



MATERIAL *Didático*

MODELAGEM MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA
MULTIVARIADA E ANÁLISE DE REDES



CREDENCIADA JUNTO AO MEC PELA PORTARIA
N 3.455 DO DIA 19/11/2003

www.facuminasead.com.br

  31 3842-3838

SUMÁRIO

MODELAGEM MATEMÁTICA	4
História da Estatística.....	8
Educação Matemática e Educação Estatística	11
Pensamento Estatístico.....	16
Raciocínio Estatístico	19
Literacia e Literacia Estatística	20
ESTATÍSTICA MULTIVARIADA	25
Análise de Redes	26
Ferramentas de Análise de redes.....	30
REFERENCIAS	30

FACUMINAS

A história do Instituto Facuminas, inicia com a realização do sonho de um grupo de empresários, em atender a crescente demanda de alunos para cursos de Graduação e Pós-Graduação. Com isso foi criado a Facuminas, como entidade oferecendo serviços educacionais em nível superior.

A Facuminas tem por objetivo formar diplomados nas diferentes áreas de conhecimento, aptos para a inserção em setores profissionais e para a participação no desenvolvimento da sociedade brasileira, e colaborar na sua formação contínua. Além de promover a divulgação de conhecimentos culturais, científicos e técnicos que constituem patrimônio da humanidade e comunicar o saber através do ensino, de publicação ou outras normas de comunicação.

A nossa missão é oferecer qualidade em conhecimento e cultura de forma confiável e eficiente para que o aluno tenha oportunidade de construir uma base profissional e ética. Dessa forma, conquistando o espaço de uma das instituições modelo no país na oferta de cursos, primando sempre pela inovação tecnológica, excelência no atendimento e valor do serviço oferecido.

MODELAGEM MATEMÁTICA

Desde os tempos mais longínquos, conhecimentos que viriam a ser relacionados atualmente com a Matemática têm sido utilizados para solução de problemas numa tentativa de leitura e compreensão do mundo. Nesse contexto, a Modelagem Matemática, “[...] arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos, resolvê-los e, então, interpretar suas soluções na linguagem do mundo real”; surge como algo intrínseco da natureza humana (Bassanezi, 1999, p.15).

A Modelagem Matemática enquanto processo, busca soluções capazes de explicar e interpretar o fenômeno em estudo. A essas soluções, que podem ser representada em termos matemáticos (fórmulas, diagramas, gráficos, representações geométricas, equações algébricas, tabelas, programas computacionais, e outros), dá-se o nome de modelo. De acordo Biembengut e Hein (2000), a Modelagem enquanto processo de representação de situações reais através de modelos matemáticos pressupõe a adoção de alguns procedimentos, sintetizados nas seguintes etapas: Interação, Matematização e Modelo Matemático.

A primeira etapa é a Interação, que consiste na tomada de conhecimento da situação problema, na busca pelo máximo de informações possíveis acerca dessa situação, visando obter maior clareza em relação aos caminhos a serem tomados para elaboração do modelo. Esse estudo pode ser realizado do modo indireto, através de livros e revistas e sites especializados, dentre outros; ou direto, por meio da pesquisa de campo, por exemplo.

A etapa de Matematização é o momento no qual são identificados os fatos envolvidos, classificando as informações como relevantes ou não. Além disso, é a etapa onde há o levantamento das hipóteses, seleção das variáveis e constantes envolvidas e a análise dos recursos matemáticos disponíveis para chegar a descrição das relações em termos matemáticos. Segundo Biembegut e Hein (2000) essa é a fase mais complexa e desafiadora, pois é nela que se dará à tradução da situação-problema para a linguagem matemática na busca pelo modelo (solução).

A última etapa, denominada Modelo Matemático, consiste na interpretação da solução e na verificação do modelo construído. Nessa etapa, quando o modelo é encontrado, ocorre uma testagem para verificar em que nível ele se aproxima da situação-problema. Nesse sentido, sua interpretação deve ser feita através de análises das implicações da solução derivada do modelo que está sendo investigado, para então, verificar-se sua adequabilidade. Caso o modelo não atenda às necessidades que o geraram, o processo deve ser retomado na segunda etapa, mudando ou ajustando as hipóteses, as variáveis e outros. (Biembengut & Hein, 2000).

Empregada no âmbito escolar, a Modelagem Matemática pode constituir-se como um meio para estimular o interesse dos estudantes pelos conteúdos matemáticos, ao oportunizar o estudo desses através de pesquisas de situações-problemas de aplicação no seu cotidiano e que valorizam o senso crítico (Campos, 2007). No que se refere ao ensino e aprendizagem de Estatística, a Modelagem Matemática torna-se um método promissor por possibilitar ao estudante “[...] vivenciar a aplicabilidade dos conteúdos estatísticos e, ao mesmo tempo, desenvolver as capacidades de pesquisar, de realizar trabalhos em grupo, de discutir, de refletir, de criticar e de comunicar suas opiniões” (Campos; Ferreira; Jacobini & Wodewotzki, 2012, p.101).

Com o enfoque em analisar o posicionamento de membros da comunidade sobre temas inerentes ao contexto dos discentes, dentre as estratégias de pesquisa que podem se adequar ao processo de modelagem, optou-se pela Pesquisa de Opinião, que consiste num levantamento que investiga a opinião de uma população sobre um determinado tema (Crespo, 2009). Convém ressaltar que o uso da Modelagem Matemática enquanto método de ensino e aprendizagem pressupõe a adoção de uma perspectiva problematizadora, com a criação de questionamentos e/ou problemas; e investigativa, que consiste na “[...] busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão [...]”, o que contribui para o desenvolvimento do interesse do aluno e aguça seu senso crítico (Barbosa, 2004, p.3).

Outro aspecto relevante para o processo educacional é que a Modelagem poderá propiciar aos alunos melhores condições para tomada de decisões, uma vez que os discentes terão a partir dos resultados obtidos “[...] uma base quantitativa que poderá contribuir para a avaliação de aspectos qualitativos e quantitativos da situação apresentada de início” (Caldeira, Malheiros & Meyer, 2011, p.29).

A modelagem é uma aplicação da matemática que pode ser utilizada em todas as áreas de conhecimento. Ela serve para a criação de modelos matemáticos com o objetivo de tentar fazer previsões, e pode também ser encarada como um método científico de pesquisa (BASSANEZI, 2004:16).

Modelo Matemático é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado. A importância do modelo matemático consiste em se ter uma linguagem concisa que expresse nossas idéias de maneira clara e sem ambiguidades, além de proporcionar um arsenal enorme de resultados (teoremas) que propiciam o uso de métodos computacionais para calcular suas soluções numéricas (BASSANEZI, 2004:20).

Pode-se dizer que as ciências naturais como a Física, a Astrofísica, a Engenharia e a Química já estão hoje amplamente matematizadas em seus aspectos teóricos. As ciências biológicas, apoiadas inicialmente nos paradigmas da Física e nas analogias consequentes ficaram, com o tempo, cada vez mais matematizadas. Nesta área a matemática tem servido de base para modelar, por exemplo, os mecanismos que controlam a dinâmica de populações, a epidemiologia, a ecologia, a neurologia, a genética e os processos fisiológicos (BASSANEZI, 2004:19).

De acordo com Ragsdale (2004:4), podemos citar como principais características e benefícios da modelagem:

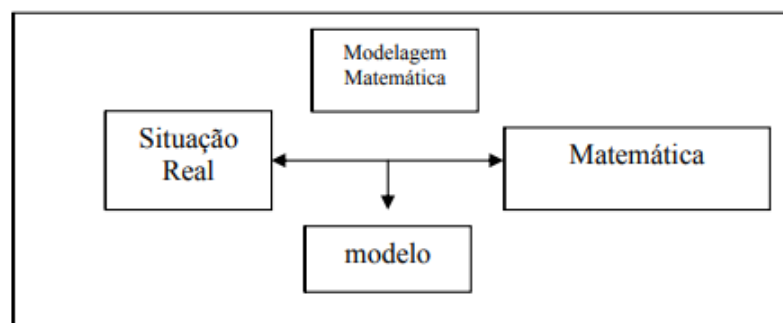
- Os modelos são usualmente uma simplificação dos objetos e dos problemas de decisões;
- É mais barato analisar os problemas de decisão, usando modelos;

- Os modelos oferecem informações em menor tempo;
- os modelos frequentemente ajudam examinar situações que seriam impossíveis no mundo real;
- Os modelos proporcionam um entendimento do problema e nos permite insights já durante a investigação.

