

# Algorithmes de tri (1)

Christian Lasou, Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Licence ST-A, USTL - API1

12 février 2007

- 1 Introduction
- 2 Tri par sélection
  - Principe
  - Algorithmes
- 3 Tri par insertion
  - Principe
  - Algorithme
  - Coût

# Tableaux triés

## Définition (rappel)

Supposons le type  $E$  totalement ordonné par la relation notée  $\leq$ .  
Un tableau  $t[a..b]$  d'éléments de type  $E$  est trié pour l'ordre  $\leq$  si

$$\forall i \in \llbracket a, b - 1 \rrbracket \quad t[i] \leq t[i + 1]$$

# Tableaux triés

## Définition (rappel)

Supposons le type  $E$  totalement ordonné par la relation notée  $\leq$ .  
Un tableau  $t[a..b]$  d'éléments de type  $E$  est trié pour l'ordre  $\leq$  si

$$\forall i \in \llbracket a, b - 1 \rrbracket \quad t[i] \leq t[i + 1]$$

## Exemple

Exemple de tableau trié pour l'ordre usuel des caractères  
( $E=\text{CHAR}$ )

1	2	3	4	5	6	7	8
E	I	L	M	N	O	O	T

# Le problème

## Problème du tri

**Données**  $t[a..b]$  un tableau d'éléments de type  $E$

**But** transformer  $t$  de sorte qu'il soit trié

# Le problème

## Problème du tri

**Données**  $t[a..b]$  un tableau d'éléments de type  $E$

**But** transformer  $t$  de sorte qu'il soit trié

## Exemple

Transformer le tableau (de caractères)

T	I	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

en

# Le problème

## Problème du tri

**Données**  $t[a..b]$  un tableau d'éléments de type  $E$

**But** transformer  $t$  de sorte qu'il soit trié

## Exemple

Transformer le tableau (de caractères)

T	I	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

en

E	I	L	M	N	O	O	T
---	---	---	---	---	---	---	---

# TRI PAR SÉLECTION





# Principe du tri par sélection

Pour trier le tableau  $t$

T	I	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---



# Principe du tri par sélection

Pour trier le tableau  $t$

T	I	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

- sélectionner l'élément le plus petit du tableau

T	I	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---



# Principe du tri par sélection

Pour trier le tableau  $t$

T	I	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

- sélectionner l'élément le plus petit du tableau

T	I	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

- l'échanger avec le premier élément du tableau

E	I	M	O	L	T	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

# Principe du tri par sélection

Pour trier le tableau  $t$

T	I	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

- sélectionner l'élément le plus petit du tableau

T	I	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

- l'échanger avec le premier élément du tableau

E	I	M	O	L	T	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

- recommencer avec le reste du tableau

E	I	M	O	L	T	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

# Les besoins

Il suffit donc de

# Les besoins

Il suffit donc de

- savoir déterminer l'indice du plus petit élément d'une tranche  $t[a..b]$  de tableau (`ind_min(t, a, b)`)

# Les besoins

Il suffit donc de

- savoir déterminer l'indice du plus petit élément d'une tranche  $t[a..b]$  de tableau (`ind_min(t, a, b)`)
- savoir échanger deux éléments d'un tableau (`echanger(x, y)`)

# Sélection du minimum

`ind_min(t,a,b)`

**Données** : un tableau  $t$ , deux indices  $a, b$

**But** : déterminer l'indice du plus petit élément de  $t[a..b]$

**Var. locales** :  $k, i$

```
 $i := a$   
 $\{t[i] \leq t[a..a]\}$   
pour  $k$  variant de  $\text{succ}(a)$  à  $b$  faire  
    si  $t[k] < t[i]$  alors  
         $i := k$   
    fin si  
     $\{t[i] \leq t[a..k]\}$   
fin pour  
 $\{t[i] \leq t[a..b]\}$   
retourner  $i$ 
```



## ind\_min en action

 $t =$ 

T	I	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

 $a = 1, b = 8$ 

$k$	$i$	min de $t[1..k-1]$

```

i := a
pour k variant de succ(a) a b faire
  si t[k] < t[i] alors
    i := k
  fin si
fin pour
retourner i

```

## ind\_min en action

$$t = \text{T I M O L E O N}$$
$$a = 1, b = 8$$

$k$	$i$	$\text{min de } t[1..k-1]$
	1	T I M O L E O N

```

i := a
pour k variant de succ(a) à b faire
    si  $t[k] < t[i]$  alors
        i := k
    fin si
fin pour
retourner i

```

## ind\_min en action

 $t =$ 

T	I	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

 $a = 1, b = 8$ 

$k$	$i$	min de $t[1..k-1]$
	1	<span style="border: 1px solid red;">T</span> I M O L E O N
2	2	<span style="border: 1px solid blue;">T</span> <span style="border: 1px solid red;">I</span> M O L E O N

```

i := a
pour k variant de succ(a) a b faire
  si t[k] < t[i] alors
    i := k
  fin si
fin pour
retourner i

```

# ind\_min en action

$t =$ 

T	I	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

$a = 1, b = 8$

$k$	$i$	$\min$ de $t[1..k-1]$								
	1	<table><tr><td>T</td><td>I</td><td>M</td><td>O</td><td>L</td><td>E</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	T	I	M	O	L	E	O	N
T	I	M	O	L	E	O	N			
2	2	<table><tr><td>T</td><td>I</td><td>M</td><td>O</td><td>L</td><td>E</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	T	I	M	O	L	E	O	N
T	I	M	O	L	E	O	N			
3	2	<table><tr><td>T</td><td>I</td><td>M</td><td>O</td><td>L</td><td>E</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	T	I	M	O	L	E	O	N
T	I	M	O	L	E	O	N			

```

i := a
pour k variant de succ(a) a b faire
    si t[k] < t[i] alors
        i := k
    fin si
fin pour
retourner i

