



Elastik Bağlama Elemanları YAYLAR







- 1. Ölçü Yayı: Dinamometre, yaylı terazi vb. de kullanılan yaylar.
- 2. **Gergi Yayı:** Konstrüksiyonun gerektirdiği öngerilmelerin mekanik, termik deformasyonla değişmesi halinde dengeyi sağlayan yaylar.

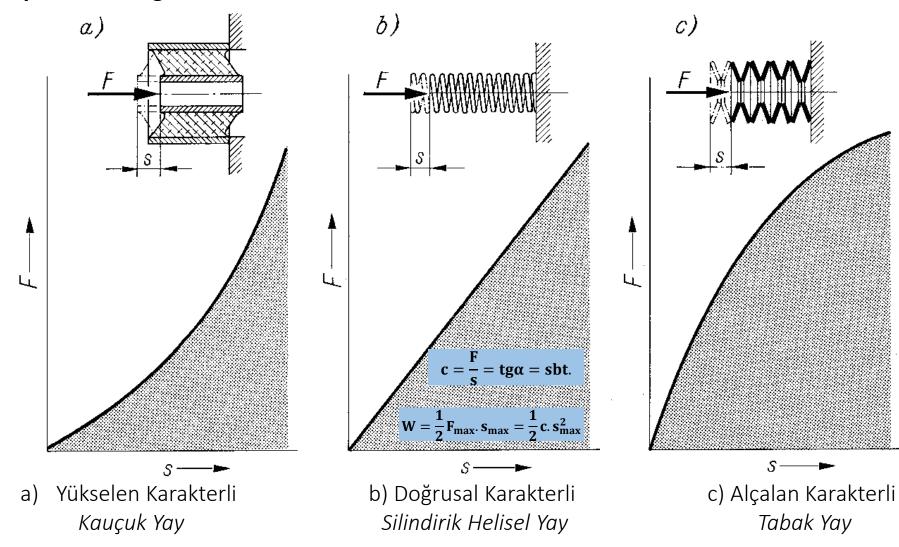


- 3. Geri Tepme Yayı: Makinelerin hareketli parçalarını, her hareketten sonra tekrar başlangıç konumuna getiren yaylar: Subap yayı, kilit yayı.
- **4. Potansiyel Enerji Depolama Yayı:** Mekanik saatlerde spiral zemberek, yine mekanik oyuncaklardaki tahrik yayları.
- 5. Kuvvet Dağıtım Yayı: Makinenin parçalarına yüklerin dengeli dağılımı için kullanılan yaylar: Taşıtlarda aks yayları, günlük yaşamımızda kullandığımız yaylı yataklardaki yaylar.
- 6. Darbe İzolasyon Yayı: Taşıt yayları, tren vagonlarında tampon yayları, elastik kavramalardaki denge yayları.
- 7. Titreşim İzolasyon Yayı: Makinelerin aktif ve pasif izolasyon yayları, titreşim sönümlemede kullanılan yaylar.
- 8. Titreşim Yayları: Titreşimin arzu edildiği yerlerde; elek, titreşim masası, karıştırıcı gibi uygulamalarda kullanılan rezonans yayları.



GENEL TANIMLAR

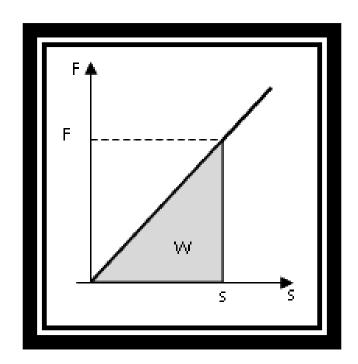
Yay Karakteristiği

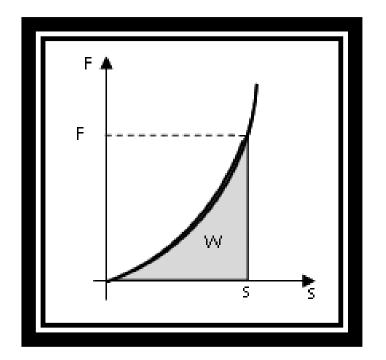






Yay İşi





$$W = \frac{1}{2}$$
 F.s veya $W = \frac{1}{2}$ c.s² Nmm

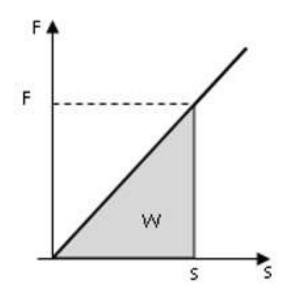
$$W = \frac{1}{2} M. \gamma$$

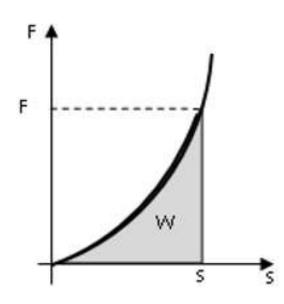
$$W = \int_0^s F. ds$$

$$W = \int_0^{\gamma} M. \, d\gamma$$









Yayın depolayabileceği maksimum enerji:

$$W_{\text{max}} = \frac{1}{2} \cdot F_{\text{max}} \cdot s_{\text{max}} = \frac{1}{2} \cdot c \cdot s_{\text{max}}^2$$

$$W_{\text{max}} = \frac{1}{2}.M_{\text{max}}.\gamma_{\text{max}}$$

$$W_{\text{max}} = \int_0^{s_{\text{max}}} F. ds$$

$$W_{\text{max}} = \int_0^{\gamma_{\text{max}}} M. \, d\gamma$$





Hacimden faydalanma değeri ve faydalanma derecesi:

Bir yayın depolayabileceği enerjinin hacme oranına hacimden faydalanma derecesi denir.

