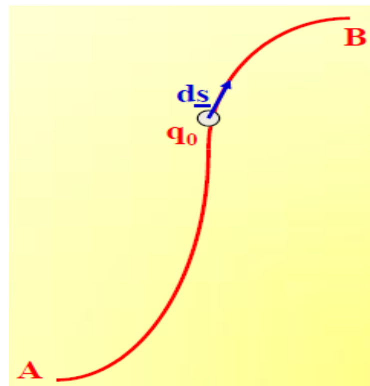
محاضرة 4

<u>الجهد الكهربى The Electric Potential</u>

بوضع شحنه كهربية q_0 فى مجال كهربى فانها تتأثر بقوة كهربية قدرها $\bar{F} = q_0\,\bar{E}$ ، وهذه القوة تبذل شغلا على الشحنة فتحركها مسافة قدرها ds وهذا الشغل يعطى بالمعادلة $dW = \bar{F}\,.\,d\bar{s}$ أى $dW = q_0\,\bar{E}\,.\,d\,\bar{s}$ ، وهذا الشغل يرتبط بالتغير فى طاقة الجهد بالعلاقة $dW = -dU$ اى ان

$$dU = -q_0\,\bar{E}\,.\,d\,\bar{s}$$



واذا انتقلت الشحنة q_0 مسافة محدودة بين النقطتين A . B مثلا نجد ان التغير فى طاقة الجهد يعطى بالمعادلة

$$\Delta U = U_B - U_A = -q_0 \int_A^B \underline{E}\,.\,d\,\underline{s}$$

حيث U_A طاقة الجهد عند *النقطة* A , U_B *طاقة الجهد عند النقطة* B وهذا التكامل لا يعتمد على شكل المسار بين النقطتين A , B وفرق الجهد بين النقطتين A, B يعرف بان التغير فى طاقة الجهد مقسوماً على الشحنة الاختيارية q_0

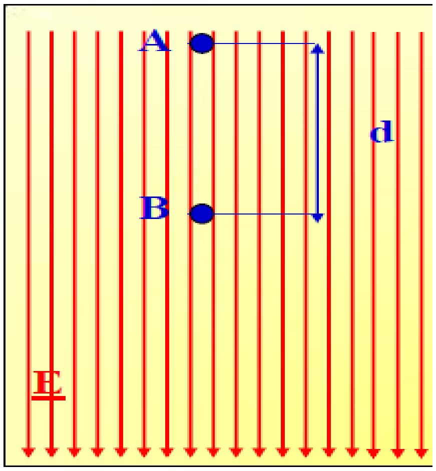
$$\Delta V = V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q_0} - \int_A^B \bar{E}\,.\,d\,\bar{s}$$

حيث V_A الجهد عند النقطة A , V_B الجهد عند النقطة B ، وطاقة الجهد وكذلك الجهد الكهربى كمية قياسية ، والتغير فى الجهد بين النقطتين A, B كمية سالبة وهذا يعنى أن جهد النقطة B اقل من جهد النقطة A أى ان $V_B < V_A$ اى ان خطوط المجال الكهربى تشير الى تناقص الجهد ، وعند ابعاده النقطة A الى مالا نهاية فان $V_A = 0$

$$V_B = -\int_\infty^B \bar{E}\,.\,d\,\bar{s}$$

اى ان الجهد عند النقطة B هو فرق الجهد بين النقطة B ومالا نهاية والوحدة العملية لقياس الجهد هى الفولت وللشغل هى الجول .

فرق الجهد فى مجال كهربى منتظم The Potential difference in uniform E



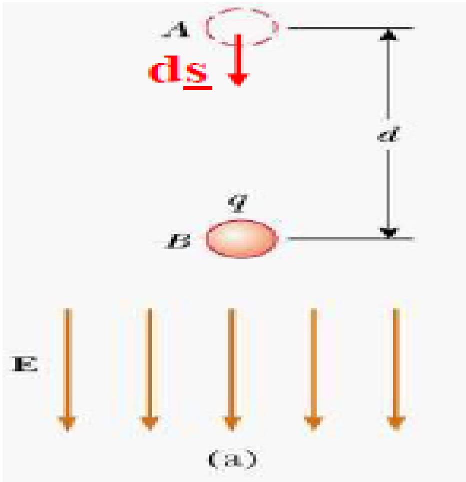
بفرض مجال كهربى منتظم E فى الاتجاه الموجب لمحور X كما بالشكل .

