

INFO 202 – 2009/2010

# Architecture des ordinateurs : fiche de TD 1

Logique & arithmétique binaire

novembre 2009

--

## 1 Représentation des nombres

**Question 1.1 :** Combien de nombres peut-on coder sur 4, 8, 16 et 32 bits ? Quelles sont les bornes ?

*Solution 1.1 :*

- $2^4 = 16 \Rightarrow 0 \dots 15$  ;
- $2^8 = 256 \Rightarrow 0 \dots 255$  ;
- $2^{16} = 65536 \Rightarrow 0 \dots 65535$  ;
- $2^{32} = 4\,294\,967\,296 \Rightarrow 0 \dots 4\,294\,967\,295$ .

**Question 1.2 :** Écrire les nombres 48, 10.75, 7.6875 et 23.9 en binaire. Les écrire en hexadécimal.

*Solution 1.2 :*

- $48 = 32 + 16 = 2^5 + 2^4 = 110000$ , à retrouver avec la méthode des divisions successives :

$$\begin{array}{rcl} 48/2 & = & 24 \text{ reste } = 0 \\ 24/2 & = & 12 \text{ reste } = 0 \\ 12/2 & = & 6 \text{ reste } = 0 \\ 6/2 & = & 3 \text{ reste } = 0 \\ 3/2 & = & 1 \text{ reste } = 1 \\ 1/2 & = & 0 \text{ reste } = 1 \end{array}$$

En hexa :  $(48)_{10} = (110000)_2 = (0011\,0000)_2 = (30)_{16}$ .

- $10,75 = 8 + 2 + 0,5 + 0,25 = 2^3 + 2^1 + 2^{-1} + 2^{-2} = 1010,11$  partie entière avec la méthode des divisions successives. Pour la partie fractionnaire, méthode des multiplications successives :

$$\begin{array}{rcl} 0,75 \times 2 & = & \boxed{1},5 \\ 0,5 \times 2 & = & \boxed{1} \end{array}$$

En hexa :  $(10,75)_{10} = (1010,11)_2 = (1010,1100)_2 = (A,C)_{16}$ .

- $7,6875 = 4 + 2 + 1 + 0,5 + 0,125 + 0,0625 = 2^2 + 2^1 + 2^0 + 2^{-1} + 2^{-3} + 2^{-4} = 111,1011$ .

$$\begin{array}{rcl} 0,6875 \times 2 & = & \boxed{1},375 \\ 0,375 \times 2 & = & \boxed{0},75 \\ 0,75 \times 2 & = & \boxed{1},5 \\ 0,5 \times 2 & = & \boxed{1} \end{array}$$

En hexa :  $(7,6875)_{10} = (111,1011)_2 = (0111,1011)_2 = (7,B)_{16}$ .

- Ici, le problème, c'est que  $23.9$  n'a pas de représentation finie : on a  $23 = 2^4 + 2^2 + 2^1 + 2^0 = 10111$  et







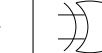
$$\begin{aligned}
 0,9 \times 2 &= \boxed{1},8 \\
 0,8 \times 2 &= \boxed{1},6 \\
 0,6 \times 2 &= \boxed{1},2 \\
 0,2 \times 2 &= \boxed{0},4 \\
 0,4 \times 2 &= \boxed{0},8 \\
 0,8 \times 2 &= \dots \quad \text{déjà vu ligne 2} \dots
 \end{aligned}$$

On a :  $(23,9)_{10} = (10111,1\underbrace{1100})_2$  avec le dernier motif qui se repète indéfiniment.



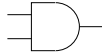
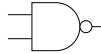

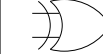
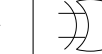
En hexa :  $(23,9)_{10} = (10111,1\underbrace{1100})_2 = (0001\ 0111, 1110\ \underbrace{0110})_2 = (17, E\ \underbrace{6})_{16}$ .

## 2 Fonctions logiques de base

**Question 2.1 :** Remplissez le tableau suivant :

		NON NOT	OU OR	ET AND	NON ET NAND	NON OU NOR	OU exclusif XOR	équivalence XNOR
$a$	$b$	$\bar{a}$	$a + b$	$a.b$	$a \uparrow b$	$a \downarrow b$	$a \oplus b$	$a \otimes b$
0	0							
0	1							
1	0							
1	1							
								