F
$$\longrightarrow$$
 F
$$W = \frac{1}{2}.F.s_{max} \text{ olur. } F = \sigma.A; \ s \cong \Delta l, \ \varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \text{ değerleri ile}$$

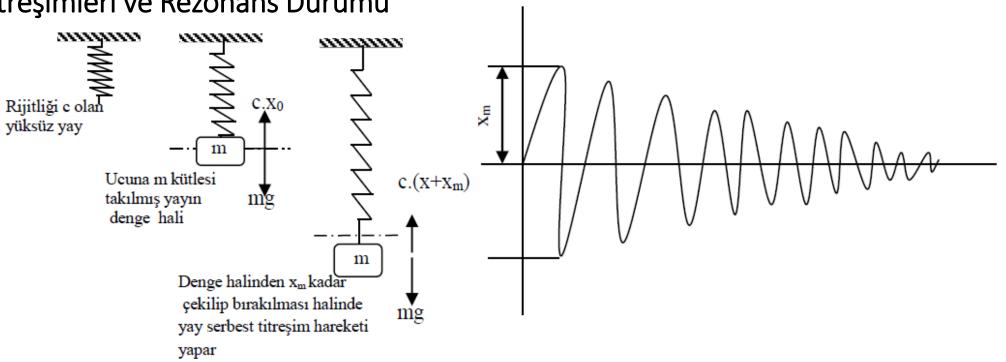
$$W = \frac{1}{2}.A.\sigma_{max}.\varepsilon_{max}.l$$

yazabiliriz. Yayın hacmi V=A.l 'dir. Yayın depolayabileceği işin hacme oranı:

$$\frac{W}{V}=\frac{1}{2}.\sigma_{max}.\varepsilon_{max}=\frac{1}{2}\frac{\sigma_{max}^2}{E}$$
 $\frac{W}{V}=\eta$ hacimden faydalanma derecesi olup, gerilmenin tüm kesitte düzgün olarak dağılımı halinde geçerlidir. Gerilme dağılımının düzgün olmadığı diğer yay konstrüksiyonlarında bu oran: $\eta=\frac{W}{V}=\frac{1}{2}\frac{\sigma_{max}^2}{E}\eta_A$ 'dir. η_A ya yayın faydalanma derecesi denir. Bilezik yaylar hariç, diğer yay konstrüksiyonları için bu değer 1 den küçüktür. (örneğin, helisel silindirik yaylar için $\eta_A=0.5$ ve makas yaylar için bu değer 0.33 'tür.



Yay Titreşimleri ve Rezonans Durumu



$$F=c.x_0+c.x_m-m.g$$
 $c.x_0=m.g$ den $F=c.x_m$ olur. $F=m.a$ dan $m.a-c.x_m=0$ ve $a=\frac{d^2x}{dt^2}$ den $m.\frac{d^2x}{dt^2}-c.x_m=0$

$$x = x_m \cdot cos\omega_0 \cdot t$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}$$

$$f_0 = \left(\frac{1}{2\pi}\right) \cdot \omega_0$$





Bu ifade serbest titreşim hareketi yapan yay-kütle sisteminin diferansiyel denklemidir. Özel çözümlerden biri;

$$x = x_m \cdot \cos \omega_0 \cdot t$$

Bu eşitlikte ω_0 : titreşimin özgül açısal frekansı olup

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}$$

$$f_0 = \left(\frac{1}{2\pi}\right) \cdot \omega_0$$
 ilişkisinden:

$$\omega = 2\pi f_0$$
 \rightarrow $f_0 = \frac{1}{2\pi}\omega = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{c}{m}} \left[\frac{1}{s}\right]$





Yay Sistemlerinin Rijitliği:

Seri Bağlı Yay Sistemleri:

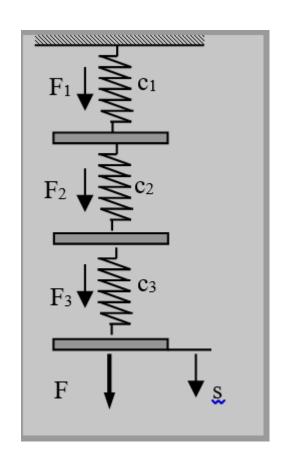
Seri bağlamada her yaya etkiyen kuvvet eşittir. Kuvvet altında her yay sırasıyla s_1, s_2 ve s_3 kadar uzayarak toplam uzama kadar olacaktır.

Şekil değiştirme miktarı $s=s_1+s_2+s_3$

Yay kuvveti
$$F = F_1 = F_2 = F_3$$

$$s_1 = \frac{F}{c_1}, \qquad s_2 = \frac{F}{c_2}, \qquad s_3 = \frac{F}{c_3} \qquad \qquad s = \frac{F}{c_{es}}$$

$$\frac{F}{c_{e\$}} = \frac{F}{c_1} + \frac{F}{c_2} + \frac{F}{c_3} \quad \text{buradan} \qquad \frac{1}{c_{e\$}} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_3}$$







Paralel Bağlı Yaylar:

$$F = F_1 + F_2 + F_3$$

$$s = s_1 = s_2 = s_3$$

Her yayın taşıdığı kuvvet

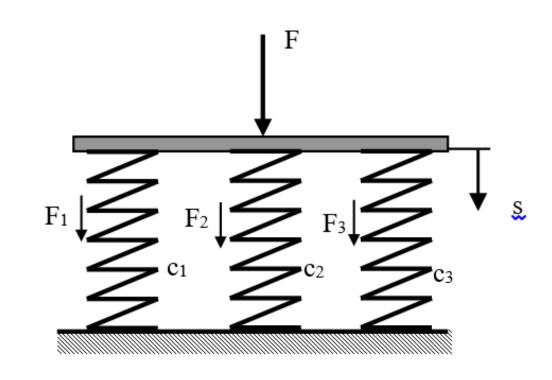
$$F_1 = c_1.s$$

$$F_2 = c_2.s$$

$$F_3 = c_3 . s$$

$$c_{es}$$
 $s = c_1 \cdot s + c_2 \cdot s + c_3 \cdot s$ $c_{es} = c_1 + c_2 + c_3$