```

## ind\_min en action

 $t = \text{T I M O L E O N}$ 
 $a = 1, b = 8$ 

$k$	$i$	min de $t[1..k-1]$
	1	T I M O L E O N
2	2	T I M O L E O N
3	2	T I M O L E O N
4	2	T I M O L E O N

```

i := a
pour k variant de succ(a) a b faire
    si t[k] < t[i] alors
        i := k
    fin si
fin pour
retourner i

```

## ind\_min en action

 $t = \text{T I M O L E O N}$ 
 $a = 1, b = 8$ 

$k$	$i$	min de $t[1..k-1]$
	1	T I M O L E O N
2	2	T I M O L E O N
3	2	T I M O L E O N
4	2	T I M O L E O N
5	2	T I M O L E O N

```

i := a
pour k variant de succ(a) a b faire
    si t[k] < t[i] alors
        i := k
    fin si
fin pour
retourner i

```

## ind\_min en action

 $t =$ 

T	I	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

 $a = 1, b = 8$ 

$k$	$i$	min de $t[1..k-1]$
	1	<span style="border: 1px solid red;">T</span> I M O L E O N
2	2	<span style="border: 1px solid blue;">T</span> <span style="border: 1px solid red;">I</span> M O L E O N
3	2	<span style="border: 1px solid blue;">T</span> <span style="border: 1px solid red;">I</span> <span style="border: 1px solid blue;">M</span> O L E O N
4	2	<span style="border: 1px solid blue;">T</span> <span style="border: 1px solid red;">I</span> <span style="border: 1px solid blue;">M</span> <span style="border: 1px solid blue;">O</span> L E O N
5	2	<span style="border: 1px solid blue;">T</span> <span style="border: 1px solid red;">I</span> <span style="border: 1px solid blue;">M</span> <span style="border: 1px solid blue;">O</span> <span style="border: 1px solid blue;">L</span> E O N
6	6	<span style="border: 1px solid blue;">T</span> <span style="border: 1px solid blue;">I</span> <span style="border: 1px solid blue;">M</span> <span style="border: 1px solid blue;">O</span> <span style="border: 1px solid blue;">L</span> <span style="border: 1px solid red;">E</span> O N

```

i := a
pour k variant de succ(a) a b faire
  si t[k] < t[i] alors
    i := k
  fin si
fin pour
retourner i

```

## ind\_min en action

 $t = \text{T I M O L E O N}$ 
 $a = 1, b = 8$ 

$k$	$i$	min de $t[1..k-1]$
	1	T I M O L E O N
2	2	T I M O L E O N
3	2	T I M O L E O N
4	2	T I M O L E O N
5	2	T I M O L E O N
6	6	T I M O L E O N
7	6	T I M O L E O N

```

i := a
pour k variant de succ(a) a b faire
  si t[k] < t[i] alors
    i := k
  fin si
fin pour
retourner i

```



## ind\_min en action

 $t = \text{T I M O L E O N}$ 
 $a = 1, b = 8$ 

$k$	$i$	min de $t[1..k-1]$
	1	T I M O L E O N
2	2	T I M O L E O N
3	2	T I M O L E O N
4	2	T I M O L E O N
5	2	T I M O L E O N
6	6	T I M O L E O N
7	6	T I M O L E O N
8	6	T I M O L E O N

```

i := a
pour k variant de succ(a) a b faire
    si t[k] < t[i] alors
        i := k
    fin si
fin pour
retourner i

```

# Coût de la sélection du minimum

Pour un tableau  $t$  de taille  $n$  ( $a = 1$ ,  $b = n$ ) :

- Nombre de comparaisons :

$$c_n = \sum_{k=2}^n 1 = n - 1 \sim n$$

# Tri par sélection

tri\_select (t)

**Données** : un tableau  $t[a..b]$

**But** : trier le tableau  $t$

**Var. locales** :  $k, i$

```
{t[a..a-1] est trié et  $\forall j \in \llbracket a, a-1 \rrbracket \ t[j] \leq t[a..b]}$ 
pour  $k$  variant de  $a$  à  $b-1$  faire
   $i := \text{ind\_min}(t, k, b)$ 
  echanger( $t[k]$ ,  $t[i]$ )
  {t[a..k] est trié et  $\forall j \in \llbracket a, k \rrbracket \ t[j] \leq t[k+1..b]}$ 
fin pour
{t[a..b-1] est trié et  $\forall j \in \llbracket a, b-1 \rrbracket \ t[j] \leq t[b]}$ 
{par conséquent  $t$  est trié}
```

# tri\_select en action

$t =$ 

T	I	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

$k$	$i$	actions	$t$

# tri\_select en action

$t =$ 

T	I	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

$k$	$i$	actions	$t$								
1	<code>ind_min(t,1,8)=6</code>	<code>echanger(t [1], t [6]))</code>	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>M</td><td>O</td><td>L</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	E	I	M	O	L	T	O	N
E	I	M	O	L	T	O	N				