É bem verdade que a modelagem matemática nas ciências sociais ainda não está devidamente consolidada em termos de uma maior exatidão. Ela ainda não obteve resultados comparáveis aos que obteve nas ciências exatas. Porém, a simples interpretação de dados estatísticos tem servido, por exemplo, para direcionar estratégias de ação nos meios comerciais e políticos (BASSANEZI, 2004:19).

Genericamente, pode-se dizer que a matemática e a realidade são dois conjuntos disjuntos e que a modelagem é um meio de fazê-los interagir. Pode-se esquematizar a modelagem matemática de acordo com a FIG. 3.

FIGURA 1 Esquema do processo de modelagem matemática.



Fonte: BIEMBENGUT (2003:13).

Ainda de acordo com Bassanezi (2004), Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsões e tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. A modelagem eficiente permite fazer previsões,

tomar decisões, explicar e entender; enfim, participar do mundo real com capacidade de influenciar em suas mudanças (BASSANEZI, 2004:31).

Ragsdale (2004:7) classifica os modelos em três tipos: Prescritivos, são os que tentam determinar os valores de uma variável (chamada independente) que produzam os melhores resultados de outra variável (chamada dependente). Preditivos são os que tentam prever ou estimar os valores que uma variável (dependente) assumirá quando outra variável (independente) assumir determinados valores. E os Descritivos são aqueles que, se apoiando em variáveis e dados bastante exatos, tentam descrever a relação existente entre duas ou mais variáveis.

HISTÓRIA DA ESTATÍSTICA

A Estatística é um ramo do conhecimento humano que surgiu da necessidade de manipulação de dados coletados e de como extrair informações de interesse desses dados. Dessa forma, a Estatística tem por objetivo obter, organizar e analisar dados estatísticos cuja finalidade é descrever e explicá-los, além de determinar possíveis correlações, enfatizando a produção da melhor informação plausível a partir dos dados disponíveis. A Estatística é a ciência dos dados, sendo esses numéricos e inseridos em um contexto.

Etimologicamente a palavra Estatística vem de “status”, expressão latina que define “sensu lato” o estudo do estado, em virtude de as coletas de dados na antiguidade terem se constituído essencialmente de levantamentos promovidos pelo Estado para a realização dos censos. O censo era, originalmente, conhecido pelos cristãos como o recenseamento dos judeus ordenado pelo Imperador Augusto.

Os fatos, muitas vezes, se perdem na história. Existem registros do uso da Estatística na China desde a antiguidade e também pelas civilizações pré-colombianas dos maias, astecas e incas. Há indícios de que o termo “Estatística” tenha sido introduzido na Alemanha, em 1746, pelo economista alemão Gottfried Achenwall (1719-1772), professor da Universidade de Göttingen. Contudo, outros

indicadores apontam que a palavra Estatística foi proposta pela primeira vez no século XVII por Schmeitzel, na Universidade de Lena, e posteriormente adotada por Achenwall.

De acordo com Memória (2004), Achenwall nada mais fez do que sistematizar e definir a Estatística que era usada pelos italianos para registrar batismos, casamentos e óbitos impostos pela igreja católica e que tornaram-se compulsórios após o Concílio de Trento (1545 – 1563)⁶. Na Enciclopédia Britânica a palavra Estatística aparece como vocábulo desde 1797. O significado de coleta e organização dos dados surgiu no início do século XIX.

Em 1662, na Inglaterra, John Graunt (1620 – 1674) publicou um livro intitulado “Natural and Political Observations Mentioned in a Following Index and Made upon the Bills of Mortality”, culminando na primeira tentativa de extrair conclusões de dados numéricos, que foi denominado como “Aritmética Política”. Com a evolução é o que hoje chamamos de demografia. Esse fato é apontado por alguns estudiosos como um marco inicial da Estatística.

Memória (2004) afirma que Foi William Petty [...] contemporâneo e continuador de Graunt, quem denominou de Aritmética Política à nova arte de raciocinar por meio de dados sobre fatos relacionados com o governo. Em 1683, ele publicou sua obra Five Essays on Political Arithmetic e sugeriu que fosse criada uma repartição de registro de estatísticas vitais, mas isso só se consolidou no século 19, com o Dr. William Farr (1807 – 1883), contribuidor original da estatística médica (p. 14).

Outros estudiosos contribuíram para o que atualmente chamamos de História da Estatística, colaborando para a consolidação da mesma. A Revista do Instituto Internacional de Estatística, cuja sede localiza-se na cidade de Voorburg na Holanda, cita cinco homens que já receberam a honra de serem chamados de fundadores da Estatística, sendo eles: Hermann Conring (1606 – 1681), Gottfried Achenwall (1719 - 1772), Johann Peter Süssmilch (1707- 1767)⁸, John Graunt (1620 - 1674) e William Petty (1623 – 1687).

Citamos também outros colaboradores para a consolidação da Estatística, como por exemplo o astrônomo inglês Edmond Halley (1656 – 1742), criador da primeira tábua de sobrevivência, elemento básico para o cálculo de seguros de vida, e Richard Price (1723 – 1791) que editou um famoso trabalho “Ensaio através da resolução de problemas na teoria de chances” no qual contém o teorema de Bayes, um dos teoremas mais fundamentais da teoria das probabilidades.

Em relação ao desenvolvimento dessa teoria, por meio dos jogos de azar, mencionamos Niccolò Fontana Tartaglia (1499 – 1557), Girolamo Cardano (1501 – 1576), seguidos por Galileu Galilei (1564 – 1642) e, posteriormente, os estudos feitos por Blaise Pascal (1623 – 1662) e Pierre de Fermat (1601 – 1665). Também é relevante e necessário citarmos os estudos feitos pela família Bernoulli que trouxe muitas contribuições no âmbito da Teoria das Probabilidades, instituindo o que hoje conhecemos por “lei fraca dos grandes números”, também conhecida como “o primeiro teorema fundamental de probabilidade”. No século XIX, Gauss chega à curva de erros, denominada curva normal e que ficou conhecida como “Curva de Gauss”.

Um dos períodos mais marcantes para a constituição da História da Estatística foi entre o final do século XIX e início do século XX, com a criação, na Inglaterra, da Escola Biométrica que teve como seu principal representante Karl Pearson (1857-1936). Este estudioso contribuiu muito para o desenvolvimento da Estatística. Foi quem fundou o Departamento de Estatística Aplicada na University College London em 1911, o primeiro departamento universitário dedicado à Estatística em todo o mundo. Nesse período predominou o estudo das técnicas de correlações e ajustamento de curvas.

Corroborando com Batanero (2001, p. 7) “é indiscutível que o século XX foi o século da Estatística, que passou a considerá-la uma das ciências metodológicas fundamentais e base do método científico experimental”. Nesse espaço de tempo surgiu outro grande nome da Estatística, Ronald Aylmer Fisher (1890 – 1962), que resolveu e mostrou alguns propósitos de Pearson.

Fisher é considerado um dos maiores cientistas do século XX e fez contribuições teóricas fundamentais à Estatística, além de ter sido um ilustre geneticista. Essas contribuições feitas por Fisher tiveram início quando ele ainda era estudante universitário, em 1912, com a publicação de um artigo que versava sobre o método da verossimilhança no ajustamento de curvas de frequências, tendo o nome de probabilidade inversa, que mais tarde, em 1922, veio a ser corrigido.