		7406	7432	7408	7400	7402	7486	74266

**Solution 2.1 :**

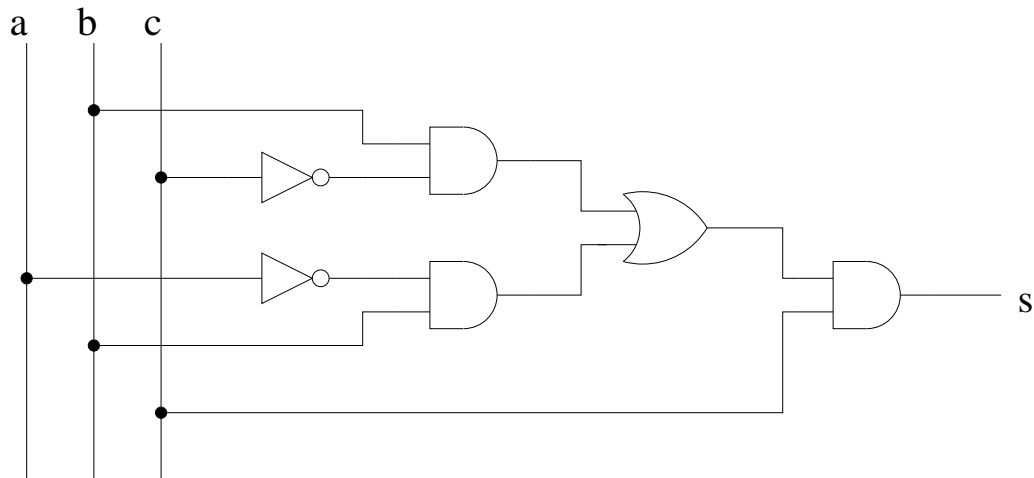
		NON NOT	OU OR	ET AND	NON ET NAND	NON OU NOR	OU exclusif XOR	équivalence XNOR
$a$	$b$	$\bar{a}$	$a + b$	$a.b$	$a \uparrow b$	$a \downarrow b$	$a \oplus b$	$a \otimes b$
0	0	1	0	0	1	1	0	1
0	1	1	1	0	1	0	1	0
1	0	0	1	0	1	0	1	0
1	1	0	1	1	0	0	0	1
								
		7406	7432	7408	7400	7402	7486	74266

Pour chacune des fonctions, on a l'interprétation suivante : “vraie si et seulement si”

- NOT :  $a$  est faux, également appelé “complémentation” ou “négation” ;
- OR : au moins l'un des deux est vrai, également appelé “disjonction” ou “union” ;
- AND : les deux sont vrais, également appelé “conjonction” ;
- NAND : au moins l'un des deux est faux ;
- NOR : les deux sont vrais, également appelé “NI” ;
- XOR : l'un des deux est vrai, mais pas les deux, également appelé “dilemme” ;
- XNOR : ils ont la même valeur.

**Question 2.2 :**

1. Calculer la table de vérité du circuit logique suivant :



2. Donner une expression logique simple pour cette fonction logique.  
 3. Dessiner son circuit logique.

**Solution 2.2 :** Il faut leur rappeler ce qu'est une table de vérité, en cours j'ai cité le nom sans définir formellement ce que c'est.

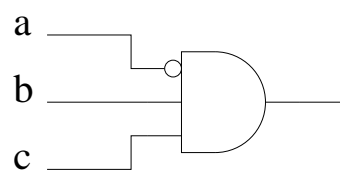
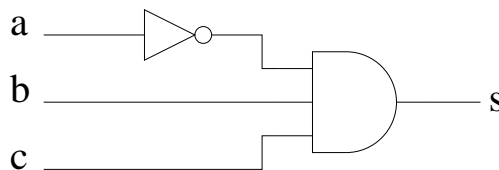
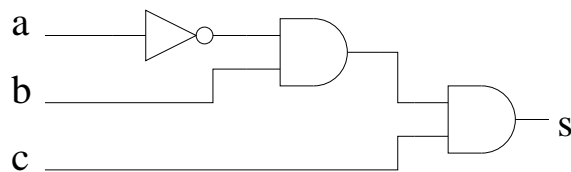
1. table de vérité :

a	b	c	s
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

Commencer par  $c = 0 \Rightarrow s = 0$  puis passer les cas restants en revue.

2.  $\bar{a}.b.c$

3. Donner les trois solutions :



Expliquer l'utilisation du AND à 3 entrées grâce à l'associativité. Profiter que l'on fait des schémas pour rappeler les règles de traçage : croisement de fils, pas deux sorties reliés entre elles, etc.

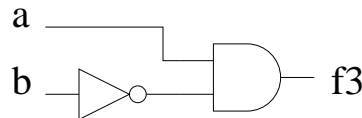
**Question 2.3 :** Montrer, en dessinant les circuits logiques, que toutes les fonctions logiques à deux variables peuvent être exprimées avec uniquement des AND, OR et NOT.