نحسب الآن فرق الجهد *بين النقطتين* A , B حيث المسافة بينهما d *مقاسة* فى الاتجاه الموازى للمجال

$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \bar{E} \cdot d\bar{s}$$

$$= -E\int_A^B ds\cos\theta = -E\int_A^B ds$$

$$= -E\,d$$



والاشارة السالبة تعنى ان جهد النقطة B اقل من جهد النقطة A أى ان $V_B < V_A$ اى ان خطوط المجال تشير الى اتجاه تناقص الجهد والتغير فى طاقة الجهد

$$\Delta U = q_0\,\Delta V$$

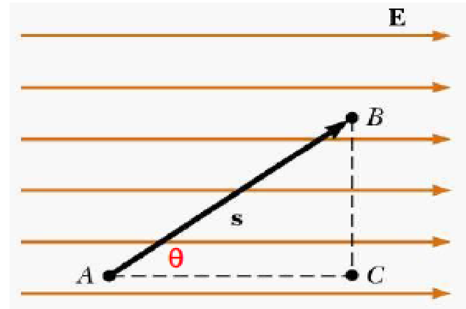
$$= -\,q_0\,E\,d$$

نلاحظ من ذلك ان التغير فى طاقة الجهد يكون سالباً أى ان الشحنة الموجبة ستفتقد طاقة جهد اذا تحركت فى اتجاه المجال الكهربى وهذا مشابهه لحركة حسيم كتلته m فى اتجاه الجاذبية الأرضية لاسفل . وتناقص طاقة الجهد يعنى زيادة فى طاقة الحركة المكتسبة بنفس المقدار (حيث أن مجموع طاقتى طاقتى الحركة والجهد دائما مقدار ثابت).

واذا كانت الشحنة المتحركة داخل المجال سالبة فان $\Delta U = q_0\,E\,d$ اى ان ΔU تكون موجبة وحركة الشحنة تكون عكس المجال أى فى اتجاه تزايد الجهد وطاقة الجهد ايضاً وكذلك فى اتجاه تناقص طاقة الحركة الحركة .

اى ان $\Delta U = -$ هذا يعنى ان الشحنة تتحرك فى اتجاه المجال اى فى اتجاه تناقص الجهد وطاقة الجهد واتجاه زيادة طاقة الحركة وان المجال الكهربى E هو الذى سيبذل الشغل فى حركة الشحنة من نقطة لاخرى، اذا كان $\Delta U = +$ هذا يعنى ان الشحنة تتحرك عكس المجال الكهربى وفى اتجاه تزايد الجهد الكهربى وتناقص طاقة الحركة وان شغل خارجى سوف يبذل لتحرك الشاحنة من نقطة لآخرى.

في الحالة العامة بفرض حركة الشحنة من A الى B فى اتجاه يصنع زاوية θ مع اتجاه المجال فان فرق الجهد بين نقطتين



$$V_B - V_A = -\int \underline{\mathbf{E}} \,.\, \mathbf{d}\underline{\mathbf{s}}$$

$$= -\int_A^B E\, ds\, \cos\theta$$

$$= -E\,(AB)\cos\theta = -E\,(Ac) \ldots\ldots (*)$$

واذا اردنا حساب فرق الجهد بين النقطتين A,C

$$V_C - V_A = -\int \underline{\mathbf{E}} \,.\, \mathbf{d}\, \underline{\mathbf{s}}$$

$$= -\int_A^B E\, d\, s\, \cos\theta \qquad ,\theta = 0$$

$$= -E\,(Ac) \ldots\ldots\ldots.(**)$$

واذا بمقارنة المعادلتين (*) ، (**) نجد ان جهد النقطة C يساوى جهد النقطة B أى $V_B = V_C$ حيث C , B عموديان على المجال ، اى ان الخطوط العمودية على المجال هى خطوط تساوى الجهد وطاقة الجهد بين النقطتين B , C تساوى

$$\Delta U = \mathrm{q}\, \Delta V = 0$$

أى لحركة الشحنات فى اتجاه عمودى على المجال فاننا لا نحتاج لشغل مبذول ، ويسمى السطح الذى جميع نقاطه متساوية فى الجهد بسطح "تساوى الجهد"