Assim, se tecem conflitos na literatura. Alguns estudiosos atuais consideram Fisher como sendo o fundador da Estatística Moderna e outros, como sendo Pearson. Memória (2004), diz que Calyampudi Radhakrishna Rao⁹ considerou Fisher como o fundador da Estatística Moderna, Fisher foi não somente o maior estatístico de sua época, mas para muitos que conheceram sua obra monumental, é ainda o maior estatístico de todos os tempos. Ao longo de sua eminente carreira, recebeu várias honrarias e distinções acadêmicas, entre outras, o grau de Doutor por sua Alma Mater em 1926, o título de Fellow of the Royal Society (F. R. S.) em 1929, e o título honorífico de Sir, em 1952 (p. 37).

Esses fatos históricos são de grande importância para a era da Estatística que vivemos atualmente. O reflexo desses estudos e a dedicação desses estudiosos são percebidos nos dias de hoje. Os censos são um bom exemplo disso. Nesse viés, imbuídos das informações desse breve resumo histórico, que julgamos ser relevante para a constituição deste trabalho, apresentamos na próxima seção um esboço da situação atual da Estatística, percorrendo um paralelo entre os fatos históricos e atuais, trazendo à tona a Estatística na era digital e as indicações de sua inserção no âmbito educacional.

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA

Comumente ouvimos relatos advindos de docentes de Matemática sobre a(s) dificuldade(s) encontrada(s) pelos estudantes em relação a aspectos que tecem essa disciplina. Corroborando com essa idéia escutamos de alunos, seja da educação básica ou da superior, os “problemas” que eles enfrentam ao estudar no

contexto da Matemática. Assim, o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos freqüentemente é considerado como difícil ou até mesmo sem utilidade.

Segundo Perez (2004, p. 251), “[...] a falta de interesse para estudar Matemática pode ser resultante do método de ensino empregado pelo professor, que usa linguagem e simbolismo muito particular, além de alto grau de abstração”. Preocupações e inquietações neste contexto contribuíram para a consolidação da Educação Matemática como uma área de conhecimento e de pesquisa das ciências sociais e humanas que investiga, entre outros, o ensino e aprendizagem da Matemática. Deste modo, essa área de conhecimento não se fundamenta apenas como campo profissional, mas também como uma área em cujas atuações se estabelecem como prática e pesquisa teórica.

Para Bicudo e Garnica (2002, p. 39), “o processo de ensino e de aprendizagem de Matemática envolve vários elementos. Práticas, conceitos, abordagens e tendências fazem parte desse cenário [...]”. A Educação Matemática se preocupa com o significado que a Matemática assume por meio de seu ensino e de sua aprendizagem, além de reflexões sobre avaliação, políticas públicas da educação, entre outros fatores ligados a esse processo.

Educação Matemática será, pois, expressão vaga se não for concebida como preenchendo-se, reflexiva e continuamente, dos significados que vêm da prática. A Educação Matemática dá-se como uma reflexão-na-ação. Ação que ocorre num contexto no qual vivemos com o outro: compartilhando vivências. Exige-se, portanto, dos que se lançam à iniciativa de perscrutar os domínios dessa região do conhecimento, o conviver com a perspectiva do outro, dialogicamente exercitando o respeito aos trabalhos coletivos (BICUDO; GARNICA, 2002, p. 40).

Para Fiorentini e Lorenzato (2007, p. 5), a Educação Matemática se caracteriza “como uma práxis que envolve o domínio do conteúdo específico (a matemática) e o domínio de idéias e processos pedagógicos relativos à transmissão/assimilação e/ou à apropriação/construção do saber matemático escolar”. Nesse sentido, esses mesmos autores afirmam que os objetivos da

Educação Matemática são múltiplos e difíceis de serem categorizados, variando com o contexto de cada investigação. Contudo, podem ser classificados em dois objetivos fundamentais, a saber: o de caráter pragmático que se constitui como aquele que visa à melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem da Matemática e o de caráter científico que visa ao desenvolvimento da Educação Matemática como campo de investigação e de produção de conhecimento.

Essas apreensões se estendem aos órgãos que elaboram os diversos documentos que regem a educação, seja nacional ou internacional, em seus vários níveis. Consultando os Parâmetros Curriculares Nacionais, por exemplo, podemos perceber que esse documento educacional reforça que, nos diferentes níveis de ensino, é preciso enfocar estratégias que proponham uma interpretação dos conceitos matemáticos, tornando o ensino e a aprendizagem mais significativa.

No trabalho “Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos”, os educadores matemáticos Dario Fiorentini e Sergio Lorenzato (2007) esboçam o percurso da Educação Matemática e dividem sua concretização em quatro fases: fase 1 (década de 1970), intitulada como a etapa de gestação da área como campo profissional; fase 2 (década 1970 e início da década de 1980), chamada de fase de nascimento da Educação Matemática; fase 3 (década de 1980), como sendo a fase em que surgiu a necessidade de uma comunidade de educadores matemáticos e a fase 4 (década de 1990), intitulada como a etapa de emergência de uma comunidade científica em Educação Matemática.

Constituindo os relatos dos acontecimentos da fase quatro, os autores apresentam o período em que a Educação Matemática passou a ser reconhecida pela Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação (Anped) quando esta aprovou a criação de um grupo de trabalho da área.

Nesse período surgiram outras e novas linhas de investigação em Educação Matemática, entre elas, a Educação Estatística. Campos (2007) afirma que no contexto escolar a Estatística se compõe como uma parte da Matemática. Em conformidade com essa idéia e parafraseando Batanero (2001), Duarte (2004),

assevera que “a Estatística faz parte integrante do currículo de Matemática de todos os níveis de ensino na maioria dos países desenvolvidos”.

Os pesquisadores Fiorentini e Lorenzato discorrem, também, sobre a criação do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), do Seminário Internacional de Educação Matemática (SIPEM), do Encontro Nacional de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática (EBRAPEM), entre outros. Em particular, no que refere ao 1º SIPEM, em novembro de 2000, um dos doze grupos de trabalho que compunham o evento era o GT12 que visava a discutir sobre a temática: Ensino de probabilidade e Estatística.

Além do SIPEM (2000), o ENEM de 2001, do mesmo modo, contribuiu para a consolidação da Educação Estatística imerso na Educação Matemática. Segundo Wodewotzki e Jacobini (2004) [...] vemos com bastante otimismo a constituição no último ENEM, em 2001, de um grupo de trabalho dirigido exclusivamente para discussões de questões específicas do ensino de Estatística e de probabilidade. Acreditamos ter sido este um passo significativo para a inserção da Educação Estatística no âmbito da Educação Matemática. (p.238).

O EBRAPEM, cuja primeira edição do evento foi em 1997 em Rio Claro-SP, é outro espaço acadêmico que contempla os trabalhos nessa linha de pesquisa com a abertura de grupos de trabalho para a discussão dos mesmos. Assim, é notório o surgimento, no âmbito da Educação Matemática, de uma linha de pesquisa denominada de Educação Estatística que se preocupa com o ensino e a aprendizagem da Estatística. Tal fato decorre, dentre outros, de, na educação básica (ensinos fundamental e médio), os conteúdos de Estatística recomendados pelos Parâmetros Curriculares fazerem parte do teor indicado para as aulas de Matemática ministrados nestas.

Campos (2007) assegura que nessa linha de investigação, apesar do objeto de estudo ser a Estatística, o foco é a Educação e daí se origina a conjugação Educação Estatística. Na década passada (anos 1990), no contexto da Educação Estatística, assistiu-se o início de um movimento em torno de uma preocupação

com o desenvolvimento conceitual e com o uso de tecnologia nos processos de aprendizagem.

Entretanto, o uso do termo e as pesquisas direcionadas ao ensino e à aprendizagem dos conceitos de Estatística são recentes, como nos mostra o pequeno número de pesquisas que versam sobre essa temática. A Educação Estatística preocupa-se tanto com o procedimento quanto com as discussões que os resultados que a manipulação de dados quantitativos venha gerar. Dessa forma se constitui como um campo de investigação que tem como finalidade o ensino e aprendizagem dos conceitos estatísticos e de tal modo contribuir para a uma aprendizagem mais significativa para seus alunos.

