

## 《高等数学》试卷 1（下）

一.选择题（3分×10）

1.点  $M_1(2,3,1)$  到点  $M_2(2,7,4)$  的距离  $|M_1M_2| = ( \quad )$ .

- A.3      B.4      C.5      D.6

2.向量  $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j}$ , 则有 ( ).

- A.  $\vec{a} \perp \vec{b}$       B.  $\vec{a} \parallel \vec{b}$       C.  $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{\pi}{3}$       D.  $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{\pi}{4}$

3.函数  $y = \sqrt{2-x^2-y^2} + \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2-1}}$  的定义域是 ( ).

- A.  $\{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2\}$       B.  $\{(x, y) | 1 < x^2 + y^2 < 2\}$   
C.  $\{(x, y) | 1 < x^2 + y^2 \leq 2\}$       D.  $\{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 < 2\}$

4.两个向量  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  垂直的充要条件是 ( ).

- A.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$       B.  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$       C.  $\vec{a} - \vec{b} = \vec{0}$       D.  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$

5.函数  $z = x^3 + y^3 - 3xy$  的极小值是 ( ).

- A.2      B.-2      C.1      D.-1

6.设  $z = x \sin y$ , 则  $\left. \frac{\partial z}{\partial y} \right|_{\left(1, \frac{\pi}{4}\right)} = ( \quad )$ .

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       B.  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$       C.  $\sqrt{2}$       D.  $-\sqrt{2}$

7.若 p 级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$  收敛, 则 ( ).

- A.  $p < 1$       B.  $p \leq 1$       C.  $p > 1$       D.  $p \geq 1$

8.幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$  的收敛域为 ( ).

- A.  $[-1, 1]$       B.  $(-1, 1)$       C.  $[-1, 1)$       D.  $(-1, 1]$

9.幂级数  $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x}{2}\right)^n$  在收敛域内的和函数是 ( ).

A.  $\frac{1}{1-x}$       B.  $\frac{2}{2-x}$       C.  $\frac{2}{1-x}$       D.  $\frac{1}{2-x}$

10. 微分方程  $xy' - y \ln y = 0$  的通解为 (      ) .

A.  $y = ce^x$       B.  $y = e^x$       C.  $y = cxe^x$       D.  $y = e^{cx}$

二. 填空题 ( 4 分 × 5 )

1. 一平面过点  $A(0,0,3)$  且垂直于直线  $AB$  , 其中点  $B(2,-1,1)$  , 则此平面方程为 \_\_\_\_\_.

2. 函数  $z = \sin(xy)$  的全微分是 \_\_\_\_\_.

3. 设  $z = x^3 y^2 - 3xy^3 - xy + 1$  , 则  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$  \_\_\_\_\_.

4.  $\frac{1}{2+x}$  的麦克劳林级数是 \_\_\_\_\_.

三. 计算题 ( 5 分 × 6 )

1. 设  $z = e^u \sin v$  , 而  $u = xy, v = x + y$  , 求  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$  .

2. 已知隐函数  $z = z(x, y)$  由方程  $x^2 - 2y^2 + z^2 - 4x + 2z - 5 = 0$  确定 , 求  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$  .

3. 计算  $\iint_D \sin \sqrt{x^2 + y^2} d\sigma$  , 其中  $D: \pi^2 \leq x^2 + y^2 \leq 4\pi^2$  .

4. 求两个半径相等的直交圆柱面所围成的立体的体积 (       $R$  为半径 ) .

四. 应用题 ( 10 分 × 2 )

1. 要用铁板做一个体积为  $2 \text{ m}^3$  的有盖长方体水箱 , 问长、宽、高各取怎样的尺寸时 , 才能使用料最省 ?

.

## 试卷 1 参考答案

一. 选择题    CBCAD    ACCBD

二. 填空题

1.  $2x - y - 2z + 6 = 0$  .

2.  $\cos(xy)(ydx + xdy)$  .

3.  $6x^2 y - 9y^2 - 1$  .