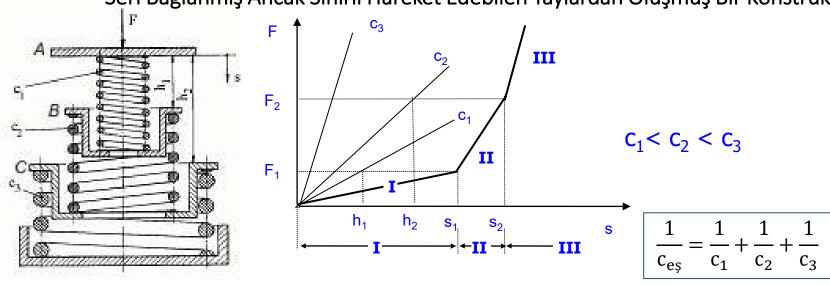
$$c_{es} = c_1 + c_2 + c_3$$







Seri Bağlanmış Ancak Sınırlı Hareket Edebilen Yaylardan Oluşmuş Bir Konstrüksiyon



F kuvveti $F_1 = c_1$. h_1 değerine ulaşıncaya kadar her üç yayda da artan bir sıkışma olur ve toplam sıkışma üç yayın sıkışmalarının toplamı kadardır. $F = F_1 = c_1$. h_1 olduğunda 1. yayın A tablası B burcuna temas ettiğinden 1.yay artık daha fazla sıkışamaz. Bu noktaya gelindiğinde üst tablanın çökme miktarı, yani yayların sıkışma miktarı:

$$\Sigma s = \Delta s_1 + \Delta s_2 + \Delta s_3 = h_1 + \Delta s_2 + \Delta s_3$$

olmuştur. F kuvveti artmaya devam ederse

$$F_1 < F < F_2 = c_2 \cdot h_2$$

süresince 2 ve 3 yayları sıkışacaktır (II. Bölge), bu bölgede eşdeğer rijitlik:

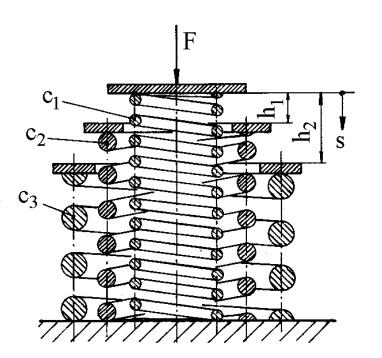
$$\frac{1}{c_{e\$}} = \frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_3}$$

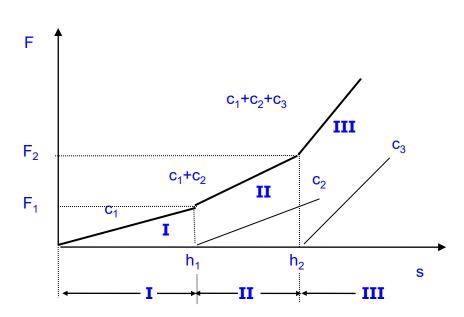
 $F = F_2 = c_2$. h_2 olduğunda A tablası C burcuna da dayanacağı için 2 yayının da sıkışması sona erecektir. Bundan sonraki kuvvet artışlarında sıkışan yay sadece 3 nolu yaydır (III. Bölge). Şekil 14.6'da görüldüğü gibi sistemin karakteristiği farklı eğimli üç doğrudan oluşur, yayın rijitliği her bölgede daha da artmıştır.





Paralel Bağlı, Ancak Yaylanması Sınırlı Üç Yaydan Oluşan Konstrüksiyon





$$F_{top} = F_1 + F_2 + F_3 + \cdots$$

$$c_{es}$$
. $\delta = c_1$. $\delta + c_2$. $\delta + c_3$. $\delta + \cdots$

$$c_{es} = c_1 + c_2 + c_3 + \cdots$$





YAY MALZEMELERİ

Yüksek mukavemetli, Cr-Si, Cr-V alaşımlı çelikler kullanılır. Soğuk ve sıcak şekillendirilebilirler. İşlem sonrasında artık gerilmeleri gidermek için ısıl işleme tabii tutulurlar. Ayrıca kumlama işlemi yapılarak yüzeylerindeki oksit tabakası ortadan kaldırılır. Yayın dinamik zorlanmalara karşı dayanımı artar.

İyi bir yay çeliği yüksek elastiklik modülüne, yüksek yorulma ve sürünme mukavemetine sahip olması gerekir.

55 Si 7, 60 Si 7, 60 CrSi 7, 51 CrV4 ve 50 CrV4 gibi...





Silindirik Helisel Yaylar







Silindirik Helisel Yaylar







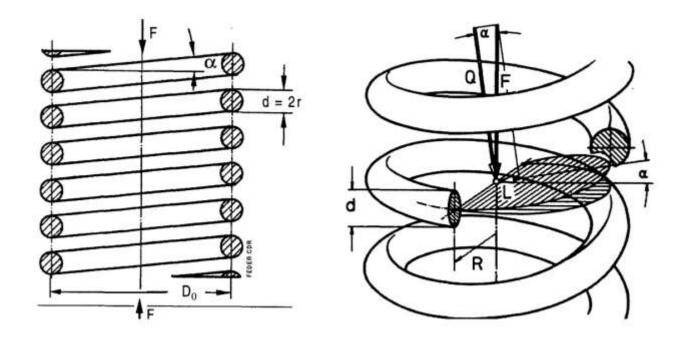
YAYLARIN HESAPLAMA YÖNTEMLERİ





Silindirik Helisel Yaylar

Helisel silindirik yaylar kuvvetin etkisi yönüne göre basmaya veya çekmeye çalışırlar. Helisel yaya ekseni doğrultusunda etkiyen F kuvveti yay kesitinde burulma gerilmesi, eğilme gerilmesi, kesme gerilmesi ve bası gerilmeleri meydana getirir.