Para o desenvolvimento de trabalhos direcionados ao estudo¹⁵ de conceitos de Estatística, pesquisadores vêm relacionando tais trabalhos, entre outros, com a Modelagem Matemática, a Tecnologia e a Educação a Distância, nos quais estimulam as interpretações dos dados ao invés de predominarem os cálculos.

O Programa de Pós Graduação em Educação Matemática (PGEM) da UNESP (Universidade Paulista Júlio de Mesquita Filho) campus de Rio Claro-SP, um dos mais importantes programas brasileiros nessa área, “abriga” um dos grupos de estudos em Educação Estatística, o GPÉE, coordenado pela Profa. Dra. Maria Lúcia L. Wodewotzki, que atualmente orienta pesquisas de mestrado e doutorado nessa área. Esse grupo de estudo tem como principais linhas de pesquisa o trabalho com Modelagem Matemática, trabalhos com investigação e a reflexão na sala de aula, tendo o apoio de tecnologia informática e ênfase no desenvolvimento do pensamento estatístico.

Para Wodewotzki e Jacobini (2004), apesar do termo Educação Estatística ou Educação em Estatística ser utilizado desde algum tempo em outros países, apenas a partir do início da década de 2000 essa denominação passou a ser também utilizada no Brasil como referência às discussões pedagógicas relacionadas com o ensino e com a aprendizagem da Estatística ou de conceitos e de aplicações estatísticas. No âmbito internacional podemos perceber a Educação Estatística

como objeto de estudos de vários centros de pesquisa, principalmente quando nos referimos à América do Norte e Europa (CAMPOS, 2007).

De acordo com Duarte (2004) “o tema da Educação Estatística começou a ser abordado, ainda que de uma forma esporádica, nos encontros anuais da American Statistical Association”- ASA16- que se configura como uma instituição científica e educacional, cujos objetivos são promover e desenvolver os aspectos ligados à área da Educação Estatística. Com o aumento das preocupações e interesses em torno de tal tema, houve, em 1948, a criação, pelo International Statistical Institute (ISI), do Comitê para a Educação que em 1991 passou a denominar-se IASE.

Outro importantíssimo espaço para a comunidade de educadores estatísticos é o ICOTS – Conferência Internacional sobre o Ensino de Estatística. Essa conferência se configura como um dos principais encontros de educadores em busca de discussão em relação ao tema Educação Estatística, objetivo maior de sua concepção. Foi criada pelo ISI, em Sheffield, UK, 1982 e acontece com a periodicidade de quatro anos, em diferentes partes do mundo. A última e sétima edição do ICOTS foi realizada no Brasil, na cidade de Salvador – BA, de 2 a 7 de julho de 2006. A oitava International Conference on Teaching Statistics, ICOTS 8, ocorrerá na cidade de Ljubljana, Slovênia de 11 a 16 de julho de 2010.

PENSAMENTO ESTATÍSTICO

Buscando na literatura pertinente sobre pensamento estatístico, nos deparamos com várias argumentações sobre esse assunto, ou melhor, sobre essa competência estatística almejada para os indivíduos pertencentes à sociedade. Assim, Snee (1999, p. 255) afirma que “a pesquisa, a prática e a educação estatística estão entrando em uma nova era, cujo foco está no desenvolvimento e no uso do pensamento estatístico”.

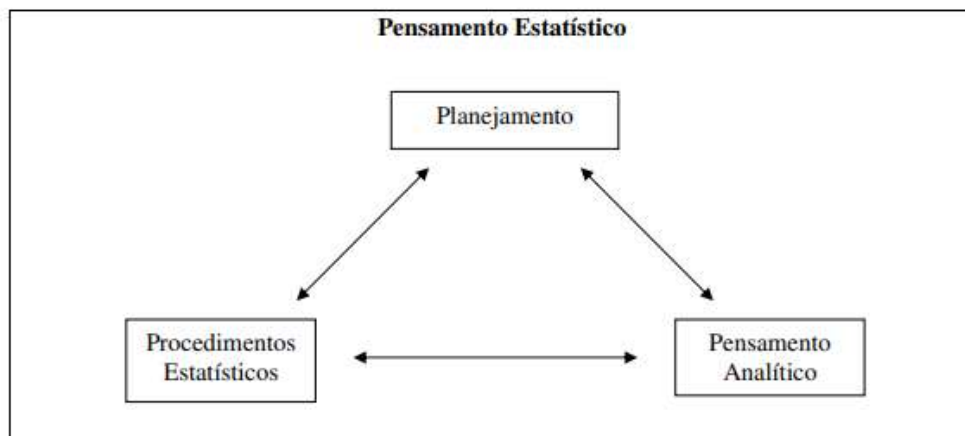
Jacobini e Wodewotzki (2004, p. 234) ao parafrasearem Bradstreet (1996), afirmam que para este autor o desenvolvimento do pensamento estatístico em cursos de Estatística significa direcionar o aprendizado para as etapas que compõem uma pesquisa quantitativa e, não estudar isoladamente os métodos e os conceitos estatísticos.

desenvolvimento do pensamento estatístico, no entanto, não se limita apenas a cursos introdutórios de Estatística. Em qualquer nível de ensino, seja na educação básica ou na educação superior, os estudantes devem ser expostos às situações de ensino e aprendizagem que visem o desenvolvimento do pensamento estatístico. Se assim for, esses estudantes terão a oportunidade de se tornarem imbuídos de autonomia para tomar decisões e usufruir dos benefícios da Estatística. Dessa forma, um indivíduo pensador estatístico possui habilidade de ir além da aplicação estatística em cursos específicos. Esse estudante poderá se beneficiar das ferramentas da Estatística no seu cotidiano.

Nesse viés, Campos (2007) afirma que O pensamento estatístico ocorre quando os modelos matemáticos são associados à natureza contextual do problema em questão, ou seja, quando surge a identificação da situação analisada e se faz uma escolha adequada das ferramentas estatísticas necessárias para sua descrição e interpretação (p. 38).

Tomando as idéias de Wodewotzki e Jacobini (2004), procuramos entender o pensamento estatístico sob três enfoques, todos integrados entre si: planejamento, procedimentos estatísticos e pensamento analítico. Abaixo apresentamos o esquema representativo do pensamento estatístico proposto por esses autores:

Figura 1: Esquema representativo do Pensamento Estatístico.
Wodewotzki e Jacobini (2004, p. 235)



No planejamento, o projeto de pesquisa é elaborado/planejado/discutido. O sucesso de uma análise depende do sucesso do planejamento, visto que a importância de ambas é a mesma. O pensamento analítico é tomado como a etapa de atitude crítica do estatístico em relação aos dados obtidos e nos procedimentos estatísticos os fenômenos devem ser quantificados, classificados, distribuídos, avaliados, representados e visualizados.

Segundo Jacobini (1999), quando o pensamento estatístico é valorizado, as interpretações prevalecem sobre os cálculos e os conceitos são sempre trabalhados no sentido do por quê fazer. O como fazer decorre da necessidade de se precisar fazer. Essa competência estatística proporciona ao estudante uma reflexão sobre uma determinada situação problema, sobre encaminhamentos de solução, sobre o resultado encontrado, bem como a interpretação desse resultado apontando, assim, para possíveis decisões.

No processo de uma pesquisa, os estudantes podem participar de forma ativa da organização, da coleta e da manipulação de dados, o que conseqüentemente irá proporcionar um maior envolvimento com a investigação e em decorrência questionamentos em relação aos resultados obtidos. Assim, afirmamos que essa

competência proporciona ao aluno uma compreensão holística da dimensão da situação problema.