*Solution 2.3 :* Les seize fonctions sont (ils ont déjà ce tableau) :

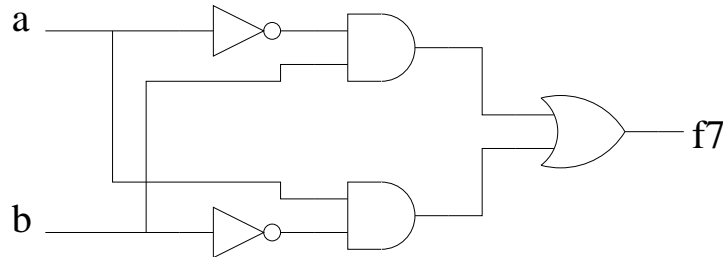
$a$	$b$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$	$f_7$	$f_8$	$f_9$	$f_{10}$	$f_{11}$	$f_{12}$	$f_{13}$	$f_{14}$	$f_{15}$	$f_{16}$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

Les fonctions  $f_9, \dots, f_{16}$  sont des compléments des fonctions  $f_8, \dots, f_1$ , on ne traite que ces dernières. Les fonctions  $f_1, f_4$  et  $f_6$  sont triviales et on laisse tomber  $f_2$  et  $f_8$ . Il reste :

- $f_3$  : c'est une fonction d'inhibition : “ $a$  inhibé par  $b$ ”



- $f_5$  : idem, mais on change  $a$  et  $b$ .
- $f_7$  : c'est le XOR : plein de solutions dont :



### 3 Nombres binaires en virgule fixe

**Question 3.1 :** Remplissez le tableau suivant avec les entiers ou entiers relatifs correspondants (“M&S” signifie “signé module et signe”, “Cà1” signifie “signé complément à 1” et “Cà2” signifie “signé complément à 2”) :

	<i>non-signé</i>	<i>M&amp;S</i>	<i>Cà1</i>	<i>Cà2</i>
0000				
0001				
0010				
0011				
0100				
0101				
0110				
0111				
1000				
1001				
1010				
1011				
1100				
1101				
1110				
1111				

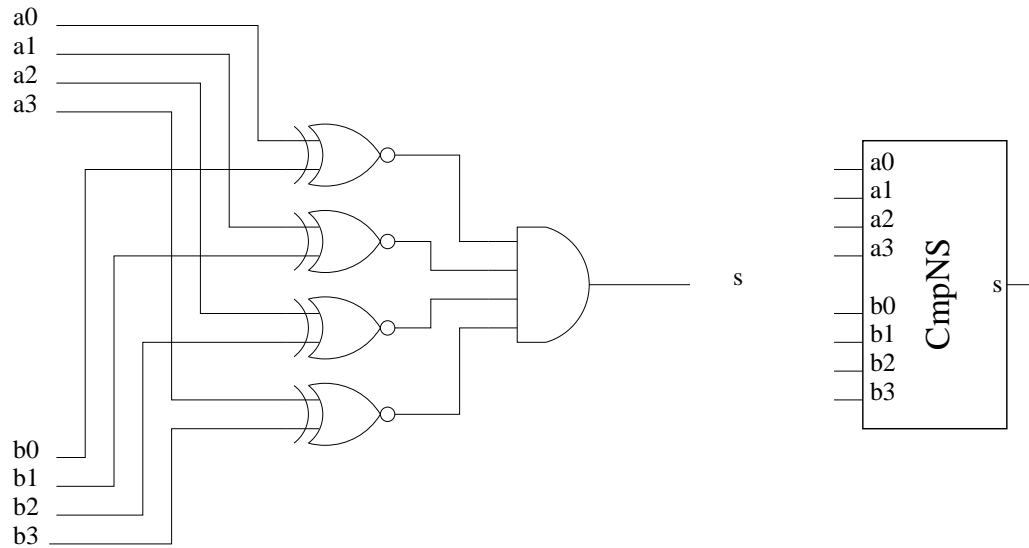
*Solution 3.1 :*

	non-signé	M&S	Cà1	Cà2
0000	0			
0001	1			
0010	2			
0011	3			
0100	4			
0101	5			
0110	6			
0111	7			
1000	8	-0	-7	-8
1001	9	-1	-6	-7
1010	10	-2	-5	-6
1011	11	-3	-4	-5
1100	12	-4	-3	-4
1101	13	-5	-2	-3
1110	14	-6	-1	-2
1111	15	-7	-0	-1

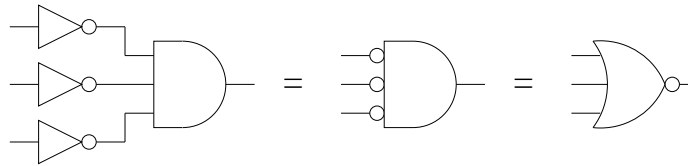
**Question 3.2 :** Dessiner un circuit logique testant l'égalité de deux nombres binaires de 4 bits en *non-signé*, *M&S*, *Cà1*, *Cà2*.