# tri\_select en action

$t =$ 

T	I	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

$k$	$i$	actions	$t$								
1	$\text{ind\_min}(t, 1, 8) = 6$	$\text{echanger}(t[1], t[6])$	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>M</td><td>O</td><td>L</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	E	I	M	O	L	T	O	N
E	I	M	O	L	T	O	N				
2	$\text{ind\_min}(t, 2, 8) = 2$	$\text{echanger}(t[2], t[2])$	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>M</td><td>O</td><td>L</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	E	I	M	O	L	T	O	N
E	I	M	O	L	T	O	N				

# tri\_select en action

$t =$ 

T	I	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

$k$	$i$	actions	$t$								
1	$\text{ind\_min}(t, 1, 8) = 6$	$\text{echanger}(t[1], t[6])$	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>M</td><td>O</td><td>L</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	E	I	M	O	L	T	O	N
E	I	M	O	L	T	O	N				
2	$\text{ind\_min}(t, 2, 8) = 2$	$\text{echanger}(t[2], t[2])$	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>M</td><td>O</td><td>L</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	E	I	M	O	L	T	O	N
E	I	M	O	L	T	O	N				
3	$\text{ind\_min}(t, 3, 8) = 5$	$\text{echanger}(t[3], t[5])$	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>L</td><td>O</td><td>M</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	E	I	L	O	M	T	O	N
E	I	L	O	M	T	O	N				

# tri\_select en action

$t =$ 

T	I	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

$k$	$i$	actions	$t$								
1	$\text{ind\_min}(t, 1, 8) = 6$	$\text{echanger}(t[1], t[6])$	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>M</td><td>O</td><td>L</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	E	I	M	O	L	T	O	N
E	I	M	O	L	T	O	N				
2	$\text{ind\_min}(t, 2, 8) = 2$	$\text{echanger}(t[2], t[2])$	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>M</td><td>O</td><td>L</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	E	I	M	O	L	T	O	N
E	I	M	O	L	T	O	N				
3	$\text{ind\_min}(t, 3, 8) = 5$	$\text{echanger}(t[3], t[5])$	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>L</td><td>O</td><td>M</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	E	I	L	O	M	T	O	N
E	I	L	O	M	T	O	N				
4	$\text{ind\_min}(t, 4, 8) = 5$	$\text{echanger}(t[4], t[5])$	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>O</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	E	I	L	M	O	T	O	N
E	I	L	M	O	T	O	N				



# tri\_select en action

$t =$ 

T	I	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

$k$	$i$	actions	$t$								
1	$\text{ind\_min}(t, 1, 8) = 6$	$\text{echanger}(t[1], t[6])$	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>M</td><td>O</td><td>L</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	E	I	M	O	L	T	O	N
E	I	M	O	L	T	O	N				
2	$\text{ind\_min}(t, 2, 8) = 2$	$\text{echanger}(t[2], t[2])$	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>M</td><td>O</td><td>L</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	E	I	M	O	L	T	O	N
E	I	M	O	L	T	O	N				
3	$\text{ind\_min}(t, 3, 8) = 5$	$\text{echanger}(t[3], t[5])$	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>L</td><td>O</td><td>M</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	E	I	L	O	M	T	O	N
E	I	L	O	M	T	O	N				
4	$\text{ind\_min}(t, 4, 8) = 5$	$\text{echanger}(t[4], t[5])$	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>O</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	E	I	L	M	O	T	O	N
E	I	L	M	O	T	O	N				
5	$\text{ind\_min}(t, 5, 8) = 8$	$\text{echanger}(t[5], t[8])$	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>N</td><td>T</td><td>O</td><td>O</td></tr></table>	E	I	L	M	N	T	O	O
E	I	L	M	N	T	O	O				

# tri\_select en action

$t =$ 

T	I	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

$k$	$i$	actions	$t$								
1	$\text{ind\_min}(t, 1, 8) = 6$	$\text{echanger}(t[1], t[6])$	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>M</td><td>O</td><td>L</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	E	I	M	O	L	T	O	N
E	I	M	O	L	T	O	N				
2	$\text{ind\_min}(t, 2, 8) = 2$	$\text{echanger}(t[2], t[2])$	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>M</td><td>O</td><td>L</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	E	I	M	O	L	T	O	N
E	I	M	O	L	T	O	N				
3	$\text{ind\_min}(t, 3, 8) = 5$	$\text{echanger}(t[3], t[5])$	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>L</td><td>O</td><td>M</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	E	I	L	O	M	T	O	N
E	I	L	O	M	T	O	N				
4	$\text{ind\_min}(t, 4, 8) = 5$	$\text{echanger}(t[4], t[5])$	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>O</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	E	I	L	M	O	T	O	N
E	I	L	M	O	T	O	N				
5	$\text{ind\_min}(t, 5, 8) = 8$	$\text{echanger}(t[5], t[8])$	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>N</td><td>T</td><td>O</td><td>O</td></tr></table>	E	I	L	M	N	T	O	O
E	I	L	M	N	T	O	O				
6	$\text{ind\_min}(t, 6, 8) = 7$	$\text{echanger}(t[6], t[7])$	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>N</td><td>O</td><td>T</td><td>O</td></tr></table>	E	I	L	M	N	O	T	O
E	I	L	M	N	O	T	O				

