

MECÂNICA DOS SÓLIDOS – ESTÁTICA

UNIDADE 3 - ANÁLISE ESTRUTURAL

Luís Fernando Nicolini

Introdução

Caro, estudante, você já se perguntou ao ver uma estrutura como um edifício, ponte, cobertura de aeroporto ou galpão, quais as considerações e ferramentas que os engenheiros utilizam para projetá-las? Você já se perguntou como se chegou à geometria que vemos? Por que ela tem esse formato com várias barras conectadas? O fato de existir vão ou vazios entre as barras é algo positivo para estrutura a enfraquece?

Para projetar uma estrutura treliçada e suas ligações é necessário conhecer as forças a qual cada elemento está submetido. Deste modo, pergunta-se como podemos estimar estas forças em cada elemento para realizar um dimensionamento adequado? Para responder essas perguntas, iremos aprender os métodos dos nós e o método das seções para treliças simples e compostas.

Iremos iniciar essa unidade aprendendo um pouco mais sobre o que são treliças e seus principais tipos. Iremos explorar mais a fundo os métodos dos nós e das seções, aplicados a treliças planas e espaciais.

Ao final desta unidade seremos capazes de conhecer as forças nos membros de treliças estaticamente determinadas. Para as treliças estaticamente indeterminadas (com mais membros ou apoios que o necessário para ser estável) iremos aprender a identificar esses casos e quais os métodos são indicados para determinar suas forças.

Vamos aproveitar esta unidade com atenção! E principalmente divirta-se com esse aprendizado e o mundo de conhecimento que está se abrindo.

3.1 Treliça estrutural

Vencer vãos sempre foi um desafio da engenharia. Uma viga está submetida a esforços complexos, incluindo forças axiais e fletoras. Há regiões da viga sob tração e outras sob compressão. Dependendo de sua geometria, a viga também pode apresentar regiões de transição onde os esforços são pequenos. Isto significa que o material dessas regiões não está desempenhando nenhum papel estrutural. Deste modo, é possível redimensioná-la visando reduzir custos e peso sem alterar significativamente sua resistência.

A pergunta que fica é como podemos substituir uma estrutura sólida por outra mais leve mantendo sua resistência? Uma forma muito inteligente de obter esse resultado é por meio da utilização de vários membros esbeltos estrategicamente distribuídos e ligados entre si, formando assim um sistema construtivo chamado de treliças estruturais.

3.1.1 Definição

Treliças são estruturas formadas por elementos (ou membros) delgados conectados entre si pelas extremidades por meio de articulações sem atrito seja pela soldagem ou pelo aparafusamento (LEET et al., 2010). A cada uma desses pontos de conexão é dado o nome de **nó de treliça**. Considera-se ainda que todos os carregamentos sejam localizados apenas nos nós de treliça. Essas duas considerações, por sua vez, fazem com que os elementos sejam submetidos a forças puramente axiais que podem ser tratativas ou compressivas. Sendo considerados elementos de duas forças, pois necessitam apenas duas forças para estarem em equilíbrio estático, essas forças são aplicadas uma em cada extremidade dos elementos retos e necessariamente tem mesma intensidade, mesma direção e sentidos opostos (BEER, et al., 2013; HIBBELER, 2011).

Geralmente considera-se que a capacidade de carga do membro é muito maior que seu peso próprio. Em casos que se deseja considerar o peso próprio, este deve ser aplicado nas extremidades como forças externas adicionais. Esse artifício leva a boas aproximações em relação a determinação dos esforços axiais, porém ignora efeitos de curvatura do elemento.

3.1.2 Treliça plana

Quando os membros da treliça se situam em um único plano, a treliça é chamada de treliça plana. As análises das forças desenvolvidas nos membros da treliça serão bidimensionais. Quando a treliça plana é formada por triângulo constituído por três elementos e três nós chama-se de treliça simples. Esses triângulos são estruturas que conferem rigidez e estabilidade, formando a base para estruturas treliçadas mais complexas.

Caso houver quatro ou mais barras formando um polígono, a estrutura será instável e pode facilmente se colapsar com a imposição de cargas. Se houver mais elementos ou apoios adicionais na estrutura triangular, esses elementos são chamados de redundantes, formando uma estrutura que não pode ser avaliada com as equações de equilíbrio, sendo chamada de estrutura estaticamente indeterminada.

3.1.3 Tipos de treliças simples

Existem vários tipos de treliças. A figura a seguir mostra as mais conhecidas, as quais possuem nomes em homenagem aos Engenheiros e Arquitetos que idealizaram tais concepções. Outros formatos de treliça podem ser gerados em função da criatividade do Engenheiro ou Arquiteto e requisitos de projeto. Os três primeiros tipos de treliças são utilizados para coberturas. Os membros diagonais podem ser inclinados em direção as extremidades da treliça (tipo Pratt) ou em direção a parte central da treliça (tipo Howe).

