

中国传媒大学

2021 一 2022 学年第 二 学期期末考试试卷(A)

考试科目: 概率论与数理统计 A 课程编码: 2131010017

考试班级: 2020、2021 级工科 考试方式: 闭卷

题目	一	二	三	四	总分
得分					

得分	评卷人

一. 填空题 (将正确答案填在题中的横线上, 每题 4 分, 共 16 分)

1. 已知 $P(A) = 0.7, P(A - B) = 0.3$, 则 $P(\overline{AB}) =$ _____.

2. 设二维随机变量 (X, Y) 的联合分布律为:

$\begin{matrix} \diagdown \\ Y \\ \diagup \end{matrix}$	1	2
X		
1	1/16	3/16
2	A	B

且 X, Y 相互独立, 则常数 $A =$ _____, $B =$ _____.

3. 已知随机变量 $X \sim N(-3, 1), Y \sim N(2, 1)$, 且 X, Y 相互独立, 设随机变量 $Z = X - 2Y + 7$, 则 Z 服从正态分布, $E(Z) =$ _____, $D(Z) =$ _____.

4. 设随机变量 X 服从参数为 1 的指数分布, 则数学期望 $E(X + e^{-2X}) =$ _____.

得分	评卷人

二. 选择题 (在每个小题四个备选答案中选出一个正确答案, 填在题末的括号中, 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

1. 设 (X, Y) 的联合概率密度 $f(x, y) = \begin{cases} 4xy, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

当 $0 \leq y \leq 1$ 时, (X, Y) 关于 Y 的边缘概率密度 $f_Y(y) = (\quad)$.

- (A) $\frac{1}{2x}$ (B) $2x$ (C) $2y$ (D) $\frac{1}{2y}$

2. 已知 $X \sim B(n, p)$, 且 $E(X) = 16$, $D(X) = 3.2$, 则参数 n, p 的值为 (\quad) .

(A) $n = 40, p = 0.4$; (B) $n = 60, p = 0.4$;

(C) $n = 80, p = 0.2$; (D) $n = 20, p = 0.8$.

3. 设总体 X 服从正态分布 $N(0, 1)$, X_1, X_2, \dots, X_n 为其样本, S^2 为其样本方差, $E(S^2)$ 为 (\quad) .

- (A) σ^2 , (B) σ , (C) $n\sigma$, (D) $(n-1)\sigma$

4. 设 X_1, X_2, X_3 是取自总体 $N(\mu, 1)$ 的样本, 以下 μ 的四个估计量中最有效的是 (\quad) .

(A) $\hat{\mu}_1 = \frac{1}{5}X_1 + \frac{3}{10}X_2 + \frac{1}{2}X_3$, (B) $\hat{\mu}_2 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{9}X_2 + \frac{4}{9}X_3$,

(C) $\hat{\mu}_3 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{6}X_2 + \frac{1}{2}X_3$, (D) $\hat{\mu}_4 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{4}X_2 + \frac{5}{12}X_3$.

得分	评卷人

三. 解答题（本大题共 6 个小题，共 60 分）

1.（本小题 10 分）

设某种病菌在人口中的带菌率为 0.83.当检查时，带菌者未必检出阳性反应，而不带菌者也可能呈阳性反应，假定

$P(\text{阳性}|\text{带菌})=0.99$ ， $P(\text{阴性}|\text{带菌})=0.01$

$P(\text{阳性}|\text{不带菌})=0.05$ ， $P(\text{阴性}|\text{不带菌})=0.95$

设某人检出阳性，问他“带菌”的概率是多少？（结果保留两位小数）

2. (本小题 12 分)

设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} cx, & 0 \leq x < 3 \\ 2 - \frac{x}{2}, & 3 \leq x \leq 4 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

- 求 (1) 常数 c ;
(2) X 的分布函数;
(3) 求 $P\{1 < X < 3.5\}$.

3. (本小题 10 分)

已知 (X, Y) 的联合分布律为:

Y X	0	1	2
0	1/9	2/9	1/9
1	2/9	2/9	0
2	1/9	0	0

- 求 (1) X, Y 的边缘分布律;
(2) 判断 X 与 Y 是否独立;
(3) $Y=0$ 时 X 的条件分布.

4. (本小题 10 分)

设连续型随机变量 X 的概率密度

$$f(x) = \begin{cases} 1+x, & -1 \leq x < 0 \\ 1-x, & 0 \leq x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

求 $E(X)$, $D(X)$.

5. (本小题 10 分)

设总体 X 的概率密度为:

$$f(x) = \begin{cases} (\theta+1) x^\theta, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

其中 $\theta > -1$ 是未知参数, X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的一个样本容量为 n 的简单随机样本, 分别用矩估计法和最大似然估计法求 θ 的估计量.

6. (本小题 8 分)

已知某炼铁厂铁水含碳量 (%) 服从正态分布 $N(4.55, 0.108^2)$. 现在测定了 9 炉铁水, 其平均含碳量为 4.484, 如果估计方差没有变化, 是否认为现在生产之铁水平均含碳量仍为 4.55 ($\alpha = 0.05, z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$)

得分	评卷人

四. 证明题 (本大题 8 分)

设随机变量 X 的概率密度函数 $f(x)$ 具有对称性, 即 $f(-x) = f(x)$,

证明: 对于任意的 $a > 0$, 有

$$F(-a) = 1 - F(a) = \frac{1}{2} - \int_0^a f(x) dx$$