*Solution 3.2 :*

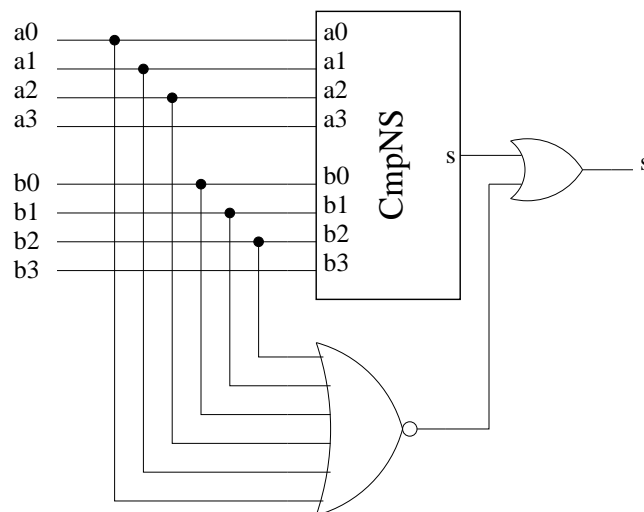
1. en *non-signé* : deux nombres binaires représentent le même entier si et seulement si ils sont égaux bit à bit. Pour l'équivalence, on utilise le XNOR.



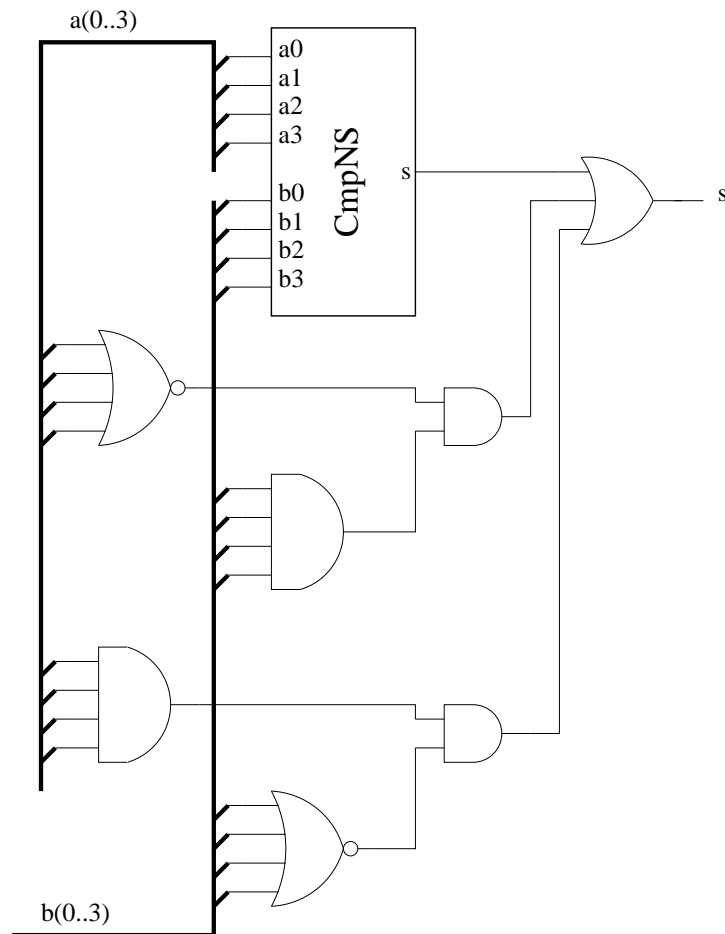
2. en M&S : c'est identique, sauf qu'en plus  $1000 = 0000$ . Donc si  $a2a1a0 = b2b1b0 = 000$ , pas la peine de regarder le bit de signe. Pour tester  $a2 = 0$  et  $a1 = 0$  et  $a0 = 0$ , on utilise la FND :  $\overline{a2.a1.a0} = \overline{\overline{\overline{a2}.\overline{\overline{a1}.\overline{\overline{a0}}}}} = \overline{a2 + a1 + a0}$ . C'est un NOR.



Le NOR est associatif. Pour savoir si tous les bits  $a0, \dots, a2, b0, \dots, b2$  sont tous à zéro, il suffit de faire un NOR avec tous ces bits en entrée.



3. en Cà1 : idem non-signé, sauf qu'en plus  $0000=1111$ .



## 4 Addition

**Question 4.1 :** On considère des nombres binaires de 6 bits sans virgule en complément à 2. Effectuez les additions “6+5”, “12+21”, “5+(-8)” et “(-12)+(-30)”.

*Solution 4.1 :*

1.  $6 + 5 :$

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & 1 & & & \\
 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 6 \\
 + & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 5 \\
 \hline
 = & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 11
 \end{array}$$

2.  $12 + 21 :$

$$\begin{array}{rrrrrrr}
& 1 & 1 & 1 & & & \\
& 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 12 \\
+ & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 21 \\
\hline
= & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -31
\end{array}$$

3.  $5 + (-8)$  :

$$\begin{array}{rccccccr} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 5 \\ + & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -8 \\ \hline = & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & -3 \end{array}$$





$$\begin{cases} c_0 = g_0 + p_0 \cdot c_e \\ s_0 = p_0 \oplus c_e \end{cases} \quad \begin{cases} c_1 = g_1 + p_1 \cdot c_0 \\ s_1 = g_1 + p_1 \cdot g_0 + p_1 \cdot p_0 \cdot c_e \\ s_1 = p_1 \oplus c_0 \end{cases} \quad \begin{cases} c_2 = g_2 + p_2 \cdot c_1 \\ s_2 = g_2 + p_2 \cdot g_1 + p_2 \cdot p_1 \cdot g_0 + \\ p_2 \cdot p_1 \cdot p_0 \cdot c_e \\ s_2 = p_2 \oplus c_1 \end{cases}$$

**Question 5.2 :** Compléter le schéma du circuit de la figure 1 et justifier le gain par rapport à l'additionneur parallèle de la question 4.