# tri\_select en action

$t =$ 

T	I	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

$k$	$i$	actions	$t$								
1	$\text{ind\_min}(t, 1, 8) = 6$	$\text{echanger}(t[1], t[6])$	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>M</td><td>O</td><td>L</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	E	I	M	O	L	T	O	N
E	I	M	O	L	T	O	N				
2	$\text{ind\_min}(t, 2, 8) = 2$	$\text{echanger}(t[2], t[2])$	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>M</td><td>O</td><td>L</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	E	I	M	O	L	T	O	N
E	I	M	O	L	T	O	N				
3	$\text{ind\_min}(t, 3, 8) = 5$	$\text{echanger}(t[3], t[5])$	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>L</td><td>O</td><td>M</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	E	I	L	O	M	T	O	N
E	I	L	O	M	T	O	N				
4	$\text{ind\_min}(t, 4, 8) = 5$	$\text{echanger}(t[4], t[5])$	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>O</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	E	I	L	M	O	T	O	N
E	I	L	M	O	T	O	N				
5	$\text{ind\_min}(t, 5, 8) = 8$	$\text{echanger}(t[5], t[8])$	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>N</td><td>T</td><td>O</td><td>O</td></tr></table>	E	I	L	M	N	T	O	O
E	I	L	M	N	T	O	O				
6	$\text{ind\_min}(t, 6, 8) = 7$	$\text{echanger}(t[6], t[7])$	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>N</td><td>O</td><td>T</td><td>O</td></tr></table>	E	I	L	M	N	O	T	O
E	I	L	M	N	O	T	O				
7	$\text{ind\_min}(t, 7, 8) = 8$	$\text{echanger}(t[7], t[8])$	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>N</td><td>O</td><td>O</td><td>T</td></tr></table>	E	I	L	M	N	O	O	T
E	I	L	M	N	O	O	T				

# Coût du tri par sélection

Pour un tableau  $t$  de taille  $n$  ( $a = 1$ ,  $b = n$ ) :

# Coût du tri par sélection

Pour un tableau  $t$  de taille  $n$  ( $a = 1$ ,  $b = n$ ) :

- Nombre d'échanges :

$$e_n = \sum_{1}^{n-1} 1 = n - 1 \sim n$$

# Coût du tri par sélection

Pour un tableau  $t$  de taille  $n$  ( $a = 1$ ,  $b = n$ ) :

- Nombre d'échanges :

$$e_n = \sum_{1}^{n-1} 1 = n - 1 \sim n$$

- Nombre de comparaisons :

$$c_n = \sum_{k=1}^{n-1} (n - k) = \frac{n(n-1)}{2} \sim \frac{n^2}{2}$$

# TRI PAR INSERTION

# Principe du tri par insertion

Pour trier le tableau  $t$

T	I	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---



# Principe du tri par insertion

Pour trier le tableau  $t$

T	I	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

**1** on part du constat que la tranche  $t[1..1]$  est triée

T	I	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

# Principe du tri par insertion

Pour trier le tableau  $t$

T	I	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

- 1 on part du constat que la tranche  $t[1..1]$  est triée

T	I	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

- 2 puis on met l'élément d'indice 2 à sa place dans la tranche  $t[1..2]$

I	T	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

# Principe du tri par insertion

Pour trier le tableau  $t$

T	I	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

- 1 on part du constat que la tranche  $t[1..1]$  est triée

T	I	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

- 2 puis on met l'élément d'indice 2 à sa place dans la tranche  $t[1..2]$

I	T	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

- 3 la tranche  $t[1..2]$  étant maintenant triée, on recommence avec l'étape 2 avec l'élément suivant du tableau.

# Les besoins

Il suffit donc de

# Les besoins

Il suffit donc de

- savoir insérer l'élément d'indice  $k$  d'un tableau  $t$  dans la tranche  $t[a..k]$ ,  $t[a..k - 1]$  étant supposé trié (`insérer( $t$ ,  $k$ )`), de sorte que  $t[a..k]$  soit une tranche triée.

# Insertion dans un tableau trié

**insérer** ( $t, k$ )

**Données** : un tableau  $t[a..b]$ , un indice  $k > a$

**CU** : la tranche  $t[a..k-1]$  est triée

**But** : placer l'élément  $t[k]$  à sa place dans la tranche  $t[a..k]$

**Var. locales** :  $i$

```
 $i := k$ 
{  $t[a..i-1]$  trié ,  $t[i] < t[i+1..k]$  ,  $t[i+1..k]$  trié }
tant que  $i > a$  et  $t[i] < t[i-1]$  faire
    échanger ( $t[i]$ ,  $t[i-1]$ )
    dec( $i$ )
    {  $t[a..i-1]$  trié ,  $t[i] < t[i+1..k]$  ,  $t[i+1..k]$  trié }
fin tant que
{  $t[a..i-1]$  trié ,  $t[i] < t[i+1..k]$  ,  $t[i+1..k]$  trié
  et ( $i = a$  ou  $t[i] \geq t[i-1]$ ) }
```

# insérer en action (1)

$t =$ 

I	M	O	T	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

  
 $k = 5$

$i$		$t$

```

i := k
tant que i > a et  $t[i] < t[i - 1]$  faire
     $\text{echanger}(t[i], t[i - 1])$ 
     $\text{dec}(i)$ 
fin tant que
  
```

# insérer en action (1)

$t =$ 

I	M	O	T	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

  
 $k = 5$

$i$		$t$								
5	$t[i] < t[i - 1]$	<table><tr><td>I</td><td>M</td><td>O</td><td>L</td><td>T</td><td>E</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	M	O	L	T	E	O	N
I	M	O	L	T	E	O	N			

```

i := k
tant que i > a et  $t[i] < t[i - 1]$  faire
    echanger( $t[i], t[i - 1]$ )
    dec(i)
fin tant que
  