4.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^{n+1}} x^n$  .

$$5. y = (C_1 + C_2 x) e^{-2x}.$$

三.计算题

$$1. \frac{\partial z}{\partial x} = e^{xy} [y \sin(x+y) + \cos(x+y)], \quad \frac{\partial z}{\partial y} = e^{xy} [x \sin(x+y) + \cos(x+y)].$$

$$2. \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{2-x}{z+1}, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2y}{z+1}.$$

$$3. \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-\pi}^{\pi} \sin \rho \cdot \rho d\rho = -6\pi^2.$$

$$4. \frac{16}{3} R^3.$$

$$5. y = e^{3x} - e^{2x}.$$

四.应用题

1.长、宽、高均为  $\sqrt[3]{2}m$  时，用料最省。

$$2. y = \frac{1}{3} x^2.$$

## 《高数》试卷 2（下）

一.选择题（3分×10）

1.点  $M_1(4,3,1)$ ， $M_2(7,1,2)$  的距离  $|M_1M_2| = ( )$ 。

A.  $\sqrt{12}$       B.  $\sqrt{13}$       C.  $\sqrt{14}$       D.  $\sqrt{15}$

2.设两平面方程分别为  $x - 2y + 2z + 1 = 0$  和  $-x + y + 5 = 0$ ，则两平面的夹角为 ( )。

A.  $\frac{\pi}{6}$       B.  $\frac{\pi}{4}$       C.  $\frac{\pi}{3}$       D.  $\frac{\pi}{2}$

3.函数  $z = \arcsin(x^2 + y^2)$  的定义域为 ( )。

A.  $\{(x, y) | 0 \leq x^2 + y^2 \leq 1\}$       B.  $\{(x, y) | 0 < x^2 + y^2 < 1\}$

C.  $\{(x, y) | 0 \leq x^2 + y^2 \leq \frac{\pi}{2}\}$       D.  $\{(x, y) | 0 < x^2 + y^2 < \frac{\pi}{2}\}$

4.点  $P(-1, -2, 1)$  到平面  $x + 2y - 2z - 5 = 0$  的距离为 ( )。

A. 3      B. 4      C. 5      D. 6

5.函数  $z = 2xy - 3x^2 - 2y^2$  的极大值为 ( )。

- A.0                      B.1                      C.-1                      D. $\frac{1}{2}$

6. 设  $z = x^2 + 3xy + y^2$ ，则  $\frac{\partial z}{\partial x} \Big|_{(1,2)} = ( \quad )$  .

- A.6                      B.7                      C.8                      D.9

7. 若几何级数  $\sum_{n=0}^{\infty} ar^n$  是收敛的，则  $( \quad )$  .

- A.  $r \leq 1$               B.  $r \geq 1$               C.  $|r| < 1$               D.  $|r| \leq 1$

8. 幂级数  $\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)x^n$  的收敛域为  $( \quad )$  .

- A.  $[-1,1]$               B.  $[-1,1)$               C.  $(-1,1]$               D.  $(-1,1)$

9. 级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin na}{n^4}$  是  $( \quad )$  .

- A. 条件收敛              B. 绝对收敛              C. 发散                      D. 不能确定

二. 填空题 ( 4 分  $\times$  5 )

1. 直线  $l$  过点  $A(2,2,-1)$  且与直线  $\begin{cases} x = 3+t \\ y = t \\ z = 1-2t \end{cases}$  平行，则直线  $l$  的方程为 \_\_\_\_\_.

2. 函数  $z = e^{xy}$  的全微分为 \_\_\_\_\_.

3. 曲面  $z = 2x^2 - 4y^2$  在点  $(2,1,4)$  处的切平面方程为 \_\_\_\_\_.