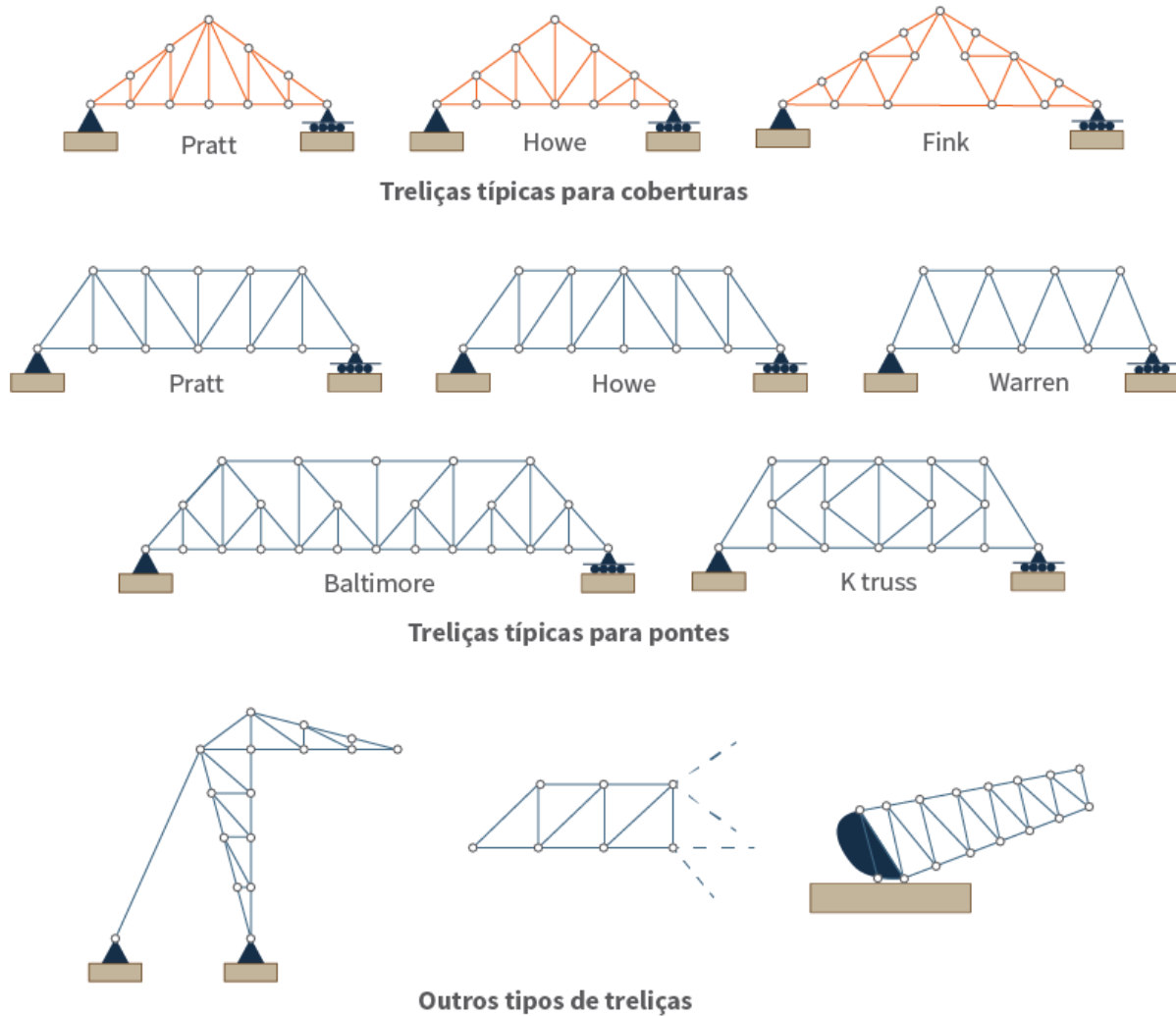


Figura 1 - Tipos de treliças mais comuns encontradas no desenvolvimento de coberturas, pontes e outras construções.

Fonte: BEER, et al., 2019, p. 303.

Esses dois tipos são os mais comuns em coberturas de madeira e aço, pois apresentam formatos simples facilitando sua produção. Vamos estudar a seguir a treliça simples.

3.2 Treliça simples: o método dos nós

Como podemos conhecer os diversos esforços aos quais a estrutura está submetida? E as forças exercidas em cada componente para que toda a estrutura se mantenha em equilíbrio estático? Uma possível resposta pode ser encontrada por meio da utilização do método dos nós ou o método das seções.

O método dos nós leva em consideração a hipótese de que cada membro da treliça exerce uma força puramente axial seja trativa ou compressiva. A ausência de esforços cortantes ou esforços de flexão simplifica o cálculo e a análise dos esforços atuantes nos membros e nós da treliça.

3.2.1 Cálculo pelo método dos nós

O Método dos Nós, conhecido como Método de Cremona, consiste basicamente em verificar o equilíbrio em cada um dos nós de uma estrutura treliçada estaticamente determinada (BEER, et al., 2013). Como estamos tratando de uma treliça submetida a esforços estáticos, pela Segunda Lei de Newton, todos os pontos da treliça devem ter somatório de forças igual à zero (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2016). Portanto, o método de Cremona é simplesmente a aplicação da Segunda Lei de Newton nos nós da treliça, considerando as forças externas bem como as forças internas a treliça as quais possuem a mesma direção das barras conectadas ao nó analisado (HIBBELER, 2011).

A determinação das forças atuantes em cada nó e elemento da treliça pode ser realizada por meio dos passos a seguir. Tal metodologia é proposta por Hibbeler (2011). Este processo de cálculo ficará mais claro para o estudante durante a realização de exercícios.

- Determinar as reações de apoio utilizando as três equações de equilíbrio globais ($\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$, $\sum M = 0$).
- Arbitrar se as barras estão tracionadas ou comprimidas. Note que não é necessário saber previamente se a força exercida pelo membro é de tração ou compressão, essa informação pode ser arbitrada e confirmada com os cálculos posteriores. Para facilitar, pode-se arbitrar que a carga está sempre atuando saindo do nó com direção da barra. Neste caso, caso arbitramos que o membro está sob compressão.
- Fazer o diagrama de corpo livre de um nó com pelo menos uma força conhecida e no máximo duas incógnitas. Caso o resultado do cálculo apresentar uma força positiva significa seu sentido foi arbitrado corretamente. No entanto, se o resultado calculado for negativo, significa que é necessário inverter o sentido da força arbitrada. Ou seja, trocar de tração para compressão, ou vice-versa.
- Aplicar as duas equações de equilíbrio ($\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$) que são suficientes para determinar duas forças incógnitas. É importante destacar que há apenas duas equações de equilíbrio independentes por nó pois esta forma uma articulação (sem a presença de momentos).
- Analisar o tipo de carga (tração ou compressão) exercida no elemento da treliça. Pela Terceira Lei de Newton, sabe-se que se um nó submetido a uma ação de compressão exerce uma reação de compressão no membro, ou seja, o membro está sujeito a

forças compressivas. A mesma lógica é aplicada para casos de forças trativas.

- Utilizar as informações obtidas para escolher o próximo nó que tenha pelo menos uma força conhecida e até duas incógnitas e repetir o segundo passo.

VOCÊ O CONHECE?

James Clerk Maxwell foi um professor e cientista escocês que desenvolveu em 1864 um método simples que combina todas as forças necessárias para análises e determinar esforços em treliças (PRAKASH, 1997). Tal método foi posteriormente implementado pelo professor e matemático italiano Luigi Cremona e publicado ao final do século XIX (CREMONA, 1890).

Vamos utilizar o exemplo disponível na figura a seguir para determinar as forças atuantes no membro 3 da treliça. A treliça está sujeita a uma força compressiva de 5 kN e possui 5 m de altura. A distância entre os apoios é de 6 m. A barra 4 tem metade do comprimento da barra 2. Para resolução do problema, utilizaremos a metodologia descrita acima.

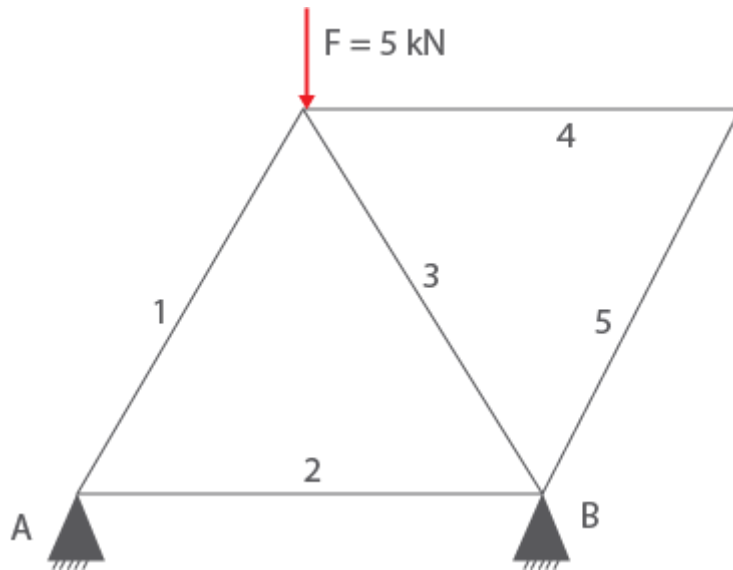


Figura 2 - Treliza sujeita a 5 kN de força compressiva.

Fonte: Elaborada pelo autor, 2019.

Para determinar as reações de apoio, realizamos a soma dos momentos em torno do primeiro suporte e do segundo suporte. Igualamos o somatório dos momentos à zero, pois se trata de um problema estático. Assim, temos

$$\sum M_A = 0$$

$$(3\text{m})(-5\text{ kN}) + (6\text{m})(R_B) = 0 \rightarrow R_B = 2.5\text{ kN}$$

Realizando esse mesmo processo em torno do ponto B temos

$$\sum M_B = 0$$

$$(3\text{m})(-5\text{ kN}) + (6\text{m})(R_A) = 0 \rightarrow R_A = 2.5\text{ kN}$$

Tais valores são consistentes, pois a soma das forças externas ao longo do eixo vertical é nula, indicando que a estrutura está em equilíbrio.