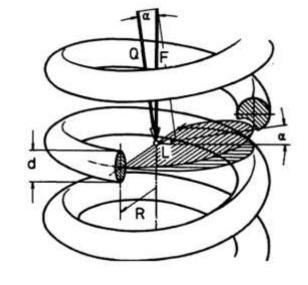


$$\tau = \frac{M_b}{W_p} = \frac{F.\cos\alpha.\frac{D_0}{2}}{W_p}$$

$$\tau_{K} = \frac{F.\cos\alpha}{\frac{\pi.\,d^{2}}{4}}$$

$$\sigma_{e} = \frac{M_{e}}{W_{e}} = \frac{F. \sin\alpha. \frac{D_{0}}{2}}{W_{e}}$$

$$\sigma_B = \frac{F. sin\alpha}{\frac{\pi. d^2}{4}}$$



$$\tau = \frac{M_b}{W_p} = \frac{F.\frac{D_0}{2}}{\frac{\pi.d^3}{16}} = \frac{8.F.D_0}{\pi.d^3}$$





Yaylanma miktarı:
$$s = \frac{8. F. D_0^3. i_y}{G. d^4}$$

Burada; D_0 : Ortalama çap

 i_y : Yaylanan sarım sayısı ($i_y = i_T - 2$)

G: Kayma modülü

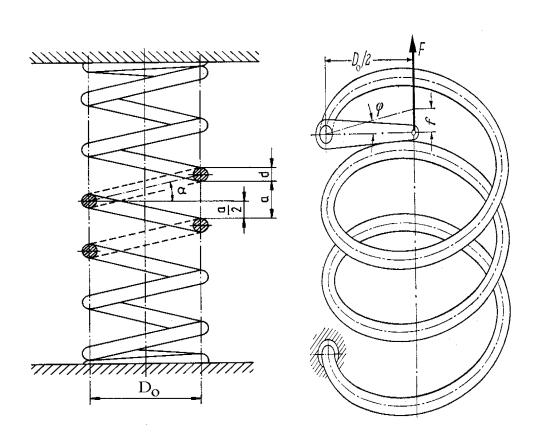
d: Tel çapı

Depolanan enerji: $W = \frac{1}{2}F.s = \frac{1}{2}c.s^2 = \eta_A \frac{\tau^2.V}{2.G}$

Burada η_A : 1/2 (faydalanma derecesi)







Eğilme:
$$\sigma_e = \frac{M_e}{W_e} = \frac{F. \sin \alpha \cdot \frac{D_0}{2}}{W_e}$$

Bası:
$$\sigma_B = \frac{F. \sin\alpha}{\frac{\pi. d^2}{4}}$$

Burulma:
$$\tau = \frac{M_b}{W_p} = \frac{F.\cos\alpha.\frac{D_0}{2}}{W_p}$$

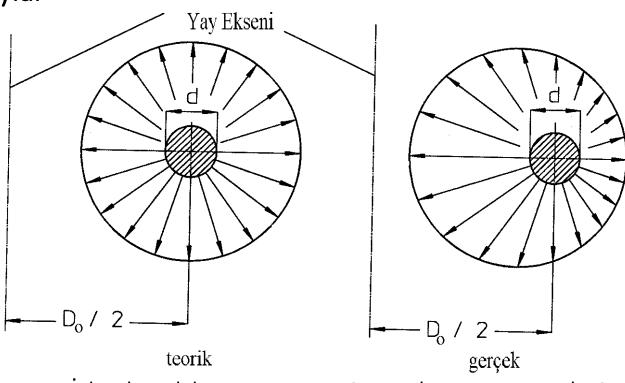
Kesme:
$$\tau_{K} = \frac{F.\cos\alpha}{\frac{\pi.\,d^{2}}{4}}$$

$$\tau = \frac{M_b}{W_p} = \frac{F.\frac{D_0}{2}}{\frac{\pi. d^3}{16}} = \frac{8. F. D_0}{\pi. d^3} \qquad s = \frac{8. F. D_0^3. i_y}{G. d^4} \qquad W = \frac{1}{2} F. s = \frac{1}{2} c. s^2 = \eta_A \frac{\tau^2. V}{2. G}$$





Silindirik Helisel Yaylar



İdeal Halde:

 $\tau_{i} = \frac{M_{b}}{W_{p}} = \frac{F.\frac{D_{0}}{2}}{\frac{\pi.d^{3}}{16}} = \frac{8.F.D_{0}}{\pi.d^{3}}$

Gerçekte En Büyük Gerilme:

$$\tau_{\text{max}} = k. \tau_{i} = \frac{8. k. F. D_{0}}{\pi. d^{3}}$$





Silindirik Helisel Yaylar

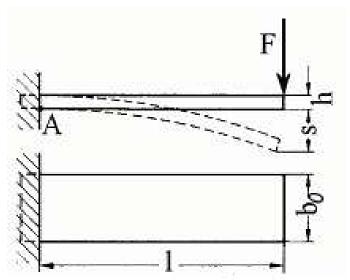
$$w = D_o / d$$

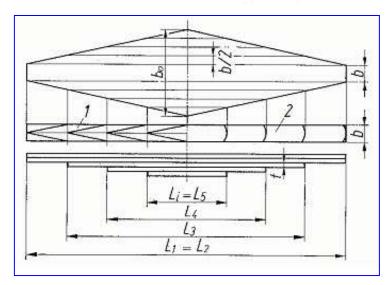
W	5	6	7	8	9	10	11
k	1,293	1,237	1,199	1,172	1,151	1,135	1,122
W	12	13	14	16	18	20	
k	1,111	1,104	1,094	1,082	1,072	1,064	

$$k = 1 + \frac{5}{4} \frac{1}{w} + \frac{7}{8} \frac{1}{w^2} + \frac{1}{w^3}$$









$$\sigma_e = \frac{6.F.l}{b_0.h^2}$$

$$F_{max} = W_e \frac{\sigma_{e_{em}}}{l} = \frac{b_0 \cdot h^2}{6} \frac{\sigma_{e_{em}}}{l}$$

$$\sigma_e = \frac{M_e}{W_e} = \frac{6.F.l}{b_0.h^2}$$

$$s = \frac{F \cdot l^3}{E \cdot J_e} = \frac{4 \cdot F \cdot l^3}{E \cdot b_0 \cdot h^3}$$

