S = S_0 + V_0t + \frac{at^2}{t}$

$S = 0 + 19,6 . 2 + \frac{(-9,8 . 2)^2}{2}$

$S = 39,2 + (-19,6$

$\boxed{S = 19,6 \text{ metros}}$

Escreva sua resposta aqui...

Análise Gráfica dos Movimentos Retilíneos

O movimento retilíneo uniformemente variado pode ser representado por gráficos.

Aceleração em Função do Tempo

Nesse movimento a velocidade varia, mas a aceleração se mantém constante durante o tempo do percurso. Portanto, esse gráfico é uma reta paralela ao eixo do tempo.

Para o MRUV cuja aceleração $a > 0$ e tem o mesmo sentido que a velocidade, adotado como positivo, esse movimento é acelerado e seu gráfico é dado por:

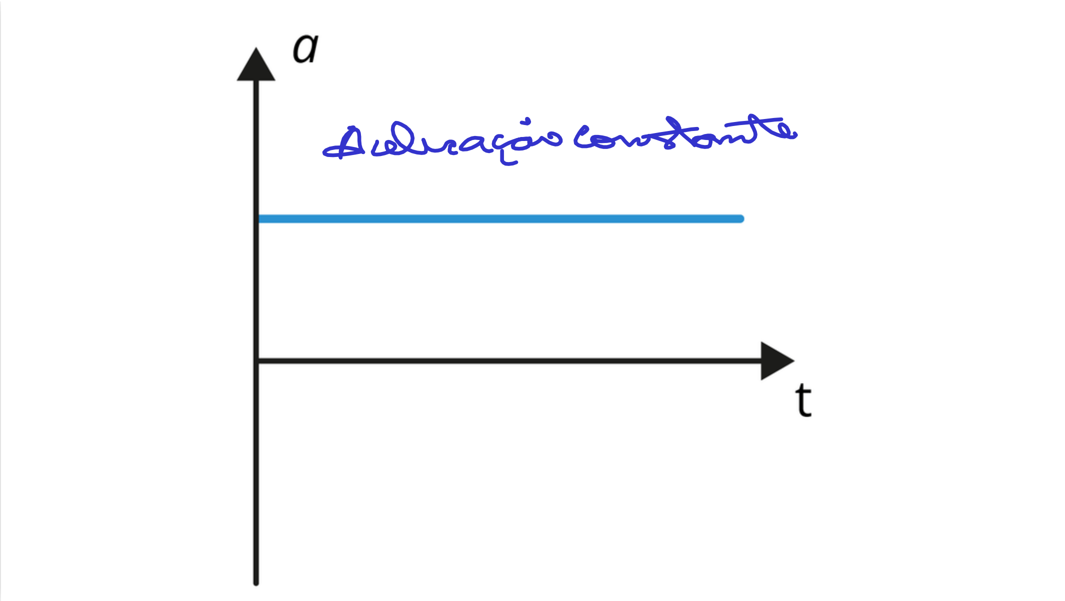


Figura 2.6: MRUV com aceleração positiva.
Fonte: Adaptado de David Halliday, Robert Resnick and Jearl Walker (2012)

Para o caso onde a aceleração tem sentido oposto ao que foi adotado como positivo $a < 0$, então a reta que representa a aceleração fica abaixo de zero.

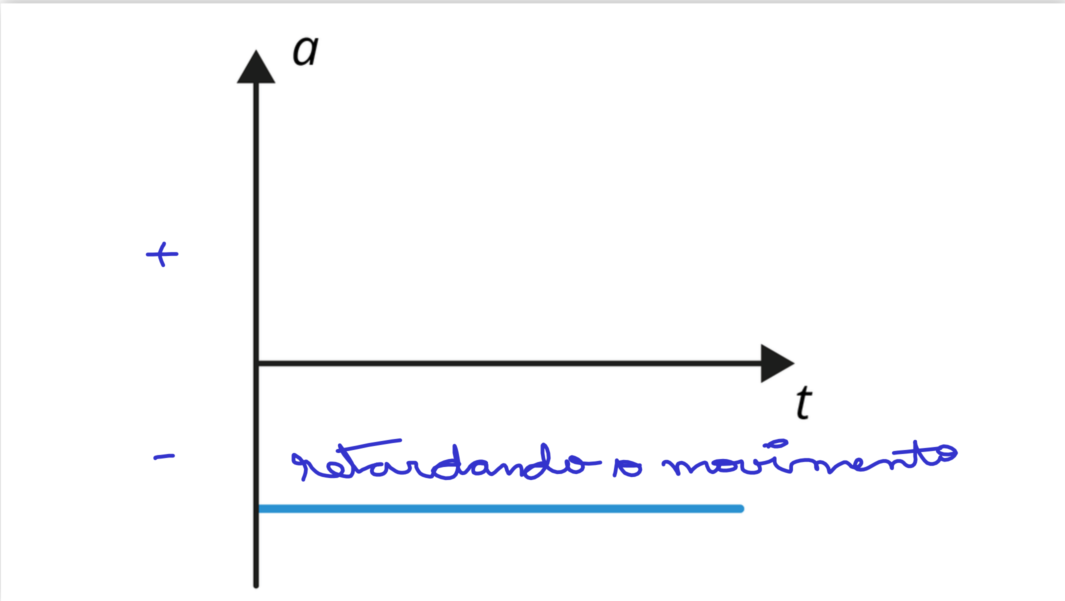


Fig. 2.7. MRUV com aceleração negativa.
Fonte: Adaptado de David Halliday, Robert Resnick and Jearl Walker (2012).