O próximo passo é arbitrar e desenhar o diagrama de corpo livre de um nó. Neste caso, vamos escolher o nó situado no suporte A. O diagrama de corpo livre fica igual aquele indicado na figura a seguir, caso arbitramos que as forças internas estão saindo do nó.

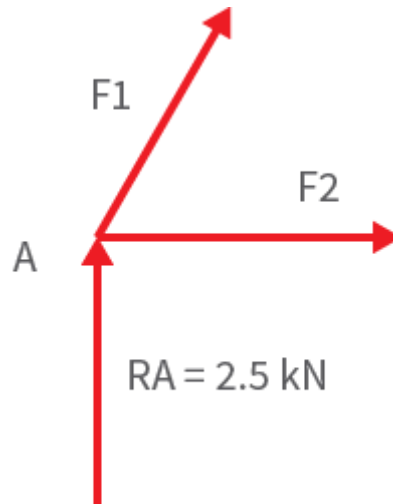


Figura 3 - Diagrama de corpo livre para o nó localizado no suporte A.

Fonte: Elaborada pelo autor, 2019.

Aplicando as duas equações de equilíbrio, temos:

$$\sum F_y = 2.5 \text{ kN} + F1 \sin(59) = 0 \rightarrow F1 = 2.92 \text{ kN}$$

$$\sum F_x = F2 + 2.92 \cos(59) = 0 \rightarrow F2 = -1.51 \text{ kN}$$

Analisando o tipo de carga presente no elemento da treliça nota-se que obtemos um sinal positivo para a força F1 e um sinal negativo para a força F2. Isso significa que arbitramos corretamente o sinal da força F1 e a força F2 possui um sentido diferente do arbitrado. Ou seja, a barra 1 está sob compressão e a barra 2 está sob tração. Estas informações devem ser levadas em consideração no cálculo dos elementos utilizando os outros nós.

A figura a seguir mostra o diagrama de corpo livre para o nó localizado no topo onde a carga externa é aplicada. Neste caso, mantemos o sentido da força F1, pois encontramos um valor positivo na etapa anterior.

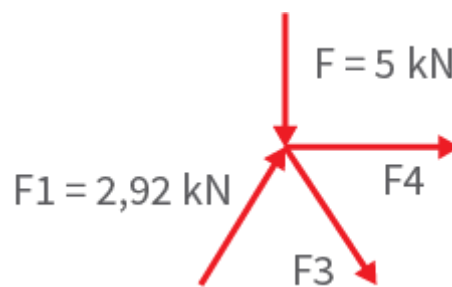


Figura 4 - Diagrama de corpo livre para o nó superior onde a carga externa é aplicada.

Fonte: Elaborada pelo autor, 2019.

Aplicando as equações de equilíbrio temos:

$$\sum F_y = -5 + 2.92 \sin(59) - F3 \cos(90 - 59) = 0 \rightarrow F3 = -2.92 \text{ kN}$$

$$\sum F_x = F_4 + 2,92 \cos(59) - 2,92 \cos(59) = 0 \rightarrow F_4 = 0 \text{ kN}$$

Os resultados indicam que a força atuante na barra 3 é de **$F_3 = 2.92 \text{ kN}$** .

3.2.2 Estaticidade

Como visto, há três reações incógnitas de apoio e uma força axial incógnita para cada membro. Em contraponto, cada nó possui duas equações de equilíbrio independentes (somatório de forças no eixo x e somatório de forças no eixo y) (HIBBELER, 2011). Segundo Meriam e Kraige (2009), uma treliça constituída de j nós e m membros é estaticamente determinada se o número de equações de equilíbrio independentes é igual ao número de incógnitas, e essa verificação pode ser feita utilizando a seguinte equação:

$$m = 2j - r.$$

A incógnita r representa os componentes de suporte. No caso de igualdade da equação, diz-se que a treliça é perfeita apresentando uma quantidade de membros capazes de resistir a carga sem sofrer demasiada deformação (SHAMES, 2002). No entanto, caso o número de incógnitas (relacionado ao número de membros) for maior que o número de equações (relacionado ao número de nós), existem mais membros que o necessário e a treliça é considerada hiperestática (MARTHA, 2010). Neste caso, o problema não pode ser resolvido apenas com as equações de equilíbrio e corresponde a inequação

$$m > 2j - r.$$

Caso o número de incógnitas for menor que o número de equações, há falta de membros na treliça, sendo chamada de treliça instável (MERIAM; KRAIGE, 2009). Isto é, poderá entrar em colapso assim que algum carregamento for imposto sobre a estrutura. Tal caso, corresponde a inequação

$$m < 2j - r.$$

A instabilidade de uma treliça pode ser avaliada intuitivamente. A figura a seguir mostra dois exemplos. É possível notar que a estrutura pode facilmente entrar em colapso por meio de aplicações de forças externas gerando uma deformação demasiadamente grande.

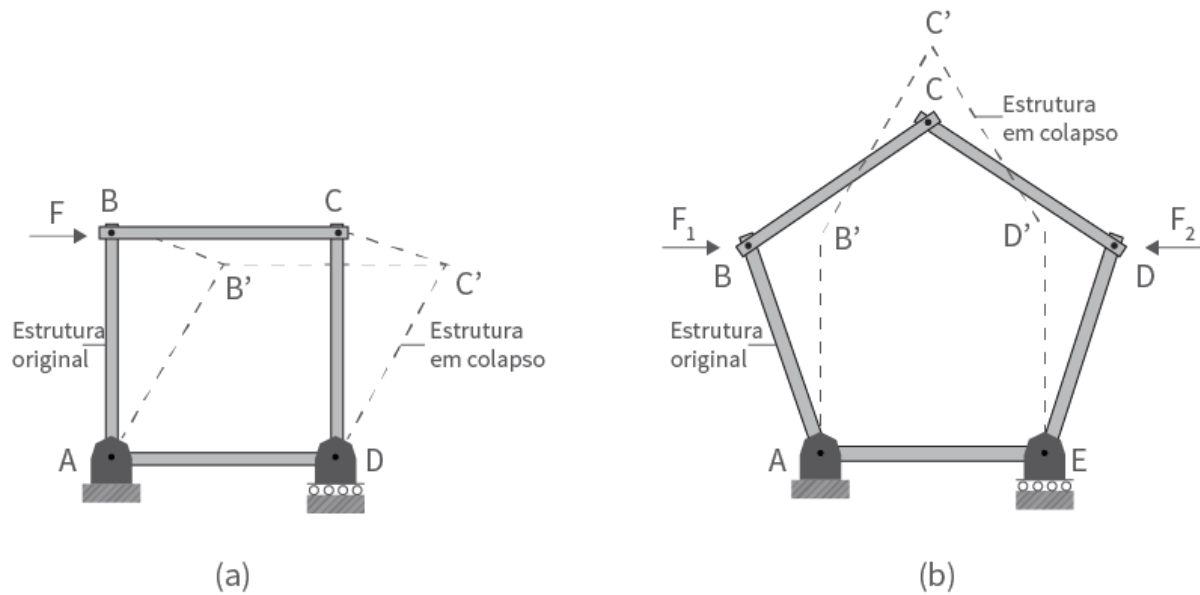


Figura 5 - Exemplos intuitivos de treliças instáveis que não são capazes de conferir rigidez a estrutura. A aplicação de forças, mesmo que pequenas, pode gerar o colapso da estrutura.

Fonte: Elaborada pelo autor, baseada em GOMES, 2016.