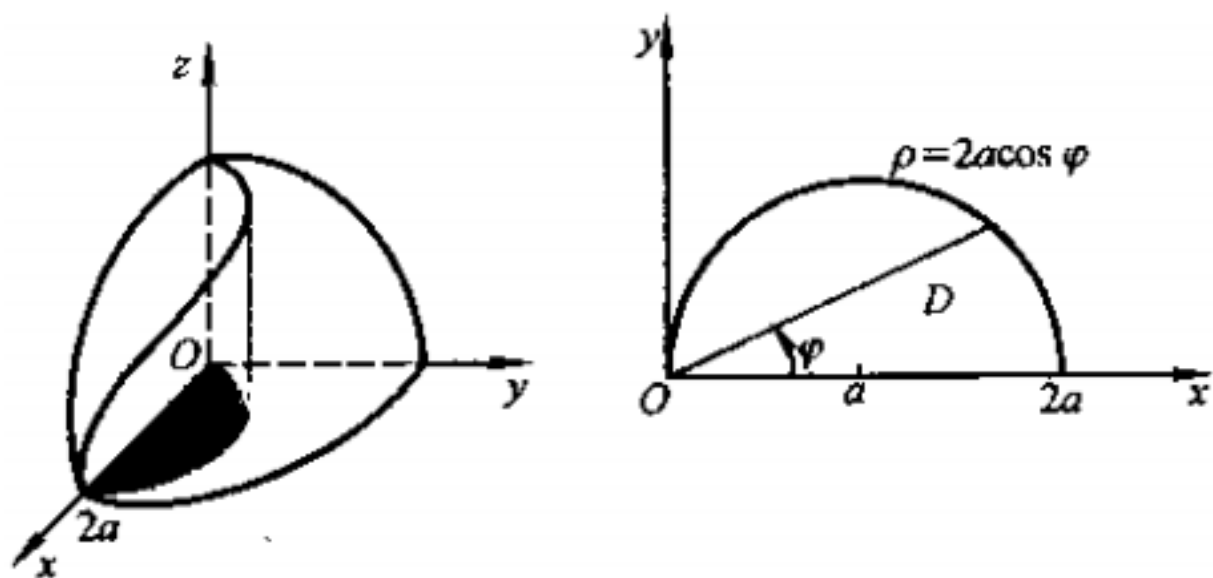
三. 计算题 ( 5 分  $\times$  6 )

1. 设  $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{j} + 3\vec{k}$ ，求  $\vec{a} \times \vec{b}$ .

2. 设  $z = u^2v - uv^2$ ，而  $u = x \cos y$ ,  $v = x \sin y$ ，求  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial y}$ .

3. 已知隐函数  $z = z(x, y)$  由  $x^3 + 3xyz = 2$  确定，求  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial y}$ .

4. 如图，求球面  $x^2 + y^2 + z^2 = 4a^2$  与圆柱面  $x^2 + y^2 = 2ax$  ( $a > 0$ ) 所围的几何体的体积 \_\_\_\_\_.



#### 四.应用题 ( 10 分 × 2 )

1. 试用二重积分计算由  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 2\sqrt{x}$  和  $x = 4$  所围图形的面积 .

### 试卷 2 参考答案

一.选择题 CBABA CCDBA.

二.填空题

1.  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$  .

2.  $e^{xy} (ydx + xdy)$  .

3.  $8x - 8y - z = 4$  .

4.  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{2n}$  .

5.  $y = x^3$  .

三.计算题

1.  $8\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$  .

2.  $\frac{\partial z}{\partial x} = 3x^2 \sin y \cos y (\cos y - \sin y)$ ,  $\frac{\partial z}{\partial y} = -2x^3 \sin y \cos y (\sin y + \cos y) + x^3 (\sin^3 y + \cos^3 y)$  .

3.  $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{-yz}{xy + z^2}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{-xz}{xy + z^2}$  .

4.  $\frac{32}{3} a^3 \left( \frac{\pi}{2} - \frac{2}{3} \right)$  .

5.  $y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-x}$  .

四.应用题

1.  $\frac{16}{3}$ .

2.  $x = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + x_0$ .