Campos (2007, p. 53) coloca que Uma característica particular do pensamento estatístico é prover a habilidade de enxergar o processo de maneira global, com suas interações e seus porquês, entender suas diversas relações e o significado das variações, explorar os dados além do que os textos prescrevem e gerar questões e especulações não previstas inicialmente.

Nesse sentido notamos que o desenvolvimento do pensamento estatístico contribui para a formação de indivíduos mais críticos perante informações pelas quais são rodeados diariamente, tendo que tomarem algum tipo de decisão frente a essas informações em grande parte das situações. Decisões estas que podem ser de grande valia para o indivíduo.

O pensamento estatístico envolve as habilidades de aplicar, criticar, generalizar, estimar e avaliar. Essa competência abarca, portanto, uma compreensão do porquê e de como as investigações estatísticas são conduzidas. Inclui o reconhecimento e a percepção do processo investigativo, de como os modelos são usados para simular fenômenos aleatórios, de como os dados são produzidos para estimar probabilidades, reconhecendo como, quando, e porque as ferramentas estatísticas existentes podem ser usadas. Assim, o indivíduo pode compreender e utilizar o contexto de um problema para avaliar investigações e para tirar conclusões.

RACIOCÍNIO ESTATÍSTICO

De acordo com o dicionário da língua portuguesa um dos significados atribuídos para “raciocínio” é o exercício da razão através do qual se procura alcançar o entendimento de atos e fatos, se formulam ideias, se elaboram juízos, se deduz algo a partir de uma ou mais premissas, se tiram conclusões.

O raciocínio estatístico, um dos elementos das três competências estatísticas almejadas por educadores, se configura como a forma como a pessoa raciocina com ideias estatísticas. Nesse processo estão envolvidos situações como, por exemplo, interpretação de dados, construção de gráficos e de tabelas, entre outros.

Essa competência configura-se como a habilidade de trabalhar com as ferramentas e os conceitos estatísticos aprendidos. Dessa forma, muitas vezes notamos no desencadear do raciocínio estatístico ideias como as de variabilidade, distribuição, aleatoriedade, probabilidade, inferência, amostragem, etc. (CAMPOS, 2007).

O raciocínio estatístico é um raciocínio de decisão. Explicar o processo estatístico utilizado para tomar uma decisão perante a uma determinada situação se constitui um bom exercício para o desenvolvimento dessa competência.

LITERACIA E LITERACIA ESTATÍSTICA

A palavra literacia é um conceito que possui vários significados. Seu sentido evoluiu para que pudesse englobar as competências que o indivíduo necessita para um bom desempenho pessoal, social e profissional. A origem do termo literacia vem da palavra literacy que se configura como a habilidade para ler e escrever. Entendemos a palavra literacy como alfabetização com compreensão do que lê. Assim, o significado mais restrito do termo literacia implica na capacidade do indivíduo em usar a língua em sua forma escrita. Nesse sentido uma pessoa alfabetizada é capaz de ler, escrever e compreender a sua língua materna.

Em 1958 a UNESCO (Organização das Nações Unidas para a educação, a ciência e a cultura) considerava como alfabetizado um indivíduo que fosse capaz de ler e escrever um enunciado simples. Em 1978 essa mesma organização passou a adotar o conceito de analfabetismo (falta de instrução, sobretudo da elementar: ler e escrever) e alfabetismo funcional (indivíduo capaz de utilizar a leitura e escrita frente às demandas de seu contexto social e usar essas habilidades para a continuidade

de seu aprendizado. Para o IBGE um indivíduo com mais de 15 anos de idade e menos de 4 anos de escolaridade é considerado alfabetizado funcional).

No entanto, Stripling e Eric (1992) afirmam que “[...] ser capaz de ler não define a literacia no complexo mundo de hoje”. Esses autores colocam que “literacia significa ser capaz de perceber bem ideais novas para as usar quando necessárias. Literacia significa saber como aprender”. Nesse sentido, D’Ambrosio (2002) chama a atenção para a transição do século XX para o século XXI, apontando para uma sociedade moderna, dominada pelo uso da tecnologia e afetada pela globalização, porém com uma educação frágil para o exercício da cidadania, onde saber ler e escrever já não é mais suficiente.

Para Paulo Freire, em uma entrevista concedida a Ubiratan D’Ambrosio e à Maria do Carmo Domite, uma possível alfabetização matemática, uma mate-alfabetização ajudaria na criação da cidadania. Eu acho que no momento em que você traduz a naturalidade da matemática como uma condição de estar no mundo, você trabalha contra um certo elitismo com que os estudos matemáticos, mesmo contra a vontade de alguns matemáticos, tem. Quer dizer, você democratiza a possibilidade da naturalidade da matemática, e isso é cidadania. (FREIRE, 1996).

Na esperança de uma educação baseada na utilização de instrumentos comunicativos, analíticos e materiais, que possibilite o exercício pleno da cidadania, D’Ambrosio apresenta um trivium¹⁹ para a nova era que se inicia composto por três vertentes, a saber: literacia, materacia e tecnoracia. Esse autor afirma, ainda, que não se trata de rotular o que já existe nem introduzir novas disciplinas, mas sim reorganizar o que se chama de currículo, propondo novas estratégias.

Reforçando esse pensamento, D’Ambrosio (2002) concebe tais elementos desse trivium como:

- **LITERACIA:** a capacidade de processar informação escrita e falada, o que inclui leitura, escritura, cálculo, diálogo, ecálogo, mídia, Internet na vida quotidiana [Instrumentos Comunicativos].

- **MATERACIA:** a capacidade de interpretar e analisar sinais e códigos, de propor e utilizar modelos e simulações na vida cotidiana, de elaborar abstrações sobre representações do real [Instrumentos Analíticos].
- **TECNORACIA:** a capacidade de usar e combinar instrumentos, simples ou complexos, inclusive o próprio corpo, avaliando suas possibilidades e suas limitações e a sua adequação a necessidades e situações diversas [Instrumentos Materiais] (p. 66-67)

Jacobini (2004) faz analogia do termo literacia com os termos numeracia²⁰ e tecnoracia, sendo respectivamente, literacia matemática e literacia tecnológica. O termo materacia origina-se do termo matheracy e tecnoracia de technological literacy.

Skovsmose (2001) utiliza o termo mathemacy para se referir à literacia matemática da mesma forma que D'Ambrosio em diversos de seus trabalhos faz uso do termo matheracy também para se referir a essa competência.

Para Jacobini (2004, p.182) a numeracia está associada “ao uso de números e às habilidades para cálculos básicos, aplicações de técnicas matemáticas, resoluções de problemas do cotidiano e interpretações de informações numéricas/estatísticas”. “Materacia não se refere apenas as habilidades matemáticas, mas também à competência de interpretar e agir numa situação social e política estruturada pela matemática” (SKOVSMOSE, 2008, p. 16). Parafraseando D'Ambrósio, Barbosa (2001, p. 22) explicita a materacia como “capacidade de interpretar e manejar sinais e códigos e de propor e utilizar modelos na vida quotidiana”.

Segundo Ponte (2002, p.7), a numeracia pode ser “entendida como a capacidade de uso fluente e crítico de conceitos e procedimentos matemáticos fundamentais em situações complexas da vida real”. Acrescenta ainda que “a numeracia é uma competência que diz respeito ao uso de noções matemáticas relativamente pouco sofisticadas em contextos reais complexos e, muitas vezes, dinâmicos” (p.3).

Fundamentados por essas ideais entendemos a materacia (ou numeracia) como uma alfabetização matemática. É a capacidade que o indivíduo possui de utilizar as ferramentas elementares da Matemática (números e operações numéricas) para resolução de situações problemas em seu cotidiano.

Referimo-nos então ao terceiro componente do trivium, a tecnoracia. Essa ideia está associada ao uso de tecnologia. Trata-se da familiaridade que o indivíduo possui com a tecnologia, da compreensão de suas ferramentas elementares e verificação das possibilidades de adequação dessas ferramentas para usufruir em situações diversas.

