Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plan

ntroduction

La structure

Réalisation

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Licence ST-A, USTL - API2

12 octobre 2009

Plan du cours

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plan

ntroduction

La structur de pile

- 1 Introduction
 - Objectif
 - Exemple introductif
- 2 La structure de pile
 - Description
 - Opérations primitives
- 3 Réalisation
 - Interface
 - Implémentation
 - Exemple d'utilisation

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plan

Introduction

La structure de pile

- Présenter une structure de données très utilisée en informatique
 - pile système;
 - pile d'un évaluateur.

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plan

Introduction

La structure de pile

- Présenter une structure de données très utilisée en informatique
 - pile système;
 - pile d'un évaluateur.
- Montrer son fonctionnement.

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plan

Introduction

La structure de pile

- Présenter une structure de données très utilisée en informatique
 - pile système;
 - pile d'un évaluateur.
- Montrer son fonctionnement.
- Donner une interface d'utilisation.

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plan

Introduction

La structure de pile

- Présenter une structure de données très utilisée en informatique
 - pile système;
 - pile d'un évaluateur.
- Montrer son fonctionnement.
- Donner une interface d'utilisation.
- Réaliser une implémentation.

Expressions arithmétiques

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plan

Introduction

La structur

Réalisation

 On veut réaliser un programme d'évaluation d'expressions arithmétiques.

Expressions arithmétiques

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plan

Introduction

La structur de pile

- On veut réaliser un programme d'évaluation d'expressions arithmétiques.
- On se limite à des expressions arithmétiques portant sur des nombres entiers avec les quatre opérations usuelles, comme 35, 12 + 3, $12 + 3 \times 5$, ...

Expressions arithmétiques

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plan

Introduction

de pile

Réalisation

- On veut réaliser un programme d'évaluation d'expressions arithmétiques.
- On se limite à des expressions arithmétiques portant sur des nombres entiers avec les quatre opérations usuelles, comme 35, 12 + 3, $12 + 3 \times 5$, ...

Définition d'une expression arithmétique

Une expression arithmétique est

- soit un nombre entier:
- soit deux *expressions arithmétiques* reliées par l'un des quatre opérateurs +, −, × et ÷.

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plan

Introduction

La structure de pile

Réalisation

Évaluer une expression = calculer sa valeur.

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plar

Introduction

La structur de pile

Réalisation

Évaluer une expression = calculer sa valeur.

pour les expressions simples valeur(e) = e Exemple : valeur(12) = 12

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plan

Introduction

La structure de pile

Réalisation

Évaluer une expression = calculer sa valeur.

- pour les expressions simples valeur(e) = e Exemple : valeur(12) = 12
- **pour les expressions composées** valeur $(e_1 \text{ op } e_2) = \text{valeur}(e_1) \text{ op valeur}(e_2)$

Exemple:

$$valeur(12 + 3) = valeur(12) + valeur(3) = 12 + 3 = 15$$

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plar

Introduction

La structure de pile

Réalisation

Évaluer une expression = calculer sa valeur.

- pour les expressions simples valeur(e) = e Exemple : valeur(12) = 12
- pour les expressions composées valeur(e_1 op e_2) = valeur(e_1) op valeur(e_2)

Exemple:

$$valeur(12 + 3) = valeur(12) + valeur(3) = 12 + 3 = 15$$

Simple, n'est-ce pas? ...

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plar

Introduction

La structure

Réalisation

Comment évaluer l'expression $12 + 3 \times 5$?

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plar

Introduction

La structur de pile

Réalisation

Comment évaluer l'expression $12 + 3 \times 5$?

valeur(12 + 3 × 5) = 75?
C'est le cas si on applique les opérateurs dès qu'ils apparaissent sans tenir compte de leurs priorités usuelles (× prioritaire devant +).

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plan

Introduction

La structur de pile

Réalisation

Comment évaluer l'expression $12 + 3 \times 5$?

- valeur(12 + 3 × 5) = 75?
 C'est le cas si on applique les opérateurs dès qu'ils apparaissent sans tenir compte de leurs priorités usuelles (× prioritaire devant +).
- valeur(12 + 3 × 5) = 27?
 C'est le résultat attendu en tenant compte des priorités.

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plan

Introduction

La structur de pile

Réalisation

Comment évaluer l'expression $12 + 3 \times 5$?