Velocidade em Função do Tempo

Como visto anteriormente nesta unidade a velocidade de um corpo em MRUV varia com o tempo de acordo com a função horária da velocidade (2-2). Esta é uma equação de uma reta, onde o coeficiente linear e a velocidade inicial do corpo v_0 e o coeficiente angular a aceleração.

Para o caso de um MRUV com aceleração positiva ($a > 0$), a função é crescente e o gráfico da velocidade em função do tempo tem a forma.

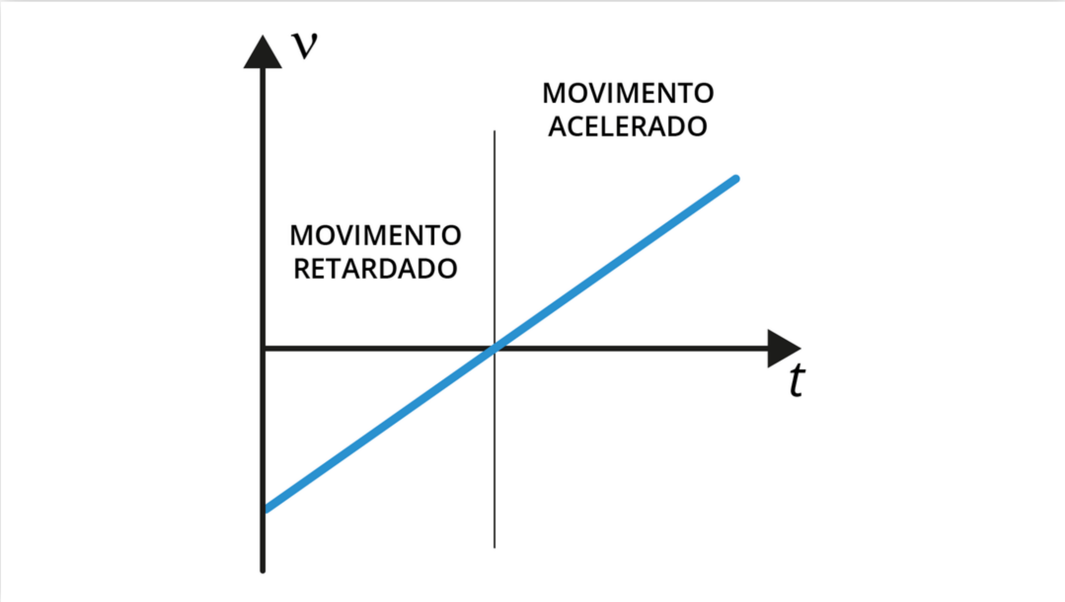


Figura 2.8. Função horária da velocidade para aceleração a>0.
Fonte: Adaptado de David Halliday, Robert Resnick and Jearl Walker (2012)

Para o caso de um MRUV com aceleração negativa ($a < 0$), a função é decrescente e o gráfico velocidade em função do tempo tem a forma.