A figura apresentada na sequência mostra exemplos de treliças obtidos na literatura (DUBEY, 2013). A treliça (a) possui três membros, três articulações e fornece três componentes de reação (força horizontal e força vertical no ponto A e força vertical no ponto B). Este configura um caso de uma treliça perfeita ou estável. A mesma conclusão se aplica para o exemplo (b). Em ambos os casos a igualdade é encontrada durante cálculo. No exemplo (c), temos uma treliça instável que possui oito membros, seis articulações e seis componentes de suporte. O fato de adicionar duas barras que conectam de forma diagonal e estão presentes no centro da treliça do exemplo (c) configura o exemplo (d), o qual traz o estado de redundância.

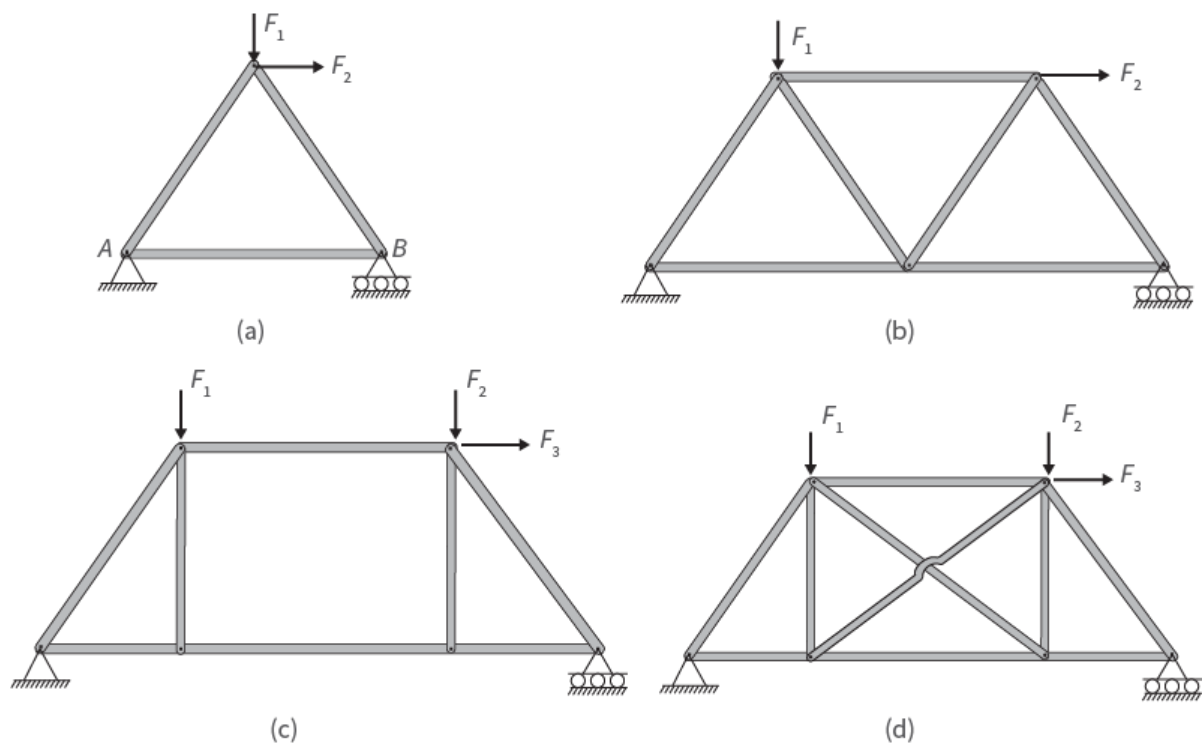


Figura 6 - Exemplo de treliças perfeitas (a) e (b), instável (c) e redundante (d).
Fonte: Elaborada pelo autor, baseada em DUBEY, 2013.

A tabela a seguir mostra os resultados para o cálculo do estado de cada uma das treliças apresentadas anteriormente.

Treliça	Valor de m	Valor de j	Valor de r	$m = 2j - r$	Estado
(a)	3	3	3	$3 = 3$	Perfeita
(b)	7	5	3	$9 = 9$	Perfeita
(c)	8	6	3	$8 < 9$	Instável
(d)	10	6	3	$10 > 9$	Redundante

Figura 7 - Resultados dos cálculos para determinação do estado das treliças apresentadas na figura anterior.
Fonte: Elaborada pelo autor, baseado em DUBEY, 2013.

Segundo Dubey (2013), as suposições a seguir são necessárias para uma treliça ser perfeita. Clique na interação e veja.

Todos os membros da treliça devem ser retos e conectados por si por meio de sistemas livres de atrito.

Todas as cargas externas estão agem nesses sistemas livres de atrito.

Todos os membros da treliça possuem peso próprio desprezível.

Todos os membros da treliça e forças externas agindo nos sistemas livres de atrito estão no mesmo plano.

A condição de equilíbrio estática pode ser aplicada na análise de treliças perfeitas (por exemplo, $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$, $\sum M = 0$).

3.3 Treliça simples: o método das seções

O Método de Ritter ou Método das Seções usado para determinar as cargas axiais atuantes nas barras de uma treliça baseia-se no princípio segundo o qual, se o corpo está em equilíbrio, então qualquer parte dele também está em equilíbrio (HIBBELER, 2011). Tal método utiliza como base a Segunda Lei de Newton para cálculo das cargas axiais (BEER, et al., 2013).

VOCÊ O CONHECE?

August Ritter foi um pesquisador que desenvolveu um método analítico para determinação de forças internas atuantes em treliças (KURRER, 2016). A genialidade do método vem da ideia de simplificar o problema realizando “cortes” na treliça e analisando bem como realizando cálculos para partes de sua estrutura.

Para o caso de uma treliça plana, o Método das Seções pode ser empregado por meio dos seguintes passos e verificações. Clique na interação para ver.

cortar a treliça em duas partes visando simplificar o problema. O corte deve passar pelo elemento a ser analisado. É importante ressaltar que só podem ser cortadas tantas barras (de grandeza e sentidos desconhecidos) quantas equações da estática se possam escrever, evitando que gere um sistema de equações indeterminado (GOMES, 2016). Portanto, para uma treliça plana, o corte deve ser feito com no máximo três barras as quais apresentarão no máximo 3 incógnitas, tornando possível a determinação delas por meio das equações de equilíbrio. Adicionalmente, se o cálculo for no plano, deve-se efetuar no máximo o corte de três barras, não devendo estas ser paralelas nem concorrentes num ponto (GOMES, 2016);

adotar uma das partes para verificar o equilíbrio. A outra parte deve ser ignorada até o próximo corte. Pode-se escolher a parte que potencialmente demanda menos esforço para realização dos cálculos. É importante notar que entrarão nos cálculos, somente as barras da treliça que forem cortadas, as forças ativas e reativas da parte adotada para a verificação de equilíbrio;

desenhar o diagrama de corpo livre da parte selecionada. Lembre-se que hipotetizou-se que as barras da treliça são capazes de suportar somente carregamentos axiais;

aplicar as equações de equilíbrio para determinar as forças atuantes nas barras da treliça. Se tratando de uma treliça planar utiliza-se a Segunda Lei de Newton por meio das equações

$$\sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \sum M = 0$$

repetir o procedimento, até que todas as barras da treliça estejam calculadas. Neste método, pode-se considerar inicialmente todas as barras tracionadas, ou seja, barras que “puxam” os nós, as barras que apresentarem sinal negativo nos cálculos, estarão comprimidas.