<u>مثال :</u> استخدمت بطارية قوتها الدافعة 20V لشحن لوحى مكثف فما هو مقدار المجال الكهربى بين اللوحين اذا كانت المسافة بينهما 0.1cm

$$\Delta V = -E\, d$$

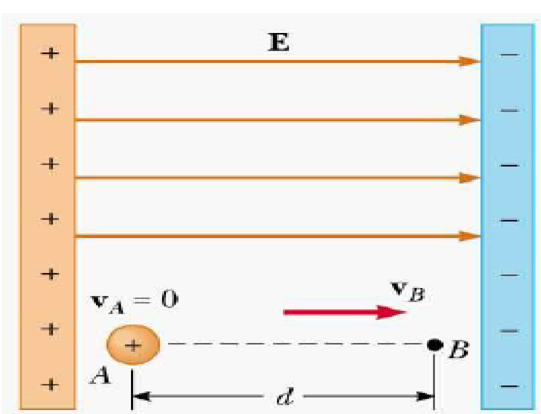
$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{20}{0.1\times10^{-2}} = 20\times10^3 \;\; V/m$$

<u>مثال:</u> برتون يتحرك من السكون فى مجال كهربى منتظم شدته $8\times10^4 \;\; V/m$ وفى الاتجاه الموجب لمحور x.

اذا حدثت إزاحة للبرتون بمقدار 0.5 m فى اتجاه المجال أوجد:

i. التغير فى الجهد الكهربى بين النقطتين A , B؟

$$\Delta V = -Ed$$



$$= -8 \times 10^4 \times 0.5 = -4 \times 10^4 \ volts$$

اوجد طاقة الجهد للبرتون نتيجة هذه الأزاحة

$$\Delta U = q\,\Delta V = (1.6 \times 10^{-19})(-4 \times 10^4)$$

$$= -6.4 \times 10^{-15}\, J$$

الاشارة السالبة تعنى ان طاقة الجهد تقل فى اتجاه تزايد المجال الكهربى

ii. **احسب سرعة البرتون للانتقال بين النقطتين B , A؟**

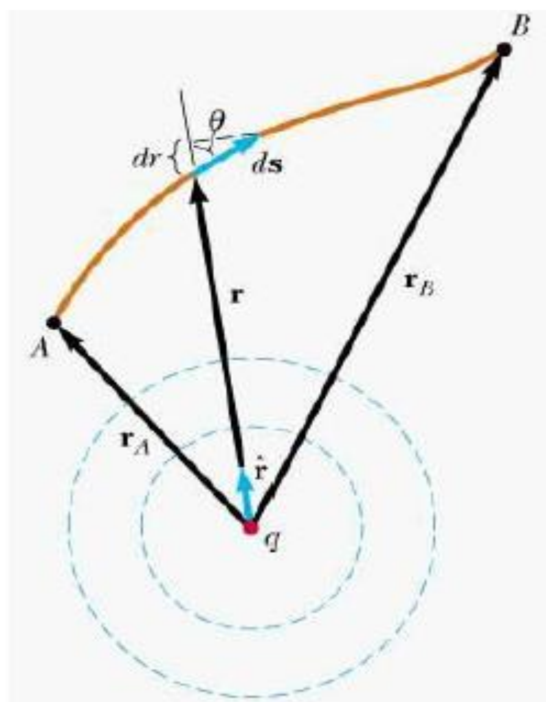
$$\Delta K = -\Delta U = 6.4 \times 10^{-15}\, J$$

$$\Delta K = \frac{1}{2}\, mv^2 \Rightarrow \ v = \sqrt{\frac{2\Delta K}{m}}$$

$$= \sqrt{\frac{2\times 6.4\times 10^{-15}}{1.67\times 10^{-27}}} = 2.77 \times 10^6\, m/s$$