## 《高等数学》试卷 3（下）

一、选择题（本题共 10 小题，每题 3 分，共 30 分）

2、设  $a=i+2j-k, b=2j+3k$ ，则  $a$  与  $b$  的向量积为（ ）

A、 $i-j+2k$     B、 $8i-j+2k$     C、 $8i-3j+2k$     D、 $8i-3i+k$

3、点  $P(-1, -2, 1)$  到平面  $x+2y-2z-5=0$  的距离为（ ）

A、2    B、3    C、4    D、5

4、函数  $z=xsiny$  在点  $(1, \frac{\pi}{4})$  处的两个偏导数分别为（ ）

A、 $\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,    B、 $\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}$     C、 $-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}$     D、 $-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,

5、设  $x^2+y^2+z^2=2Rx$ ，则  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$  分别为（ ）

A、 $\frac{x-R}{z}, -\frac{y}{z}$     B、 $-\frac{x-R}{z}, -\frac{y}{z}$     C、 $-\frac{x-R}{z}, \frac{y}{z}$     D、 $\frac{x-R}{z}, \frac{y}{z}$

6、设圆心在原点，半径为  $R$ ，面密度为  $\mu = x^2 + y^2$  的薄板的质量为（ ）（面积  $A = \pi R^2$ ）

A、 $R^2A$     B、 $2R^2A$     C、 $3R^2A$     D、 $\frac{1}{2}R^2A$

7、级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n}$  的收敛半径为（ ）

A、2    B、 $\frac{1}{2}$     C、1    D、3

8、 $\cos x$  的麦克劳林级数为（ ）

A、 $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$     B、 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$     C、 $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$     D、 $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}$

二、填空题（本题共 5 小题，每题 4 分，共 20 分）

1、直线  $L_1: x=y=z$  与直线  $L_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = z$  的夹角为 \_\_\_\_\_。

直线  $L_3: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$  与平面  $3x+2y-6z=0$  之间的夹角为 \_\_\_\_\_。

2、 $(0.98)^{2.03}$  的近似值为 \_\_\_\_\_,  $\sin 10^\circ$  的近似值为 \_\_\_\_\_。

3、二重积分  $\iint_D d\sigma$ ,  $D: x^2 + y^2 \leq 1$  的值为 \_\_\_\_\_。

4、幂级数  $\sum_{n=0}^{\infty} n! x^n$  的收敛半径为 \_\_\_\_\_,  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$  的收敛半径为 \_\_\_\_\_。

三、计算题（本题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）

2、求曲线  $x=t, y=t^2, z=t^3$  在点  $(1, 1, 1)$  处的切线及法平面方程。

3、计算  $\iint_D xy d\sigma$ , 其中  $D$  由直线  $y=1, x=2$  及  $y=x$  围成。

4、问级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{1}{n}$  收敛吗？若收敛，则是条件收敛还是绝对收敛？

5、将函数  $f(x)=e^{3x}$  展成麦克劳林级数

四、应用题（本题共 2 小题，每题 10 分，共 20 分）

1、求表面积为  $a^2$  而体积最大的长方体体积。

## 参考答案

一、选择题

1、D    2、C    3、C    4、A    5、B    6、D    7、C    8、A    9、B

10、A

二、填空题

1、 $\arccos \frac{2}{\sqrt{18}}, \arcsin \frac{8}{21}$     2、0.96, 0.17365

3、4    4、0,  $+\infty$

5、 $y = ce^{\frac{x^2}{2}}, cx = 1 - \frac{1}{y}$

三、计算题

2、解：因为  $x=t, y=t^2, z=t^3$ ,

所以  $x_t=1, y_t=2t, z_t=3t^2$ ,

所以  $x|_{t=1}=1, y|_{t=1}=2, z|_{t=1}=3$

故切线方程为：
$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$$

法平面方程为： $(x-1) + 2(y-1) + 3(z-1) = 0$

即  $x+2y+3z=6$

3、解：因为 D 由直线  $y=1, x=2, y=x$  围成，

所以

$$D: \begin{cases} y=1 \\ x=2 \\ y=x \end{cases}$$

$$\text{故: } \iint_D xy d\sigma = \int_1^2 \left[ \int_y^2 xy dx \right] dy = \int_1^2 \left( 2y - \frac{y^3}{2} \right) dy = 1\frac{1}{8}$$