Isso se torna cada vez mais relevante, visto que nos encontramos imersos em uma sociedade altamente tecnológica que apresenta “novas tecnologias” diariamente e incansavelmente. Vivemos, pois, uma era digital onde a humanidade encontra-se envolvida pela tecnologia. Entretanto, não pensemos em tecnologia somente como computadores ou programas computacionais sofisticados. Devemos, pois, ressaltar tecnologias mais corriqueiras como o uso de calculadoras, por exemplo. Essa tecnologia nem sempre é usada em sala de aula e é muito útil para grande parte da população, principalmente em situações elementares.

É fato que muitos estudantes concluem a educação básica e não sabem usar todas as funções disponíveis em uma calculadora. É fato também que muitos deles terão empregos onde o uso desse objeto será fundamental (vendedor, por exemplo). Skovsmose (2001, p. 76) afirma que “A sociedade e a tecnologia estão integradas e a tecnologia tornou-se o aspecto dominante da civilização”. Essas competências (literacia, materacia e tecnoracia) quando desenvolvidas no estudante, favorecem e culminam para o exercício mais efetivo de sua cidadania.

No âmbito da literacia, notamos sua presença em diversas áreas como por exemplo, a literacia matemática que acabamos de comentar. Nosso objetivo, no entanto, é chegar ao debate sobre literacia estatística ou literacia quantitativa como expressado por alguns autores como Ponte (2002), por exemplo. Este autor afirma que “a capacidade de interpretar informação estatística são reconhecidas como aspectos fundamentais da literacia do cidadão da sociedade moderna” (p. 2).

Consultando a literatura relevante nessa área de investigação, notamos que em torno da literacia estatística diversos são os pesquisadores que versam e discutem sobre essa competência. A seguir esboçaremos as principais ideias de alguns deles. Buscando no entendimento de Campos (2007, p. 35) notamos que O termo literacia nos remete à habilidade em ler, compreender, interpretar, analisar e avaliar textos escritos. A literacia estatística refere-se ao estudo de argumentos que usam a estatística como referência, ou seja, à habilidade de argumentar usando corretamente a terminologia estatística.

Para Gal (2000) literacia estatística é a habilidade para interpretar e avaliar criticamente as informações estatísticas e os argumentos baseados em dados, que aparecem nas diversas mídias, além de ser a habilidade em discutir opiniões referentes a esse tipo de informação estatística. Delmas (2002) apresenta os objetivos a serem contemplados em atividades que visam o favorecimento da literacia estatística, a saber: identificar, descrever, interpretar, ler, reescrever e traduzir.

Há outras definições que possuem em seu cerne a mesma essência das que aqui foram apresentadas, distinguindo-se em um ou em outro pequeno aspecto. Outrossim, afirmamos que a literacia estatística trata-se de uma alfabetização em estatística, podendo ser aperfeiçoada de acordo com seu uso. Estar imbuído dessa competência culmina na capacidade de assimilar e tomar decisões perante as situações estatísticas que permeiam o cotidiano da sociedade.

Campos (2007) assegura que Para melhorar a literacia estatística dos estudantes, eles precisam aprender a usar a estatística como evidência nos argumentos encontrados em sua vida diária como trabalhadores, consumidores e cidadãos. Ensinar estatística com base em assuntos do dia-a-dia tende a melhorar a base de argumentação dos estudantes, além de aumentar o valor e a importância que eles dão a essa disciplina (p. 39).

Essa competência envolve compreender e usar a linguagem e as ferramentas básicas da Estatística, como por exemplo, compreender o uso de símbolos estatísticos, reconhecer e interpretar representações de dados, de gráficos e de

tabelas. Dessa forma podemos afirmar que a literacia estatística proporciona a compreensão e a interpretação da linguagem específica da Estatística, possibilitando posicionamentos críticos frente a situações cotidianas que nos rodeiam, dando oportunidade aos estudantes uma compreensão mais intensa dos dados, além de possibilitar, em alguns casos, a produção dos dados a serem trabalhados, tornando-se o aluno um membro ativo e crítico frente a essas informações e a análise dessas.

ESTATÍSTICA MULTIVARIADA

A estatística tradicional sofreu grande impulso com o desenvolvimento das tecnologias computacionais. Os métodos estatísticos estão sendo levados ao extremo com o poder dos computadores, sendo possível a criação de métodos novos e mais potentes, que anteriormente (sem a utilização de computadores) não seriam possíveis. Por isto, a tarefa de analisar e manipular grandes quantidades de dados está cada vez mais fácil.

A estatística multivariada constitui um dos métodos estatísticos que simultaneamente analisam múltiplas medidas sobre cada indivíduo ou objeto sob investigação (HAIR et al., 2005:26). Ela ainda pode ser entendida como o estudo estatístico no qual várias variáveis são analisadas e medidas simultaneamente. Com a estatística univariada (uma ou duas variáveis) fica muito difícil analisar várias correlações entre as variáveis, pois a tendência é que a análise e a correlação se tornem muito complexas.

A estatística multivariada pode ser dividida em dois grupos, segundo Mingoti (2005:21), um primeiro consistindo em técnicas exploratórias de sintetização (ou simplificação) da estrutura de variabilidade dos dados, e um segundo, consistindo em técnicas de inferência estatística. Ainda segundo Mingoti:

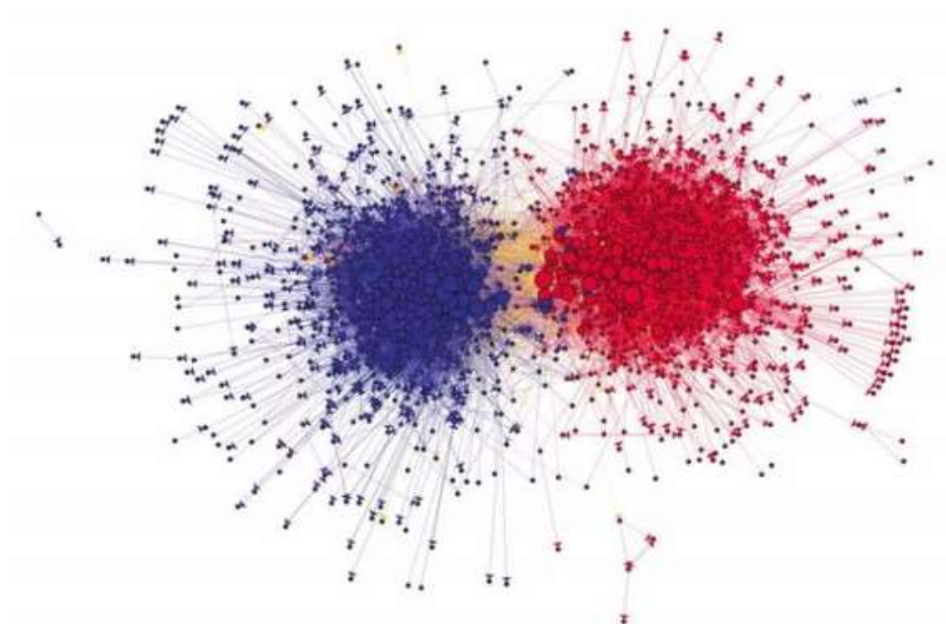
Os métodos de estatística multivariada são utilizados com o propósito de simplificar ou facilitar a interpretação do fenômeno que está sendo estudado através

da construção de índices ou variáveis alternativas que sintetizem a informação original dos dados; construir grupos de elementos amostrais que apresentem similaridade entre si, possibilitando a segmentação do conjunto de dados original; investigar as relações de dependência entre as variáveis respostas associadas ao fenômeno e outros fatores (variáveis explicativas), muitas vezes com objetivos de predição; comparar populações ou validar suposições através de testes de hipóteses (MINGOTI, 2005:22).