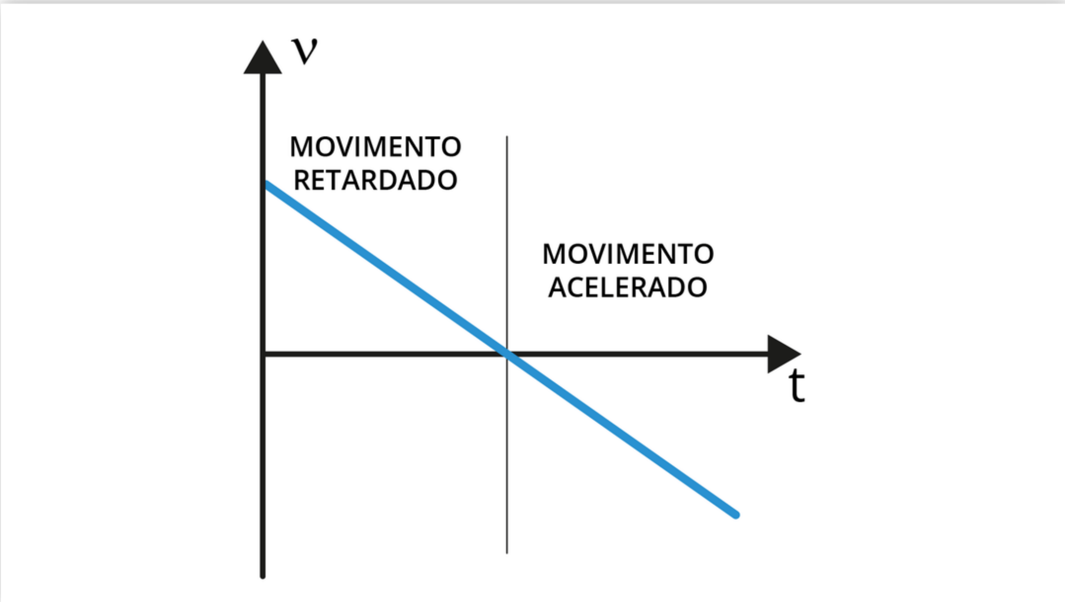


Fig. 2.9. Função horária da velocidade para aceleração $a < 0$.
Fonte: Adaptado de David Halliday, Robert Resnick and Jearl Walker (2012).

Como descrito anteriormente nesta seção, o deslocamento do corpo pode ser obtido através da área do gráfico abaixo da reta. Desse modo, temos a seguinte representação gráfica.

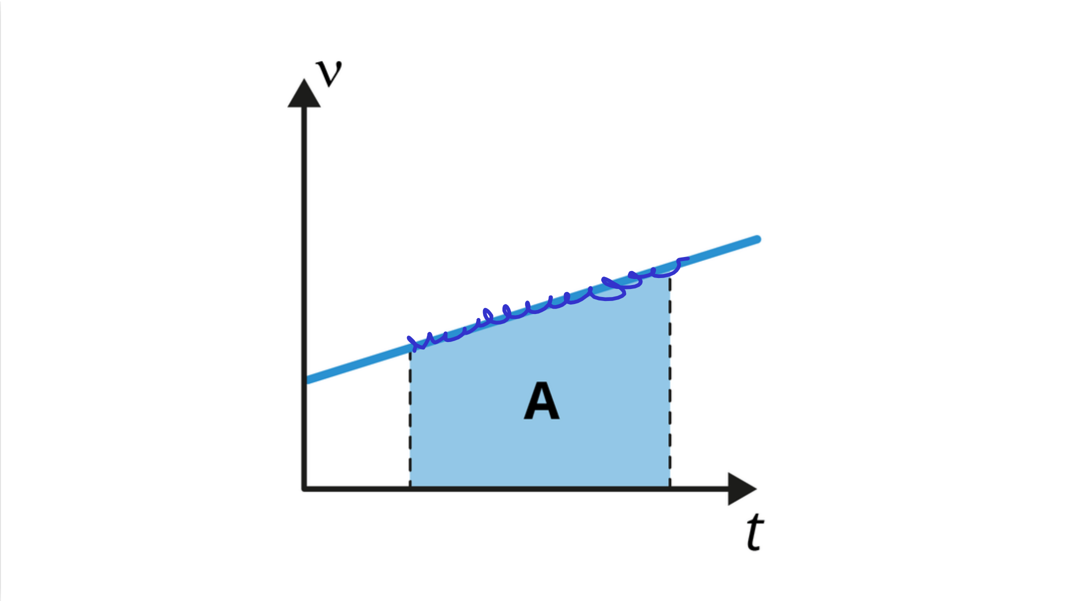


Fig. 2.10. Função horária da velocidade. A região colorida indica a área do trapézio formado pela reta que é numericamente igual ao deslocamento do corpo.
Fonte:Adaptado de David Halliday, Robert Resnick and Jearl Walker (2012).

Posição em Função do Tempo

A posição de um corpo em MRUV obedece a função horária do movimento (2-8). A qual é uma equação do segundo grau e desse modo é uma parábola. O sinal da aceleração, que multiplica o termo quadrático da equação (o termo que multiplica t^2), determina a direção da cavidade da parábola. Assim, um MRUV com aceleração positiva $a > 0$ possui cavidade voltada para cima como mostra a Fig. 2.11 a seguir.

$f(x) = ax^2 + bx + c$

$\hookrightarrow S = S_0 + V_0 + \frac{a \cdot t^2}{2}$ —o (a) da função Quadratica