4、解：这是交错级数，因为

$V_n = \sin \frac{1}{n} > 0$ ，所以， $V_{n+1} < V_n$ ，且  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin \frac{1}{n} = 0$ ，所以该级数为莱布尼兹型级数，故收敛。

又  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{n}$  当  $x$  趋于 0 时  $\sin x \sim x$ ，所以  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{1}{n}}{\frac{1}{n}} = 1$ ，又级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$  发散，从而  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{n}$  发散。 5

所以，原级数条件收敛。

、解：因为 
$$e^x = 1 + x + \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{3!}x^3 + \dots + \frac{1}{n!}x^n + \dots$$
  
 $x \in (-\infty, +\infty)$

用  $2x$  代  $x$ ，得：

$$\begin{aligned} e^{2x} &= 1 + (2x) + \frac{1}{2!}(2x)^2 + \frac{1}{3!}(2x)^3 + \dots + \frac{1}{n!}(2x)^n + \dots \\ &= 1 + 2x + \frac{2^2}{2!}x^2 + \frac{2^3}{3!}x^3 + \dots + \frac{2^n}{n!}x^n + \dots \\ &x \in (-\infty, +\infty) \end{aligned}$$

四、应用题

1、解：设长方体的三棱长分别为  $x, y, z$

则  $2(xy+yz+zx) = a^2$

构造辅助函数

$$F(x, y, z) = xyz + \lambda(2xy + 2yz + 2zx - a^2)$$



求其对  $x,y,z$  的偏导，并使之等于 0，得：

$$\begin{cases} yz+2\lambda(y+z)=0 \\ xz+2\lambda(x+z)=0 \\ xy+2\lambda(x+y)=0 \end{cases}$$

与  $2(xy+yz+zx)-a^2=0$  联立，由于  $x,y,z$  均不等于零

可得  $x=y=z$

代入  $2(xy+yz+zx)-a^2=0$  得  $x=y=z=\frac{\sqrt{6}a}{6}$

所以，表面积为  $a^2$  而体积最大的长方体的体积为  $V=xyz=\frac{\sqrt{6}a^3}{36}$

2、解：据题意

$$\frac{dM}{dt} = -\lambda M$$

其中  $\lambda$  为常数

初始条件  $M|_{t=0} = M_0$

对于  $\frac{dM}{dt} = -\lambda M$  式

$$\frac{dM}{M} = -\lambda dt$$

两端积分得  $\ln M = -\lambda t + \ln C$

所以， $M = ce^{-\lambda t}$

又因为  $M|_{t=0} = M_0$

所以， $M_0 = C$

所以， $M = M_0 e^{-\lambda t}$

由此可知，铀的衰变规律为：铀的含量随时间的增加而按指数规律衰减。

《高数》试卷 4（下）

一．选择题： 3'×10=30'

1．下列平面中过点 (1, 1, 1) 的平面是 \_\_\_\_\_ ．

(A)  $x + y + z = 0$  (B)  $x + y + z = 1$  (C)  $x = 1$  (D)  $x = 3$

2．在空间直角坐标系中，方程  $x^2 + y^2 = 2$  表示 \_\_\_\_\_ ．

(A) 圆 (B) 圆域 (C) 球面 (D) 圆柱面

3．二元函数  $z = (1-x)^2 + (1-y)^2$  的驻点是 \_\_\_\_\_ ．

(A) (0, 0) (B) (0, 1) (C) (1, 0) (D) (1, 1)

4．二重积分的积分区域  $D$  是  $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$ ，则  $\iint_D dx dy =$  \_\_\_\_\_ ．