- valeur(12 + 3 × 5) = 75?
 C'est le cas si on applique les opérateurs dès qu'ils apparaissent sans tenir compte de leurs priorités usuelles (× prioritaire devant +).
- valeur(12 + 3 × 5) = 27?
 C'est le résultat attendu en tenant compte des priorités.

On veut la seconde évaluation!

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plai

Introduction

La structur de pile

Réalisation

Pour remédier (simplement) à ce problème, trois façons d'écrire les expressions :

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plar

Introduction

La structur de pile

Réalisation

Pour remédier (simplement) à ce problème, trois façons d'écrire les expressions :

expressions infixées complètement parenthésées

$$(12+3), (12+(3\times5))$$

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plan

Introduction

La structur de pile

Réalisation

Pour remédier (simplement) à ce problème, trois façons d'écrire les expressions :

■ expressions infixées complètement parenthésées

$$(12+3), (12+(3\times5))$$

 expressions préfixées : l'opérateur est placé avant les opérandes

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plan

Introduction

La structur de pile

Réalisation

Pour remédier (simplement) à ce problème, trois façons d'écrire les expressions :

■ expressions infixées complètement parenthésées

$$(12+3), (12+(3\times5))$$

 expressions préfixées : l'opérateur est placé avant les opérandes

$$+123, +12\times35$$

 expressions postfixées : l'opérateur est placé après les opérandes

$$12_3_+, 12_3_5_\times_+$$

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plan

Introduction

La structur de pile

Réalisation

Pour remédier (simplement) à ce problème, trois façons d'écrire les expressions :

expressions infixées complètement parenthésées

$$(12+3), (12+(3\times5))$$

 expressions préfixées : l'opérateur est placé avant les opérandes

 expressions postfixées : l'opérateur est placé après les opérandes

$$12_3_+, 12_3_5_\times_+$$

On choisit les expressions postfixées.

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plai

Introduction

La structur de pile

Réalisation

Définition

Une expression postfixée est

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plai

Introduction

La structure de pile

Réalisation

Définition

Une expression postfixée est

soit un nombre;

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plai

Introduction

La structure de pile

Réalisation

Définition

Une expression postfixée est

- soit un nombre;
- soit deux expressions postfixées suivies d'un opérateur binaire.

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Pla

Introduction

La structur de pile

Réalisation

Définition

Une expression postfixée est

- soit un nombre;
- soit deux expressions postfixées suivies d'un opérateur binaire.

Exemples

Expressions	écriture postfixée
12	12
12 + 3	12_3_+
$12 + (3 \times 5)$	12_3_5_×_+
$\frac{a+b}{}$	a_b_+_c_d÷
c-d	

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plan

Introduction

La structure

Réalisation

Écriture non ambigüe;

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plar

Introduction

La structure de pile

- Écriture non ambigüe;
- sans parenthèse;

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plar

Introduction

La structure

- Écriture non ambigüe;
- sans parenthèse;
- évaluation facile . . .

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plar

Introduction

La structure de pile

- Écriture non ambigüe;
- sans parenthèse;
- évaluation facile . . .
- ... grâce à une structure nommée pile.

Exemple d'évaluation

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plar

Introduction

La structur

Réalisation

Expression à évaluer : $A _B _ \times _C _D _+ _-$, avec A = 3, B = 6, C = 2 et D = 5.

Exemple d'évaluation

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

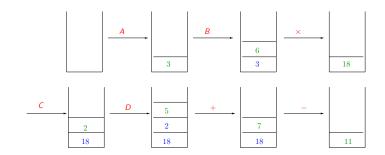
Plar

Introduction

La structure

Réalisation

Expression à évaluer : $A_B_\times_C_D_+_-$, avec A=3, B=6, C=2 et D=5.



Exemple d'évaluation

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

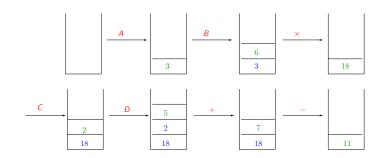
Plar

Introduction

La structure de pile

Réalisation

Expression à évaluer : $A_B_\times_C_D_+_-$, avec A=3, B=6, C=2 et D=5.



Propriété invariante : Le sommet de la pile est la valeur de la dernière expression lue.