De acordo com Gomes (2016), existem duas exceções ao Método de Ritter:

Quando se deseja conhecer o esforço numa só barra não é condição obrigatória fazer o corte apenas em três barras. Efetivamente se as demais, em qualquer número, se intersectarem num único ponto, poderá cortar-se a estrutura com a intercepção nessas barras e cortar ainda a barra cujo esforço é incógnito. Assim, escolhe-se a equação de momentos relativamente ao ponto onde a maior parte das barras são concorrente e determina-se o esforço da única barra que não é concorrente [...]. Quando duas das três barras cortadas por uma secção de Ritter são paralelas é mais cómodo utilizar duas equações de momentos e uma equação de projeção numa direção, como equações de equilíbrio da estática. (GOMES, 2016, p. 24).

CASO

Coberturas feitas em estruturas metálicas são amplamente utilizadas. Para realizar esse tipo de projeto o engenheiro deve ter conhecimento dos requisitos de projetos como: dimensões; vãos livres; localização, entre outros. Com essas informações é possível estimar os carregamentos na estrutura para dimensionamento dos perfis a serem utilizados e também determinar as reações para dimensionar os pilares de apoio.

Vamos considerar um galpão de duas águas com cobertura feita por uma treliça do tipo Howe. Sabendo que a força de arrancamento do vento é exercida em cada nó do banzo superior com valor F e que o coeficiente de pressão na região de barlavento (região da cobertura que é frontal a vento vindo de determinada direção) é 0,8 e 0,4 para a região de sotavento (região da cobertura oposta ao barlavento). Ver figura esquemática a seguir.

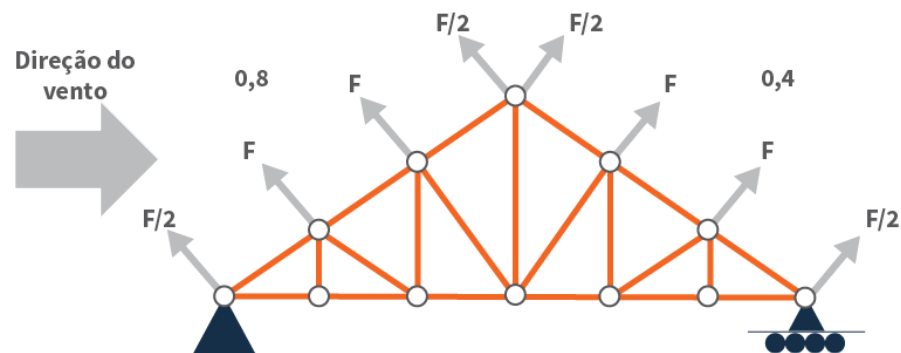


Figura: Exemplo de estrutura metálica sofrendo as força de arrancamento do vento.

Fonte: Elaborada pelo autor, baseada em BEER, et al., 2019.

Agora pode-se obter as reações nos apoios e forças internas nas barras para dimensionamento das mesmas.

O exemplo a seguir, é um caso adaptado de BEER, et al., (2019), em que apresenta uma treliça de cobertura com vão de 30 m de comprimento com nós espaçados em 5 m, e altura máxima de 8 m. Os apoios estão localizados nos nós A e L, ou seja, nas laterais como ocorre nas diversas aplicações deste tipo de treliça. Um exemplo é a cobertura dos galpões agrícolas. O objetivo é determinar as forças nos membros FH e GI. Como o objetivo do exemplo não é calcular as reações, a seguir será apresentado o diagrama de corpo livre com as reações calculadas e indicação no local onde a treliça será seccionada.

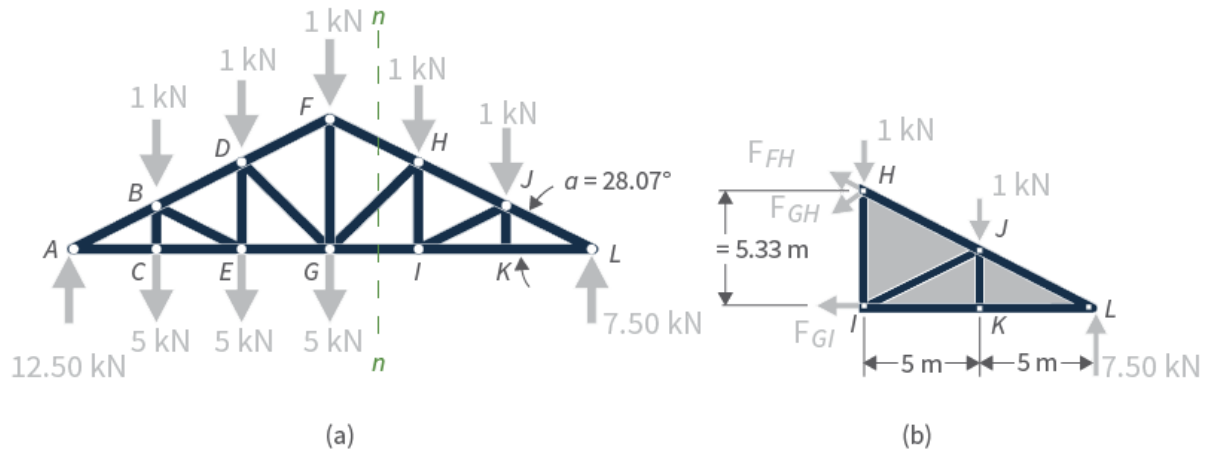


Figura 8 - Diagrama de corpo livre da treliça de cobertura e local indicado para seccionar a treliça (a). Diagrama de corpo livre da parte seccionada (b).

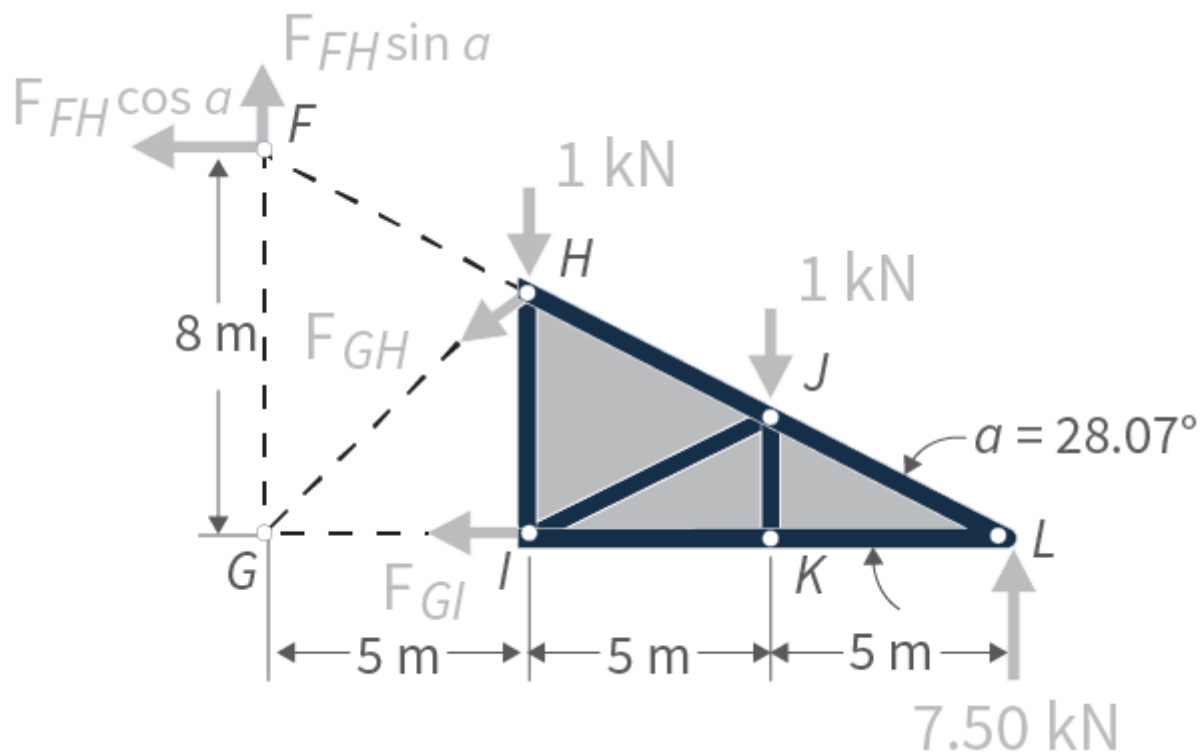
Fonte: BEER, et al., 2019, p. 323.