$$W = \frac{1}{2}F.s = \frac{1}{9}\frac{\sigma_e^2}{2.E}b_0.h.l = \frac{1}{18}\frac{\sigma_e^2}{E}V$$

$$c = \frac{F}{S} = \frac{E \cdot b_0 \cdot h^3}{4 \cdot l^3}$$





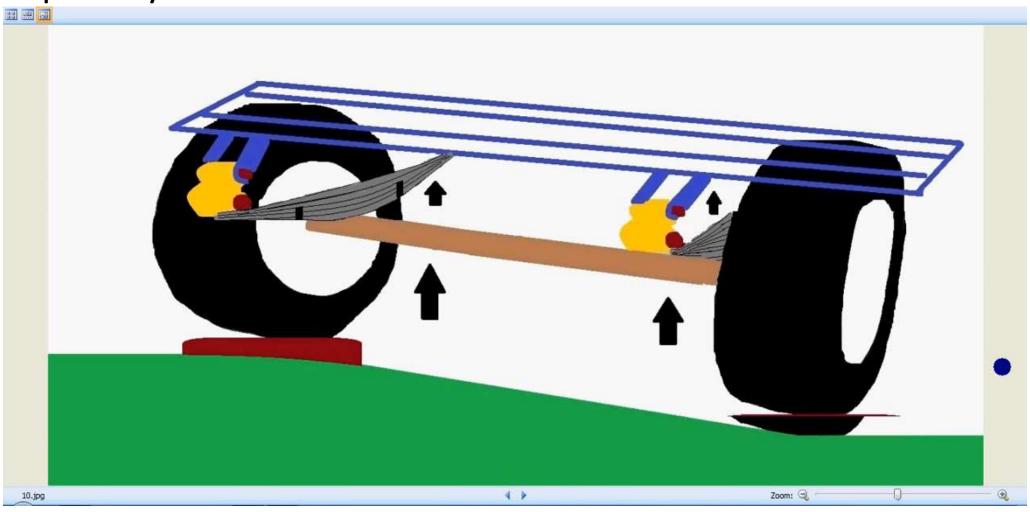












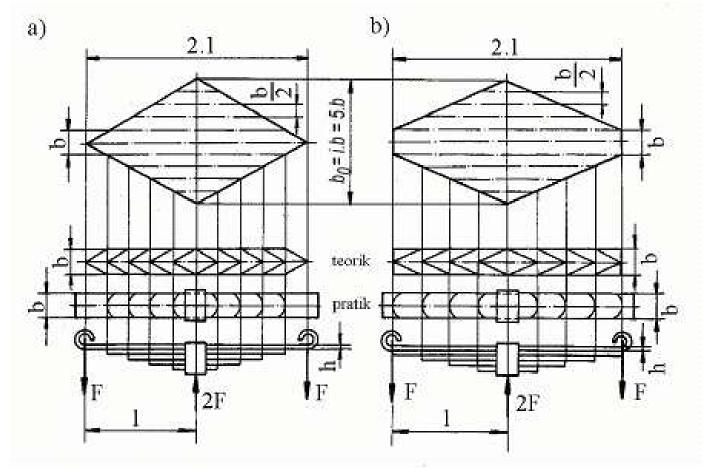




Yükleme Şekli	σe	S	W	С
	FI W _e	<u>σ_el²</u> 3E.e	<u>1 σ_e²W_el</u> 6 E.e	3 <u>E.J_{e.}</u>
1/2 F	1 F.I 2 W _e	$\frac{1}{6} \frac{\sigma_{\rm e} l^2}{3 {\rm E.e.}}$	1 σ _e ² W _e I 6 E.e	12 E.J _e
F 2 F 2 S	1 F.I 4 W _e	1 σ _e l ² 12 3E.e	$\frac{1}{6} \frac{\sigma_e^2 W_e I}{\text{E.e.}}$	48 <mark>E.J_e</mark>
\$ 1 \frac{F}{2} \f	1 F.I 8 W _e	1 σ _e .l ² 24 3.E.e	1 σ _e ² .W _e .I 6 E.e	192 <mark>E.J_e</mark>







Yaylanma miktarı:

$$s = q_1 \cdot q_3 \frac{4 \cdot F \cdot l^3}{E \cdot b_0 \cdot h^3}$$

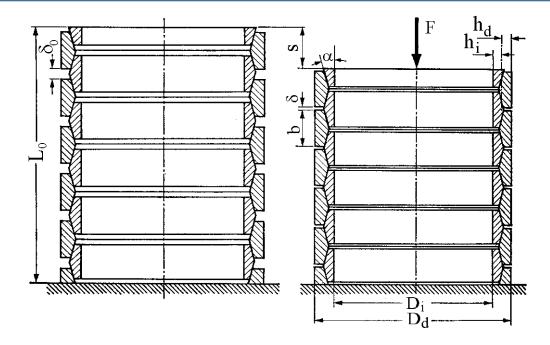
Rijitlik:
$$c = \frac{1}{4.q_1.q_2} \frac{E.b_0.h^3}{l^3}$$

 $q_3 \approx 0.75$ olup, q_1 ve q_2 genişlik oranlarına göre değişen katsayılardır.





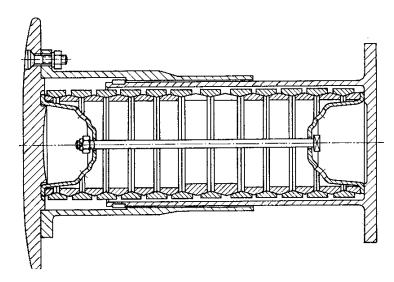
Bilezik Yaylar



Yay kuvveti:
$$F = h_d \cdot \pi \cdot b \cdot tg(\alpha + \rho) \cdot \sigma$$

Yaylanma:
$$s = \frac{F.i}{2.\pi.b.tg\alpha.tg(\alpha + \rho)} \left(\frac{D_d}{h_d} + \frac{D_i}{h_i}\right)$$