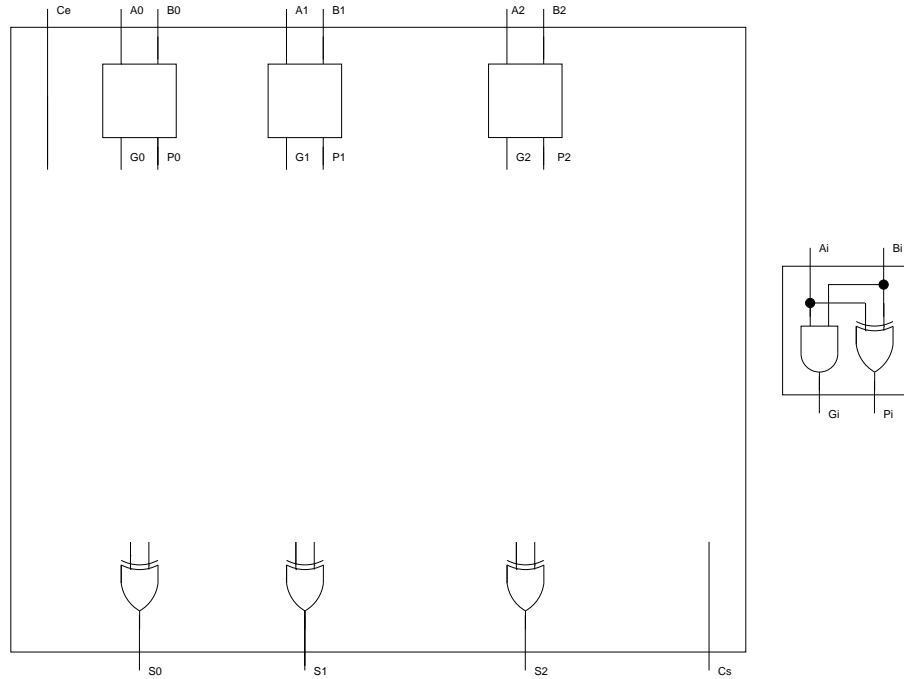


Figure 1: Additionneur binaire en complément à 2 avec anticipation de retenue

*Solution 5.2 :*

Voir Figure-Réponse 2.

## 6 Formes normales

**Question 6.1 :** Donner les formes normales conjonctives et disjonctives de la fonction

$$(a \cdot \bar{b} + \bar{c}) \cdot (\bar{a} + b)$$

*Solution 6.1 :* Définir ce que sont les formes normales conjonctives et disjonctives :-). c'est comme pour les tables de vérité, je n'ai pas insisté en cours.

1. On fait la table de vérité :

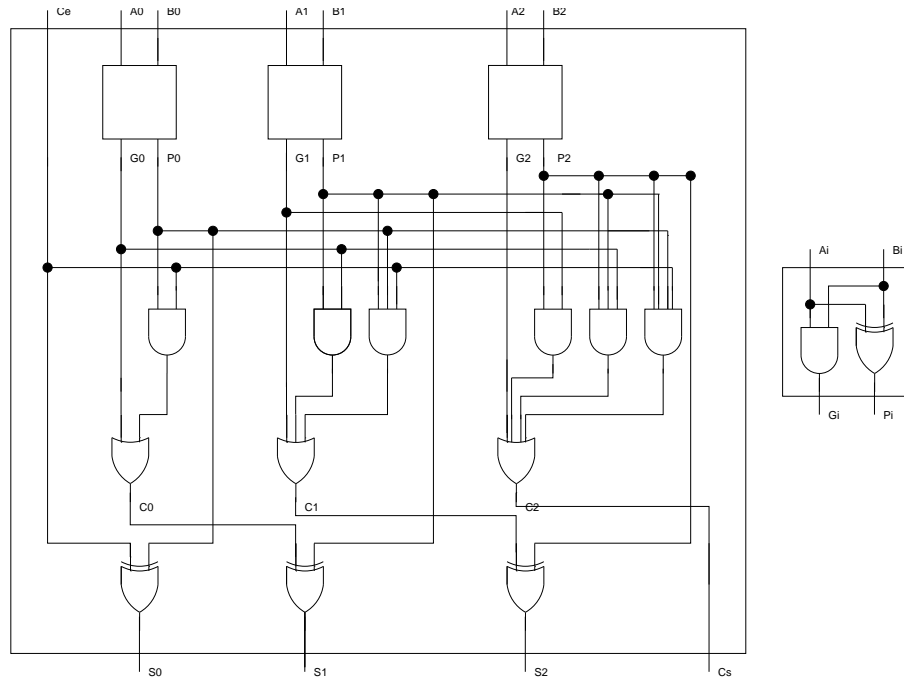


Figure 2: Additionneur binaire en complément à 2 avec anticipation de retenue

$a$	$b$	$c$	$a.\bar{b} + c$	$\bar{a} + b$	$f$
0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	1	0