Seguindo a Segunda Lei de Newton, igualamos o somatório dos momentos à zero no ponto H, pois se trata de um problema estático, ou seja, de equilíbrio mecânico. Assim, temos $\sum M_H = 0$ o que, utilizando os valores dos braços de alavanca e as respectivas forças, gera

$$(10 \text{ m})(7.5 \text{ kN}) - (5 \text{ m})(1 \text{ kN}) - (5.33 \text{ m})(F_{FH}) = 0$$

$$\rightarrow F_{FH} = +13.13 \text{ kN}$$

Uma forma inteligente de obter a F_{FH} é utilizando $\sum M_G = 0$, como ilustrado na figura a seguir.



Lembrando que as forças com linha de ação passando pelo ponto G não geram momento. Neste caso temos

$$\sum M_G = 0, \text{ o que gera}$$

$$(15 \text{ m})(7.5 \text{ kN}) - (10 \text{ m})(1 \text{ kN}) - (5 \text{ m})(1 \text{ kN}) - (8 \text{ m})(F_{FH} \cos \alpha) = 0$$

$$\rightarrow F_{FH} = +13.13 \text{ kN}$$

VAMOS PRATICAR?

Após aprendermos a calcular os esforços internos de qualquer barra de um isostática. Calcule os esforços internos de todas as barras da treliça do adaptado de BEER, et al., (2019), e monte uma tabela com todas as barra respectivos esforços normais, também indique se é de tração ou compressão. Recomenda-se, na tabela, separar as barras em grupos conforme sua função exemplo: Barras do banzo superior, barras do banzo inferior, montantes e diagonais.

Após aprendermos a calcular os esforços internos de treliças planas, iremos explorar o que acontece quando distribuímos os membros de forma tridimensional, nas chamadas treliças espaciais.

3.4 Treliça espacial

Provavelmente você já reparou estruturas com formato tridimensional em coberturas de locais como rodoviárias, ginásios, hangares, grandes centros de eventos, indústrias, entre outros. Essas estruturas geralmente são classificadas como treliças espaciais pois são aplicadas no espaço tridimensional. A figura a seguir mostra um exemplo de treliça espacial utilizada para a cobertura de um armazém industrial. Elas são estruturas com ampla utilização, aplicadas principalmente para grandes vãos como nos exemplos citados.



Figura 9 - Exemplo de treliça espacial utilizada para a cobertura de edifício moderno.

Fonte: mustafackl, Shutterstock, 2019.

Nesta unidade iremos explorar mais sobre as treliças espaciais, suas vantagens construtivas, como são definidas, e iremos conhecer alguns métodos para calcular os esforços nos elementos destas estruturas tão utilizadas.

3.4.1 Considerações iniciais

Treliças espaciais são casos especiais de estruturas reticuladas tridimensionais formadas por elementos retos posicionados em diversos planos (caso contrário seria denominado treliça plana). Geralmente são formadas por malhas de elementos triangulares dispostos no espaço, sendo conectadas por meios membros denominados montantes. De forma análoga a treliça plana em que as formas básicas rígidas são triângulos conectados, para as treliças espaciais a forma não-colapsável mais simples para sua formação é o tetraedro, que consiste em seis membros interconectados por quatro nós articulados.

VOCÊ QUER LER?

O Centro Brasileiro da Construção em Aço (CBCA) é disponibiliza cursos online e presenciais, vídeo aula e anuais de construção em aço e palestras. A revista Arquitetura & Aço contextualiza o mercado e apresenta soluções inovadoras para diversos desafios da indústria e construção civil. Você pode acessar estes materiais clicando em <https://www.cbca-acobrasil.org.br/site/revista-arquitetura-e-aco> (<https://www.cbca-acobrasil.org.br/site/revista-arquitetura-e-aco>)>.

Uma estrutura estável pode ser constituída por vários tetraedros básicos multiconectados (HIBBELER, 2011; MERIAM; KRAIGE, 2009). Dentre as qualidades construtivas de estruturas treliçadas espaciais pode-se citar: excelente relação peso/resistência possibilitando a cobertura de grandes vãos, flexibilidade para locação de apoios, devido à existência de vários nós aos quais podem ser instalados suportes; esteticamente agradável, com possibilidade de criação de diversas formas em que normalmente é desnecessário uso de forro na cobertura; fácil montagem e desmontagem; devido à grande rigidez e grande número de nós, a cobertura pode servir de suporte para equipamentos.

3.4.2 Estabilidade e equações de equilíbrio

O comportamento de uma treliça espacial é bastante análogo a uma treliça plana. Bastando adicionar uma incógnita F_z que representa a força normal do membro projetado sobre o eixo z , além das incógnitas F_x e F_y já presentes em treliças planas. Também se adiciona, aos somatórios de forças em x e y ($\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$), uma equação de equilíbrio estático representando o equilíbrio das forças da direção z ($\sum F_z = 0$).

Para a treliça espacial estaticamente determinada há $r = 6$ reações de apoio, impedindo movimentos de corpo rígido e rotações em três dimensões.

Considerando uma treliça constituída de j nós e m membros é estaticamente determinada se o número de equações de equilíbrio independentes é igual ao número de incógnitas. Essa verificação pode ser feita utilizando a seguinte relação (HIBBELER, 2011):

$$6 + m = 3j.$$

Se $6 + m > 3j$ há mais elementos que o necessário, a presença destes elementos redundantes faz com que a treliça seja estaticamente indeterminada. Caso $6 + m < 3j$ há falta de elementos e a treliça será instável, e entrará em colapso com qualquer carga sobre a estrutura.

3.4.3 Métodos matemáticos para determinação de esforços em treliças espaciais

As considerações sobre a treliça espacial ser estaticamente determinada permite aplicar tanto o método dos nós quanto o método das seções a treliças tridimensionais. Porém, na prática deve-se ter especial atenção a conhecer o verdadeiro comportamento estrutural, pois geralmente há um acréscimo de complexidade, seja pelo número maior de apoios externos, assim como elementos redundantes, que segundo El-Sheikh e Mcconnel (1993) pode ser de 15 a 25% do total de membros, para aumentar a segurança e rigidez da estrutura, fazendo com que a estrutura seja estaticamente indeterminada. Essa complexidade faz com que a experiência do engenheiro projetista não seja suficiente para uma análise estrutural confiável, pois o mesmo pode ser levado a concluir que a estrutura está com elevada segurança, o que nem sempre é válido pela simples presença de elementos redundantes (MAIOLA, 1999).

VOCÊ SABIA?

Em 1907, Alexander Graham Bell foi o primeiro engenheiro a realizar experimentos relacionados a uma estrutura espacial composta por membros conectadas por nós, e mostrar a grande resistência deste sistema em relação a seu peso. As barras utilizadas tinham mesmo comprimento, sendo um conceito amplamente explorado para redução de custos, principalmente pós-revolução industrial (CHING; ONOUYE; ZUBERBUHLER, 2014; MAKOWSKI, 1981).