<u>الجهد الكهربى الناشئ من شحنة نقطية</u>

بفرض شحنة كهربية معزولة q ينتج عنها مجال كهربى $\underline{E}$ للخارج والمطلوب هو حساب فرق الجهد بين النقطتين A , B



$$V_B - V_A = -\int_A^B \underline{E}\,.\,d\,\underline{s}$$

$$= -\int_A^B E\, d\, s\, \cos\theta$$

عنصر المسافة ds له مركبه قطرية dr وهى المركبة الوحيدة التى تعطى العلاقة $\underline{E}\,.\,d\,\underline{s}$

$$V_B - V_A = -\int_A^B \frac{k_e\, q}{r^2}\, dr \qquad , \qquad E = k_e \frac{q}{r^2}$$

$$= -k_e\, q\, \int_A^B \frac{dr}{r^2} = k_e \left[\frac{q}{r_B} - \frac{q}{r_A}\right]$$

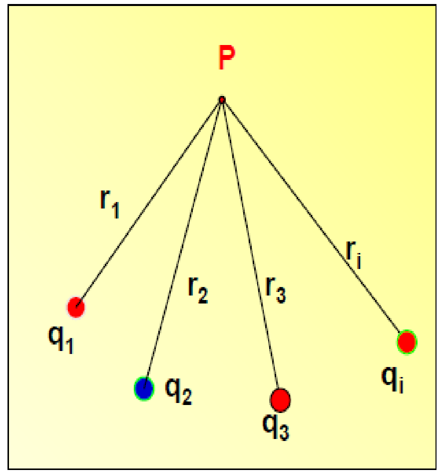
وعند المالا نـهاية $r_A = \infty$ فان الجهد يؤول للصفر $\left(V_\infty = \frac{1}{r_A}\right)$ وبذلك فان الجهد الكهربى عند نقطه ما على بعد r من شحنة كهربية

$$V = k_e \frac{q}{r}$$

ومن هذه العلاقة فان الجهد يكون ثابتاً على السطح الكروى الذى نصف قطره r،   الجهد الكهربى عند النقطة p الناشئ من الشحنات q_1, q_2, q_3

$$V_p = k_e \left[\frac{q_1}{r_1} - \frac{q_2}{r_2} - \frac{q_3}{r_3}\right]$$

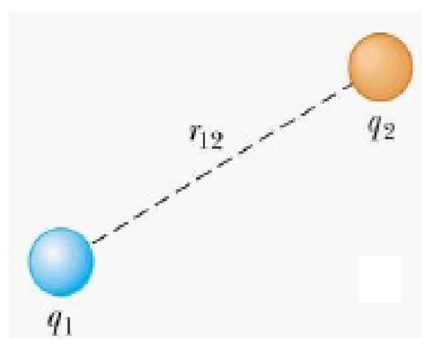
$$V_p = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$



<u>طاقة الجهد المتبادلة بين مجموعة من الشحنات</u>

الشحنة الكهربية q_1 ينشئ عنها جهد V_P على بعد r

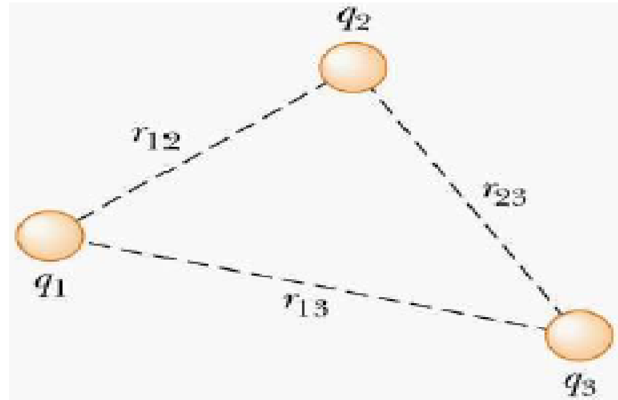
$$V_p = k_e \frac{q_1}{r_{12}}$$



والشغل اللازم لجلب شحنة أخرى q_2 من ما لا نـهاية الى النقطة P

$$W = q_2 V_p = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}} = U_{12}$$