2. Forme normale disjonctive :

$$\bar{a}.\bar{b}.\bar{c} + \bar{a}.b.\bar{c} + a.b.\bar{c} \quad \left( = \sum(0, 2, 6) \right)$$

3. Forme normale conjonctive :

$$(a + b + \bar{c}).(a + \bar{b} + \bar{c}).(\bar{a} + b + c).(\bar{a} + b + \bar{c}).(\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}) \quad \left( = \prod(1, 3, 4, 5, 7) \right)$$

## 7 Algèbre de Boole

Les axiomes de l'algèbre de Boole sont notés :

commutativité :	(A1)	$a.b = b.a$	(A2)	$a + b = b + a$
associativité :	(A3)	$a.(b.c) = (a.b).c$	(A4)	$a + (b + c) = (a + b) + c$
distributivité :	(A5)	$a.(b + c) = a.b + a.c$	(A6)	$a + (b.c) = (a + b).(a + c)$
élément neutre :	(A7)	$1.a = a.1 = a$	(A8)	$0 + a = a + 0 = a$
complément :	(A9)	$a.\bar{a} = 0$	(A10)	$a + \bar{a} = 1$

Les propriétés sont notées :

élément absorbant :	(P1)	$a.0 = 0$	(P2)	$a + 1 = 1$
absorption :	(P3)	$a.(a + b) = a$	(P4)	$a + (a.b) = a$
idempotence :	(P5)	$a.a = a$	(P6)	$a + a = a$
involution :	(P7)	$\bar{\bar{a}} = a$		
<b>théorème de De Morgan :</b>	(DM1)	$\overline{a.b} = \bar{a} + \bar{b}$	(DM2)	$\overline{a + b} = \bar{a}. \bar{b}$

**Question 7.1 :** On considère un ensemble à deux éléments notés “0” et “1”, muni de deux opérateurs binaires notés “.” et “+” et une fonction unaire “-”. Montrer que si les axiomes sont vérifiés alors on a forcément les propriétés qui sont vérifiées.

*Solution 7.1 :* Je mets cet exercice pour le fun... Ce n’est peut-être par une bonne idée de le faire. Mais comme je n’ai pas trouvé les solutions nulle part et que j’ai planché pour les redémontrer, les voici pour la culture générale ;-)...

1. On regarde ce que l’on sait des opérateurs . et + :

$a$	$b$	$a.b$		$a$	$b$	$a + b$	
0	0	?		0	0	0	(A8)
0	1	0	(A7)	0	1	1	(A8)
1	0	0	(A7)	1	0	1	(A8)
1	1	1	(A7)	1	1	?	

2. On déduit de (A10) et du fait  $0 + 0 = 0$  que  $\bar{0} = 1$ . On déduit de (A9) et du fait  $1.1 = 1$  que  $\bar{1} = 0$ . On a donc :

$a$	$\bar{a}$
0	1
1	0

La propriété (P7) est donc vraie.

3. On cherche la valeur de  $0.0$  :

$$\begin{aligned}
 0.0 &= 0.0 + 0 && \text{(A8)} \\
 &= 0.0 + 0.1 && \text{(A7)} \\
 &= 0.(0 + 1) && \text{(A5)} \\
 &= 0.1 && \text{(A8)} \\
 &= 0 && \text{(A7)}
 \end{aligned}$$

Ceci montre, avec (A7) (pour montrer que  $1.1 = 1$ ), que (P1) est vraie. De même, avec (A7) (pour montrer  $1.0 = 0$ ) montre que (P5) est vraie.

4. On cherche la valeur de  $1 + 1$  :

$$\begin{aligned}
 1 + 1 &= (1 + 1).1 && \text{(A7)} \\
 &= (1 + 1).(1 + 0) && \text{(A8)} \\
 &= 1 + (1.0) && \text{(A6)} \\
 &= 1 + 0 && \text{(A7)} \\
 &= 1 && \text{(A8)}
 \end{aligned}$$

On en déduit, avec (A8) que (P2) et (P6) sont vraies. Remarque : à partir de maintenant, tout peut être fait en utilisant les tables de vérité puisqu’elles sont complètes pour les opérateurs de base.