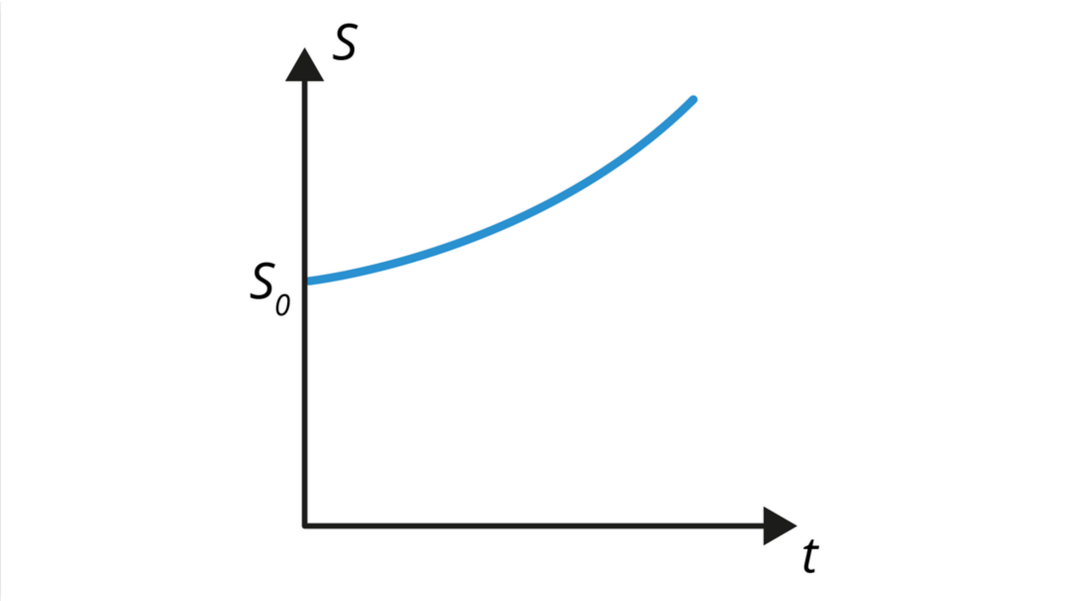


Fig. 2.11. Gráfico da função horária do MRUV para aceleração positiva.
Fonte: Adaptado de David Halliday, Robert Resnick and Jearl Walker (2012)

Já para um MRUV com aceleração negativa $a < 0$, a cavidade é voltada para baixo como ilustra a Fig. 2.12 a seguir.

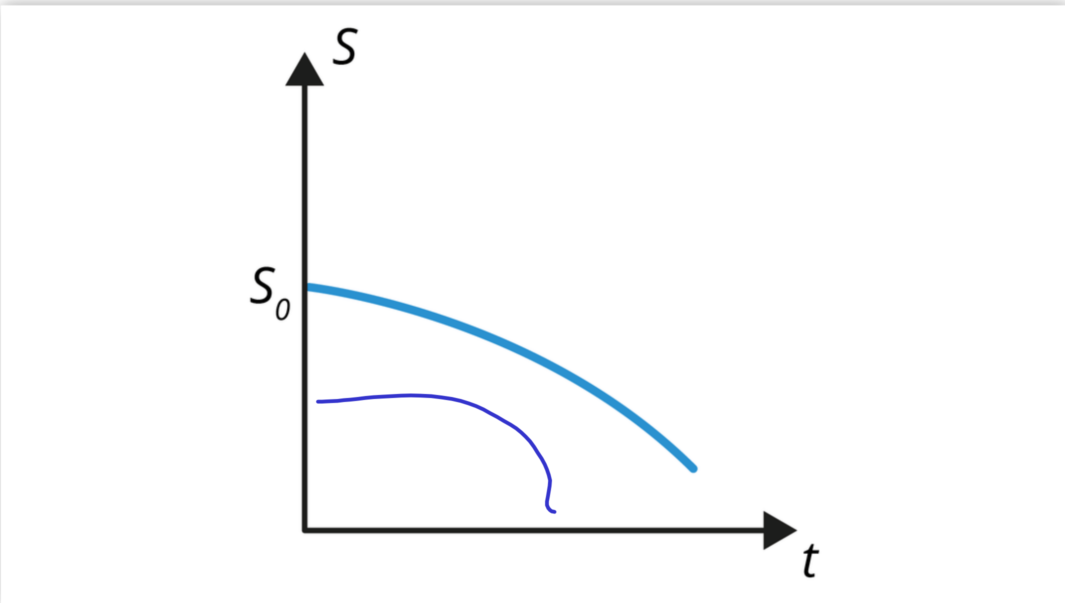


Fig. 2.12. Gráfico da função horária do MRUV para aceleração negativa.
Fonte: Adaptado de David Halliday, Robert Resnick and Jearl Walker (2012)