مجموعة من الشحنات



$$U = \sum_{i,j} U_{i,j} = k_e \sum_{i,j} \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

$$U = k_e \left[\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}}\right]$$

الجهد الكهربى لموصل مشحون

بفرض موصل مشحون من مادة موصلة ، فان الشحنات سوف تستقر على سطح الموصل وبالتالى لا توجد شحنات كهربية داخل الموصل وعليه فان المجال الكهربى داخل الموصل صفراً . أى ان

$$\Delta V = -\int_A^B \underline{\mathbf{E}} \,.\, \mathbf{d_s\, s} = \mathbf{0} \;\rightarrow \mathbf{E} = \frac{\mathbf{dV}}{\mathbf{ds}} = \mathbf{0}$$

اى ان $\mathbf{V} = const$ وبالتالى *فان* $V_A = V_B$

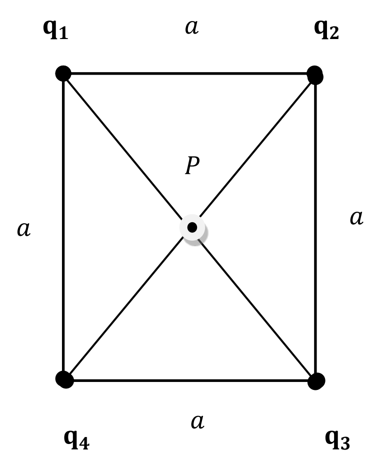
اى ان $\mathbf{V}_{surface} = const$ ، اى ان جميع نقاط السطح متساوية فى الجهد ويسمى هذا السطح بسطح "تساوى الجهد".

أمثلة على فرق الجهد الكهربى

1- اوجد (ى) قيمة الجهد الكهربى فى مركز المربع الموضح بالشكل (1) حيث :

$$\mathbf{q_1} = +\mathbf{1} \times \mathbf{10^{-8}C}\,, \mathbf{q_2} = -\mathbf{2} \times \mathbf{10^{-8}C}\,, \mathbf{q_3} = +\mathbf{3} \times \mathbf{10^{-8}C}\; \mathbf{q_4} = +\mathbf{2} \times \mathbf{10^{-8}C},$$

$\mathbf{and}\; \boldsymbol{a} = \mathbf{1}\boldsymbol{m}$



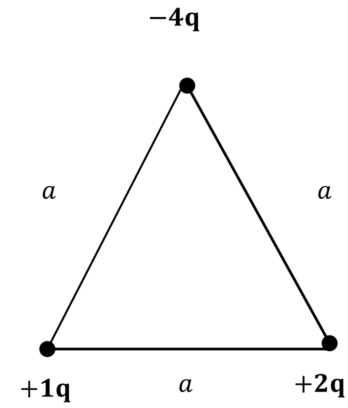
$$\therefore V = \sum_n V_n = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0} \frac{q_1 + q_2 + q_3 + q_4}{r}$$

The distance r for each charge from point P is 0.71 m

$$\therefore V = 9 \times 10^9 \quad \frac{(1 - 2 + 3 + 2) \times 10^{-8}}{0.71} = 500V$$

-2 ثلاث شحنات مثبتة عند رؤوس مثلث كما بالشكل التالى :

اوجد طاقة الوضع الكهربية بين الشحنات ، افترض (ى) ان : $q = 1 \times 10^{-7} C$, and $a = 10\ cm$



$$U = U_{12} + U_{13} + U_{23}$$

$$U = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\left[\frac{(+q)(-q)}{a} + \frac{(+q)(+2q)}{a} + \frac{(-4q)(+2q)}{a}\right]$$