```



# insérer en action (1)

$t =$ 

I	M	O	T	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

  
 $k = 5$

$i$		$t$								
5	$t[i] < t[i - 1]$	<table><tr><td>I</td><td>M</td><td>O</td><td>L</td><td>T</td><td>E</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	M	O	L	T	E	O	N
I	M	O	L	T	E	O	N			
4	$t[i] < t[i - 1]$	<table><tr><td>I</td><td>M</td><td>L</td><td>O</td><td>T</td><td>E</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	M	L	O	T	E	O	N
I	M	L	O	T	E	O	N			

```

i := k
tant que i > a et  $t[i] < t[i - 1]$  faire
  echanger( $t[i], t[i - 1]$ )
  dec(i)
fin tant que
  
```

# insérer en action (1)

$t =$ 

I	M	O	T	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

  
 $k = 5$

$i$		$t$								
5	$t[i] < t[i - 1]$	<table><tr><td>I</td><td>M</td><td>O</td><td>L</td><td>T</td><td>E</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	M	O	L	T	E	O	N
I	M	O	L	T	E	O	N			
4	$t[i] < t[i - 1]$	<table><tr><td>I</td><td>M</td><td>L</td><td>O</td><td>T</td><td>E</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	M	L	O	T	E	O	N
I	M	L	O	T	E	O	N			
3	$t[i] < t[i - 1]$	<table><tr><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>O</td><td>T</td><td>E</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	L	M	O	T	E	O	N
I	L	M	O	T	E	O	N			

```

i := k
tant que i > a et  $t[i] < t[i-1]$  faire
   $\text{echanger}(t[i], t[i-1])$ 
   $\text{dec}(i)$ 
fin tant que
  
```

# insérer en action (1)

$t =$ 

I	M	O	T	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

  
 $k = 5$

$i$		$t$								
5	$t[i] < t[i - 1]$	<table><tr><td>I</td><td>M</td><td>O</td><td>L</td><td>T</td><td>E</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	M	O	L	T	E	O	N
I	M	O	L	T	E	O	N			
4	$t[i] < t[i - 1]$	<table><tr><td>I</td><td>M</td><td>L</td><td>O</td><td>T</td><td>E</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	M	L	O	T	E	O	N
I	M	L	O	T	E	O	N			
3	$t[i] < t[i - 1]$	<table><tr><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>O</td><td>T</td><td>E</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	L	M	O	T	E	O	N
I	L	M	O	T	E	O	N			
2	$t[i] \geq t[i - 1]$	<table><tr><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>O</td><td>T</td><td>E</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	L	M	O	T	E	O	N
I	L	M	O	T	E	O	N			

```

i := k
tant que i > a et  $t[i] < t[i-1]$  faire
    echanger( $t[i], t[i-1]$ )
    dec(i)
fin tant que
  
```

# insérer en action (1)

$t =$ 

I	L	M	O	T	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

  
 $k = 6$

$i$		$t$

```

i := k
tant que i > a et  $t[i] < t[i - 1]$  faire
  échanger( $t[i], t[i - 1]$ )
  dec(i)
fin tant que
  
```

# insérer en action (1)

$t =$ 

I	L	M	O	T	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

  
 $k = 6$

$i$		$t$								
6	$t[i] < t[i - 1]$	<table><tr><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>O</td><td>E</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	L	M	O	E	T	O	N
I	L	M	O	E	T	O	N			

```

i := k
tant que i > a et t[i] < t[i - 1] faire
  echanger(t[i], t[i - 1])
  dec(i)
fin tant que
  
```

# insérer en action (1)

$t =$ 

I	L	M	O	T	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

  
 $k = 6$

$i$		$t$								
6	$t[i] < t[i - 1]$	<table><tr><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>O</td><td>E</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	L	M	O	E	T	O	N
I	L	M	O	E	T	O	N			
5	$t[i] < t[i - 1]$	<table><tr><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>E</td><td>O</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	L	M	E	O	T	O	N
I	L	M	E	O	T	O	N			

```

i := k
tant que i > a et  $t[i] < t[i - 1]$  faire
  échanger( $t[i], t[i - 1]$ )
  dec(i)
fin tant que
  
```

# insérer en action (1)

$t =$ 

I	L	M	O	T	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

  
 $k = 6$

$i$		$t$								
6	$t[i] < t[i - 1]$	<table><tr><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>O</td><td>E</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	L	M	O	E	T	O	N
I	L	M	O	E	T	O	N			
5	$t[i] < t[i - 1]$	<table><tr><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>E</td><td>O</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	L	M	E	O	T	O	N
I	L	M	E	O	T	O	N			
4	$t[i] < t[i - 1]$	<table><tr><td>I</td><td>L</td><td>E</td><td>M</td><td>O</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	L	E	M	O	T	O	N
I	L	E	M	O	T	O	N			

```

i := k
tant que i > a et  $t[i] < t[i - 1]$  faire
    echanger( $t[i], t[i - 1]$ )
    dec(i)
fin tant que