Nestes casos de estruturas estaticamente indeterminadas pode-se fazer uso de modelos numéricos aproximados para estimar as forças (por exemplo, Método de Elementos Finitos, Princípio dos Trabalhos Virtuais, entre outros) e até mesmo uso de protótipos (CARAMELLI, 1993).

3.4.4 Membros de estruturas e máquinas compostas de membros conectados por pinos

Neste tópico iremos definir o que são suportes e máquinas. O papel do engenheiro é ser capaz de identificar as forças as quais a estrutura está submetida, estabilidade, região com menor resistência mecânica para realizar mudanças e assim garantir projetos seguros, eficientes, com menor custo e capaz de atender a demanda solicitada.

VOCÊ QUER VER?

Uma obra de arte, é um vídeo que mostra a histórias e alguns personagens da construção e transformação do estádio Palestra Itália, em Arena. Este episódio documenta a montagem e o içamento da primeira das cinco treliças que formam a base da estrutura da cobertura do estádio. Você pode assistir acessando aqui: <<https://www.youtube.com/watch?v=3DL4aR9JkcM> (<https://www.youtube.com/watch?v=3DL4aR9JkcM>)>.

Segundo Meriam e Kraige (2009) suportes são estruturas geralmente fixas para sustentar cargas. Máquinas são sistemas com partes móveis projetadas para transmitir forças ou torques de entrada para saída. Máquinas e suportes são estruturas em que pelo menos um de seus elementos individuais é um elemento multiforça, ou seja, está sujeito à pelo menos três forças ou pelo menos duas forças e pelo menos um momento. Essa condição faz com que as forças não estejam alinhadas com o eixo longitudinal dos elementos, portanto os métodos desenvolvidos para treliças não são suficientes para analisar essas estruturas multiforça.

As figuras a seguir demonstram exemplos de máquinas formadas por diversos elementos conectados por pinos.



Figura 10 - A escavadeira é um de máquina utilizada principalmente na construção civil.

Fonte: Juan Enrique del Barrio, Shutterstock, 2019.

A figura anterior demonstra uma escavadeira e a figura a seguir representa a parte de um guindaste utilizado como um sistema de içamento. Ambos equipamentos são amplamente utilizados na construção civil.

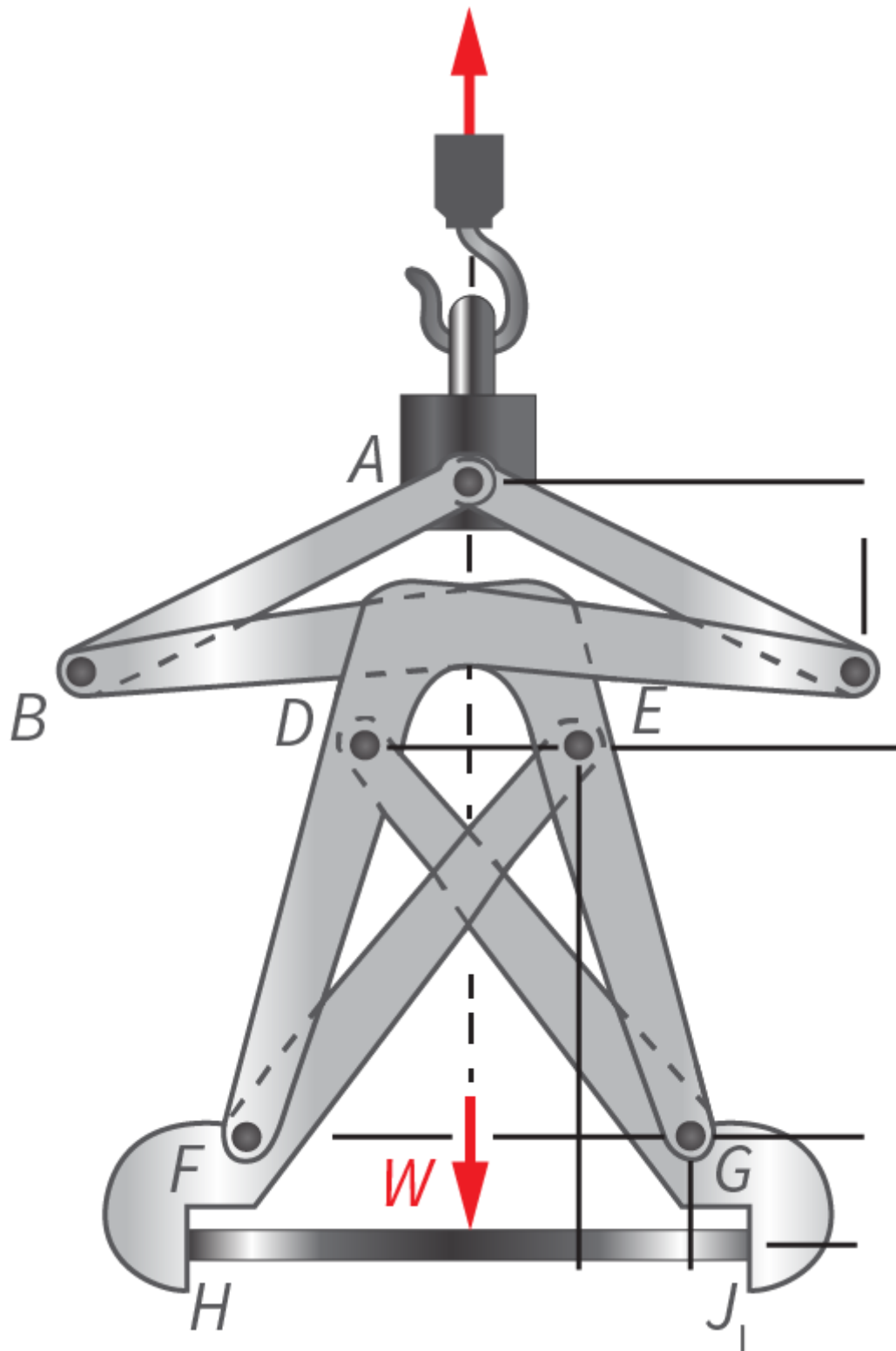


Figura 11 - Parte de um guindaste utilizado como um sistema de içamento.

Fonte: BEER, et al., 2019, p. 362.

Sabendo que exercem relativamente grandes esforços durante a realização de suas tarefas, todos os seus elementos e pinos devem ser bem dimensionados visando entre outros objetivos a segurança dos operadores e trabalhadores.

Vamos praticar?

Como desafio deste tópico, crie dimensões utilizando seu bom senso para a garra de içamento do guindaste apresentado na figura anterior, e calcule as reações dos membros da mesma. Para uma carga $w = 1000 \text{ kg}$ responda qual membro está mais solicitado e para qual força ele deve ser dimensionado. Então?! Vamos encarar mais essa?

Meriam e Kraige (2009) indicam os seguintes procedimentos para análise dessas estruturas.

Caso 1: Se a estrutura já é rígida sem a necessidade dos apoios, é melhor iniciar determinando as reações e forças externas à estrutura. Após, os membros são analisados considerando as equações de equilíbrio para cada membro separadamente.

Caso 2: Se a estrutura necessita dos apoios para se manter rígida, então o procedimento deve consistir em desmembrar e analisar o equilíbrio de cada parte separadamente, para só após determinar as reações de apoio.

Ao analisar um componente conectado por pino, parte-se do diagrama de corpo livre em que não é necessário saber previamente a direção das forças (se tração ou compressão), mas é absolutamente importante que essas forças sejam representadas consistentemente e em sentido oposto (Lei de Ação e Reação) em todos os elementos que compartilhem esse pino, como representado na figura da escavadeira.