ANÁLISE DE REDES

Diversos sistemas no mundo real podem ser representados através de redes e, portanto, modeladas como grafos. Analisando a estrutura do grafo que representa a rede, podemos obter informações importantes sobre seus elementos e suas interações. Esse é o papel da Análise de Redes, também chamada de Teoria de Redes ou Ciência das Redes. Hoje em dia, programas como NetLogo, Gephi, Pajek e yEd, entre outros, permitem fazer diversos tipos de análise automaticamente, e estão munidos de algoritmos de layout que permitem uma boa visualização da estrutura da rede, como no exemplo da Figura 2.

Figura 2: Blogosfera da eleição presidencial americana de 2004



Neste grafo, cada ponto é um blog democrata (azul) ou republicano (vermelho)

A resolução do Problema das Sete Pontes de Königsberg por Euler , em 1736, é tido como o marco inicial da Teoria dos Grafos, e pode ser também considerada um exemplo de Análise de Redes. Entretanto, é apenas no século 20 que o estudo se intensifica. Em 1926, Boruvka publica um algoritmo para encontrar a árvore geradora mínima em um grafo, almejando a construção de uma rede elétrica eficiente na região da Morávia (República Checa) [9]. Na década de 30, Moreno [10] usou grafos (“sociogramas”) para representar relações sociais; essa foi uma das primeiras tentativas de análise sistemática de redes sociais.

Em 1959, Erdős e Rényi [11,12] criaram modelos para criação de grafos aleatórios, hoje conhecidos como grafos ER, apresentando várias propriedades dos 13 grafos gerados por esses modelos. Porém, algumas dessas propriedades tornam os grafos ER pouco apropriados para o estudo de redes reais, como veremos mais adiante. Porém, os trabalhos de Erdős e Rényi estabeleceram um marco na área, permanecendo como ponto de partida para novos modelos.

Na década de 70, as ideia de centralidade começa a ganhar mais foco. Freeman [2] foi o primeiro a tentar organizar as várias medidas já existentes na literatura. Em 1998, foi publicado na revista Nature o artigo Collective dynamics of 'small-world' networks, de Watts e Strogatz [15], retomando a ideia do “mundo pequeno” de Milgram. Os autores propõem algumas modificações nos modelos ER, refletindo melhor o fenômeno do mundo pequeno.

Nesse mesmo ano, surge o Google, sistema de busca na internet cujo cerne é um algoritmo que usa o algoritmo PageRank para identificar as páginas mais 16 relevantes para os termos buscados. Veremos mais sobre a motivação do PageRank .

Na década de 2000, temos relatos de usos da análise de redes sociais aplicadas a redes terroristas. Em 2002, Krebs [16] publica um artigo analisando as conexões entre os envolvidos nos ataques às torres do World Trade Center, em 11 de setembro de 2001. Em 2003, Hougham [17] relata que análises similares levaram à captura do ditador iraquiano Saddam Hussein. Como reflexo desses e outros episódios, em 2005 um comitê do governo americano considerou a Ciência de Redes como uma área estratégica para a segurança nacional [18].

O surgimento das redes sociais online, em especial o Orkut e o Facebook, ambos surgidos em 2004, gerou grandes conjuntos de dados para a análise de redes, e essas redes e subconjuntos delas são objeto de intensa pesquisa até hoje. Assim, os grafos analisados hoje em dia têm tamanho massivo, muitas vezes da ordem de milhões de nós ou mais.

A existência de semelhanças entre diversas redes levou naturalmente à criação de modelos matemáticos descrevendo a criação e evolução de uma rede. Podemos, então, comparar redes reais com redes criadas por esses modelos; as previsões de um modelo podem então ser confirmadas, ou então o modelo pode ser corrigido e aprimorado. Por exemplo, citamos anteriormente que o modelo de grafos aleatórios prevê o fenômeno do “mundo pequeno”, porém não é adequado para modelar redes com hubs, o que motivou a criação de novos modelos.

Veremos nessa seção dois dos principais tipos de modelos: grafos aleatórios e redes com conexão preferencial, apresentando suas motivações e a concordância destes com redes reais. Especialmente os grafos aleatórios, ainda que mostrem pouca concordância com redes reais, servem como pano de fundo para comparação de resultados, como veremos, por exemplo, no caso dos motivos.

Grafos Aleatórios

Uma ideia inicial é considerar simplesmente que as conexões de uma rede formam-se de maneira aleatória. Foram dois os modelos desse tipo criados por Erdős e Rényi; os grafos gerados são então conhecidos como grafos ER. Consideremos o conjunto de todos os $\binom{N}{2}$ possíveis grafos com vértices e arestas, assumindo que cada um destes grafos tem a mesma probabilidade de ocorrer. Um grafo escolhido aleatoriamente desse conjunto é chamado de grafo aleatório.

Para gerar grafos conforme a função de probabilidade do primeiro modelo, inicia-se com nós desconectados e selecionam-se pares de nós aleatoriamente, gerando um link entre eles, até que haja links.

Redes com conexão preferencial

Vimos que a distribuição de graus para grafos aleatórios é aproximadamente Poisson. Ao estudar redes reais, entretanto, descobriu-se que a maioria delas exibe uma distribuição de graus dos nós seguindo uma lei de potência.

A ideia é que, quando um nó entra na rede, ele não se conecta aleatoriamente, mas “prefere” conectar-se com nós de alto grau (ou seja, a probabilidade de um novo nó se conectar a um nó existente é proporcional ao grau de). Por exemplo, numa rede de citações de papers, é mais provável que um novo paper cite papers que já foram citados várias vezes, em vez de outros menos citados.

FERRAMENTAS DE ANÁLISE DE REDES

Ao longo das últimas décadas, diversas ferramentas têm sido estudadas a fim de melhor caracterizar a estrutura de redes e seus componentes. Estas incluem o cálculo de parâmetros e a detecção de padrões, tanto globais (considerando a rede como um todo) quanto locais (considerando apenas um nó ou link, ou um pequeno grupo), bem como a análise de processos em uma rede em evolução. A seguir apresentaremos uma lista com alguns exemplos dessas ferramentas.

Parâmetros globais: distribuição de graus, comprimento de caminho, centralidade.

- Parâmetros locais: mediação, grau.
- Padrões locais: aglomeração, transitividade, motifs.
- Processos: difusão, coordenação, falhas.

REFERENCIAS

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. Traduzido por: Figueiredo, O. A. Tradução de: Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection and Critique. 2002. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

ALVES-MAZZOTTI, A. J. Parte II – **O Método nas Ciências Sociais**. In: ALVESMAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. O Método nas Ciências Naturais e Sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa. São Paulo: Pioneira, 2004, p. 109-188.

ARAÚJO, J. L. **Relação entre matemática e realidade em algumas perspectivas de Modelagem Matemática na Educação Matemática**. In: BARBOSA, J.C.;

BARBOSA, J. C.; SANTOS, M. A. **Modelagem matemática, perspectivas e discussões**. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Belo Horizonte. Anais... Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007. 1 CDROM.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

BICUDO, M. A. V. **Pesquisa Qualitativa e Pesquisa Qualitativa segundo a abordagem fenomenológica.** In: ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. (orgs.). Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2006, p. 101-114.

BICUDO, M.A.V. **A hermenêutica no trabalho do professor de matemática.** In: Cadernos da Sociedade de Estudos e Pesquisa Qualitativos. vol. 3 . São Paulo: ASociedade, 1993.

BICUDO, M. A V.; GARNICA, A V. M. **Filosofia da Educação Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2002. (Coleção Tendências em Educação Matemática).
BIEMBENGUT, M.S. Modelagem Matemática & Implicações no Ensino e na Aprendizagem de Matemática. Blumenau: Edifurb, 2004.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelação Matemática como método de ensino-aprendizagem de Matemática em cursos de 1º e 2º graus.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1990

BARBOSA, J. C. (2004). **Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como?** Veritati, Salvador, 4, 73-80.

BASSANEZI, R.C. (1999). **Modelagem matemática:** Uma disciplina emergente nos programas de formação de professores. Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional, Santos, SP, Brasil, 22.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática:** uma nova estratégia. São Paulo: Editora Contexto, 2004.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino.** São Paulo: Editora Contexto, 2003.