$S = S_0 + V_0 \cdot t + \frac{at^2}{2}$

$S = 0 + 20 \cdot 2 + (-10 \cdot 2)$

$S = 0 \quad 20 \cdot 2 + (-20)$

$S = 40 - 20$

$S = 20m$

$t_1 \quad 20m$

$t_2 = 0$

$t_3 = 20$

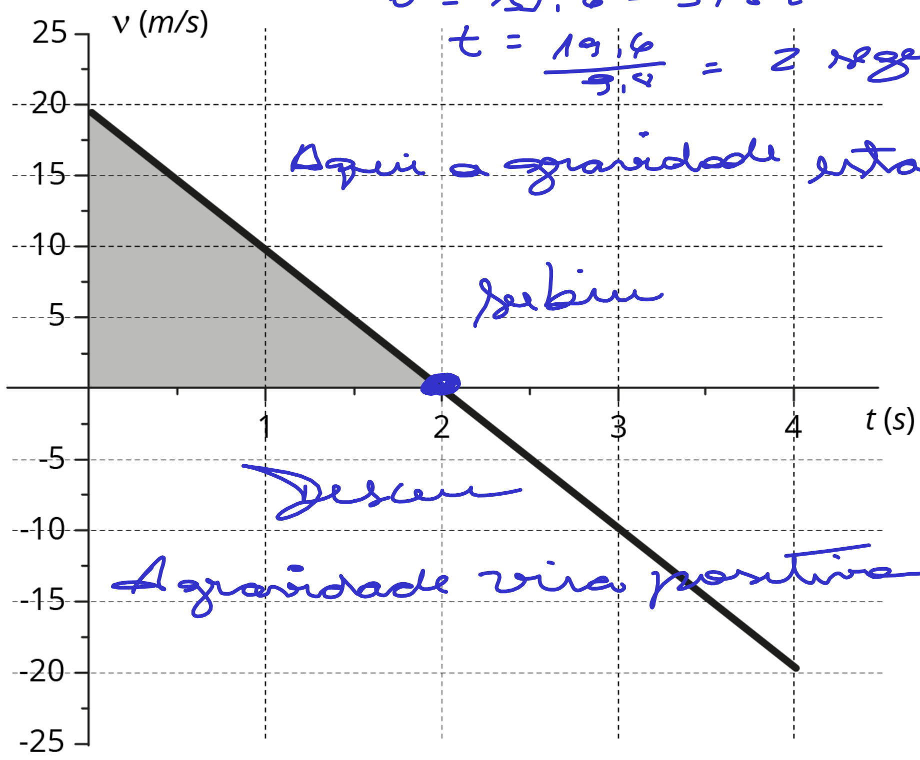
$V = V_0 \cdot at$
$0 : 20 \cdot (-10 \cdot t)$
$t = \frac{20}{10} = 2$ seg   2 seg

2s

Vamos Praticar

Considerando novamente o exemplo do lançamento vertical de uma bola visto na seção anterior, sabendo que a velocidade inicial da bola é $v_0 = 19,6m/s$, e a aceleração da gravidade é $g = \ \ -9,8m/s^2$, a função horária da velocidade para o movimento da bola será dada por $v = 19,6 - 9,8t$, que pode ser visualizada graficamente na figura a seguir:

$X = 19,6 - 9,8t$
$0 = 19,6 - 9,8t$
$t = \frac{19,6}{9,8} = 2$ segundos



Aqui a gravidade está retardando

subiu

Desceu

A gravidade vira positiva

Figura: Função horária da velocidade.
Fonte: Adaptado de David Halliday, Robert Resnick and Jearl Walker (2012).

Considerando o gráfico apresentado, responda:

a. Qual o deslocamento da bola entre os instantes $t = 0s$ e $t = 2s$?

19.6 metros

b. De acordo com o gráfico em qual instante o movimento da bola muda de sentido?

Apartir de 2 segundos

c. Até o instante $t = 2s$ o movimento é acelerado ou retardado?

Retardado

d. A partir do instante $t = 2s$ o movimento é acelerado ou retardado?

Acelerado

Escreva sua resposta aqui...

Funções Polinomiais e Potências Gerais

Matematicamente um polinômio é uma expressão algébrica construída por coeficientes que multiplicam expoentes inteiros não negativos da variável independentes, os quais são somados uns aos outros. Isso leva a seguinte definição para um polinômio:

Definição : Toda função f na forma

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots. + a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0$$

onde $a_n,\ a_{n-1}, \ldots\ldots,\ a_1,\ a_0$ *são números reais e* $a_n \neq 0$, *é denominada uma função polinomial de grau n* .

Conforme essa definição, o maior expoente da variável x, com coeficiente diferente de zero, determina o grau do polinômio. Desse modo, o grau de um polinômio é expresso através do maior expoente natural entre os termos ou monômios que o formam, veja os exemplos abaixo:

$g(x) = 4x^4 + 10x^2 - 5x + 2$: polinômio grau 4.

$f(x) = -9x^6 + 12x^3 - 23x^2 + 9x - 6$: polinômio grau 6.

$f(x) = -3x^3 + 9x^2 + 5x + 6$: polinômio grau 3.

Assim como quaisquer funções, os polinômios também obedecem às operações aritméticas de soma, subtração, multiplicação e divisão as quais produzem outros polinômios. Desse modo a soma, subtração, multiplicação ou divisão de dois polinômios resultará sempre em um outro polinômio.

saiba mais

Saiba mais

Na ausência de resistência do ar, a queda livre de objetos próximos à superfície da Terra devido a presença do campo gravitacional produzido pelo planeta obedecem as equações do movimento retilíneo uniformemente variado descritas anteriormentes neste capítulo. Como pode ser visto essas equações dependem apenas da velocidade inicial do corpo e da aceleração da gravidade, que por sua vez depende em primeira ordem da massa do planeta, e que para o caso do planeta Terra o valor é de aproximadamente constante e igual a $g = 9,8 m/s^2$. Curiosamente essas equações não dependem das características do objeto como massa ou forma.

Assim, objetos distintos caem da mesma forma sobre a influência do campo gravitacional terrestre. Essa fato científico foi aceito pelos cientistas apenas por volta de 1600 quando Galileu Galilei (1564–1642) estabeleceu as primeiras ideias sobre a queda livre de objetos. Antes disso, acreditava-se que objetos pesados caiam mais rapidamente do que objetos leves.