(A)  $\pi$  (B)  $4\pi$  (C)  $3\pi$  (D)  $15\pi$

5．交换积分次序后  $\int_0^1 dx \int_0^x f(x, y) dy =$  \_\_\_\_\_ ．

(A)  $\int_0^1 dy \int_y^1 f(x, y) dx$  (B)  $\int_0^1 dy \int_0^1 f(x, y) dx$  (C)  $\int_0^1 dy \int_0^y f(x, y) dx$  (D)  $\int_0^x dy \int_0^1 f(x, y) dx$

6． $n$  阶行列式中所有元素都是 1，其值是 \_\_\_\_\_ ．

(A)  $n$  (B) 0 (C)  $n!$  (D) 1

8．下列级数收敛的是 \_\_\_\_\_ ．

(A)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{n+1}$  (B)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^n}$  (C)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$  (D)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$

9．正项级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  和  $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$  满足关系式  $u_n \leq v_n$ ，则 \_\_\_\_\_ ．

(A) 若  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛，则  $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$  收敛 (B) 若  $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$  收敛，则  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛

(C) 若  $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$  发散，则  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  发散 (D) 若  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛，则  $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$  发散

10．已知： $\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + \dots$ ，则  $\frac{1}{1+x^2}$  的幂级数展开式为 \_\_\_\_\_ ．

(A)  $1 + x^2 + x^4 + \dots$  (B)  $-1 + x^2 - x^4 + \dots$  (C)  $-1 - x^2 - x^4 - \dots$  (D)  $1 - x^2 + x^4 - \dots$

二．填空题： 4'×5=20'

1．数  $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 1} + \ln(2 - x^2 - y^2)$  的定义域为 \_\_\_\_\_ ．

2．若  $f(x, y) = xy$ ，则  $f(\frac{y}{x}, 1) =$  \_\_\_\_\_ ．

3．已知  $(x_0, y_0)$  是  $f(x, y)$  的驻点，若  $f_{xx}(x_0, y_0) = 3$ ,  $f_{yy}(x_0, y_0) = 12$ ,  $f_{xy}(x_0, y_0) = a$  则

当 \_\_\_\_\_ 时， $(x_0, y_0)$  一定是极小点．

5．级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛的必要条件是 \_\_\_\_\_ ．

三．计算题 (一)： 6'×5=30'

1. 已知:  $z = x^y$ , 求:  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial y}$ .

2. 计算二重积分  $\iint_D \sqrt{4-x^2} d\sigma$ , 其中  $D = \{(x, y) | 0 \leq y \leq \sqrt{4-x^2}, 0 \leq x \leq 2\}$ .

3. 已知:  $XB = A$ , 其中  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , 求未知矩阵  $X$ .

4. 求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n}$  的收敛区间.

5. 求  $f(x) = e^{-x}$  的麦克劳林展开式 (需指出收敛区间).

四. 计算题 (二):  $10' \times 2 = 20'$

1. 求平面  $x - 2y + z = 2$  和  $2x + y - z = 4$  的交线的标准方程.

### 参考答案

一. 1. C; 2. D; 3. D; 4. D; 5. A; 6. B; 7. B; 8. C; 9. B; 10. D.

二. 1.  $\{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 < 2\}$  2.  $\frac{y}{x}$  3.  $-6 < a < 6$  4. 27 5.  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$

四. 1. 解:  $\frac{\partial z}{\partial x} = yx^{y-1}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial y} = x^y \ln y$

2. 解:  $\iint_D \sqrt{4-x^2} d\sigma = \int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} \sqrt{4-x^2} dy = \int_0^2 (4-x^2) dx = \left[ 4x - \frac{x^3}{3} \right]_0^2 = \frac{16}{3}$

3. 解:  $B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 7 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $AB^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -4 & 15 \end{pmatrix}$ .

4. 解:  $R=1$ , 当  $|x| < 1$  时, 级数收敛, 当  $x=1$  时, 得  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$  收敛,

当  $x=-1$  时, 得  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{2n-1}}{n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-1}{n}$  发散, 所以收敛区间为  $(-1, 1]$ .