La structure de PILE

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plai

ntroduction

La structure de pile

Réalisation

Définition

Une pile est une structure linéaire

La structure de PILE

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plai

ntroduction

La structure de pile

Réalisation

Définition

Une pile est une structure linéaire

 permettant de mémoriser un nombre variable de données (empilement);

La structure de PILE

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Pla

troduction

La structure de pile

Réalisation

Définition

Une pile est une structure linéaire

- permettant de mémoriser un nombre variable de données (empilement);
- dont une seule est immédiatement accessible (le sommet);

La structure de PILE

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Pla

ntroduction

La structure de pile

Réalisation

Définition

Une pile est une structure linéaire

- permettant de mémoriser un nombre variable de données (empilement);
- dont une seule est immédiatement accessible (le sommet);
- les autres ne le devenant que lorsqu'elles se retrouvent au sommet (dépilement).

La structure de PILE

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Pla

troduction

La structure de pile

Réalisation

Définition

Une pile est une structure linéaire

- permettant de mémoriser un nombre variable de données (empilement);
- dont une seule est immédiatement accessible (le sommet);
- les autres ne le devenant que lorsqu'elles se retrouvent au sommet (dépilement).

Pile = structure du <u>dernier entré, premier sorti</u> ou **LIFO** (Last In, First Out).

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Une pile peut être

Plan

ntroductio

La structure de pile

Réalisatio

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Une pile peut être

Plan

ntroductio

La structure de pile

Réalisation

vide : elle ne contient aucune donnée;



Pile vide.

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Une pile peut être

ntroductio

La structure de pile

Réalisation

- vide : elle ne contient aucune donnée;
- pleine : il n'est plus possible de lui ajouter un élément.



Pile vide.



Pile pleine.

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Une pile peut être

Introductio

La structure de pile

Réalisation

- vide : elle ne contient aucune donnée;
- <u>pleine</u>: il n'est plus possible de lui ajouter un élément.

En théorie, une pile n'est jamais pleine. Mais toute implémentation des piles utilise de la mémoire, ressource disponible en quantité finie.



Pile vide.



Pile pleine.

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plan

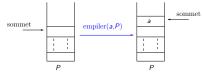
ntroductio

La structure de pile

Réalisation

Au nombre de deux

■ empilement : ajout d'un élément au sommet de la pile



Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plan

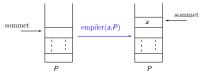
ntroductio

La structure de pile

Réalisation

Au nombre de deux

■ empilement : ajout d'un élément au sommet de la pile



Remarque : opération possible uniquement si la pile n'est pas pleine.

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plan

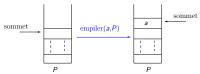
ntroductio

La structure de pile

Réalisation

Au nombre de deux

■ empilement : ajout d'un élément au sommet de la pile



Remarque : opération possible uniquement si la pile n'est pas pleine.

■ dépilement : retrait de l'élément situé au sommet de la pile



Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plan

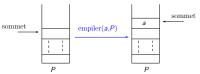
ntroductio

La structure de pile

Réalisation

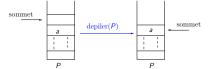
Au nombre de deux

■ empilement : ajout d'un élément au sommet de la pile



Remarque : opération possible uniquement si la pile n'est pas pleine.

■ dépilement : retrait de l'élément situé au sommet de la pile



Remarque : opération possible uniquement si la pile n'est pas vide.



Accès à un élément d'une pile

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

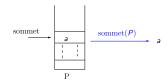
Seul élément accessible d'une pile : son sommet.

i idii

ntroductio

La structure de pile

Réalisation



Accès à un élément d'une pile

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

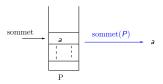
Plar

ntroductio

La structure de pile

Réalisation

Seul élément accessible d'une pile : son sommet.



Pour accéder aux élements situés sous le sommet, nécessité de *dépiler* la pile.

Nommage des types

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plan

ntroductio

La structur

Réalisation

Dans la suite nous nommerons

Nommage des types

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plan

ntroduction

La structur de pile

Réalisation

Dans la suite nous nommerons

■ T_PILE les structures de type pile,

Nommage des types

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plan

ntroductio

La structur de pile

Réalisation

Dans la suite nous nommerons

- T_PILE les structures de type pile,
- et T_ELEMENT le type des données qu'elles contiennent.