Seguindo as ideias propostas por Galileu, em 2 de Agosto de 1971 a demonstração de um dos seus experimentos foi conduzida na superfície da lua, onde o astronauta David Scott soltou simultaneamente um martelo e uma pena em queda livre, e ambos caíram na superfície da lua ao mesmo tempo.

Fonte: *David R. Williams* (2019, p. 1) NASA

ACESSAR

Em seguida, uma equação polinomial, também denominada equação algébrica é toda equação que possui a forma:

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots . + a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0 = 0 \qquad (4\text{-}1)$$

onde os valores da variável x para os quais o polinômio é igual a zero são denominados de raízes ou soluções do polinômio, e em geral mais de uma solução pode existir.

De fato, o número de soluções reais de uma equação polinomial com coeficientes reais pode ser no máximo igual ao grau do polinômio. Este fato é demonstrado matematicamente no teorema fundamental da álgebra, e a sua demonstração está além do escopo deste curso, e deste modo será omitido.

Nós sabemos que é possível calcular de forma exata as soluções equações lineares ou de primeiro grau, simplesmente isolando a variável x na equação, e equações quadráticas ou de segundo grau por meio da fórmula de Bhaskara.

Existem também fórmulas explícitas para a resolução das equações de terceiro e quarto graus, no entanto não existem fórmulas explícitas para as equações de grau superior. Para essas equações, entretanto, existem métodos numéricos capazes de determinar as raízes reais com o auxílio de computadores.

Divisão de Polinômios

A divisão entre dois polinômios é uma operação importante para diversos problemas onde é necessário fatorar um dado polinômio por outro. Desse modo, sejam dados dois polinômios $A(x)$ e $B(x)$, a divisão entre $A(x)$ e $B(x)$ é efetuada de forma a determinar os polinômios quociente $Q(x)$, e resto $R(x)$ que satisfaçam as seguintes condições:

Condição : *A divisão entre o dividendo $A(x)$ e o divisor $B(x)$ é igual a equação $\frac{A(x)}{B(x)} = Q(x)$ com resto $R(x)$ onde a seguinte relação é satisfeita $B(x) \,.\, Q(x) + R(x) = A(x)$.*

Veja agora para um exemplo:

Exemplo 1 : Determine o quociente entre os polinômios $A(x) = x^4 + x^3 - 7x^2 + 9x - 1$ por $B(x) = x^2 + 3x - 2$

Resolução: Para encontrar a solução nós temos que repetir diversas vezes o processo de multiplicar o polinômio $B(x)$ por outros termos dependentes de x e subtrair o resultado do polinômio $A(x)$, até o momento onde o polinômio restante $R(x)$ tenha grau menor do que $B(x)$. Assim teremos:

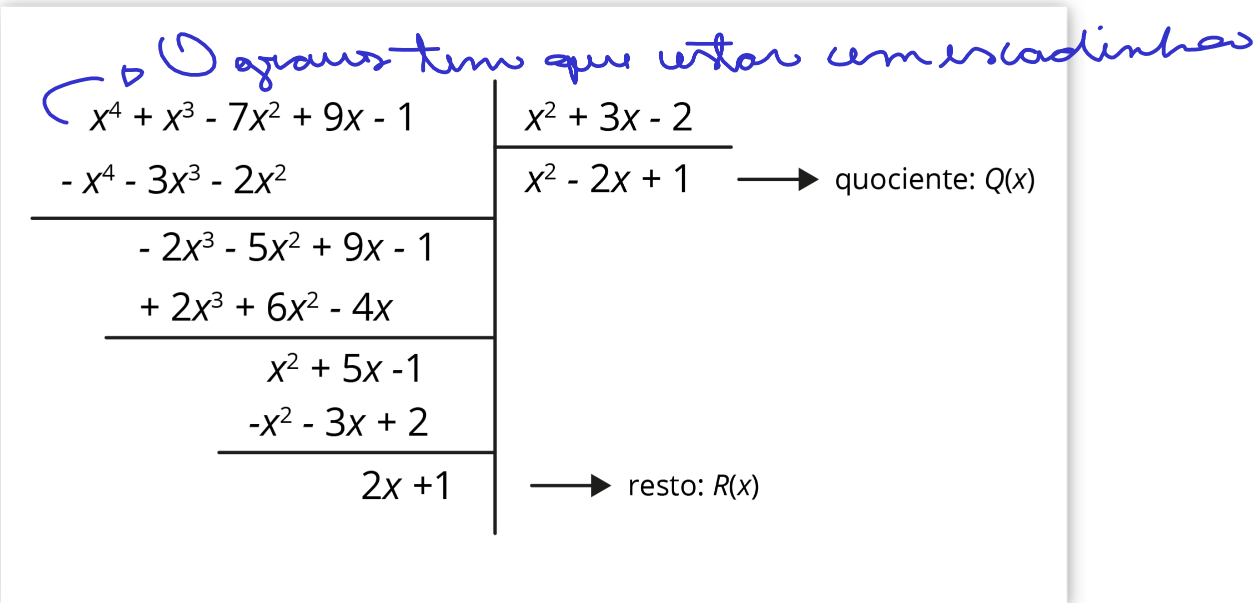


Figura 2.13. Figura ilustrando a forma como dividir dois polinômios. Fonte: Adaptado de Wilfred Kaplan (1972).