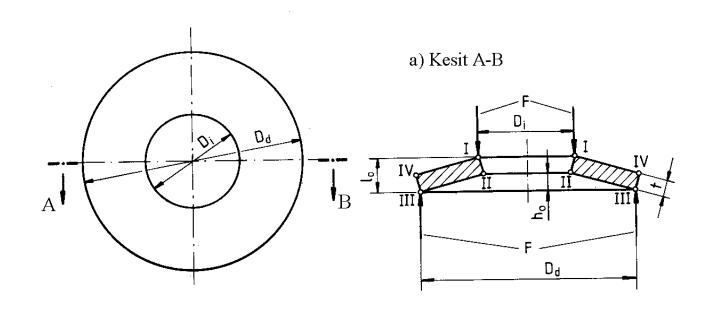
Yay işi: W =
$$\frac{1}{2}$$
F_{max}. s_{max} = $\frac{\text{tg}(\alpha + \rho). h_d. \sigma_{\varsigma_{em}}^2}{\text{tg}\alpha. h_i. 2. E}$. V







Tabak Yaylar

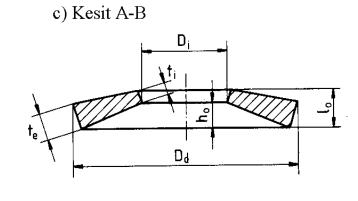


b) Kesit A-B

Dayanma Yüzeyi

Dayanma Yüzeyi

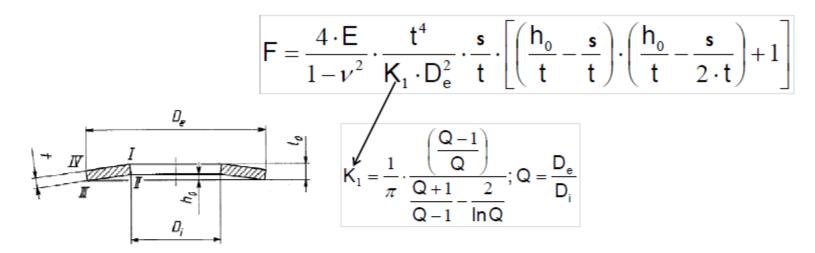
Dayanma Yüzeyi







Tabak Yaylar



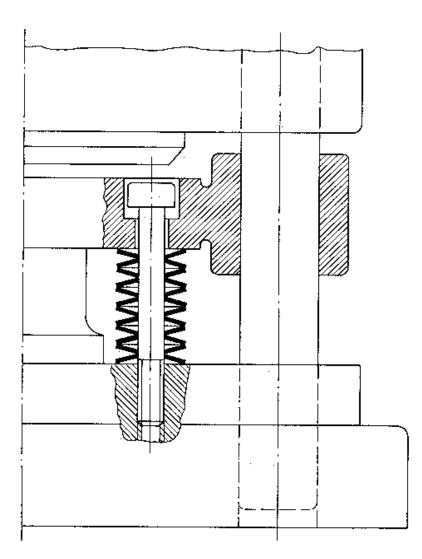
$$F_d = \frac{4 \cdot E}{1 - v^2} \cdot \frac{t^3 \cdot h_0}{K_1 \cdot D_e^2}$$
 Tabak yayı düz hale getirmek için gerekli kuvvet

$$C = \frac{\text{dF}}{\text{ds}} = \frac{4 \cdot \text{E}}{1 - \nu^2} \cdot \frac{t^3}{\text{K}_1 \cdot \text{D}_e^2} \cdot \left[\left(\frac{\text{h}_0}{t} \right)^2 - 3 \cdot \frac{\text{h}_0}{t} \cdot \frac{\text{s}}{t} + \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{\text{s}}{t} \right)^2 + 1 \right]$$