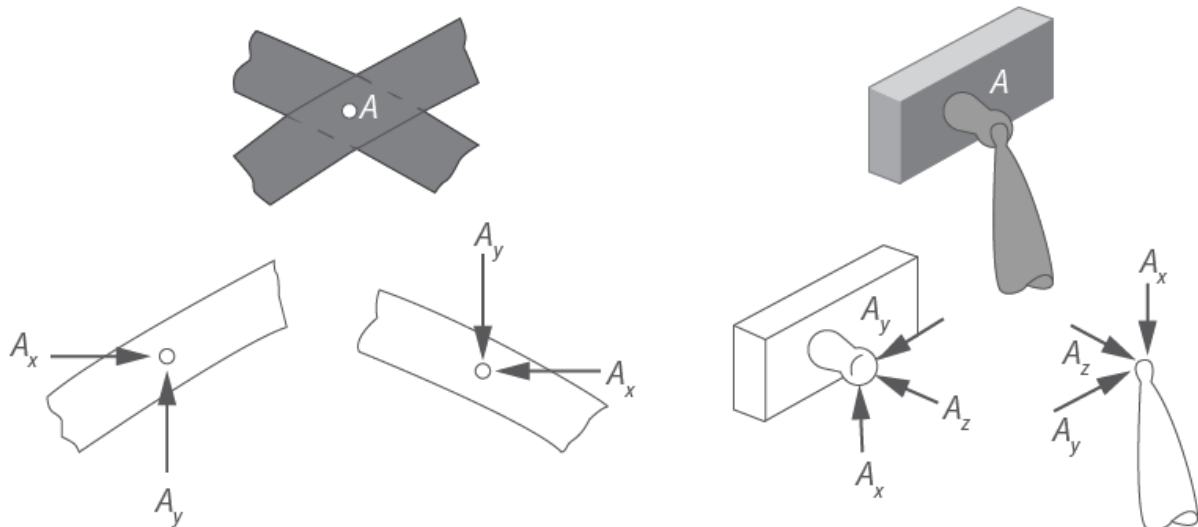


Figura 12 - Exemplo de membros conectados por articulação bidimensional (a) e tridimensional (b) com respectivos diagramas de corpo livre os membros separadamente.

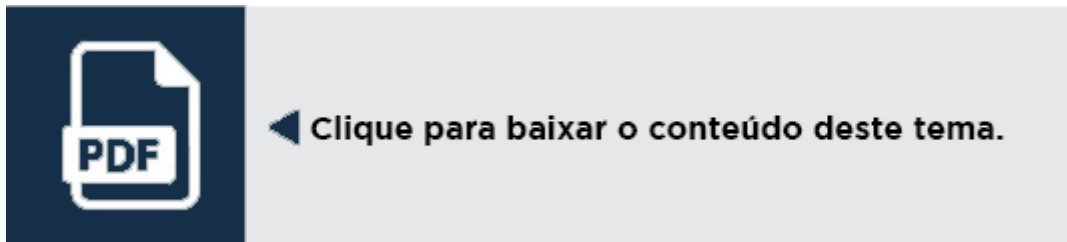
Fonte: Elaborada pelo autor, baseado em MERIAM; KRAIGE, 2009.

Os procedimentos apresentados na figura anterior, por Meriam e Kraige (2009), representam um passo importante para compreendermos como a Terceira Lei de Newton (uma das Leis mais clássicas na mecânica) tem aplicação para entendimento e a construção das estruturas e máquinas que trazem tantos avanços ao nosso mundo.

Síntese

Nesta unidade, você teve a oportunidade de:

- Esta unidade abordou a análise estrutural de treliças e máquinas compostas de membros conectados por pinos, trazendo ao leitor os conhecimentos básicos que os Engenheiros ou Arquitetos utilizam para projetar tais estruturas. Visando aprofundar os conhecimentos, esta Unidade apresentou os métodos analíticos necessários para estimar as forças atuantes nos membros que compõe uma treliça.
-
- conhecer o conceito e o objetivo de treliças estruturais;
- determinar as forças nos membros de uma treliça usando o método dos nós e o método das seções;
- conhecer os métodos matemáticos para determinar as forças nos membros de uma treliça espacial;
- analisar as forças que atuam nos membros de estruturas e máquinas compostas de membros conectados por pinos.



Bibliografia

- BEER, F.P. et al. **Vector Mechanics for Engineers: Statics and Dynamics**. 12. ed. [S.l.]: McGraw-Hill Education, 2019.
- BEER, F. P. et al. **Estática e mecânica dos materiais**. Porto Alegre: [s.n.], 2013.
- BEER, F. P.; JOHNSTON, E. R.; DEWOLF, J. T. **Mechanics of Materials**. 3. ed. [S.l.]: Tata McGraw-Hill Publishing Company Limited, 2019.
- CARAMELLI, S. Attualità e prospettive della costruzione in acciaio italiana in europa e nel mondo. **Costruzione Metalliche**, v. 45, n. 6, p. 327–376, 1993.
- CBCA. Centro brasileiro da construção em aço. **Publicações**. Disponível em: . Acesso em: 13/09/2019.
- CHING, F. D.K.; ONOUE, B.; ZUBERBUHLER, D. **Building Structures: ILLUSTRATED**. 2. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc, 2014.
- CREMONA, L. **Graphical statics: two treatises on the graphical calculus and reciprocal figures in graphical statics**. Clarendon Press, Oxford, 1890.
- DUBEY, N. H. **Engineering Mechanics: Statics and Dynamics**. New Delhi: Tata McGraw-Hill Publishing Company Limited, 2013.
- EL-SHEIKH, A. I.; MCCONNEL, R. E. Experimental study of behavior of composite space trusses. **Journal of the Structural Engineering**, v. 119, n. 3, p. 747–766, 1993.
- GOMES, M. I. **Estudo e Análise de Treliças**. Lisboa (Portugal): [s.n.], 2016.

- HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de Física - Mecânica**. 10. ed. Rio de Janeiro: [s.n.], 2016.
- HIBBELER, R. C. **Estatica - Mecânica para Engenharia**. 12. ed. São Paulo: [s.n.], 2011.
- KURRER, K. **Strength of Materials and Theory of Elasticity in 19th Century Italy**. A Brief Account of the History of Mechanics of Solids and Structures. Von D. Capecchi, G. Ruta. Stahlbau, v. 85, n. 1, p. 75–76, jan. 2016. Disponível em: . Acesso em: 13/09/2019.
- LEET, K. M. et al. **Fundamentals of Structural Analysis**. 5. ed. New York: McGraw-Hill Education, 2010.
- MAIOLA, C. H. **Análise teórica e experimental de treliças metálicas espaciais constituídas por barras com extremidades estampadas**. 1999. Universidade de São Paulo, 1999.
- MAKOWSKI, Z.S. **Analysis, design and construction of doublelayer grids**. [S.l: s.n.], 1981.
- MARTHA, L. F. **Análise de Estruturas - Conceitos e Métodos Básicos**. 2. ed. [S.l.]: Elsevier, 2010.
- MERIAM, J. L.; KRAIGE, L. G. **Mecânica para Engenharia - Estática**. 6. ed. Rio de Janeiro: [s.n.], 2009.
- OKA COMUNICAÇÕES. **Uma obra de Arte - Intervalo 05**. Youtube. [s.i], 2012. 6 min, son., color. Disponível em: . Acesso em: 11/09/2019.
- PRAKASH, D.S. **Graphical Methods in Structural Analysis**. 1. ed. Hyderguda (India): Universities Press (India) Limited, 1997.
- SHAMES, I. H. **Estática Mecânica Para Engenharia**. [S.l.]: Prentice Hall Brasil, 2002.