5. On montre l’absorption (P3) et (P4) :

$$\begin{aligned}
 a.(a + b) &= (a + 0).(a + b) && \text{(A8)} & a + (a.b) &= (a.1) + (a.b) && \text{(A7)} \\
 &= a + (0.b) && \text{(A6)} & &= a.(1 + b) && \text{(A5)} \\
 &= a + 0 && \text{(P1)} & &= a.1 && \text{(P2)} \\
 &= a && \text{(A8)} & &= a && \text{(A7)}
 \end{aligned}$$

6. Reste (DM1) et (DM2). On peut utiliser les tables de vérité. Ou bien pour (DM1)

- (a)  $\bar{a} + \bar{b} = (\bar{a} + \bar{b}).1$  axiome  $A.1 = A$
- (b)  $= (\bar{a} + \bar{b})(ab + \bar{a}\bar{b})$  axiome  $(A + \bar{A} = 1)$
- (c)  $= \bar{a}ab + \bar{a}\bar{a}\bar{b} + \bar{b}ab + \bar{b}\bar{a}\bar{b}$
- (d) the first and the third term are equal zero ( $A\bar{A}B = (A\bar{A})B = 0.B = 0$ ), then:
- (e)  $= \bar{a}\bar{a}\bar{b} + \bar{b}\bar{a}\bar{b}$
- (f)  $= \bar{a}\bar{b}(\bar{a} + \bar{b})$  axiome distributivité
- (g)  $= \bar{a}\bar{b}(\bar{a} + \bar{b}) + (ab)\bar{a}\bar{b}$  axiome  $A + 0 = A$
- (h)  $= \bar{a}\bar{b}(\bar{a} + \bar{b} + ab)$  axiome distributivité
- (i)  $= \bar{a}\bar{b}(\bar{a} + \bar{b} + ab + ab)$  axiome  $A = A + A$
- (j) the first and third term in parenthesis as well as the second and fourth are equivalent to  $\bar{a} + b + \bar{b} + a$  then
- (k)  $= \bar{a}\bar{b}(\bar{a} + b + \bar{b} + a)$  Théorème  $A + \bar{A}B = A + B$
- (l)  $= \bar{a}\bar{b}(\bar{a} + a + b + \bar{b})$
- (m)  $= \bar{a}\bar{b}(1 + 1)$  axiome  $A + \bar{A} = 1$
- (n)  $= \bar{a}\bar{b}.1 = \bar{a}\bar{b}$  axiome  $A.1 = A$

Le théorème utilisé ci-dessus se prouve comme suit :

- (a)  $A + \bar{A}B = (A + \bar{A})(A + B)$  axiome distributivité
- (b)  $= 1.(A + B)$  axiome  $a + \bar{a} = 1$
- (c)  $= A + B$  axiome  $a.1 = a$

(DM2) se prouve de manière similaire, il suffit d'échanger à chaque étape l'opérateur OR par AND et 1 par 0.

**Question 7.2 :** On rappelle qu'un système de fonctions logiques est dit complet s'il permet de calculer toutes les fonctions logiques.

1. Montrer que  $\{AND, OR, NOT\}$  est complet.
2. Montrer que  $\{AND, NOT\}$  et  $\{OR, NOT\}$  sont complets.
3. Montrer que  $\{NAND\}$  et  $\{NOR\}$  sont complets.

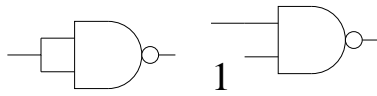
*Solution 7.2 :*

1. On utilise les formes normales disjonctives (ou conjonctives). Formellement, on fait une inférence sur le nombre de un : un seul 1 OK, si plus, on en retire un, on prend le monôme correspondant et on fait la disjonction avec la fonction qui correspond aux 1 restants...
2. Il suffit de montrer que le OR peut être exprimé avec AND et NOT et que le AND peut être exprimé avec OR et NOT.
3. On montre que l'on peut faire la négation avec NAND ou NOR.

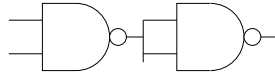
**Question 7.3 :** Construire les fonctions de la question 2 avec des NAND. En sachant qu'un NAND prend deux transistors, calculer le coût correspondant si l'on n'utilise que des NAND. Même question mais avec des NOR...

*Solution 7.3 :*

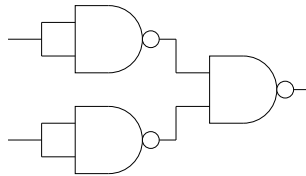
- le NOT : déjà vu à la question 7:3...