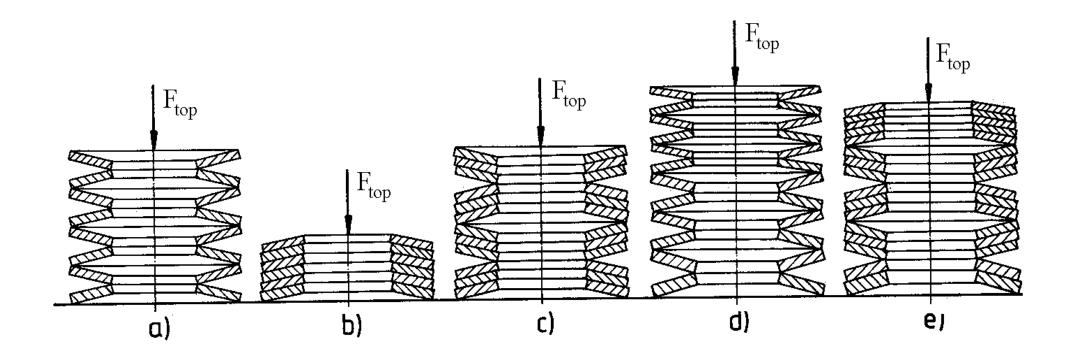
Tabak Yay Kullanım Örneği







Tabak Yay Bağlama Örnekleri







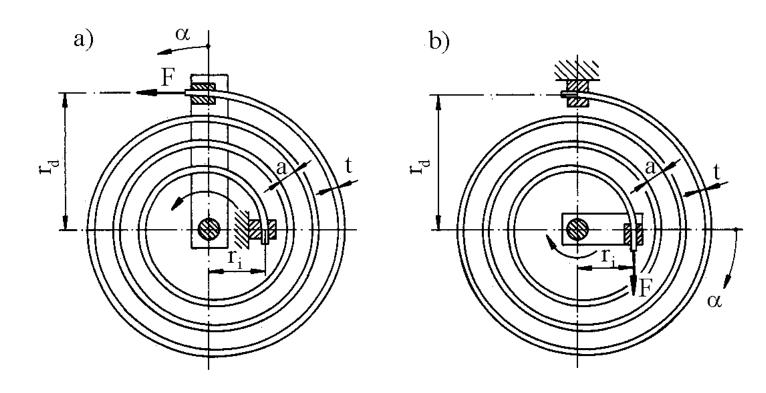
Tabak Yay Bağlama Örnekleri







Spiral Yaylar



$$M_{d_{max}} = \frac{b \cdot t^2}{6} \cdot \sigma_{em}$$

$$l \approx 2.\pi.i.\left[r_a - \frac{i}{2}(t+a)\right]$$

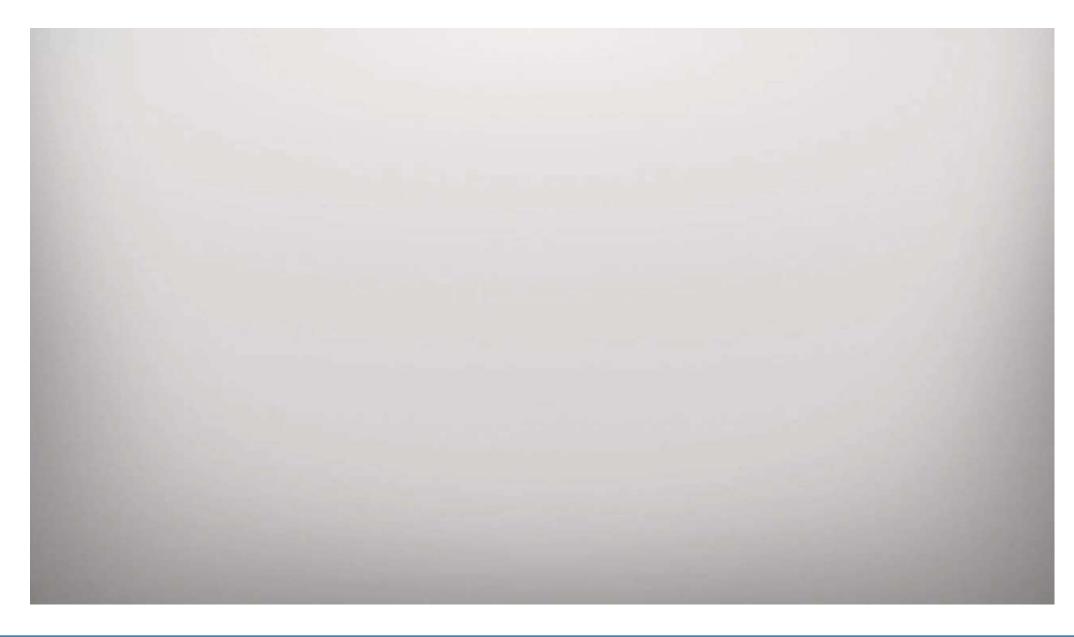
$$C_b = \frac{E.b.t^3}{12.l}$$

$$\alpha = \frac{M_d.l}{E.l_x} = \frac{12.M_d.l}{E.b.t^3}$$

$$\alpha_{em} = \frac{2.l.\sigma_{em}}{E.t}$$



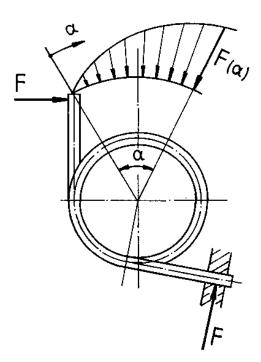








Kangal Yaylar

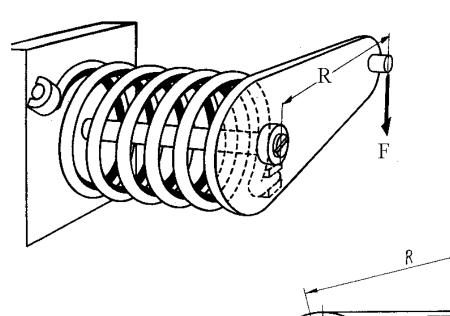


$$M_{d_{max}} = \frac{\pi . d^3}{32} . \sigma_{em}$$

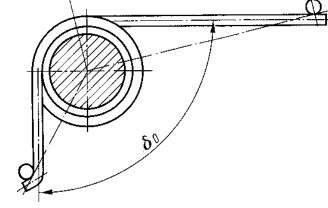
$$\alpha = \frac{M_d.l}{E.l_x} = \frac{64.M_d.l}{\pi.d^4.E}$$