Opérations primitives sur les piles

Structure de PILE

Listing

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plan

ntroduction

La structure de pile

Réalisation

Voici les entêtes des procédures et fonctions de gestion des piles.

```
// estPileVide(P) ssi P est vide
function estPileVide(P : T_PILE) : BOOLEAN;
// sommet (P) = élément situé au sommet de P
// CU : P ne doit pas être vide
function sommet(P : T_PILE) : T_ELEMENT;
// empile x au sommet de la pile P
// CU : P ne doit pas être pleine
procedure empiler(const x : T_ELEMENT;
                  var P : T_PILE);
// dépile la pile P
// CU : P ne doit pas être vide
procedure depiler(var P : T_PILE);
```

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Représentation contigüe à l'aide

Plan

ntroduction

La structure

Réalisation

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plan

ntroduction

La structur

Réalisation

Représentation contigüe à l'aide

■ d'un tableau t[1..MAX] pour stocker les élements;

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plar

troduction

La structur de pile

Réalisation

Représentation contigüe à l'aide

- d'un tableau t[1..MAX] pour stocker les élements;
- et d'un indice s pour l'élément du sommet.

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plar

troduction

La structur de pile

Réalisation

Représentation contigüe à l'aide

- d'un tableau t[1..MAX] pour stocker les élements;
- et d'un indice s pour l'élément du sommet.

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plar

ntroduction

La structur de pile

Réalisation

Représentation contigüe à l'aide

- d'un tableau t[1..MAX] pour stocker les élements;
- et d'un indice s pour l'élément du sommet.

Lien avec les opérations primitives

■ P est vide \Leftrightarrow s = 0;

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plan

ntroductio

La structur de pile

Réalisation

Représentation contigüe à l'aide

- d'un tableau t[1..MAX] pour stocker les élements;
- et d'un indice s pour l'élément du sommet.

- P est vide \Leftrightarrow s = 0;
- P est pleine \Leftrightarrow s = MAX;

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plan

ntroductio

La structur de pile

Réalisation

Représentation contigüe à l'aide

- d'un tableau t[1..MAX] pour stocker les élements;
- et d'un indice s pour l'élément du sommet.

- P est vide \Leftrightarrow s = 0;
- P est pleine \Leftrightarrow s = MAX;
- \blacksquare sommet(P) = t[s];

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plai

ntroductio

La structur de pile

Réalisation

Représentation contigüe à l'aide

- d'un tableau t[1..MAX] pour stocker les élements;
- et d'un indice s pour l'élément du sommet.

- P est vide \Leftrightarrow s = 0;
- P est pleine \Leftrightarrow s = MAX;
- \blacksquare sommet(P) = t[s];
- s est incrémenté par toute opération d'empilement;

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plai

ntroduction

La structur de pile

Réalisation

Représentation contigüe à l'aide

- d'un tableau t[1..MAX] pour stocker les élements;
- et d'un indice s pour l'élément du sommet.

- P est vide \Leftrightarrow s = 0;
- P est pleine \Leftrightarrow s = MAX;
- \blacksquare sommet(P) = t[s];
- s est incrémenté par toute opération d'empilement;
- s est décrémenté par toute opération de dépilement.

Réalisation du type T_PILE(suite)

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric Wegrzynowski

Plai

ntroduction

La structure de pile

Réalisation

```
Déclaration du type T_PILE
```

```
Listing

const MAX = <à compléter>;  //taille maximale de la pile
type
  T_ELEMENT = <à compléter>;  //type des éléments des piles
  T_PILE = record
     sommet : 0..MAX;
     contenu : array[1..MAX] of T_ELEMENT;
end {T_PILE};
```

et de la constante PILE_VIDE

```
Listing
const
  PILE_VIDE : T_PILE = (sommet : 0);
```

Remarque: d'autres implémentations sont possibles...

Retour sur l'évaluation

Structure de PILE

Nour-Eddine Oussous, Éric 1 Wegrzynowski 2

Plai

troduction

La structure de pile

Réalisation

13

```
Données : e une expression postfixée
```

But : évaluer e Moyen : une pile P

```
tant que e non terminée faire
  lire un élément op de e
  si op est un nombre alors
    empiler(valeur(op),P)
  sinon // op est alors un opérateur
    x := sommet(P)
    depiler(P)
    y := sommet(P)
    depiler(P)
    empiler(y op x,P)
    fin si
    fin tant que
{valeur(e) = sommet(P)}
```

Attention à l'ordre des opérandes dans l'expression passée en paramètre de la procédure empiler (ligne 10).