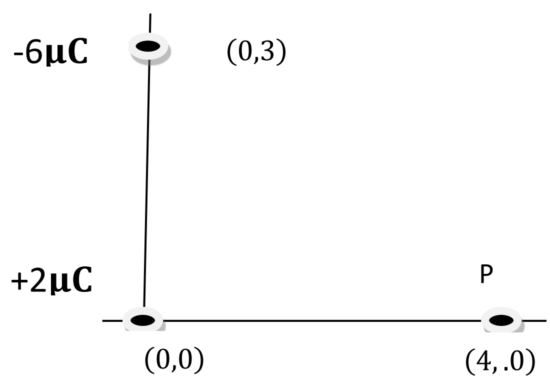
$$U = -\ \frac{10}{4\pi\,\varepsilon_0}\,\frac{q^2}{a}$$

$$\therefore U = -\ 9 \times 10^{9}\ \ \frac{(10)(1 \times 10^{-7})^2}{0.1} = -\ 9 \times 10^{-3}\ \text{J}$$

-3 شحنتان $2\mu C$ و $6\mu C$ – عند المواضع $(0,0)\ m$ و $(0,3)\ m$كما موضح بالشكل :

اوجد الجهد الكهربى الكلى الناشئ عن الشحنات عند النقطة $(4,0)\ m$.

- ما الشغل اللازم لنقل شحنة $3\mu C$ من مالانهاية الى النقطة P .
- اوجد طاقة الجهد الكهربى للشحنات الثلاث.



$$V_P = V_1 + V_2$$

$$V = \frac{1}{4\pi\,E_0}\left[\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right]$$

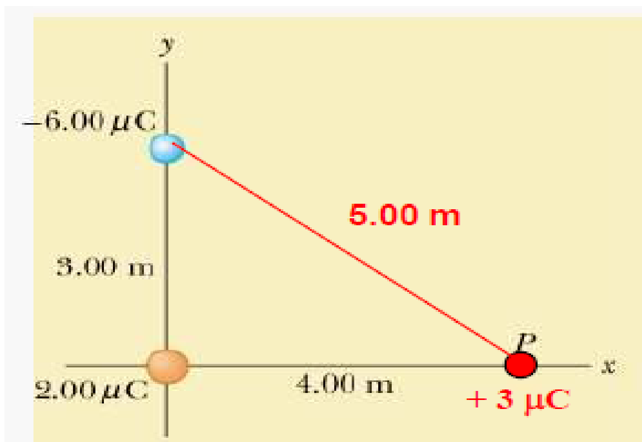
$$V = 9 \times 10^{9}\left[\frac{2\times10^{-6}}{4} - \frac{6\times10^{-6}}{5}\right] =$$

$$-6.3 \times 10^{3}\ volts$$

- The work required is given by

$$W = q_3\,V_P = 3 \times 10^{-6} \times -6.3 \times 10^{3}$$

$$= 18.9 \times 10^{-3}\ J$$



The – ve sign means that the work is done by the charge for the movement from ∞ to P.

- The potential energy is givn by

$$U = U_{12} + U_{13} + U_{23}$$

$$U = K_e\left[\frac{(2\times10^{-6})(-6\times10^{-6})}{3} + \frac{(2\times10^{-6})(3\times10^{-6})}{4} + \frac{(-6\times10^{-6})(3\times10^{-6})}{5}\right]$$

$$U = -5.5\times10^{-2}\ Joule$$

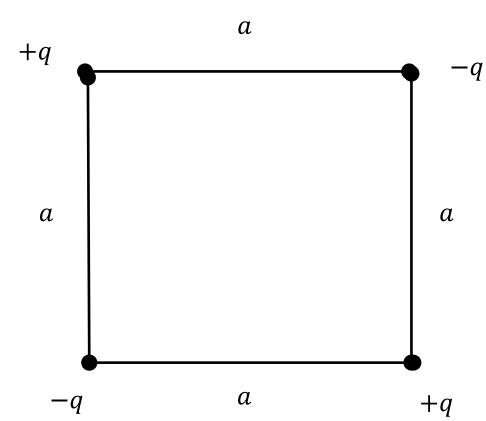
4- جسيم شحنته $q = 3\times10^{-9}$ C يتحرك من النقطة a الى النقطة b على خط مستقيم طوله d=0.5m ، اذا فرض ان المجال الكهربى منتظم على طول الخط من a الى b وقيمته E=200 N/C
احسب :