```

# insérer en action (1)

$t =$ 

I	L	M	O	T	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

  
 $k = 6$

$i$		$t$								
6	$t[i] < t[i - 1]$	<table><tr><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>O</td><td>E</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	L	M	O	E	T	O	N
I	L	M	O	E	T	O	N			
5	$t[i] < t[i - 1]$	<table><tr><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>E</td><td>O</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	L	M	E	O	T	O	N
I	L	M	E	O	T	O	N			
4	$t[i] < t[i - 1]$	<table><tr><td>I</td><td>L</td><td>E</td><td>M</td><td>O</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	L	E	M	O	T	O	N
I	L	E	M	O	T	O	N			
3	$t[i] < t[i - 1]$	<table><tr><td>I</td><td>E</td><td>L</td><td>M</td><td>O</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	E	L	M	O	T	O	N
I	E	L	M	O	T	O	N			

```

i := k
tant que i > a et  $t[i] < t[i-1]$  faire
    échanger( $t[i], t[i-1]$ )
    dec(i)
fin tant que
  
```



# insérer en action (1)

$t =$ 

I	L	M	O	T	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

  
 $k = 6$

$i$		$t$								
6	$t[i] < t[i - 1]$	<table><tr><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>O</td><td>E</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	L	M	O	E	T	O	N
I	L	M	O	E	T	O	N			
5	$t[i] < t[i - 1]$	<table><tr><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>E</td><td>O</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	L	M	E	O	T	O	N
I	L	M	E	O	T	O	N			
4	$t[i] < t[i - 1]$	<table><tr><td>I</td><td>L</td><td>E</td><td>M</td><td>O</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	L	E	M	O	T	O	N
I	L	E	M	O	T	O	N			
3	$t[i] < t[i - 1]$	<table><tr><td>I</td><td>E</td><td>L</td><td>M</td><td>O</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	E	L	M	O	T	O	N
I	E	L	M	O	T	O	N			
2	$t[i] < t[i - 1]$	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>O</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	E	I	L	M	O	T	O	N
E	I	L	M	O	T	O	N			

```

i := k
tant que i > a et  $t[i] < t[i - 1]$  faire
    échanger( $t[i], t[i - 1]$ )
    dec(i)
fin tant que
  
```

# insérer en action (1)

$t =$ 

I	L	M	O	T	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

  
 $k = 6$

$i$		$t$								
6	$t[i] < t[i - 1]$	<table><tr><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>O</td><td>E</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	L	M	O	E	T	O	N
I	L	M	O	E	T	O	N			
5	$t[i] < t[i - 1]$	<table><tr><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>E</td><td>O</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	L	M	E	O	T	O	N
I	L	M	E	O	T	O	N			
4	$t[i] < t[i - 1]$	<table><tr><td>I</td><td>L</td><td>E</td><td>M</td><td>O</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	L	E	M	O	T	O	N
I	L	E	M	O	T	O	N			
3	$t[i] < t[i - 1]$	<table><tr><td>I</td><td>E</td><td>L</td><td>M</td><td>O</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	E	L	M	O	T	O	N
I	E	L	M	O	T	O	N			
2	$t[i] < t[i - 1]$	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>O</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	E	I	L	M	O	T	O	N
E	I	L	M	O	T	O	N			
1	$i = a$	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>O</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	E	I	L	M	O	T	O	N
E	I	L	M	O	T	O	N			

```

i := k
tant que i > a et  $t[i] < t[i - 1]$  faire
    echanger( $t[i], t[i - 1]$ )
    dec(i)
fin tant que
  
```

# Coût de l'insertion

Pour insérer l'élément d'indice  $n$  dans la tranche  $t[1..n-1]$  :

# Coût de l'insertion

Pour insérer l'élément d'indice  $n$  dans la tranche  $t[1..n-1]$  :

- Meilleur des cas :  $t[n] \geq t[1..n-1]$  (le tableau est trié)

# Coût de l'insertion

Pour insérer l'élément d'indice  $n$  dans la tranche  $t[1..n-1]$  :

- Meilleur des cas :  $t[n] \geq t[1..n-1]$  (le tableau est trié)
  - nbre échanges :

$$e_n = 0$$

# Coût de l'insertion

Pour insérer l'élément d'indice  $n$  dans la tranche  $t[1..n-1]$  :

- Meilleur des cas :  $t[n] \geq t[1..n-1]$  (le tableau est trié)
  - nbre échanges :

$$e_n = 0$$

- nbre comparaisons :

$$c_n = 1$$

# Coût de l'insertion

Pour insérer l'élément d'indice  $n$  dans la tranche  $t[1..n-1]$  :

- Meilleur des cas :  $t[n] \geq t[1..n-1]$  (le tableau est trié)
  - nbre échanges :

$$e_n = 0$$

- nbre comparaisons :

$$c_n = 1$$

- Pire des cas :  $t[n] < t[1..n-1]$

# Coût de l'insertion

Pour insérer l'élément d'indice  $n$  dans la tranche  $t[1..n-1]$  :

- Meilleur des cas :  $t[n] \geq t[1..n-1]$  (le tableau est trié)
  - nbre échanges :

$$e_n = 0$$

- nbre comparaisons :

$$c_n = 1$$

- Pire des cas :  $t[n] < t[1..n-1]$ 
  - nbre échanges :

$$e_n = n - 1 \sim n$$





# Coût de l'insertion

Pour insérer l'élément d'indice  $n$  dans la tranche  $t[1..n-1]$  :

- Meilleur des cas :  $t[n] \geq t[1..n-1]$  (le tableau est trié)
  - nbre échanges :

$$e_n = 0$$

- nbre comparaisons :

$$c_n = 1$$

- Pire des cas :  $t[n] < t[1..n-1]$ 
  - nbre échanges :

$$e_n = n - 1 \sim n$$

- nbre comparaisons :

$$c_n = n - 1 \sim n$$

# Tri par insertion

**tri\_insert** (*t*)

**Données** : un tableau  $t[a..b]$

**But** : trier le tableau  $t$

**Var. locales** :  $k$

```
{t[1..1] est trié}  
pour  $k$  variant de succ( $a$ ) à  $b$  faire  
    insérer( $t, k$ )  
    {t[ $a..k$ ] est trié}  
fin pour  
{t[ $a..b$ ] est trié}
```