BIEMBENGUT, M. S., & HEIN, N. (2000). **Modelagem Matemática no Ensino.** São Paulo: Contexto.

CALDEIRA, A.D.; ARAUJO, J.L. (orgs). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira:** pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007, p. 17-32.

CALDEIRA, A.D. **Etnomodelagem e suas relações com a Educação Matemática na infância.** In: BARBOSA, J.C.; CALDEIRA, A.D.; ARAUJO, J.L. (orgs). Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007, p. 81-98.

CALDEIRA, A. D.; MEYER, J. F.C. A. **Educação matemática e ambiental:** uma proposta de formação continuada e de mudanças. Zetetiké, Campinas, v. 9, n. 15/16, 2001, p. 155-170.

CAMPOS, C. R. **A Educação Estatística: uma investigação acerca dos aspectos relevantes à didática da estatística em cursos de graduação**. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP-Rio Claro, 2007.

CARVALHO, C. **Comunicação apresentada na mesa redonda Literacia Estatística do I Seminário de Ensino de Matemática – 14ª Conferência realizada pelo COLE, Campinas (São Paulo), 22-25 de Julho de 2003.**

CHAVES, M. I. A; ESPIRITO SANTO, A.O. **Modelagem Matemática: uma concepção e várias possibilidades**. In: Bolema - Boletim de Educação Matemática, ano 21, nº 30, 2008, p.149-161.

CAMPOS, C. R. (2007). **Educação Estatística: uma investigação acerca dos aspectos relevantes à didática da Estatística em cursos de graduação**. Tese de Doutorado, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, Brasil.

CAMPOS, C. R., FERREIRA, D. H. L., JACOBINI, O. R., & WODEWOTZKI, M. L. L. (2012). **Modelagem matemática como instrumento de interação entre aprendizagem curricular e reflexões críticas na sala de aula de estatística**. Augusto Guzzo Revista Acadêmica, São Paulo, 10, 96- 112.

CRESPO, A. A. (2009). **Estatística fácil** (19a ed.). São Paulo: Saraiva.

DINIZ, L.N., **O Papel das Tecnologias da Informação e Comunicação nos Projetos de Modelagem Matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas – UNESP/Rio Claro, 2007.

DUARTE, T. O. C. **A Estatística no 1º ciclo**. Uma abordagem no 3º ano de escolaridade. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Ciências. Universidade de Lisboa – Lisboa, 2004.

ELLIOT, J. **Recolocando a pesquisa-ação em seu lugar original e próprio**. In: GERALDI, C. M. G.; FIORENTINI, D.; PEREIRA, E. M. A. (Orgs.). Cartografias do trabalho docente. Campinas: Mercado da Letras, 1998, p. 137-152.

FERREIRA, D. H.L. **O Tratamento de Questões Ambientais através da Modelagem Matemática**. Um Trabalho com Alunos do Ensino Fundamental e Médio. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP Rio Claro, 2003.

FERREIRA, D. H.L.; WODEWOTZKI, M. L. L. **Questões ambientais e Modelagem Matemática: uma experiência com alunos do ensino fundamental**. In: BARBOSA, J.C.; CALDEIRA, A.D.; ARAUJO, J.L. (orgs). Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007, p. 115-132.

GAL, I. **Adult numeracy development: theory, research, practice.** Cresskill, NJ: Hampton Press, 2000.

GARNICA, A.V.M. **Filosofia da Educação Matemática:** algumas ressignificações e uma proposta de pesquisa. In: BICUDO, M. A. V. (Org). Pesquisa em Educação Matemática: concepções & perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999, p.59-74.

GARNICA, A. V. M. **Historia Oral e Educação Matemática** In: ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. (orgs.). Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2006, p. 79-100.

GAZZETA, M. **A Modelagem como Estratégia de Aprendizagem na Matemática em Cursos de Aperfeiçoamento de Professores.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1989.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais.** Rio de Janeiro: Record, 2003.

HABERMAS, J. **Conhecimento e Interesse.** Tradução autorizada da segunda edição alemã, publicada em 1973 por Suhrkamp Verlag, Frankfurt am Main, Alemanha Ocidental. Traduzido por: José N. Heck, ZAHAR Editores. Rio de Janeiro, 1982.

HAIR, Joseph F; Tathan, Ronald L.; Aderson, Rolph E.; Black, William. **Análise multivariada de dados.** Porto Alegre: Editora Bookman, 2005.

JACOBINI, O. R.; WODEWOTZKI, M. L. L. **Uma Reflexão sobre a Modelagem Matemática no Contexto da Educação Matemática Crítica.** In: Bolema - Boletim de Educação Matemática, ano 19, nº 25, 2006, p.71-88.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. **A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education.** Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, v. 38, n. 3, 2006. p. 302-310.

KAISER-MESSMER, G. **Application-orientated mathematics teaching: a survey of the theoretical debate.** In: NISS, M.; BLUM, W.; HUNTLEY, I. Teaching of Mathematical Modelling and Applications. Chichester: Ellis Horwood, 1991, p. 83-92. LDB. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, 1996. In: EMR, Ensino Médio em Rede: Programa de Formação Continuada para Professores do Ensino Médio, 2004. CDROM.

LOPES, C. A. E. **A Probabilidade e a Estatística no Ensino Fundamental: uma análise curricular.** Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 1998.

LOUREIRO, C.; OLIVEIRA, F.; BRUNHEIRA, L. **Ensino e Aprendizagem da Estatística**. GRAFIS. Lisboa, 2000.

MACHADO, N. J. **Cidadania e educação**. São Paulo: Escrituras, 2001.

MARIANO, C. R. **Indícios Da Cultura Docente Revelados em um Contexto Online no Processo da Formação de Professores de Matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP-Rio Claro, 2008.

MEMORIA, J. M. P. **Breve História da Estatística**. Brasília, DF: Embrapa Informação Tecnológica. 2004.

MENDES, C. R.; ALVES, R. L. **Uma proposta de ensino de Estatística através de projetos: um desafio para a sala de aula**. In: VII EPEM - Encontro Paulista de Educação Matemática, 2004, São Paulo. Anais do VII EPEM - Matemática na escola: Conteúdos e Contextos, 2004.

MONTEIRO, A. **O ensino de matemática para adultos através do método Modelagem Matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1991.

MONTEIRO, A.; JUNIOR, G. P. **A Matemática e Os Temas Transversais**. São Paulo: Editora Moderna, 2001.

MINGOTI, Sueli Aparecida. **Análise de dados através de métodos de estatística multivariada: uma abordagem aplicada**. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2005.

PEREZ, G. Prática Reflexiva do Professor de Matemática. In: BICUDO, M.A.V.; BORBA, M.C. (orgs.). **Educação Matemática: Pesquisa em Movimento**. São Paulo: Editora Cortez, 2004, p. 250-263.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PONTE, J. P. **Literacia Matemática. Comunicação apresentada no Congresso Literacia e Cidadania, Convergências e Interface, realizado pelo Centro de Investigação em Educação “Paulo Freire” da Universidade de Évora**, de 28 a 30 de Maio de 2002, publicado nas Actas em CD-ROM com o nº 37.

PONTE, J. P. et al. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

PONTE, J.P. **Prefácio do livro “Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática”**. Campinas: Alínea, 2006.

RAGSDALE, Cliff T. **Spreadsheet Modeling and Decision Analysis**. USA: Editora Thomson South-western, 2004.

SHAUGHNESSY, M. **Emerging issues for research on teaching and learning probability and statistics**. In: B. Philips (Ed.), Papers on statistical education presented at ICME-8. Swinburne: Swinburne University of Technology, 1996, p. 39-48.

SNEE, R. D. **Discussion: Development and Use of Statistical Thinking: A New Era**. International Statistical Review, 67, 1999, 255-258.

SOUZA, L.A. **Historia Oral e educação matemática: um estudo, um grupo, uma compreensão a partir de várias versões**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP-Rio Claro, 2006.