- القوة الكهربية المؤثرة على الشحنة q
- الشغل المبذول بواسطة هذا المجال
- فرق الجهد بين النقطتين a , b

- The force is in the same direction as the electric field since the charge is positive;, the magnitude of the force is given by.
- $F = qE = 3\times10^{-9}\times200 = 600\times10^{-9}N$
- The work done by this force is
- $w = Fd = 600\times10^{-9}\times0.5 = 300\times10^{-9}\,J$
- The potential difference is the work per unit charge, which is
- $V_a - V_b = W/q = 100V$
- Or
- $V_a - V_b = Ed = 200\times0.5 = 100\,V$

5- استنتج الشغل اللازم لوضع اربع شحنات معاً على رؤوس مربع كما موضح بالشكل :

The work required to put these charges together is equal to the total electric potential energy.



$$U = U_{12} + U_{13} + U_{14} + U_{23} + U_{34}$$

$$U = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\left[\frac{-q^2}{a} + \frac{q^2}{\sqrt{2}\,a} - \frac{q^2}{a} - \frac{q^2}{a} + \frac{q^2}{\sqrt{2}\,a} - \frac{q^2}{a}\right]$$

$$U = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\left[\frac{-4q^2}{a} + \frac{2q^2}{\sqrt{2}\,a}\right]$$

$$U = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\left[\frac{\sqrt{2}\;4q^2 + 2q^2}{\sqrt{2}\,a}\right] = \frac{-\,0.2\;q^2}{\varepsilon_0\,a}$$

The minus sign indicates that there is attractive force between the charges.

6- فى المستطيل التالى الشحنتان $q_1 = -5\times10^{-6}C$ و $q_2 = 2\times10^{-6}C$ احسب

- الشغل اللازم لتحريك $q_3 = 3\times10^{-6}C$ من النقطة A الى النقطة B خلال قطر المستطيل

From the equation $V_B - V_A = W_{AB/q_0}$

$V_A = V_1 + V_2 \quad \& \; V_B = V_1 + V_2$

$$V_A = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\left[\frac{-5\times10^{-6}}{0.15} + \frac{2\times10^{-6}}{0.05}\right] = 6\times10^4\,V$$

$$V_B = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\left[\frac{-5\times10^{-6}}{0.05} + \frac{2\times10^{-6}}{0.15}\right] = -7.8\times10^4\,V$$

$$W_{BA} = (V_A - V_B)\;q_3$$

$$= (6\times10^4 + 7.8\times10^4)3\times10^{-6} = 0.414\;\text{Joule}$$

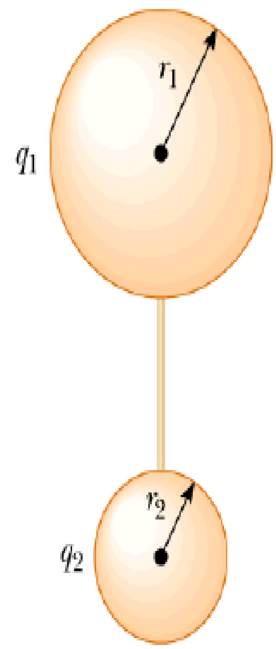
7- Two spherical conductors of radii r_1 and r_2 are separated by a distance much larger than the radius of either sphere. The spheres are connected by a conducting wire. The charges on the spheres in equilibrium are q_1 and q_2 respectively. Find the ratio of the magnitudes of the electric fields at the surfaces of the charges.