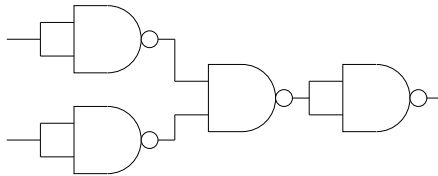
- le AND :



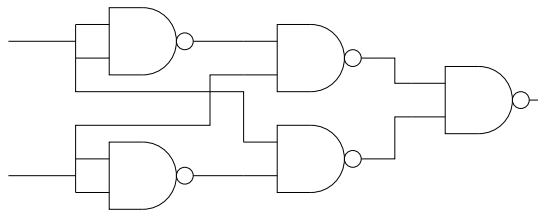
- le OR :



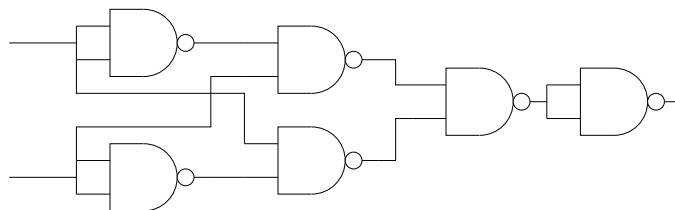
- le NOR :



- le XOR :



- le XNOR :



idem avec le NOR... :-)

**Question 7.4 :** Montrer en utilisant les formules de l'algèbre de Boole que :

$$\bar{a} \cdot (b + \bar{b} \cdot c) + a \cdot \bar{b} = \bar{a} \cdot b + (c + a \cdot \bar{c}) \cdot \bar{b}$$

Solution 7.4 :

$$\bar{a}.(b + \bar{b}c) + \underbrace{a.\bar{b}}_{1} = \bar{a}.(b + \bar{b}c) + a.\bar{b}. \underbrace{1}_{1} \quad (\text{A7})$$

$$= \bar{a}.(b + \bar{b}c) + a.\bar{b}. \underbrace{(c + \bar{c})}_{1} = \quad (\text{A9})$$

$$= \underbrace{\bar{a}.(b + \bar{b}c)}_{\bar{a}.b + \bar{a}.\bar{b}c} + \underbrace{a.\bar{b}.c + a.\bar{b}.\bar{c}}_{a.\bar{b}.c + a.\bar{b}.\bar{c}} \quad (\text{A5})$$

$$= \bar{a}.b + \underbrace{\bar{a}.\bar{b}c}_{\bar{a}.\bar{b}c} + \underbrace{a.\bar{b}.c + a.\bar{b}.\bar{c}}_{a.\bar{b}.c + a.\bar{b}.\bar{c}} \quad (\text{A5})$$

$$= \bar{a}.b + \underbrace{(\bar{a} + a).\bar{b}c}_{1.\bar{b}c} + a.\bar{b}.\bar{c} \quad (\text{A5})$$

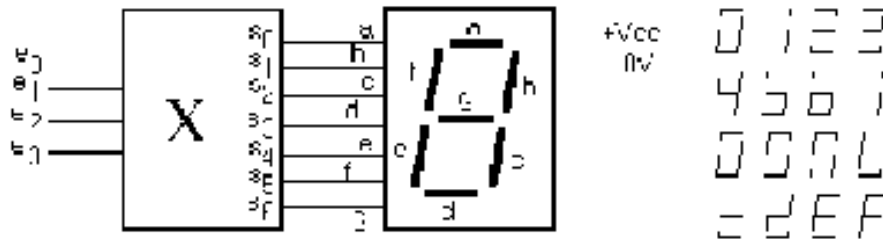
$$= \bar{a}.b + \underbrace{1}_{1}.\bar{b}c + a.\bar{b}.\bar{c} \quad (\text{A10})$$

$$= \bar{a}.b + \underbrace{\bar{b}c}_{\bar{b}c} + a.\bar{b}.\bar{c} \quad (\text{A7})$$

$$= \bar{a}.b + (c + a.\bar{c})\bar{b} \quad (\text{A5})$$

## 8 Afficheur sept segments

On considère le circuit suivant :



Il est composé de deux parties :

- Un afficheur sept segments avec sept entrées logiques  $a, b, \dots, g$ . **Un segment de l'afficheur est allumé si et seulement si l'entrée correspondante est à 0 ;**
- Le circuit logique X que l'on doit réaliser. Il prend quatre entrées  $e_0, e_1, e_2, e_3$  et doit donner en les sorties  $s_0, s_1, \dots, s_6$  telles que l'affichage soit le suivant :

$e_3$	$e_2$	$e_1$	$e_0$	affichage
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	2
0	0	1	1	3
0	1	0	0	4
0	1	0	1	5
0	1	1	0	6
0	1	1	1	7
1	0	0	0	8
1	0	0	1	9
1	0	1	0	A
1	0	1	1	b
1	1	0	0	c
1	1	0	1	d
1	1	1	0	E
1	1	1	1	F

**Question 8.1 :** Trouver les tables de vérité de  $s_0, s_1, \dots, s_6$ .

*Solution 8.1 :*

$e_3$	$e_2$	$e_1$	$e_0$	$s_0$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_6$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1
0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0
0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0
0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1
1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0

**Question 8.2 :** Trouver les expressions logiques pour chacune des sorties et dessiner le circuit complet.

*Solution 8.2 :* Euh... à vous de jouer ;-) Ne donnez qu'une ou deux solutions suivant votre humeur \*:o))