praticar

Vamos Praticar

Fatore o polinômio do segundo grau $P(x) = x^2 - 7x + 10$ pelo polinômio $F(x) = x - 5$ e responda:

a. Qual é o valor do resto dessa divisão? 0
zero

b. Escreva o polinômio $P(x)$ em termos do produto dos polinômios $F(x)$ e do quociente da divisão. É possível determinar olhando para essa relação os valores das raízes do polinômio $P(x)$? Se sim, quais são esses valores?

Sim 5 e 2

Escreva sua resposta aqui...

$$\begin{array}{l|l} x^2 - 7x + 10 & x - 5 \\ \hline -x^2 + 5x & x - 2 \\ 0 \; -2x + 10 & \\ \;\; +2x - 10 & \\ \hline \;\; 0 \;\; 0 & \end{array}$$

$\frac{x^2}{x^1} = x$

$-\frac{2x}{x} = -2$

$(x-5) \cdot (x-2)$

$x^2 - 2x - 5x + 10$

$x^2 - 7x + 10$

$x^2 - 7x + 10 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10$

$\Delta = 49 - 40$

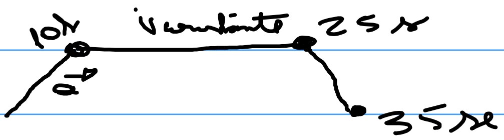
$\Delta = 9$

$\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2}$

$\frac{7+3}{2} = 5 \rightarrow \frac{7-3}{2} = 2$

Raízes
5 e 2

Um trem do metrô parte de uma estação e imprime aceleração constante durante 10 segundos. Depois mantém a velocidade constante por 15 segundos quando, então, inicia desaceleração por outros 10 segundos. Essa desaceleração também é constante até atingir a estação seguinte e possui o mesmo módulo da etapa inicial. Se a distância entre as estações é D, assinale a alternativa que indique qual a velocidade máxima atingida pelo trem:



$$V = \frac{D}{t}$$

a.
D/15

b.
D/35

c.
D/10

d.
D/70

e.
D/25

Uma revista publicou uma matéria sobre carros superesportivos e algumas características de desempenho foram comparadas. Lamborghini Urus: aceleração de zero a 100 km/h em 3,6s e velocidade máxima de 305 km/h; Alfa Romeo: aceleração de zero a 100 km/h em 3,8s e velocidade máxima de 283 km/h; Porsche Cayenne Turbo: aceleração de zero a 100 km/h em 4,1s e velocidade máxima de 286 km/h.
Se os automóveis imprimem acelerações constantes podemos supor que:

a.
O modelo Lamborghini Urus desenvolve maior aceleração média e, por isso, atinge a velocidade máxima especificada mais rapidamente.

b.
O modelo Porsche Cayenne Turbo desenvolve a maior aceleração média e, por isso, atinge a velocidade máxima especificada mais rapidamente.

c.
O modelo Lamborghini Urus desenvolve maior aceleração média mas o modelo Alfa Romeo atinge a velocidade máxima especificada mais rapidamente.

d.
O modelo Porsche Cayenne desenvolve maior aceleração média mas o modelo Lamborghini Urus atinge a velocidade máxima especificada mais rapidamente.

e.
O modelo Alfa Romeo desenvolve a maior aceleração média e, por isso, atinge a velocidade máxima especificada mais rapidamente.

Lamborguine → 100km em 3,6
Alpha Romeo → 100km em 3,8
Porche → 100km em 4,1

$$\vec{a}_m = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1}$$

Lamborguine $= \frac{100}{3,6} = \frac{1000}{36} = 27,77 \ m/s^2$

Alpha $= \vec{a}_m = \frac{100}{3,8} = 26,31 \ m/s^2$

Porche $= \vec{a}_m = \frac{100}{4,1} = 24,39 \ m/s^2$

Lamborguine → 0 à 100 em 3,6

$100 - 3,6$
$305 - x$
$= 100x = 3,6 \cdot 305$
$100x = 1098$
$x = \frac{1098}{100}$
$x = 10,98$ Segundos

Alpha Romeu

$100 - 3,8$
$283 - x$
$= 100x = 3,8 \cdot 283$
$x = \frac{1075,40}{100}$
$x = 10,75$ Segundos

Porche

$100 - 4,1$
$286 - x$
$= 100x = 4,1 \cdot 286$
$x = \frac{1172,6}{100}$
$x = 11,72$

.