# tri\_insert en action

$t =$ 

T	I	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

$k$	actions	$t$

```

pour  $k$  variant de succ( $a$ )
     $a$   $b$  faire
        insérer( $t, k$ )
fin pour
  
```

# tri\_insert en action

$t =$ 

T	I	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

$k$	actions	$t$								
2	insérer ( $t, 2$ )	<table><tr><td>I</td><td>T</td><td>M</td><td>O</td><td>L</td><td>E</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	T	M	O	L	E	O	N
I	T	M	O	L	E	O	N			

```

pour  $k$  variant de succ( $a$ )
  a  $b$  faire
    insérer( $t, k$ )
fin pour
  
```

# tri\_insert en action

$t =$ 

T	I	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

$k$	actions	$t$								
2	insérer ( $t, 2$ )	<table><tr><td>I</td><td>T</td><td>M</td><td>O</td><td>L</td><td>E</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	T	M	O	L	E	O	N
I	T	M	O	L	E	O	N			
3	insérer ( $t, 3$ )	<table><tr><td>I</td><td>M</td><td>T</td><td>O</td><td>L</td><td>E</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	M	T	O	L	E	O	N
I	M	T	O	L	E	O	N			

```

pour  $k$  variant de succ( $a$ )
  a  $b$  faire
    insérer( $t, k$ )
fin pour
  
```

# tri\_insert en action

$t =$ 

T	I	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

$k$	actions	$t$								
2	insérer ( $t, 2$ )	<table><tr><td>I</td><td>T</td><td>M</td><td>O</td><td>L</td><td>E</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	T	M	O	L	E	O	N
I	T	M	O	L	E	O	N			
3	insérer ( $t, 3$ )	<table><tr><td>I</td><td>M</td><td>T</td><td>O</td><td>L</td><td>E</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	M	T	O	L	E	O	N
I	M	T	O	L	E	O	N			
4	insérer ( $t, 4$ )	<table><tr><td>I</td><td>M</td><td>O</td><td>T</td><td>L</td><td>E</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	M	O	T	L	E	O	N
I	M	O	T	L	E	O	N			

```

pour  $k$  variant de succ( $a$ )
  a  $b$  faire
    insérer( $t, k$ )
fin pour
  
```

# tri\_insert en action

$t =$ 

T	I	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

$k$	actions	$t$								
2	insérer ( $t, 2$ )	<table><tr><td>I</td><td>T</td><td>M</td><td>O</td><td>L</td><td>E</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	T	M	O	L	E	O	N
I	T	M	O	L	E	O	N			
3	insérer ( $t, 3$ )	<table><tr><td>I</td><td>M</td><td>T</td><td>O</td><td>L</td><td>E</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	M	T	O	L	E	O	N
I	M	T	O	L	E	O	N			
4	insérer ( $t, 4$ )	<table><tr><td>I</td><td>M</td><td>O</td><td>T</td><td>L</td><td>E</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	M	O	T	L	E	O	N
I	M	O	T	L	E	O	N			
5	insérer ( $t, 5$ )	<table><tr><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>O</td><td>T</td><td>E</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	L	M	O	T	E	O	N
I	L	M	O	T	E	O	N			

```

pour  $k$  variant de succ( $a$ )
  a  $b$  faire
    insérer( $t, k$ )
fin pour

```

# tri\_insert en action

$t =$ 

T	I	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

$k$	actions	$t$								
2	insérer ( $t, 2$ )	<table><tr><td>I</td><td>T</td><td>M</td><td>O</td><td>L</td><td>E</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	T	M	O	L	E	O	N
I	T	M	O	L	E	O	N			
3	insérer ( $t, 3$ )	<table><tr><td>I</td><td>M</td><td>T</td><td>O</td><td>L</td><td>E</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	M	T	O	L	E	O	N
I	M	T	O	L	E	O	N			
4	insérer ( $t, 4$ )	<table><tr><td>I</td><td>M</td><td>O</td><td>T</td><td>L</td><td>E</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	M	O	T	L	E	O	N
I	M	O	T	L	E	O	N			
5	insérer ( $t, 5$ )	<table><tr><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>O</td><td>T</td><td>E</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	L	M	O	T	E	O	N
I	L	M	O	T	E	O	N			
6	insérer ( $t, 6$ )	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>O</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	E	I	L	M	O	T	O	N
E	I	L	M	O	T	O	N			

```

pour  $k$  variant de succ( $a$ )
     $a$   $b$  faire
        insérer( $t, k$ )
    fin pour
  