Because the spheres are connected by a conducting wire, they must have the same potential:

$$V_1 = k_e \frac{q_1}{r_1} \qquad V_2 = k_e \frac{q_2}{r_2}$$

$$V_1 = V_2 \Rightarrow k_e \frac{q_1}{r_1} = k_e \frac{q_2}{r_2}$$

$$\frac{q_1}{r_1} = \frac{q_2}{r_2} \Rightarrow \frac{q_1}{q_1} = \frac{r_1}{r_2}$$



The spheres are very far from each other

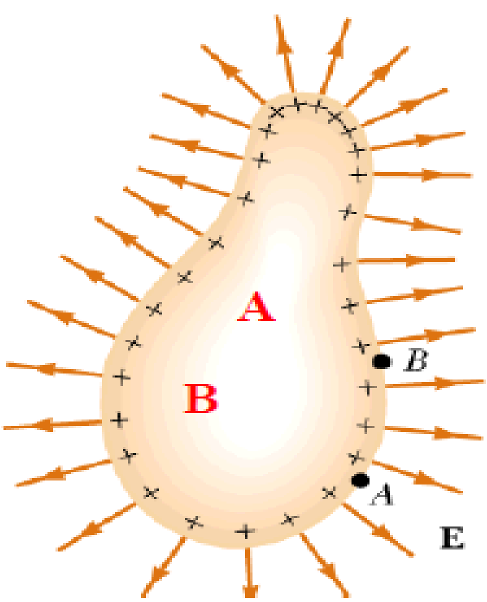
$$E_1 = k_e \frac{q_1}{r_1^2} \qquad E_2 = k_e \frac{q_2}{r_2^2}$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{q_1}{q_2}\frac{r_2^2}{r_1^2}$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{r_1}{r_2}\frac{r_2^2}{r_1^2}$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

Electric Potential due to a Charged Conductor



$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$V_B - V_A = 0 \Rightarrow V_B = V_A = \text{constant}$$

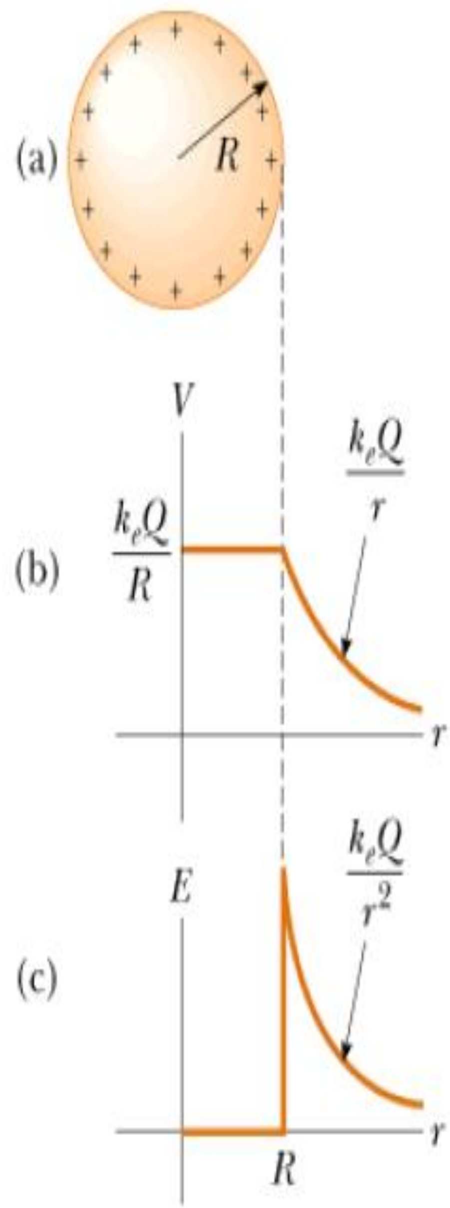
The Electric Potential due a Conducting Sphere

The electric potential inside the sphere is constant and equals that at the surface:

$$V = k_e \frac{Q}{R} \qquad (r = R \,\&\, r < R)$$

The electric potential outside the sphere is given by:

$$V = k_e \frac{Q}{r} \qquad (r > R)$$



Quick Quiz

- A spherical balloon contains a positive charge at its center.
- The balloon is inflated to a greater volume while the charge remains at the center.

- The electric potential at the surface of the balloon:
  - a) Decreases
  - b) Increases
  - c) Remains the same

- The magnitude of the electric field at the surface of the balloon:
  - a) Decreases
  - b) Increases
  - c) Remains the same

- The electric flux through the surface of the balloon:
  - a) Decreases
  - b) Increases
  - c) Remains the same