Aviões possuem características que diferem de um modelo para outro e, por sua vez, necessitam que aeroportos possuam requisitos mínimos para recebê-los.
Ao ler as instruções
de operação de um modelo novo, um piloto averigua que, em solo, o avião é capaz de acelerar a até 4 m/s2. Para decolar com os tanques cheios ele necessita atingir a velocidade
de 360 km/h. Nesse sentido, assinale a alternativa que indique, respectivamente, qual o comprimento mínimo necessário às pistas de decolagem dos aeroportos para que ele
consiga realizar o procedimento e, qual é o tempo necessário para essa decolagem:

$360 \div 3{,}6 = 100 \, m/s^2$

$100 \div 4 = 25$

25 segundos

a.
1250m e 25s.

b.
1250m e 20s.

c.
2500m e 25s.

d.
2500m e 20s.

e.
1250m e 30s.

$V = V_0 + at$

$V = 0 + 4 \cdot 25$

$V = 100 \, m/s^2$

$S = S_0 + V_0 + \frac{a \cdot t^2}{2}$

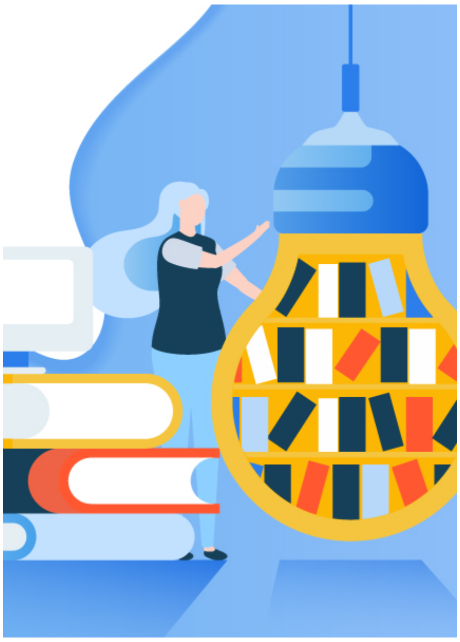
$S = 0 + 0 + \frac{4 \cdot 25^2}{2}$

$S = \frac{4 \cdot 625}{2}$

$S = \frac{2500}{2} = S = 1250$

indicações

Material Complementar



LIVRO

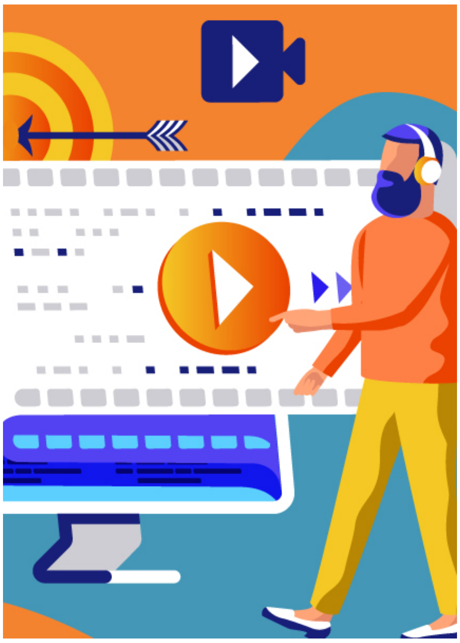
Curso de Física Básica Volume 1, 3th edição.

Editora : Edgard Bluncher Ltda.

Autor : Moisés Herch Nussenzveig

ISBN : 85-212-0046-3

Comentário : No capítulo II seção 2.6 o leitor irá encontrar uma discussão histórica sobre a importância da contribuição de Galileu Galilei para o estudo da queda livre dos corpos e para a medida experimental da aceleração da gravidade na terra.



FILME

Função do Segundo Grau - Função Quadrática

Ano : 11 de Junho de 2015

Comentário : Introduz ao aluno as funções quadráticas e sua representação gráfica.

TRAILER

Conclusão

Nesta unidade o leitor aprendeu o conceito de função quadrática do segundo grau e a sua aplicação para descrever a função horária da posição de um objeto que se desloca em um MRUV, além de ferramentas gráficas utilizadas para representar as funções horárias do movimento e extrair informações sobre o movimento do corpo.

No final do capítulo o leitor aprendeu sobre as funções polinomiais onde exemplos de como classificar os polinômios e dividi-los foram trabalhados.

Referências Bibliográficas

L.E. Dickson, ***First course in the theory of equations*** . New York: Wiley, 1992.

Louis Leithold. **O Cálculo com Geometria Analitica Volume 1, 3th edição** : São Paulo: Harbra, 1990.

David Halliday, Robert Resnick and Jearl Walker. **Fundamentos de Física, Volume 1, 9th edição** : Rio de Janeiro: LTC-Livros Técnicos e Científicos

Editora Ltda, 2012.

Wilfred Kaplan, **Cálculo Avançado, Volume 1, 1st edição** : São Paulo: Edgard Bluncher Ltda, 1972.

Moisés Herch Nussenzveig, **Curso de Física Básica Volume 1, 3th edição** : São Paulo: Edgard Bluncher Ltda, 1997.

Traduzido por J. R. de Carvalho. **Coleção Schaum Cálculo diferencial integral** : São Paulo: McGRAW-HILL do brasil Ltda. 1976.