5. 解: 因为  $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ ,  $x \in (-\infty, +\infty)$ , 所以  $e^{-x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-x)^n}{n!} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} x^n$ ,  $x \in (-\infty, +\infty)$ .

四. 1. 解：. 求直线的方向向量  $\vec{s} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$ , 求点 : 令  $z=0$ , 得  $y=0, x=2$ , 即交点为  $(2,0,0)$ , 所

以交线的标准方程为  $\therefore \frac{x-2}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$

## 《高数》试卷 5 (下)

### 一、选择题 ( 3 分/题 )

1、已知  $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}$ ,  $\vec{b} = -\vec{k}$ , 则  $\vec{a} \times \vec{b} = ( \quad )$

- A 0      B  $\vec{i} - \vec{j}$       C  $\vec{i} + \vec{j}$       D  $-\vec{i} + \vec{j}$

2、空间直角坐标系中  $x^2 + y^2 = 1$  表示 ( )

- A 圆      B 圆面      C 圆柱面      D 球面

3、二元函数  $z = \frac{\sin xy}{x}$  在  $(0, 0)$  点处的极限是 ( )

- A 1      B 0      C  $\infty$       D 不存在

4、交换积分次序后  $\int_0^1 dx \int_x^1 f(x, y) dy = ( \quad )$

- A  $\int_0^1 dy \int_0^1 f(x, y) dx$       B  $\int_x^1 dy \int_0^1 f(x, y) dx$   
C  $\int_0^1 dy \int_y^1 f(x, y) dx$       D  $\int_0^1 dy \int_0^y f(x, y) dx$

5、二重积分的积分区域  $D$  是  $|x| + |y| \leq 1$ , 则  $\iint_D dx dy = ( \quad )$

- A 2      B 1      C 0      D 4

10、正项级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  和  $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$  满足关系式  $u_n \leq v_n$ , 则 ( )

- A 若  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛, 则  $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$  收敛      B 若  $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$  收敛, 则  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛  
C 若  $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$  发散, 则  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  发散      D 若  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛, 则  $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$  发散

### 二、填空题 ( 4 分/题 )

- 1、空间点  $p(-1, 2, -3)$  到  $xoy$  平面的距离为 \_\_\_\_\_
- 2、函数  $f(x, y) = x^2 + 4y^2 - 6x + 8y + 2$  在点 \_\_\_\_\_ 处取得极小值，极小值为 \_\_\_\_\_
- 3、级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛的必要条件是 \_\_\_\_\_

### 三、计算题（6分/题）

- 1、已知二元函数  $z = y^{2x}$ ，求偏导数  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ， $\frac{\partial z}{\partial y}$
- 2、求两平面： $x - 2y + z = 2$  与  $2x + y - z = 4$  交线的标准式方程。
- 3、计算二重积分  $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$ ，其中  $D$  由直线  $x = 2$ ， $y = x$  和双曲线  $xy = 1$  所围成的区域。

- 4、求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{5^n}$  的收敛半径和收敛区间。

### 四、应用题（10分/题）

- 1、判断级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n^p}$  的收敛性，如果收敛，请指出绝对收敛还是条件收敛。

## 参考答案

### 一、选择题（3分/题）

DCBDA ACBCB

### 二、填空题（4分/题）

1、3      2、(3, -1) -11      3、-3      4、0      5、 $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$

### 三、计算题（6分/题）

$$1、 \frac{\partial z}{\partial x} = 2y^{2x} \ln y, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = 2x \cdot y^{2x-1}$$

$$2、 \frac{x-2}{1} = \frac{y-0}{3} = \frac{z-0}{5}$$

$$3、 \frac{9}{4}$$

4、

5、收敛半径  $R=3$ ，收敛区间为  $(-4, 6)$

四、应用题（10分/题）

1、当  $p < 0$  时，发散；

$0 < p \leq 1$  时条件收敛；

$p > 1$  时绝对收敛