$$l \approx \pi.D_m.i$$

$$\alpha_{em} = \frac{2.l.\sigma_{em}}{E.d}$$

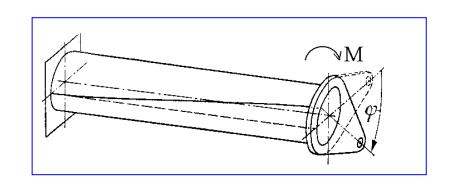


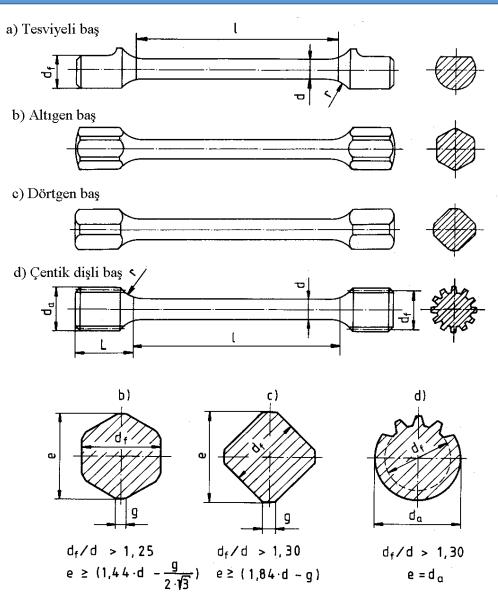
$$C_b = \frac{\pi . d^4 . E}{64 . l}$$





Çubuk Yaylar



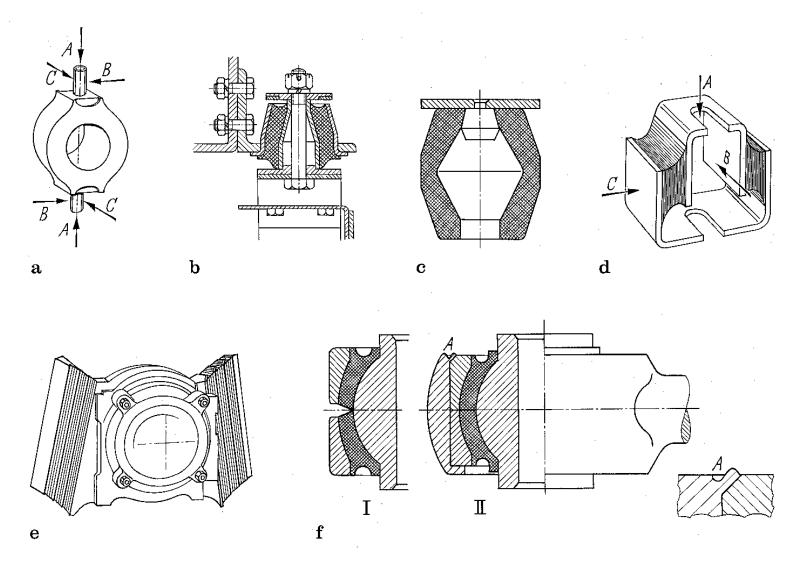


Önerilen Değerler: $e/d = d_a/d \approx 1.5$; $r/d \approx 2$; $L/e = L/d_a \approx 1$





Kauçuk Yaylar

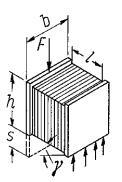


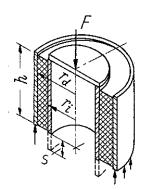


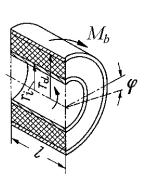
Yaylar



Kauçuk Yaylar





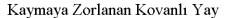


Kaymaya Zorlanan Prizmatik Yay

1.
$$F = A \hat{\gamma} G = b h \tau_{em}$$

2.
$$s = \frac{Fl}{GA}$$
; $\gamma = \frac{s}{l} < 20^{\circ}$

$$c = \frac{GA}{l}$$



1.
$$F = 2 \pi r_i h \tau_{em}$$

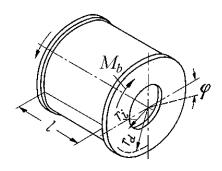
2.
$$s = \frac{F}{2 \pi h G} \ln \frac{r_{d}}{r_{i}}$$
$$c = \frac{2 \pi h G}{\ln \frac{r_{d}}{r_{i}}}$$

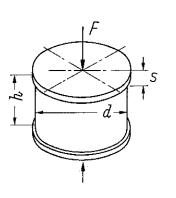
Burulmaya Zorlanan Kovanlı Yay

1.
$$M_b = 2 \pi r_i^2 l \tau_{\rm em}$$

2.
$$\hat{\varphi} = \frac{M_b}{4 \pi l G} \left(\frac{1}{r_i^2} - \frac{1}{r_d^2} \right); \quad \varphi < 40^{\circ}$$

$$C = \frac{4 \pi l G}{\frac{1}{r_i^2} - \frac{1}{r_d^2}}$$





Burulmaya Zorlanan Yay

1.
$$M_b = \frac{\pi (r_d^4 - r_i^4)}{2 r_d} \tau_{em}$$

2. $\hat{\varphi} = \frac{M_b \cdot 2 l}{\pi (r_d^4 - r_i^4) G}; \quad \varphi < 20^\circ$
 $C = \frac{\pi (r_d^4 - r_i^4) G}{2 l}$

Basıya Zorlanan Silindirik Yay (Kauçuk Takoz)

1.
$$F = A \tau_{em}$$
; $A = \frac{\pi d^2}{4}$
2. $s = \frac{Fh}{EA}$; $s < 0.2 h$

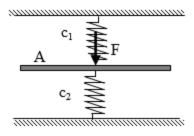
$$c = \frac{EA}{h} \qquad E = f(k) \text{ Bk Sekil ...}$$

$$k = \frac{d}{4h}$$

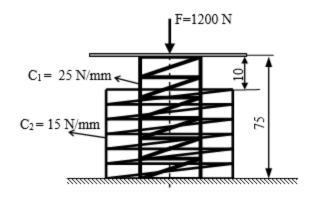


Örnek Problem

 Rijitlikleri c₁= 30 N/mm ve c₂ = 20 N/mm olan iki yay şekildeki gibi bağlanmış ve yay sistemine A plakası vasıtasıyla F = 800 N kuvvet uygulanmaktadır. Yay sisteminde meydana gelen şekil değiştirme ve depolanan enerji miktarını hesaplayınız.



2) İç içe geçmiş iki yaydan oluşan bir yay sistemine şekilde görüldüğü gibi A plakası vasıtasıyla 1200 N kuvvet uygulanmaktadır. .Yay sistemi bu kuvvet etkisinde ne kadar şekil değiştirir ve bu şekil değiştirme sırasında sistemde depolanan enerjinin değerini hesaplayınız

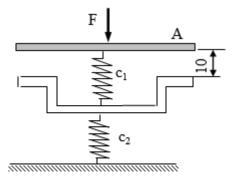






Örnek Problem

3) Rijitlikleri C₁ = 20 N/mm ve C₂ = 30 N/mm olan 2 yaydan oluşan şekildeki sisteme, A plakası vasıtasıyla F = 1200 N büyüklüğünde bir kuvvet etkimektedir. Sistemde meydana gelen şekil değiştirme miktarını ve depolanan enerjiyi hesaplayınız.







KAYNAKLAR

Fatih BABALIK, Kadir Çavdar; Makine Elemanları ve Konstrüksiyon Örnekleri, Dora Yayıncılık F.Babalık, K.Çavdar, N.Gerger, N. Kıraç, Makine Elemanları Çözümlü Problem Kitabı, Dora Yayıncılık Tezcan ŞEKERCİOĞLU, Makine Elemanları, Birsen Yayınevi Vedat Temiz, Makine Elemanları Ders Notları, İTÜ Makine Fakültesi