```



# tri\_insert en action

$t =$ 

T	I	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

$k$	actions	$t$								
2	insérer ( $t, 2$ )	<table><tr><td>I</td><td>T</td><td>M</td><td>O</td><td>L</td><td>E</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	T	M	O	L	E	O	N
I	T	M	O	L	E	O	N			
3	insérer ( $t, 3$ )	<table><tr><td>I</td><td>M</td><td>T</td><td>O</td><td>L</td><td>E</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	M	T	O	L	E	O	N
I	M	T	O	L	E	O	N			
4	insérer ( $t, 4$ )	<table><tr><td>I</td><td>M</td><td>O</td><td>T</td><td>L</td><td>E</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	M	O	T	L	E	O	N
I	M	O	T	L	E	O	N			
5	insérer ( $t, 5$ )	<table><tr><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>O</td><td>T</td><td>E</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	L	M	O	T	E	O	N
I	L	M	O	T	E	O	N			
6	insérer ( $t, 6$ )	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>O</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	E	I	L	M	O	T	O	N
E	I	L	M	O	T	O	N			
7	insérer ( $t, 7$ )	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>O</td><td>O</td><td>T</td><td>N</td></tr></table>	E	I	L	M	O	O	T	N
E	I	L	M	O	O	T	N			

```

pour  $k$  variant de succ( $a$ )
    a  $b$  faire
        insérer( $t, k$ )
fin pour

```

# tri\_insert en action

$t =$ 

T	I	M	O	L	E	O	N
---	---	---	---	---	---	---	---

$k$	actions	$t$								
2	insérer ( $t,2$ )	<table><tr><td>I</td><td>T</td><td>M</td><td>O</td><td>L</td><td>E</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	T	M	O	L	E	O	N
I	T	M	O	L	E	O	N			
3	insérer ( $t,3$ )	<table><tr><td>I</td><td>M</td><td>T</td><td>O</td><td>L</td><td>E</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	M	T	O	L	E	O	N
I	M	T	O	L	E	O	N			
4	insérer ( $t,4$ )	<table><tr><td>I</td><td>M</td><td>O</td><td>T</td><td>L</td><td>E</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	M	O	T	L	E	O	N
I	M	O	T	L	E	O	N			
5	insérer ( $t,5$ )	<table><tr><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>O</td><td>T</td><td>E</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	I	L	M	O	T	E	O	N
I	L	M	O	T	E	O	N			
6	insérer ( $t,6$ )	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>O</td><td>T</td><td>O</td><td>N</td></tr></table>	E	I	L	M	O	T	O	N
E	I	L	M	O	T	O	N			
7	insérer ( $t,7$ )	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>O</td><td>O</td><td>T</td><td>N</td></tr></table>	E	I	L	M	O	O	T	N
E	I	L	M	O	O	T	N			
8	insérer ( $t,8$ )	<table><tr><td>E</td><td>I</td><td>L</td><td>M</td><td>N</td><td>O</td><td>O</td><td>T</td></tr></table>	E	I	L	M	N	O	O	T
E	I	L	M	N	O	O	T			

```

pour  $k$  variant de succ( $a$ )
  a  $b$  faire
    insérer( $t,k$ )
fin pour
  
```

# Coût du tri par insertion

Pour un tableau  $t$  de taille  $n$  :

# Coût du tri par insertion

Pour un tableau  $t$  de taille  $n$  :

- Meilleur des cas :  $\forall k > a \ t[k] \geq t[a..k - 1]$  le tableau est trié

# Coût du tri par insertion

Pour un tableau  $t$  de taille  $n$  :

- Meilleur des cas :  $\forall k > a \ t[k] \geq t[a..k-1]$  le tableau est trié
  - nbre échanges :  $e_n = \sum_{k=2}^n 0 = 0$

# Coût du tri par insertion

Pour un tableau  $t$  de taille  $n$  :

- Meilleur des cas :  $\forall k > a \ t[k] \geq t[a..k-1]$  le tableau est trié
  - nbre échanges :  $e_n = \sum_{k=2}^n 0 = 0$
  - nbre comparaisons :  $c_n = \sum_{k=2}^n 1 = n - 1 \sim n$

# Coût du tri par insertion

Pour un tableau  $t$  de taille  $n$  :

- Meilleur des cas :  $\forall k > a \ t[k] \geq t[a..k-1]$  le tableau est trié
  - nbre échanges :  $e_n = \sum_{k=2}^n 0 = 0$
  - nbre comparaisons :  $c_n = \sum_{k=2}^n 1 = n - 1 \sim n$
- Pire des cas :  $\forall k > a \ t[k] < t[a..k-1]$  le tableau est trié dans l'ordre inverse

# Coût du tri par insertion

Pour un tableau  $t$  de taille  $n$  :

- Meilleur des cas :  $\forall k > a \ t[k] \geq t[a..k-1]$  le tableau est trié
  - nbre échanges :  $e_n = \sum_{k=2}^n 0 = 0$
  - nbre comparaisons :  $c_n = \sum_{k=2}^n 1 = n - 1 \sim n$
- Pire des cas :  $\forall k > a \ t[k] < t[a..k-1]$  le tableau est trié dans l'ordre inverse
  - nbre échanges :  $e_n = \sum_{k=2}^n (k-1) = \frac{n(n-1)}{2} \sim n^2$



# Coût du tri par insertion

Pour un tableau  $t$  de taille  $n$  :

- Meilleur des cas :  $\forall k > a \ t[k] \geq t[a..k-1]$  le tableau est trié
  - nbre échanges :  $e_n = \sum_{k=2}^n 0 = 0$
  - nbre comparaisons :  $c_n = \sum_{k=2}^n 1 = n - 1 \sim n$
- Pire des cas :  $\forall k > a \ t[k] < t[a..k-1]$  le tableau est trié dans l'ordre inverse
  - nbre échanges :  $e_n = \sum_{k=2}^n (k-1) = \frac{n(n-1)}{2} \sim n^2$
  - nbre comparaisons :  $c_n = \sum_{k=2}^n (k-1) = \frac{n(n-1)}{2} \sim n^2$